日本機械学会論文集(C編)
54巻497号(昭63-1)

論文 No. 87-0930 B

能動形可変絞りを有する静圧気体スラスト軸受の振動特性*

佐 藤 勇 一*1

Actively Controlled Hydrostatic Gas Bearings

Yuichi SATO

The dynamic characteristics of a hydrostatic thrust gas bearing with an actively controlled orifice restrictor are investigated theoretically and experimentally. Theoretical results show that vibrations induced by external force can be canceled out when the restrictor area is controlled with the appropriate magnitude and phase-lag to the change of gas film thickeness, that is, to plate vibrations. And dynamic stiffness and damping coefficients can be increased simultaneously with a controlled restrictor. Consequently, stabillity of the bearing can be enhanced. Experimental results show fairly good agreement with theoretical ones.

Key Words: Lubrication Theory, Gas Bearing, Vibration, Restrictor, Active Control, Stability Dynamic Stiffness

1. まえがき

静圧気体スラスト軸受の特性に関してはこれまでにも多くの研究がなされている．負荷容量および動鋼性を減少させずニューマチックハンマと呼ばれる不安定振動を抑えるためのさまざまな研究が報告されている(1)~(6)．しかし，通常のオリフィス絞り，あるいは，自成絞りを使用した静圧気体軸受では剛性を最大とするように軸受諸元を設定すると自励振動が発生することがある．また，油潤滑の静圧スラスト軸受の絞りを制御し，軸受の動特性を改善する試みがなされている(7)~(10)．本論文では静圧気体軸受の絞りを能動的に変化させることにより振動特性を向上させることを目的としている．

2. 記号表

A：絞り面積 $=A_0+A_1$ mm^2

b：減衰係数 N·s/m

$B=\dfrac{h_0\omega b}{\pi r_o^2 p_a \sigma}$

C_D：流量係数

f_0：加振力の振幅

$F_0=f_0/(\pi r_o^2 p_a)$

h：軸受すきま $=h_0+h_1$ μm

$H=h/h_0=1+H_1$

h_0：静的軸受すきま μm

h_1：動的軸受すきま μm

$H_1=h_1/h_0$

h_r：リセス深さ μm

$H_r=h_r/h_0$

k：弾性係数 N/m

$K=\dfrac{h_0 k}{\pi r_o^2(p_s-p_a)}$

m：円板の質量 kg

$M=\dfrac{m h_0 \omega^2}{\pi r_o^2 p_a}$

N_c：自励振動の振動数

o-$r\theta z$：円筒座標系

p：軸受圧力 $=p_0+p_1$ Pa

$P=p/p_a=P_0+P_1$

p_a：周囲圧力 Pa

p_r：リセス圧力 $=p_{r0}+p_{r1}$ Pa

$P_r=p_r/p_a=P_{r0}+P_{r1}$

---

* 昭和62年7月17日 第24回シンポジウムにおいて講演，原稿受付 昭和62年7月24日．

*1 正員，埼玉大学工学部（〠338 浦和市下大久保255）．

p_s：供給圧力　Pa

$P_s = p_s/p_a$

$R = r/r_o$

r_o：軸受外半径（図1）　mm

r_r：リセス半径（図1）　mm

$R_r = r_r/r_o$

R_g：気体定数　J/(kg·K)

t：時間　s

T：温度　K

$\Gamma = \dfrac{12\mu\sqrt{R_g}\,T_b C_D A}{p_a h_0^3 \sqrt{T_s}}$

δ：絞り面積の変化率

$\varepsilon = A_1/A_0$

κ：気体の比熱比

μ：気体の粘性係数　Pa·s

$\sigma = \dfrac{12\mu\omega}{p_a}\left(\dfrac{r_o}{h_0}\right)^2$

ϕ：絞り面積の円板の変位に対する位相差　°

ω：円板の角振動数　rad/s

$\tau = \omega t$

添　字

0：静的成分

1：動的成分

b：ランド

r：リセス

s：供給

3. 解　　析

図1に考察の対象とした可変オリフィス絞りを有する静圧気体スラスト軸受を示す．軸受中央にはリセスがあるものとする．図1に示されるように外力 $f = f_0 \sin\omega t$ が作用するとき，質量 m の円板の運動方程式は次式で与えられる．

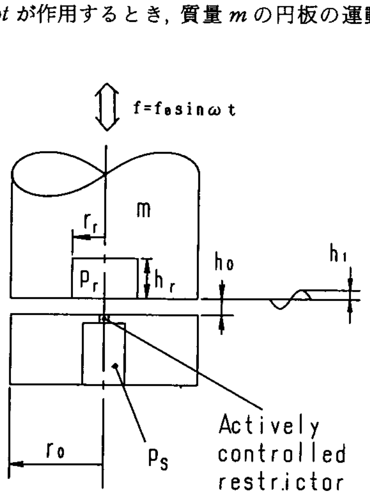


図 1　可変絞り静圧気体軸受

$$m\ddot{h} - 2\pi\int_0^{r_0} pr\,dr + mg = f(t) \quad \cdots\cdots(1)$$

式(1)の圧力分布 p はレイノルズ方程式から求められ，軸受が軸対称であることから，無次元化されたレイノルズ方程式は次式で与えられる．

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(PH^3R\frac{\partial P}{\partial R}\right) = \sigma\frac{\partial}{\partial \tau}(PH) \quad \cdots\cdots(2)$$

圧力 P が満足すべき境界条件は $R=1$ で $P=1$，および，式(3)に示される $R=R_r$ における質量流量連続の条件である．

$$\Gamma P_s\phi + 2\pi\left(PH^3R\frac{\partial P}{\partial R}\right) = \sigma\frac{T_b}{T_r}(\pi R_r^2)\frac{\partial}{\partial\tau}\{P_r(H+H_r)\} \quad \cdots\cdots(3)$$

絞り内の流れが等エントロピー的であると仮定すれば，式(3)の ψ は次式で与えられる．

$$\psi = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2\kappa}{\kappa-1}\{(P_r/P_s)^{2/\kappa} - (P_r/P_s)^{(\kappa+1)/\kappa}\}} & : P_r/P_s > \left(\dfrac{2}{\kappa+1}\right)^{\kappa/(\kappa-1)} \\ \sqrt{\kappa\left(\dfrac{2}{\kappa+1}\right)^{(\kappa+1)/(\kappa-1)}} & : P_r/P_s \leqq \left(\dfrac{2}{\kappa+1}\right)^{\kappa/(\kappa-1)} \end{cases} \quad \cdots\cdots(4)$$

いま，圧力 P および軸受すきま H がそれぞれ静的平衡状態における成分 P_0 および $H_0=1$ と微小変動成分 P_1 および H_1 の線形和で表せると考える．さらに絞り面積 A も静的成分 A_0 と動的成分 A_1 の和で与えられるとすれば，給気定数 Γ は次のように表せる．

$$\Gamma = \Gamma_0(1+\varepsilon) \quad \cdots\cdots(5)$$

ただし，$\varepsilon = A_1/A_0$ であり，絞り面積の相対変化量を表す．固定オリフィス絞りでは $\varepsilon=0$ である．式(1)，(2)および式(3)に $P=P_0+P_1$，$H=1+H_1$，および $A=A_0+A_1$ を代入し，微小量の一次の項までとって整理し，無次元化を行うと静的成分および動的成分に関する各々一組の方程式が得られる．

静的特性に関しては文献(11)などですでに報告されているのでこれ以上考察しないが，静的成分に関する方程式を解くことによって静的圧力分布 P_0 が求められ，これを用いて下記に述べる動的成分 P_1 を計算している．

定常状態における圧力の動的成分 P_1 を時間に関してラプラス変換を行い周波数領域で求めることにする[12]．ラプラス変換された動的成分に関する一組の方程式は次式で表される．

$$s^2M\bar{H} = 2\int_0^1 \bar{P}R\,dR + \bar{F}(s) \quad \cdots\cdots(6)$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left\{R\frac{\partial}{\partial R}(P_0\bar{P}_1)\right\}=s\sigma(\bar{P}_1+P_0\bar{H}_1)\quad\cdots\cdots(7)$$

$$P_s\Gamma_0\left(\psi_0\bar{\varepsilon}+\frac{\partial\psi}{\partial P_{r1}}\right)\bar{P}_{r1}+\pi\left\{3\bar{H}_1R\frac{\partial P_0^2}{\partial R}+2R\frac{\partial(P_0\bar{P}_1)}{\partial R}\right\}\Bigg|_{R=R_r}=s\sigma\frac{T_b}{T_r}\pi R_r^2\{(H_r+1)\bar{P}_{r1}+P_{rc}\bar{H}_1\}\quad\cdots\cdots(8)$$

ここで，$\bar{\ }$ はラプラス写像関数であることを示し，s は時間 t に関するラプラス変換パラメータである．

動的圧力 P_1 は軸受すきまおよび絞り面積の変動によって生ずると考えられるから，P_1 は式(9)のように表すことができる．

$$\bar{P}_1=G_H\bar{H}_1+G_A\bar{\varepsilon}\quad\cdots\cdots(9)$$

いま，外力に加えて絞り面積が $\varepsilon=\delta\sin(\omega t-\beta)$ で変化しているときの円板の応答は ε をラプラス変換して，式(9)に代入し，さらにこの式を式(6)へ代入して $\bar{H}_1$ について解き，逆変換を行えば H_1 が次式のように求められる．

$$H_1=|Q|\sin(\omega t-\alpha)\quad\cdots\cdots(10)$$

ただし，

$$Q=\frac{F_0+\delta e^{-i\beta}\cdot 2\int_0^1 G_ARdR}{-M-2\int_0^1 G_HRdR}\quad\cdots\cdots(11)$$

$$\alpha=\arg(Q)\quad\cdots\cdots(12)$$

式(11)において G_A および G_H は次式より計算することができる．

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left\{R\frac{\partial(P_0G_n)}{\partial R}\right\}=i\sigma E_n\quad(n=A,H)\cdots(13)$$

ただし，

$$E_A=G_A,\quad E_H=G_H+P_0\quad\cdots\cdots(14)$$

G_A および G_H の満足すべき境界条件は $R=1$ において $G_A=G_H=0$，また，$R=R_r$ において

$$P_s\{\psi_0+\Gamma(\partial\psi/\partial P_r)G_A\}+2\pi R\{\partial(P_0G_A)/\partial R\}=i\sigma(T_b/T_r)\pi R_r^2(H_r+1)G_A\quad\cdots\cdots(15)$$

$$P_s\Gamma_0\frac{\partial\psi}{\partial P_r}G_H+\pi\left\{3R\frac{\partial P_0^2}{\partial R}+2R\frac{\partial(P_0G_H)}{\partial R}\right\}=i\sigma(T_b/T_r)\pi R_r^2\{(H_r+1)G_H+P_{r0}\}\quad\cdots\cdots(16)$$

円板の振動は外力によって生ずる成分と絞り面積が変化することによって生ずる成分よりなっており，絞り面積が一定の状態で，外力 $f=f_0\sin\omega t$ が作用したときの応答は式(10)および式(11)で $\delta=0$ とおくことにより与えられる．一方，外力が作用せず絞り面積が $\varepsilon=\delta\sin(\omega t-\beta)$ で変化したときの応答は式(10)および式(11)で $F_0=0$ とおくことにより与えられる．したがって，絞り面積変化による「加振」によって外力による振動を打ち消すには，絞り面積変化の外力に対する位相差 β および大きさ δ が $Q=0$，すなわち，次式の関係を満足するように定めればよい．

$$\left.\begin{aligned}\delta&=F_0\Big/\left|2\int_0^1 G_ARdR\right|\\ \beta&=\arg\left(2\int_0^1 G_ARdR\right)+180^\circ\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(17)$$

これらは一般に角振動数 ω の関数であると考えられるが，図2に示すように本論文で対象としているような軸受では F_0 が一定であれば振動数に対して δ はほぼ一定であり，また，β はほぼ振動数に比例してわずかに変化している．そこで，すべての振動数に対して共振振動数付近における β の値を用いても δ の大きさが適切であれば図3に示すようにかなりの振動低減ができる．なお，計算では4章の実験で用いた装置の諸元に準じた値に基づいて計算している．

通常，測定できるのは外力ではなく円板の振動である．そこで，絞りの面積の位相差を外力に対してではなく，軸受すきま(円板の振動)に対する位相差 ϕ によって，外力による振動を打ち消すための絞りの位相遅れを表せば次式のようになる．

$$\phi=180^\circ-\alpha_A\quad\cdots\cdots(18)$$

ただし，

$$\alpha_A=\arg(Q_A)\quad\cdots\cdots(19)$$

$$Q_A=\frac{2\int_0^1 G_ARdR}{-M-2\int_0^1 G_HRdR}\quad\cdots\cdots(20)$$

ここで，$|Q_A|$ は式(11)からわかるように絞りのみが変化したときの円板の振幅を表し，α_A は絞り変化に対

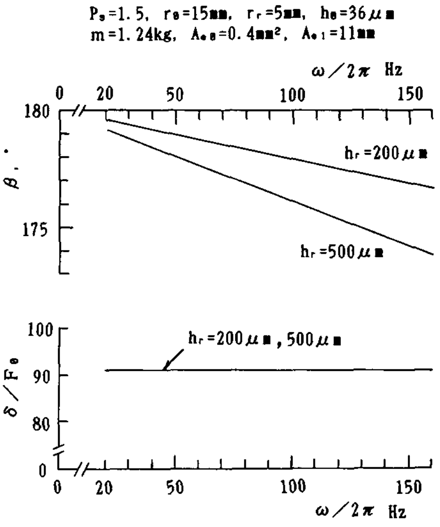


図 2 外力を打ち消すための δ および β と振動数の関係

する円板の振動の位相遅れである．

円板の振動に対して δ および ϕ の大きさを適切に定めることにより円板の振動を抑えることができるのであるから，外力に対する振動を低減できるだけでなく不安定振動の発生に対しても有効であることが予想できる．そこで次に，絞り面積を変化させたときの軸受の安定性について考察する．

軸受すきまが $H_1=H_a\sin\omega t$ で変動し，これに対して絞りが $\varepsilon=H_a\sin(\omega t-\phi)$ で変化する場合を考える．これらをラプラス変換して，式(9)に代入すると次式が得られる．

$$\bar{P}=G\bar{H}_1 \cdots\cdots(21)$$

ただし，

$$G=G_H+\delta e^{-\phi S}G_A \cdots\cdots(22)$$

式(21)を式(7)および式(8)へ代入し G について解き，さらにそれを式(23)に代入して積分を行うことによって軸受の弾性係数 K および減衰係数 B が求められる．

$$\left.\begin{aligned}K&=-\frac{2}{P_s-1}\int_0^1 R_e(G)RdR\\ B&=-\frac{2}{\sigma}\int_0^1 I_m(G)RdR\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(23)$$

図4は ϕ に対する弾性係数および減衰係数の変化を示した図である．計算の対象とした軸受の諸元は図4中に示してある．給気定数 Γ_0 の値は弾性係数がほぼ最大となる値としている．まず，$\sigma=1$ のときの弾性係数および減衰係数について検討する．弾性係数 K は $\phi\fallingdotseq150°$ のとき最大，また $\phi\fallingdotseq330°$ のとき最小になっている．一方，減衰係数 B は $\phi\fallingdotseq60°$ のとき最大，また $\phi\fallingdotseq240°$ のとき最小となっている．そして，絞り変化させないとき，すなわち $\delta=0$ におけるグラフと比較すると，K は ϕ の値が 60 ～ 240°，または B は 330 ～360° および 0～150° の範囲で増加し，残りの範囲で減少していることがわかる．特に，ϕ の値が 60～150° の範囲では弾性係数および減衰係数がともに増加している．σ が小さくなると圧縮性の影響が少なくなり，K および B はそれぞれ $\phi=180°$ および $\phi=90°$ で最大となる．そして，σ が大きくなると K および B の最大値を与える ϕ の値はともに減少する．しかし σ によらず $\delta=0$ の場合に比べて，弾性係数および減衰係数をともに増加させる ϕ の値が存在する．

4. 実　　験

図5に実験装置の概略図を示す．実験では，まず絞りの特性値を，測定値と計算値を比較することから決定し，次いで，軸受が不安定となる安定限界の実験を行っている．実験にはリセスを有する2枚の円板を用

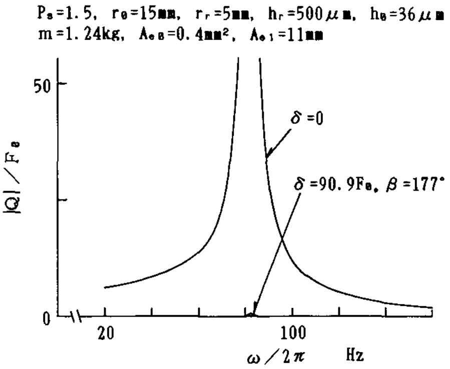
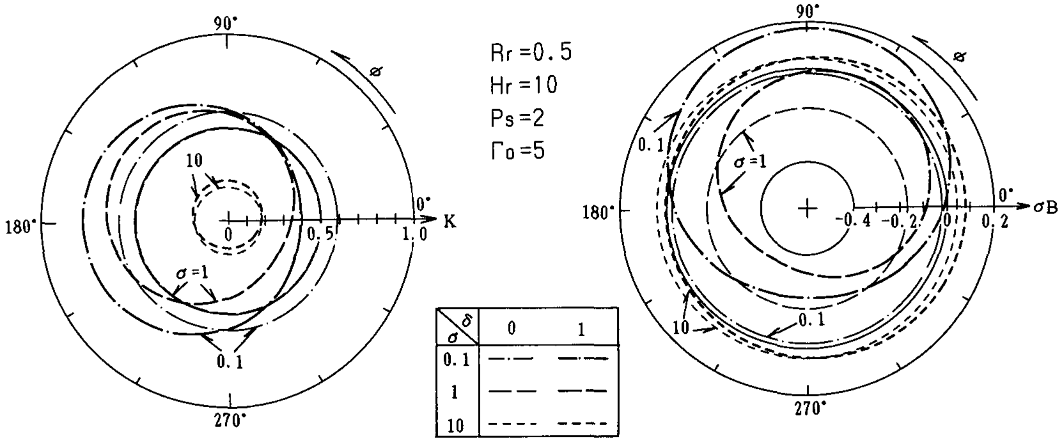


図 3 絞りを変化させたときの制振効果



σ＼δ	0	1
0.1	—·—	—·—
1	— —	— —
10	----	----

（a） 弾性係数　　　（b） 減衰係数

図 4 弾性係数および減衰係数と ϕ の関係

いた．円板の半径 $r_o=15\,\mathrm{mm}$，そしてリセスの半径 $r_r=5\,\mathrm{mm}$ である，また，リセス深さおよび質量は次のとおりである．

円板#1：$h_r=480\,\mu\mathrm{m}$,　$m=1.24\,\mathrm{kg}$,

円板#2：$h_r=700\,\mu\mathrm{m}$,　$m=1.28\,\mathrm{kg}$.

図5に示すように空気は軸受下面とそれから微小距離 η だけ離して置かれた加振器の振動端子先端の間を通り，次いで直径 d の供給孔を通って軸受すきまへ流入する．すきま η を変えることにより絞りを変化させた．すきま η の静的成分を η_0 および η_1 で表す．η_0 および供給孔 d の大きさは比較的小さい変動量 η_1 により円板に大きな振動を生ずるように，$\eta_0=130\,\mu\mathrm{m}$ および $d=1.5\,\mathrm{mm}$ と選んだ．軸受すきまへ流入する途中の流れは複雑であるが，加振器の端子先端のすきまから供給孔出口までを一つのオリフィス絞りと考える．その有効絞り面積 A_e はすきま η の関数であるから，$A_e=A_{e0}+A_{e1}\eta_1$ と表せる．ただし，$A_{e0}=A_e(\eta_0)$，また $A_{e1}=\partial A_e(\eta_0)/\partial\eta$ である．A_{e0} および A_{e1} を理論的に求めることは困難なので実験的に求めた．等価絞り面積の静的成分 A_{e0} の大きさはそれぞれ円板の浮上量と供給圧力の関係を測定し，その結果より円板#1および#2に対し $A_{e0}=0.4\,\mathrm{mm}^2$ と決定した．一方，加振器先端を一定の振幅 η_A で振動させたときの円板の振幅 h_A は，式(20)で与えられる絞り面積の相対振幅に対する円板の振幅比 Q_A を用いて次式：

$$h_A=(\eta_A A_{e1}/A_{e0})|Q_A|h_0 \quad \cdots\cdots(24)$$

で表せることから，測定された定常応答と計算値の比較から A_{e1} の大きさを実験的に求めた．図6は円板#1の定常応答である．絞り変化の振動数を増してゆくと絞り面積変化による「加振」された円板は80Hz付近で共振を起こす．加振器先端の振幅 η_A が大きくなると

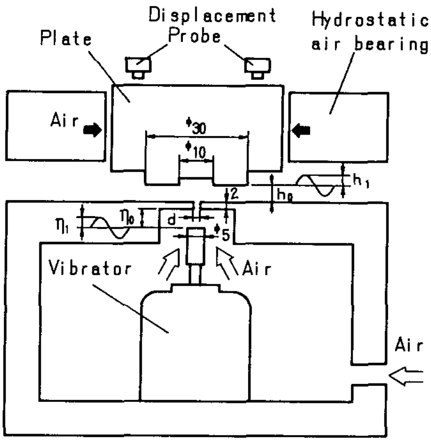


図 5　実験装置概略図

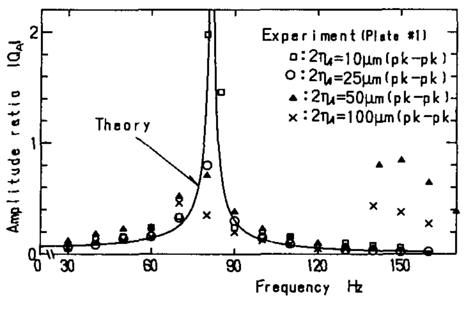


図 6　絞り変化による円板の応答

表 1　安定限界供給圧力および自励振動の振動数

(a)　円板#1

	p_s (kPa)		h_0 (μm)		N_c (Hz)	
restrictor	exp.	theory	exp.	theory	exp.	theory
stabilized	163	166	42	42	118	116
fixed	154	157	40	39	90	92
destabilized	135	—	(25)	—	39	—

(b)　円板#2

	p_s (kPa)		h_0 (μm)		N_c (Hz)	
restrictor	exp.	theory	exp.	theory	exp.	theory
stabilized	156	161	40	39	95	109
fixed	149	154	37	36	83	83
destabilized	137	—	(18)	—	39	—

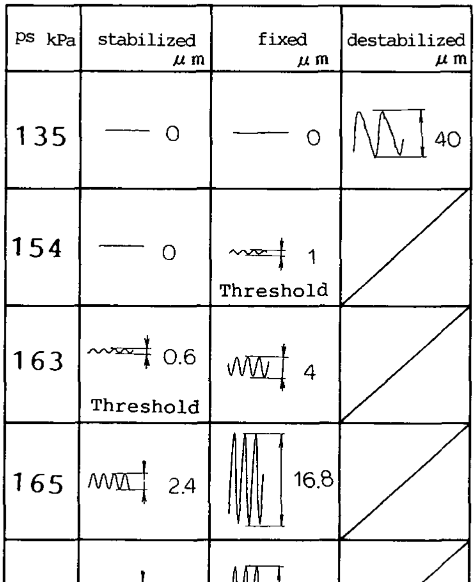


図 7　供給圧力に対する円板の振動波形（円板#1）

共振振動数の約2倍の振動数付近で加振振動数の1/2の振動数の大きな振動が現れている．これは絞り部および気体膜の非線形性によるものと考えられる．円板#2についても共振振動数が異なるだけで全く同様な結果が得られる．η_Aが大きくなると共振振動数付近の振幅特性も軟性ばね的な応答曲線となることから，$2\eta_A \leqq 25$ μmの実験値より円板#1および#2ともに$A_{e1}=11$ mmと決定した．

給気圧力を増加すると円板の浮上量は増加し，やがて不安定な軸方向振動が発生する．実験ではまず，加振器を作動させずに給気圧力を増していって不安定となる給気圧力を調べた．次いで，測定された円板の軸方向振動の信号を加振器に入力し，加振器を作動し不安定となる給気圧力の変化を調べた．そのときの，加振器先端の振幅および位相差は加振器の特性に依存しており，本実験では90Hz付近では$\delta=1$, $\phi=170°$，また，40 Hz付近では$\delta=5$, $\phi=300°$であった．δおよびϕの値を安定性からみて適正な値に設定できればより顕著な安定性の増加がみられたと考えられるが，今回の実験で絞りを変えるために使用した加振器では，これらの値を変えることができなかった．表1に実験値と計算値の比較を示す．測定された円板の振動を加振器へ入力する際，信号の正負を入れ換えることにより軸受の安定化・不安定化を図った．安定化させた場合の自励振動の振動数と加振器を作動しないときの振動数とを比較すると，振動数は高くなっており，絞りが変動することによって軸受剛性が高くなっていることがわかる．これに対して不安定化された場合には自励振動の振動数は下がっており，剛性も低下していることがわかる．不安定化したときの安定限界供給圧力は計算では円板がごくわずか浮上した状態においても不安定となり限界値は計算できなかった．また，測定した浮上量も不安定振動が大きく正確に測定できなかった．表1より計算値と実験値は比較的よく一致している．図7は円板#1の振動波形である．図7からわかるように加振器を安定性の増加するように作動させた場合には不安定振動が発生した後もその振動は小さく抑えられ，制振効果の現れていることがわかる．

5. 結　　論

外力あるいは円板の振動に対し絞り面積を適切な大きさと位相差で変えることにより振動抑制および安定性の向上が図れることが明らかになった．

文　　献

(1) Licht, L., ほか2名, *Trans. ASME*, 80 (1958), 411.
(2) Licht, L., and Elrod, H., *Trans. ASME, J. Appl. Mech*, 82-2 (1960), 250.
(3) 森・森, 機論, 32-244 (昭41), 1877.
(4) 森・ほか3名, 機論, 32-244 (昭41), 1883.
(5) 森・森, 機論, 33-256 (昭42), 2065.
(6) 春山・森, 機論, 48-426, C (昭57), 262.
(7) 大住・ほか3名, 潤滑, 22-11 (昭52), 713.
(8) 大住・ほか3名, 潤滑, 29-2 (昭59), 129.
(9) 大住・ほか2名, 潤滑, 30-3 (昭60), 186.
(10) 大住・ほか2名, 潤滑, 31-9 (昭61), 66.
(11) Wilcock, D. F., *Design of Gas Bearings*, (1972), MTI.
(12) Ono, K., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.* 97-2 (1975), 250.