日本機械学会論文集(A編) 57巻535号(1991-3)

# 傾斜機能材料の残留応力解析と最適材料設計\*

荒居善雄\*1,小林英男\*2,田村充章\*3

Analysis on Residual Stress of Functionally Gradient Material and Its Optimum Material Design

Yoshio ARAI, Hideo KOBAYASHI and Mitsuaki TAMURA

In order to reduce the residual stresses and the residual deformation caused by the sintering process, the compositional profiles of the Functionally Gradient Material (FGM) of ceramics and metal were analysed by FEM. Based on the results, the optimum material design of FGM for the heat loading was performed. The results obtained are as follows.

- (1)Due to the difference of the contraction along the interface, the deformation occuers along the free edge (x direction) near the interface. This deformation corresponds to the residual stresses along the free edge near the interface.
  - (2) The residual deformation and the residual stress can be reduced by the following methods.
  - i) Increase of the division numbers of interlayers.
  - ii) Taking the aspect ratio of the particles as one.
  - iii) Introduction of the voids in the ceramics.
- (3) The thermal stress can be reduced by controlling the distribution of the residual stresses by the following methods.
  - iv)Decrease of the gradient of the compositional profiles in the ceramic side.

Key Words: Functionally Gradient Material, Residual Stresses, Residual Deformation, FEM Analysis, Elliptic Inclusion Method

# 1. 緒言

セラミックスと金属を複合化し、組成を傾斜させることにより、熱膨張係数と弾性係数の不連続性を軽減し、熱負荷に対する熱応力を緩和できる。このような傾斜機能材料の研究が、最近盛んに行われている(1). しかし、傾斜機能材料の焼成時の残留応力に注目した解析は行われていない。そこで、本研究では、傾斜機能材料の焼成時の残留変形、残留応力の軽減を目的として、組成傾斜を解析する。さらに、

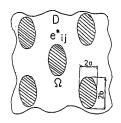


図1 等価介在物法によるモデル化

熱負荷を想定して傾斜機能材料の材料設計を行い, 応力分 布に関する最適設計を試みる.

#### 2. 等価介在物法によるモデル化と解析

傾斜機能材料を粒子分散複合材料と考え、粒子を楕円体で近似し、等価介在物法によりモデル化する(2)(図1参照).等価介在物法では、粒子が球から繊維に至るすべての場合を解析できる、解析では、同一形状・寸法の楕円体粒子が同一方位に平行配列し、粒子とマトリックスの界面は完全接着と仮定した。等価介在物法では、弾性係数がマトリックスと異なる粒子を、弾性係数がマトリックスと等しく等価eigen ひずみを持つ領域に置き換える。

マトリックス ( 弾性係数  $C_{ijkl}$ ) 中に粒子 (同  $C_{ijkl}^*$ ) が一様に分布する場合,一様な外部応力場 $\sigma_{ij}^A$  によって粒子に発生する応力を再現する等価 eigen ひずみ  $\epsilon_{ij}^*$ は次式の 6 元 1 次 方程式によって得られる(3).

<sup>\*</sup> 原稿受付 平成2年7月2日

<sup>\*1</sup> 正員,埼玉大学工学部(電338 浦和市下大久保 255).

<sup>\*\*2</sup> 正員, 東京工業大学工学部 (電152 東京都目黒区大岡山 2-12-1).

<sup>\*3</sup> 東京工業大学大学院.

$$(1 - \phi)T_{mnij}(C_{pqmn}^{*} - C_{pqmn})e_{ij}^{*} + \phi(C_{pqmn}^{*} - C_{pqmn})e_{mn}^{*} + C_{pqmn}e_{mn}^{*} = (C_{pqmn} - C_{pqmn}^{*})e_{mn}^{A}$$

$$(1)$$

ここで、 $T_{mni}$ は Eshelby のテンソル, $e_{mn}^A$ は一様な外部応力 場によるひずみ, $\phi$ は粒子の体積分率,全ての添字は 1,2,3 の値をとり,Einstein の総和規約を用いている.等価 eigen ひずみを用いて,巨視的弾性コンプライアンス  $S_{ijkl}^*$ は次式によって得られる.

$$\frac{1}{2}S_{ijkl}\sigma^A_{ij}\sigma^A_{kl} + \frac{1}{2}\phi\sigma^A_{mn}e^*_{mn} = \frac{1}{2}S^{**}_{ijkl}\sigma^A_{ij}\sigma^A_{kl} \eqno(2)$$

ここで、 $S_{ijkl}$ はマトリックスのコンプライアンス、 $\sigma_{ij}^A$ は一様な外部応力である。式(2) は粒子分散複合材料に一様な外部応力場 $\sigma_{ij}^A$ をかけた場合の弾性ひずみエネルギを表し、左辺第1項はマトリックスのみの場合の弾性ひずみエネルギを、第2項は粒子を分散させたために生ずる弾性ひずみエ

表1 材料特性

	E (Egf/mm²)	ν	a (1/°C)
S U S 3 0 4	1 9×104	0. 3	17 0×10 <sup>-6</sup>
SiaNe	2 8×104	0 27	3.4×10 <sup>-6</sup>

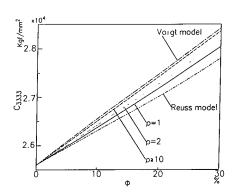


図2 弾性係数と粒子の体積分率の関係

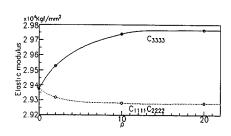


図3 弾性係数と粒子のアスペクト比の関係

ネルギ増分を表している。両者の和を複合材料全体の弾性 ひずみエネルギと考え,巨視的弾性コンプライアンス  $S_{ijkl}^{\bullet}$ はで表したのが式 (2) の右辺である。式 (2) より  $S_{ijkl}^{\bullet}$ はかかに よらず一意的に定まる。マトリックスとして SUS304 を,粒子として窒化けい素  $S_{i3}N_4$ を想定し,数値計算を行った。用いた材料特性を表 1 に示す。 Eはヤング率, $\nu$ はポアソン比,  $\alpha$ は熱膨張係数である。

巨視的弾性係数  $C_{3333}$ と粒子の体積分率  $\phi$  の関係を図 2 に示す。線形複合則であるロイスモデル (応力一定) およびフォークトモデル (ひずみ一定)  $^{(4)}$  と比較すれば,等価介在物法の結果は両者の中間に位置し,アスペクト比 $\rho$  ( 楕円体の長軸長さ b , 短軸長さ a の比, $\rho=b/a$ ) をパラメータとしてより詳細な評価を行うことができる。軸方向弾性係数  $C_{3333}$  , 横方向弾性係数  $C_{1111}$ ,  $C_{2222}$ と $\rho$  の関係を図 a に示す。b の増加にともない長軸方向の弾性係数 a の地、短軸方向の弾性係数 a の地、短軸方向の弾性係数 a の地、短軸方向の弾性係数 a の地にほぼ一定となる。

等価 eigen ひずみを用いて,巨視的熱膨張係数 $\alpha_{ij}$ は次式 によって得られる.

$$\alpha_{ij} = \alpha_1 + \phi e_{ij}^* \tag{3}$$

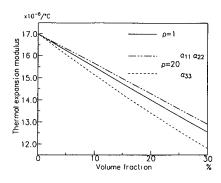


図4 熱膨張係数と粒子の体積分率の関係

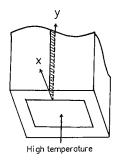


図5 解析モデルの概念図

ここで、 $\alpha_1$ はマトリックスの熱膨張係数、 $e_{i,j}^*$ は、粒子がマトリックスの弾性係数  $C_{ijkl}$ と異なった弾性係数を持ち、かつ eigen ひずみ  $e_{i,j}^*$ を持つ場合の等価 eigen ひずみであり、 $e_{i,j}^*$ をマトリックスと粒子の熱膨張係数の差 $\alpha_2 - \alpha_1$ を用いて、 $e_{i,j}^* = (\alpha_2 - \alpha_1)\delta_{ij}$ と与えた、熱膨張係数と粒子の体積分率の関係を $\rho$ をパラメータとして図 4 に示す、 $\rho = 20$  の場合、 $\rho$ の増加にともない $\alpha_i$ , の異方性は増加する。

## 3. 傾斜機能材料の残留変形・残留応力解析

3.1 解析方法 図5に示すように構造物の内面が高温環境にさらされる場合を想定する。この構造物を内面が耐熱材のセラミックスとして窒化けい素100%,外面が構造材 SUS304 100%の傾斜機能材料で製造した場合の焼成時の残留応力を,斜線で示した断面の2次元モデルに置き換え解析した。

本研究では、ドクターブレード法による傾斜機能材料を 想定する、ドクターブレード法では、層内の材料組成が一 定の層状原材料を、層ごとの材料組成を変えて、重ね合わ せ、焼成する。したがって、組成は厚さ方向に段階的に変化 する。この様な想定に基づき、セラミックスと金属の間の

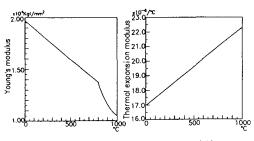
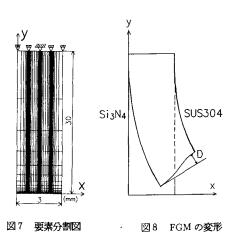


図6 SUS304 の材料特性の温度依存性



組成の傾斜を組成一定の層に分割したモデルについて、有限要素法による弾性解析を行った。SUS304 についてのみ、図 6 に示す材料特性の温度依存性を考慮した。前章の座標系 1-2-3 を、以下では z-x-yとし、z方向に応力状態の変化が小さいと仮定して、x-y面に関する 2 次元解析を行った。要素分割図を図 7 に示す。要素はアイソバラメトリック 2 次要素を用い、図に示すように応力集中が生じる自由端 (y=0) と界面近傍に向かって要素を細かく分割した。総要素数は 242 要素 (2 分割) から 1430 要素 (8 分割) の。 以下では残留応力として、自由端における x 方向垂直応力。を取り上げる。

焼成時を想定して、800K から300K に、500K の温度落差で一様冷却した。傾斜機能材料の変形の概念図を図8 に示す。冷却によって熱膨張係数の大きい SUS304 側に反るものと考えられる。また、界面での微小な変形をわかり易くするために、窒化けい素の自由端より接線を引き、それと自由端との距離を変形を代表する量としてDと定義する。

3.2 解析結果 ドクターブレード法による傾斜機能材料では、分割数 (重ね合わせる層の数) が製造工程と応力緩和機能に対して、相反した影響を及ぼすと考えられる。 つまり、傾斜機能材料は分割数の増加により応力緩和が期待

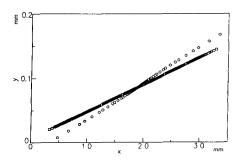


図9 変形に及ぼす分割数の影響

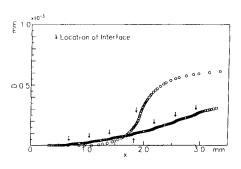


図10 Dに及ぼす分割数の影響

できるが, 分割数の増加は製造工程の複雑さ, 困難さの原因となる. そこで, 傾斜機能材料の製造工程の応力緩和機能の問題を共に満足する最適の分割数を決定する必要がある.

変形に及ぼす分割数の影響を図  $9(\rho=1,\phi$ は図 1 1 参照)に示す。図中の〇印は 2 分割の結果,□印は 8 分割の結果であり,焼結前に y=0 (自由端)であった点の焼結後の座標を示している。分割数が増加するほど変形は小さくなっている。接線からのずれに及ぼす分割数の影響を図  $10(\rho,\phi)$  は図 9 と同様)に示す。冷却時の界面平行方向 (y 方向)の収縮の差異に起因して,界面近傍の自由端接線方向 (変形前の x 方向)にひずみが生じていることがわかる。 2 分割の場合は界面近傍でひずみが大きく,残留応力は高くなると予想されるが、 8 分割の場合はひずみは小さく,また界面近傍でも滑らかなので残留応力は低いと予想される。

残留応力に及はす分割数の影響を図11に示す。図中の○ 印は2分割の結果、△印は4分割の結果、□印は8分割の結果、□印は8分割の結果である。変形解析から予想されたとおり、分割が増加するほど残留応力は低下し、8分割の場合2分割の場合の

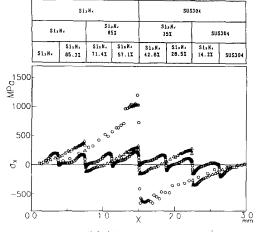


図11 残留応力に及ぼす分割数の影響

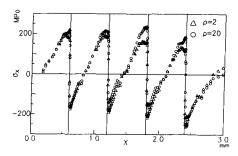


図12 残留応力に及ぼすアスペクト比の影響

約20%に低下している.

残留応力に及ぼす粒子のアスペクト比 $\rho$ の影響を図 12(5分割、 $\rho$ は左より 100%,75%,50%,25%,0%) に示す。図中の〇印は $\rho=20$  の結果、 $\Delta$ 印は $\rho=2$  の結果である。 $\rho=2$  の残留応力は $\rho=20$  の場合の 60%に低下している。 $\rho$ が大きい場合は繊維状態に近く、異方性が強く、材料特性の不連続性が大きい。 $\rho$ が1 に近づくと、異方性は弱まり、不連続性は小さくなる。残留応力の低下は、この不連続性が小さくなることを反映した結果である。すなわち、繊維強化の不必要な傾斜機能材料の場合には、球粒子を用いることが推奨される。

残留応力に及ぼすボイド導入の影響を図13(5分割, ρ = 1, φは左より100%,75%,50%,25%,0%)に示す。図中の○印はボイドを導入しなかった場合、△印はボイドを導入した場合である。構造材のSUS304側にはボイドを導入せず、耐熱材の窒化けい素側に向かってボイドが多くなるように分布させた。ボイドを導入した窒化けい素側で引張残留応力が低下している。ボイドの導入により窒化けい素側の弾性係数が大幅に減少し不連続性が小さくなったことが原因と考えられる。なお、ボイド導入により熱伝導率が低下するから、この効果による熱負荷時の熱残留応力の低下も期待

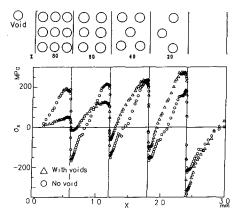


図13 残留応力に及ぼすポイド導入の影響

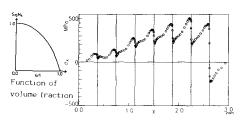


図14 残留応力に及ばす組成分布形状の影響

できる.

残留応力に及ほす組成分布形状の影響を図14(8分割, ρ=1, φは左より100%,97%,92%,85%,75%,60%,40%,0%)に示す。残留応力分布は組成分布形状に大きく依存している。熱負荷として、窒化けい素側を高温、SUS304側を低温と想定する。傾斜機能材料に生じる熱応力分布の詳細は本研究では解析していないので、定性的な熱応力分布(x方向の圧縮熱応力)を実線で示す。これを低下させるために、何種類かの組成分布形状を用いて残留応力解析を行った。その結果、図14に示す窒化けい素側の組成分布勾配が緩やかな形状を用いれば、圧縮熱応力を引張残留応力により相殺できることが明らかとなった。この場合、セラミックス側の組成の変化が緩やかなので、物性値の差異が少なく、セラミックス側の残留応力は常に引張となる。

### 4. 結言

セラミックスと金属の傾斜機能材料の焼成時の残留変形, 残留応力の軽減を目的として組成傾斜を解析した. さらに, 熱負荷を想定して傾斜機能材料の材料設計を行い, 応力分 布に関する最適設計を試みた. 得られた結果を要約すれば, 以下のとおりである.

- (1) 冷却時の界面平行方向の収縮の差異に起因して,界面 近傍の自由端接線方向(変形前の x 方向)にひずみが生じる. これが界面垂直方向の残留応力に対応した変形である.
- (2) 残留変形, 残留応力は以下によって軽減できる.
- i) 中間層分割数を多くする.
- ii) 粒子のアスペクト比を1に近づける.
- iii) セラミックス側にボイドを積極的に導入する.
- (3) 残留応力分布を制御し、熱応力を以下によって軽減できる.
  - iv) セラミックス側の分布勾配を緩やかにする.

## 参考文献

- (1) 川崎亮, 渡辺龍三:日本金属学会誌,51,6(1987),525-529
- (2) 村外志夫 森勉:マイクロメカニックス=転位と介在 物, 培風館 (1976)
- (3) 高橋清久:日本複合材料学会誌,8,2(1982),46-52
- (4) マイクロメカニックス入門、オーム社(1980)