532.59：536.24

レゾナンスチューブ内の一次元非定常流れ*

(壁摩擦，熱移動および接触面での干渉を考慮した場合)

川橋正昭**，佐々木祥二***，安斉　博****，鈴木　允**

1. まえがき

レゾナンスチューブの示す熱効果現象が1954年H. Sprenger によって発見されて以来，その現象を解析しようとする多くの研究がなされてきた．実験的には，H. Sprenger[1]，M. Sibulkin[2][3]，I. Hall[4]，岩本[5]，R. F. McAlvey[6]らによって，チューブ開端部の条件と熱効果の関係，チューブ内衝撃波伝ぱの観測，圧力波形の実測，1周期間のエネルギ消散量の測定およびより高い熱効果を得るための形状のくふうなどが行われてきた．これらの研究によって，レゾナンスチューブの熱効果は，チューブ内在気体中に壁摩擦および衝撃波などによるエネルギ消散分が蓄積することによるものであることが明らかにされてきた．また理論的には，J. Wilson[7]，A.H. Shapiro[8]，J. Ackert[9]，M. Sibulkin[3]，E. Brocher[10] らによって，チューブ内波動状態を単純化して熱効果の概略およびその限界を定めるこころみがなされてきた．一方，P.A. Thompson[11]，J.R. Manning[12]，岩本[13]らは，チューブ内を一次元非定常等エントロピ流れとした場合の特性曲線法によって解かれた結果と実測値との比較から，熱効果現象のメカニズムの検討を行った．しかし，これらの理論的研究によっても，実験で得られる結果の一般的な説明はなされていない．

したがって著者らは，レゾナンスチューブの熱効果現象を一般的に説明することを目的として，まずチューブ内の流れを実際の流れの条件に近づけて，特性曲線法により数値的に解き，詳細な波動状態を解析する．とくに近年ディジタル計算機による双曲形偏微分方程式の特性曲線法数値解法が開発されてから[14]，一次元非定常流れについての計算が容易になった．この方法を利用して，R.S. Benson[15] は，二サイクル機関吸排気系についての計算方法を示し，J.R. Manning[12]，岩本[13]らは，レゾナンスチューブについて等エントロピ仮定のもとでの計算機による計算例を示した．しかし J.R. Manning，岩本らの計算例では等エントロピ流れの仮定にもとづくため，実測値と定量的に一致していない．また実測値と計算値との定量的な差を補う補正係数が，P.A. Thompson[11]，岩本[13] によって示されているが，その物理的意味は明らかでない．さらに上述の計算例では，壁摩擦，熱移動および接触面の存在などが無視されているため，これらの流れにおよぼす影響も得られていない．

そこで著者らは，まずレゾナンスチューブ内流れに壁摩擦および熱移動を考慮してエントロピ変化をともなう場合の計算例を示し，壁摩擦によるエネルギ消散が，レゾナンスチューブ熱効果におよぼす影響を明らかにする．さらに接触面を考慮した場合の計算方法を開発し，その影響を示す．またこの計算に大きく影響をおよぼすチューブ開口端での境界条件を改良する．すなわち，流入および流出噴流のもつエントロピ状態を導入して，実測値と定量的に近づく条件を定める．

2. 記号表

a：音速
a_a：エントロピ指標音速
A：無次元化音速 $=a/a_{in}$
A_a：無次元化エントロピ指標音速 $=a_a/a_{in}$
c_p：定圧比熱
c_v：定容比熱
D：チューブ内径
f：壁摩擦係数
F：単位長さ当たり壁摩擦応力
J：熱の仕事当量
l：ノズル・チューブ間距離
l_s：ノズル・衝撃波間距離
L：チューブ長さ
p：圧力
P：無次元化圧力 $=p/p_{in}$
q：単位質量，単位時間当たりの熱移動量

* 昭和46年8月27日 第809回講演会，昭和47年4月4日 第49期通常総会講演会および昭和47年6月10日 関西支部第228回講演会において講演，原稿受付 昭和47年9月6日．
** 正員，埼玉大学理工学部(浦和市下大久保255)．
*** 准員，トヨタ自動車工業会社．
**** 学生員，東京工業大学大学院．

R：気体定数
R_e：レイノルズ数
s：比エントロピ
t：時間
T：絶対温度
T_n：無次元化温度 $=1+(T-T_{in})/\delta T_{ad}$
δT_{ad}：断熱熱落差
u：粒子速度
U：無次元化粒子速度 $=u/a_{in}$
x：チューブ軸方向距離
X：無次元化距離 $=x/L$
β：擬似リーマン変数
κ：比熱比 $=c_p/c_v$
λ：擬似リーマン変数
ρ：密度
τ：無次元化時間 $=a_{in}t/L$
τ_w：壁におけるせん断力

添字
in：入口状態
λ：λ 特性曲線について
β：β 特性曲線について
P.L：粒子経路特性曲線について
i：i 番め格子点について，あるいは流入状態
j：時刻 j について
r：よどみ状態
0：流出状態

3.　チューブ内流れの計算

3・1　流れの基礎式　レゾナンスチューブは，断面一定の円管であるとして，チューブ内の流れを壁摩擦および熱移動をともなう一次元非定常流れと仮定する．なおチューブ内の流れでは，いつまでも内部にとどまり，膨張，圧縮をくり返している内在気体部分と，各周期ごとにいれかわる外部気体部分とがある．この両気体の境界は，接触面と呼ばれる．いま，チューブ内流れに損失があれば，接触面でエントロピが不連続となり，波との干渉が起こる．実際の流れでは，接触面を通しての混合がおこり，幅のある領域となるが，本著においては面と考え，混合の影響は省略する．また接触面前後の部分にもエントロピこう配があるため，波が異なったエントロピ状態の粒子経路を横切ることにより干渉する．しかしこのこう配は，接触面におけるエントロピ不連続量にくらべて小さいものとして，波の干渉は省略した．これらの条件のもとで，接触面前後の流れの基礎式は，次のようにあらわされる[16]．

連続式
$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial u}{\partial x}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}=0 \quad\cdots\cdots(1)$$

運動量式
$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+F=0 \quad\cdots\cdots(2)$$

熱力学第1法則
$$q\rho dx=\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho dx\left(Jc_vT+\frac{u^2}{2}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho u\left(Jc_vT+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}\right)\right]dx \quad\cdots\cdots(3)$$

ここで，式(1)～(3)を変形すれば次のようなエネルギ式が得られる．

エネルギ式
$$(\kappa-1)\rho(q+uF)=\frac{\partial p}{\partial t}+u\frac{\partial p}{\partial x}-a^2\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) \quad\cdots\cdots(4)$$

式(1),(2)および(4)と，全微分 $du, dp, d\rho$ から，u の導関数 $\partial u/\partial x$ をもとめると，物理面での特性関係

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\lambda,\beta}=u\pm a \quad\cdots\cdots(5)$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\mathrm{P.L}}=u \quad\cdots\cdots(6)$$

が定まり，状態面での特性関係

$$(du)_{\lambda,\beta}=\mp\frac{2}{\kappa-1}(da)_{\lambda,\beta}+\left[\pm\kappa\frac{q}{a}-F\left(1\mp\kappa\frac{u}{a}\right)+\frac{a^2}{\kappa}\frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\frac{a^{2\kappa/(\kappa-1)}}{p}\right)\right](dt)_{\lambda,\beta} \quad\cdots\cdots(7)$$

が成立する．式(5)および(6)は物理面での λ, β および粒子経路特性曲線のこう配をあらわしている．さらに，粒子経路に沿ってのエントロピ増は，

$$(ds)_{\mathrm{P.L}}=[(uF+q)/T]dt \quad\cdots\cdots(8)$$

で与えられる．

ここで，無次元化量により擬似リーマン変数を定義すれば，

$$\begin{matrix}\lambda\\ \beta\end{matrix}=A\pm\frac{\kappa-1}{2}U \quad\cdots\cdots(9)$$

となり，無次元時間の変化分 $d\tau$ 後の変化分は，R.S. Benson によって導入されたエントロピ指標音速[15]を用いて，式(7)から，

$$\begin{matrix}d\lambda\\ d\beta\end{matrix}=dA\pm\frac{\kappa+1}{2}dU=A\frac{dA_a}{A_a}\mp\frac{\kappa-1}{2}\frac{FL}{{a_{in}}^2}U^2\frac{U}{|U|}\left\{1\mp(\kappa-1)\frac{U}{A}\right\}d\tau+\frac{(\kappa-1)^2}{2}\frac{qL}{{a_{in}}^3}\frac{1}{A}d\tau \quad\cdots\cdots(10)$$

となる．また，粒子経路に沿ってのエントロピ変化分は，式(8)より，

$$(dA_a)_{\mathrm{P.L}}=\frac{\kappa-1}{2}\frac{A_aL}{{a_{in}}^2A^2}\left[\frac{q}{a_{in}}+FU\right]d\tau \quad\cdots\cdots(11)$$

となる．ここで，エントロピ指標音速とは，ある圧力 p，音速 a の状態の気体を等エントロピ的に基準圧力（ここでは入口圧力 p_{in}）にまで変化させたときの音速であり，その関係を音速，エントロピ線図で表し，図1に示す．図1より状態①から状態②に変化した場合，圧力比は

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{a_2}{a_1}\frac{a_{a1}}{a_{a2}}\right)^{2\kappa/(\kappa-1)}=\left(\frac{A_2}{A_1}\frac{A_{a1}}{A_{a2}}\right)^{2\kappa/(\kappa-1)} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

となり，エントロピ変化分は，

$$s_2-s_1=2c_p\ln\frac{a_{a2}}{a_{a1}}=2c_p\ln\frac{A_{a2}}{A_{a1}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

となる．

3・2　計算方法　本計算では，ディジタル計算機による直交格子法数値解をもとめる．格子の大きさは，チューブ長さを等分割した δX と，解の安定性の条件から定まる時間軸分割 $\delta\tau$ とで定まり，この大きさによって計算精度が定まる．直交格子法では，任意時刻で各格子点の状態が既知であるとして，$\delta\tau$ 後の各格子点を通過する特性曲線を決定する手続きにより，段階的に計算される．なお接触面は同時に粒子経路であり，粒子経路特性曲線として計算される．接触面を追跡する計算上の手続きは，付録で示す．

つぎに，図2に示す格子点についての計算手続きを

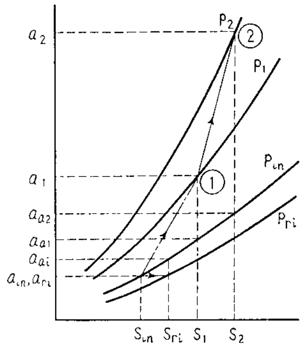


図 1　エントロピ指標音速

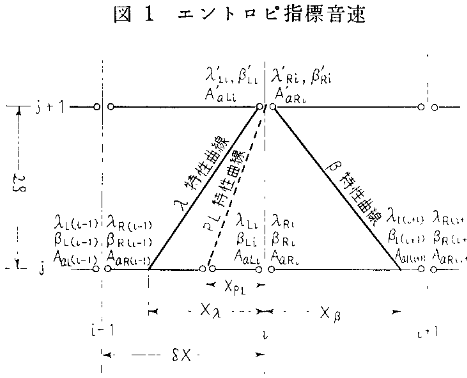


図 2　計算格子

述べる．はじめに，図2での粒子経路が接触面でない場合を考える．時刻 $(j+1)$ での i 格子点を通る各特性曲線は，時刻 j の線との交点について，つぎの連立方程式

$$(\lambda)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}=\lambda_{Ri}+\frac{(X)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}}{\delta X}(\lambda_{R\xi}-\lambda_{Ri}) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14\cdot a)$$

$$(\beta)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}=\beta_{Ri}+\frac{(X)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}}{\delta X}(\beta_{R\xi}-\beta_{Ri}) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14\cdot b)$$

$$\frac{(X)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}}{\delta\tau}=\Phi_1(\lambda)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}-\Phi_2(\beta)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14\cdot c)$$

$$(A_a)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}=A_{aRi}+\frac{(X)_{\lambda,\beta,\mathrm{P.L}}}{\delta X}(A_{a\xi}-A_{aRi}) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14\cdot d)$$

が成立する．ここで添字 ξ は λ および左側にある粒子経路については $(i-1)$，β および右側にある粒子経路については $(i+1)$ である．また，係数 Φ_1 および Φ_2 は，

$$\begin{matrix}\lambda\\\beta\end{matrix}\ \text{について}\ \begin{matrix}\Phi_1\\\Phi_2\end{matrix}=\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)},\quad \begin{matrix}\Phi_2\\\Phi_1\end{matrix}=\frac{3-\kappa}{2(\kappa-1)}$$

$$\text{粒子経路について}\ \begin{matrix}\text{左側}\\\text{右側}\end{matrix}\ \Phi_1(=\Phi_2)=\frac{+\ 1}{-\ \kappa-1}$$

となる．式(14)の解を，式(11)に代入すれば，粒子経路に沿ってのエントロピ変化分がもとまり，時刻 $(j+1)$ の i 格子点上のエントロピ指標音速が定まる．その値を式(10)に代入し，i 格子点のすべての値が定まる．また開口端および閉端では，各境界条件と式(14)から計算される．つぎに，粒子経路が接触面である場合を考える．接触面での不連続量は，時刻 j, i 格子点にたくわえられている．そこで λ および粒子経路は，i 格子点の左側と $(i-1)$ 格子点の右側の値から，β は i 格子点の右側と，$(i+1)$ 格子点の左側の値から式(14)を用いて計算する．つぎに，接触面に沿ってのエントロピ増を，その左側について式(11)からもとめ，時刻 $(j+1)$，i 格子点の左側のエントロピ指標音速を定める．そして，不連続量を加えて，右側の値とする．この左右の値を式(10)に代入して，時刻 $(j+1)$ の i 格子点左側の λ と，右側の β が定まる．さらに，接触面の物理的性質，すなわち接触面の両側近傍では，粒子速度および圧力が等しいという性質を利用して，他の値を定める．すなわち時刻 $(j+1)$ の i 格子点において，λ および β 特性曲線と接触面が交差した直後では，両側の粒子速度および圧力が等しい．したがって，つぎの連立方程式

$$\begin{matrix}\lambda_{Li}'\\\beta_{Li}'\end{matrix}=A_{Li}'\pm\frac{\kappa-1}{2}U_i' \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15\cdot a)$$

$$\left.\begin{matrix}\lambda_{Ri}' \\ \beta_{Ri}'\end{matrix}\right\} = \frac{A_{aRi}'}{A_{aLi}'}A_{Li}' \pm \frac{\kappa-1}{2}U_i' \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15\cdot\mathrm{b})$$

が成立する．この式（15）から，時刻（$j+1$）における i 格子点の左右の値がすべて定まる．

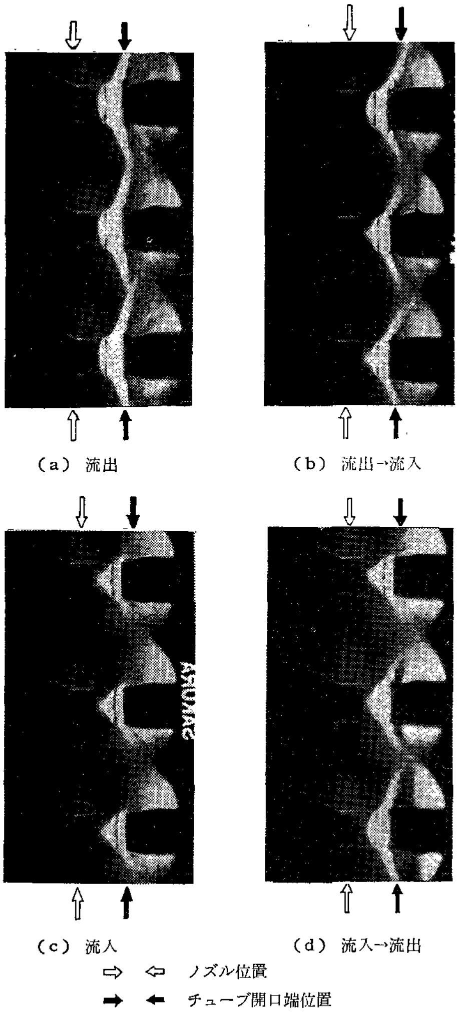
3・3　境界条件および初期条件　本計算では，チューブ開口端での境界条件の影響を大きく受ける．そこで，実測による現実的な境界条件を定める．ノズル・チューブ間の流れを観測するために，共振時の高速度シュリーレン写真を図3に示す．図3において，チューブ前方に生じる噴流内衝撃波の動きから，境界条件を推測する．ノズルからの噴流がチューブに流入している場合は，ほぼ定位置に衝撃波があり，定常な流入状態が考えられる．つぎに，流入から流出へは，すみやかに移行する．流出時は噴流衝突部が時間とともに移動し，流出から流入への移行は漸進的である．以上の結果から次のような開口端境界条件を定める．

（i）流入時（$U_{X=0}>0$）　流入時は，ノズル前の状態に対して，次のようなエネルギ式が成立するものとする．無次元化して表せば

$$A^2+[(\kappa-1)/2]U^2=1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

となる．つぎに，流入噴流のエントロピ状態を決定する．チューブを励振する先細平行ノズルからの噴流は，臨界圧力比以下で超音速となり，膨張，圧縮の周期的構造をもち，断面平均マッハ数も変化する．したがって噴流の局所よどみ圧をピトー管で測定すれば，前方にマッハ数に応じた強さの衝撃波を生じ，ノズル前よどみ圧と異なる．そこで，噴流のよどみ圧を，チューブ開口端と同じ形状をしたピトー管で測定する．よどみ圧測定時のノズル・チューブ間シュリーレン写真を図4に示し，ピトー管位置および噴流内衝撃波位置とよどみ圧の関係を図5に示す．図5よりピトー管位置と衝撃波位置との関係をもとめ，図6に示す．これらの関係と，図3から流入時の開口端よどみ圧を決定する．この値とノズル前よどみ圧の関係は，図1に示されており，式（16）を変形して，

$$\frac{P_{ri}}{P}=\left(1+\frac{\kappa-1}{2}\frac{U^2}{A^2}\right)^{\kappa/(\kappa-1)} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$



7000こま/s，p_{in}：3.0 kg/cm²，l/D_n：1.5
図3　高速度シュリーレン写真

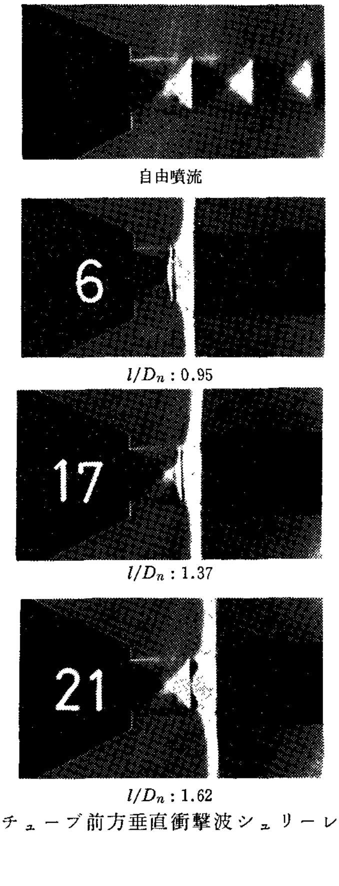


図4　チューブ前方垂直衝撃波シュリーレン写真

が得られる．ここで，

$$P_{ri}=(a_{in}/a_{ai})^{2\kappa/(\kappa-1)}=(1/A_{ai})^{2\kappa/(\kappa-1)}$$

であり，Pはチューブ開口端での無次元化圧力である．したがって噴流が衝撃波を通過して増加するエントロピは，図1の等圧線に沿って，

$$\delta s=s_{ri}-s_{in}=2c_p\ln(a_{ai}/a_{in})=2c_p\ln A_{ai}\cdots(18)$$

となり，等音速線に沿って

$$\delta s=s_{ri}-s_{in}=-R\ln(p_{ri}/p_{in})=-R\ln P_{ri}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

となる．式(18)および(19)から，流入噴流のエントロピ指標音速は，次式の関係になる．

$$\ln A_{ai}=-(R/2c_p)\ln P_{ri}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

(ii) 流出時 ($U_{X=0}<0$) 流出時の境界条件は P. A. Thompson によって用いられた衝撃関数[11]を導入し，流出噴流のよどみ圧が，流出期間一定に保たれると仮定する．ここで，衝撃関数

$$p+\rho u^2=p_{r0}$$

を無次元化し，

$$A^{2\kappa/(\kappa-1)}+\kappa A^{2/(\kappa-1)}U^2=P_{r0}A_{a0}^{2\kappa/(\kappa-1)}\cdots\cdots(21)$$

となる．ここで，A_{a0}は流出噴流のエントロピ指標音速であり，流出の各瞬間で異なる．またチューブ閉端での境界条件は，粒子速度 $U_{X=1.0}=0$ であるとする．

つぎに，初期条件はチューブ内を流入噴流エントロピ状態で，断熱的に一定圧まで圧縮した状態からの流出からはじまるものとする．また内在気体部分に高いエントロピ状態を仮定した初期条件も用いる．

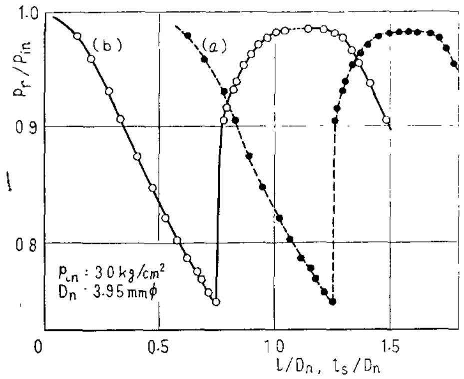


図5 噴流のよどみ圧曲線(a)および衝撃波位置とよどみ圧(b)

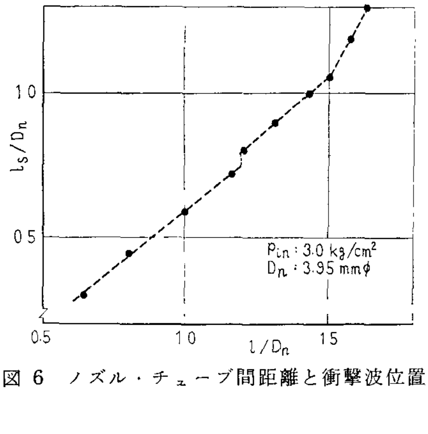


図6 ノズル・チューブ間距離と衝撃波位置

3・4 壁摩擦および熱移動の仮定

3・4・1 壁摩擦係数の決定　式(2)中の壁摩擦項は，非定常壁摩擦応力である．しかし非定常壁摩擦応力の決定は困難であり，定常壁摩擦応力を近似的に用いる．なお非定常壁摩擦応力を流れの圧力こう配変動周期の関数としてもとめている例もあるが[17]，その結果でも，定常仮定は十分な第一次近似を与えている．したがって本計算では，各格子点での瞬時レイノルズ数に対応する定常仮定の壁摩擦係数を用いる．瞬時レイノルズ数と壁摩擦係数の関係は

層流域 ($R_e\leqq2\,320$)

$$4f=64/R_e\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22\cdot a)$$

遷移域 ($2\,320<R_e\leqq3\,000$)

$$\log 4f=-7.3+1.705\log R_e\cdots\cdots\cdots\cdots(22\cdot b)$$

乱流域 ($3\,000<R_e\leqq1.5\times10^5$)

$$4f=0.316\,4R_e^{-1/4}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22\cdot c)$$

乱流域 ($1.5\times10^5<R_e$)

$$4f=0.003\,2+0.221R_e^{-0.237}\cdots\cdots\cdots\cdots(22\cdot d)$$

を用いる．

3・4・2 熱移動の仮定　格子点を中心に，長さδX（開口端，閉端では，1/2 δX）の部分をチューブ要素として，この部分の熱移動を図7に示すように仮定する．図7でのq，すなわち式(3)のqは熱検査面を通して，チューブ要素部分の単位質量の気体に単位時間に流入する熱量である．この値は，気体とチューブ要素間の非定常熱伝達により定まる．しかし非定常熱伝達は十分知られていないので，ここでは1周期平均流速についての定常強制対流熱伝達を仮定する．この場合のヌセルト数は，

$$N_u=0.023R_e^{0.8}P_r^{0.4}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

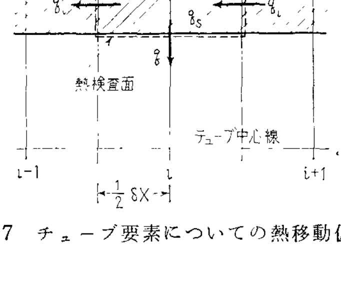


図7 チューブ要素についての熱移動仮定

からもとまる．ここでの P_r はプラントル数である．つぎに，q_i および q_i' は，チューブ軸方向熱伝導量である．なお，半径方向温度こう配は無視する．q_0 はチューブ外壁と外気間の自然対流熱伝達量であり，q_s は壁要素に残留する熱量である．したがって，

$$q_i - q_i' - q_0 - q_s - q = 0 \quad \cdots\cdots(24)$$

が成立する．

4．計算結果と実験結果および考察

ここでは，以下について計算を行った．

イ）壁摩擦のみを考慮した場合

ロ）壁摩擦および接触面を考慮した場合

ハ）壁摩擦，熱移動および接触面を考慮した場合

はじめに，流入および流出時のチューブ内圧力分布，音速分布およびエントロピ指標音速分布計算値を，図8および9に示す．ここで図8はイ)，図9はハ)の場合である．また接触面の軌跡は図10に示されており，接触面でのエントロピ不連続量の増分が，ロ）およびハ）の場合について図11に示されている．つぎに，接触面考慮の有無および境界条件による圧力波形の変化を図12に示し，1周期平均気体温度の分布を図13に示す．

つぎに実験結果を示す．本実験に用いた装置が図14に示されている．チューブは銅パイプであり，圧力測

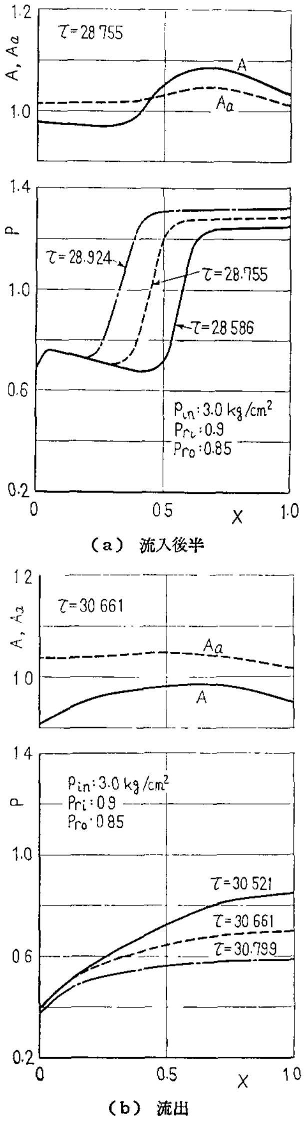


図 8　圧力分布および音速，エントロピ指標音速分布

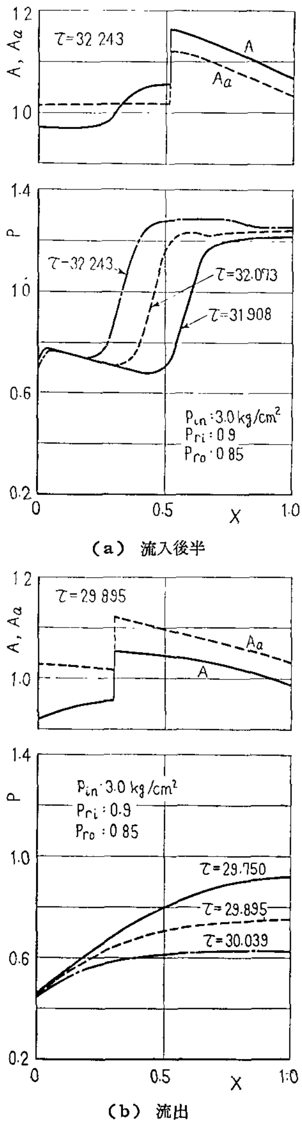


図 9　圧力分布および音速，エントロピ指標音速分布

定孔と壁にうめこまれた熱電対が付属している．

圧力波形および壁温度分布は，入口状態およびノズル・チューブ間距離で変化するが，それらの実測値例を，図 15 および 16 に示す．壁温度分布は，チューブ内衝撃波有無によって著しく異なっている．

以上の結果から以下に考察する．

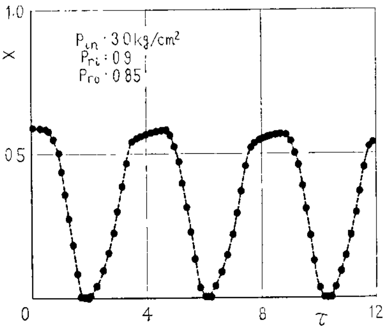


図 10　接触面の軌跡

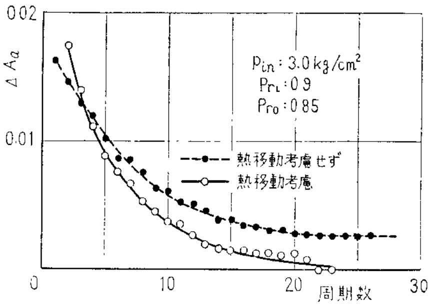


図 11　1 周期当たりの壁摩擦によるエントロピ指標音速増加分

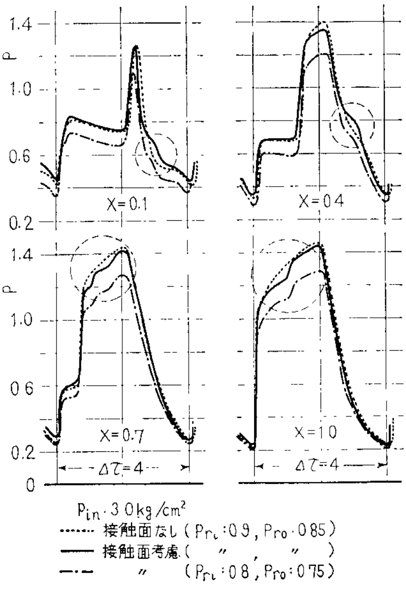


図 12　圧力波形

（1） 圧力波形では，図 9 および 12 から接触面と波の干渉が明らかである．とくに接触面をはさんでの $(\delta A_a)_{cs}$ が 0.1 程度になると，干渉がはっきりあらわれる．また図 12 から，境界条件によっても圧力波形は変化する．すなわちノズル・チューブ間距離によって変化する境界条件を代入した計算結果と実験結果は定性的によく一致する．さらに図 17 よりノズル・チューブ間距離の小さい場合の例では，実験値と計算値が定量的によく一致し，接触面との干渉による部分についても，よい一致が得られている．

（2） 図 11 より，接触面右側近傍での 1 周期間エントロピ増は，内在気体の温度上昇とともに減少していく．熱移動を考慮した場合では，約 24 周期めでバランスしている．

（3） 温度分布では，計算値の場合 図 13 から接触面考慮の有無で異なる．考慮しない場合は，接触面での計算上の平均化が内在気体中の熱を外部気体中ににがす効果となり，温度最高点は閉端方向へずれる．実験値は定常状態の壁温度分布であり，気体の温度でしかも過渡的状態の計算値とは定量的比較はできない．しかし実験値がチューブ内気体の 1 周期平均温度分布の傾向を表すものとして比較する．温度分布の傾向では，閉端部で差を生じているが，接触面を考慮しない場合の分布の傾向が実験値に近い．このことは，実際

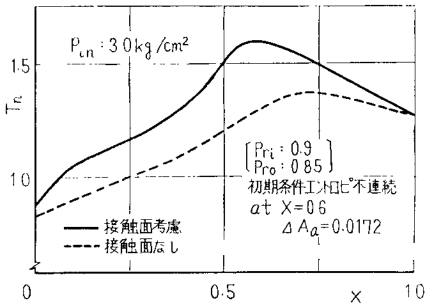


図 13　温度分布

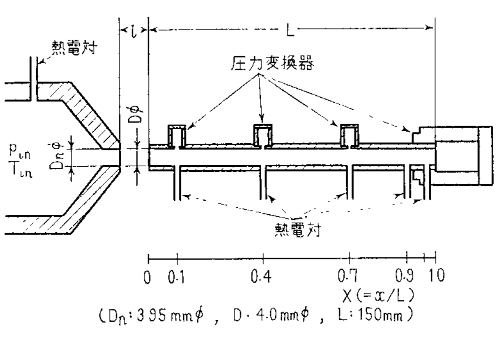


図 14　実験装置

の流れにおいて，接触面を通しての熱の移動の影響が大きいものと考えられる．

（4） 計算結果から，レゾナンスチューブ熱効果に対する壁摩擦の影響を考察する．図11の第26周期めで，接触面にそっての1周期間エントロピ増は，式(13)を用いて，

$$(\Delta s/R)_f \fallingdotseq 0.016$$

となる．この場合チューブ内最高温度は，約100°Cである．同じ周期でのチューブ内圧縮波が，完全に衝撃波にまで成長していると仮定して計算した場合の入射波・反射波によるエントロピ増は，

$$(\Delta s/R)_{\mathrm{shock}} \fallingdotseq 0.044$$

となる．この結果，内在気体中のエントロピ増加に対する壁摩擦の影響は，衝撃波に比べて，無視できない．この結果は，S. W. Kang の試算と異なっている[18]．

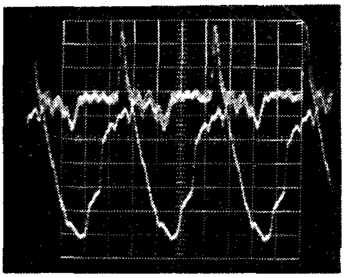
5. む す び

レゾナンスチューブ内流れに，壁摩擦，熱移動および接触面を考慮した場合の解を特性曲線法により示し，より現実的な境界条件を定めて計算し，実験値との比較から以下のことが明らかになった．

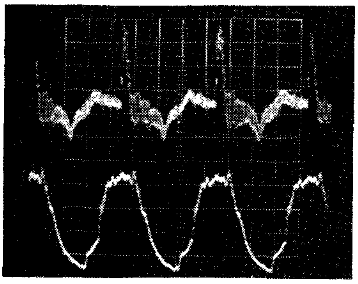
（1） チューブへの流入・流出流れの開口端でのエントロピ状態を導入した境界条件を定めて，本著で示した方法による計算を行えば，計算値は実験値とよく一致する．

（2） レゾナンスチューブ熱効果に対する壁摩擦の影響は無視できない大きさである．

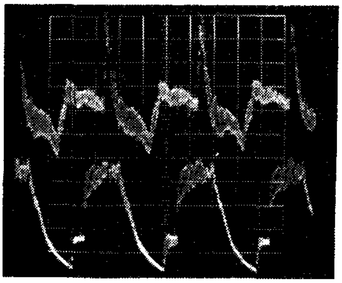
なお，本計算では，埼玉大学計算機室および東京大学大型計算機センターを利用した．



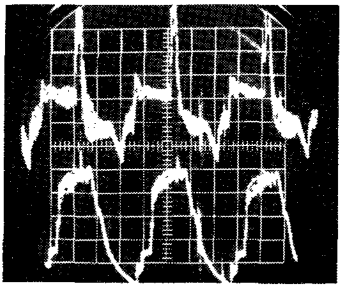
（a） p_{in}：2.5 kg/cm²，l/D_n：1.01



（b） p_{in}：3.0 kg/cm²，l/D_n：1.25



（c） p_{in}：3.0 kg/cm²，l/D_n：1.40



（d） p_{in}：3.5 kg/cm²，l/D_n：1.60

図 15　圧力波形実測値

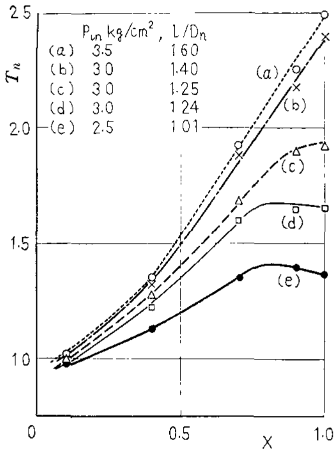


図 16　温度分布実測値

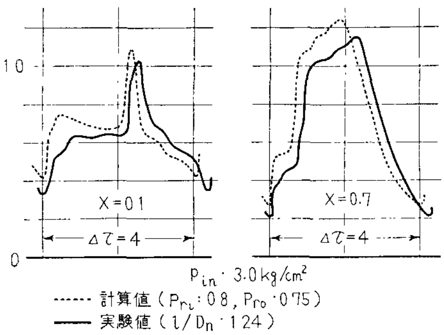


図 17　圧力波形

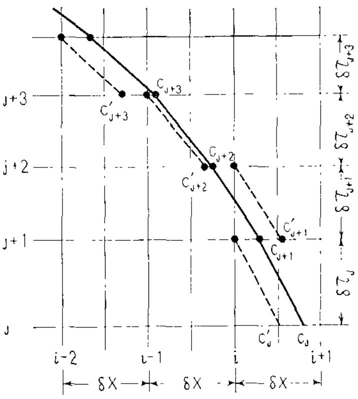


図 18　接触面の軌跡

付　録

本計算での接触面計算方法を以下にのべる．流出から始まる初期条件であるから，流出から流入への移りかわり，すなわち開口端で粒子速度が零になり，正にかわる瞬間の粒子経路が接触面となる．なお初期流出気体粒子のエントロピは開口端に達するまでに増加しており，流入にかわる瞬間，すでに接触面をはさんで外部気体との間にエントロピ差を生じる．この差が接触面のもつ不連続量となる．なお接触面両側近傍の粒子は，1周期間ほぼ同じ経路を経て移動するため，エントロピ増は等しいと仮定する．したがって接触面での不連続量は1周期間一定に保たれ，1周期終了後再び開口端に達して，左側が外部の気体のエントロピ状態になる．この結果，接触面両側のエントロピ差は1周期ごとに成長する．

つぎに，接触面追跡の方法を述べる．図 18 に接触面の動きを示す．この場合，接触面での不連続量は，各時刻でどこかの格子点に保存されている．図 18 に示すように，接触面が実線に沿って移動する場合，時刻 j で点 c_j が i 格子点と $(i+1)$ 格子点の中間より右側にあれば，不連続量は $(i+1)$ 格子点上にある．つぎに，時刻 $(j+1)$ で，c_{j+1} 点に達する場合，c_{j+1} 点は i および $(i+1)$ 格子点の中間より左側にある．このため，時刻 $(j+1)$ での格子点の値を決定するには，あらかじめ不連続量を，時刻 j, i 格子点上に移し，時刻 $(j+1)$ での i 格子点を通過する粒子経路を，仮の接触面であるとして，式(14)および(15)の計算を行う．以上の手続きにより，接触面を物理面上に追跡しながら，実際の計算では接触面位置にもっとも近い格子点を通過する粒子経路におきかえて計算を進める．

文　献

(1) Sprenger, H., *Mitt. Inst. Aero. E.T.H*, **21** (1954), 18.
(2) Sibulkin, M., *J. Aeron. Sci.*, **25**-7 (1958-7), 465.
(3) Sibulkin, M., *Z. Angew. Math. u. Phys.*, **14** (1963), 695.
(4) Hall, I. and Berry, J., *J. Aeros. Sci.*, **26**-4 (1959-4), 253.
(5) 岩本・渡部, 機論, **34**-262 (昭 43-6), 1094.
(6) McAlvey, R.F. and Pavlak, A., *AIAA J.*, **8**-3 (1970-3), 571.
(7) Wilson, J. and Resler, E.L., Jr., *J. Aeros. Sci.*, **26**-7 (1959-7), 461.
(8) Shapiro, A.H., *J. Aeros. Sci.*, **27**-1 (1960-1), 66.
(9) Ackert, J., *J. Aeros. Sci.*, **28**-2 (1961-2), 81.
(10) Brocher, E., *C.R. Acad. Sci. Paris*, Ser. A, **271** (1970-10), 737.
(11) Thompson, P.A., *AIAA J.*, **2**-7 (1964-7), 1230.
(12) Manning, J.R., *Trans. ASME*, Ser. D, **90**-2 (1968-6), 231.
(13) 岩本・ほか2名, 機論, **37**-297 (昭 46-5), 1002.
(14) Raston, A. and Wilf, H.S., *Mathematical Methods for Digital Computer*, Vol. 1 (1960), 165, John Wiley & Sons.
(15) Benson, R.S., ほか2名, *Int. J. Mech. Sci.*, **6**-1 (1964-1), 117.
(16) Shapiro, A.H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, Vol. 2 (1953), 972, Ronald.
(17) Zielke, W., *Trans. ASME*, Ser. D, **90**-1 (1968-3), 109.
(18) Kang, S.W., *Ph. Dr. Thesis, Rensseler Polytechnic Inst.*, (1964).

討　論

〔質問〕　**岩本順二郎・高村淑彦**（東京電機大学）

（1） 特性曲線法による計算に，衝撃波の存在およびそれによるエントロピ増加を考慮されておられないようだが，これを考慮した場合，衝撃波は閉端部へ行く程強くなり，それによるエントロピ増加も増えるので，図 13 のグラフは閉端部がいくぶん高くなる傾向になるかと思うがいかがか．

また，972 ページ左欄9行め～右欄2行めの「圧縮波が完全に衝撃波にまで成長したとした場合のエントロピ増加」の意味が不明確であるが，これは圧力波形のこう配の急な部分の圧力上昇から計算されたものか．その場合どこからどこまでが衝撃波による圧力上昇かが問題になると思う．

（2） 図5の圧力上昇部の不連続であるが，これは $p_{ri}=3\,\mathrm{kg/cm^2}$ 程度の実験では観測されないものと思っていたが[付1][13]，どういう原因にもとづくものかお考えがあればお示しいただきたい．

（付1） Hartmann, J., ほか, *Phil. Mag.*, **31** (1941), 35.

（3） 図17の圧力波形の比較で，1周期の時間が，計算値のほうが短くなっている．これは恐らく開端部における衝撃波の反射波に遅れ(付2)(付3) を考慮されると改善されるものと思う．

（4） 熱移動の計算において，平均熱伝達率として各瞬間流速に対する値の時間平均値を使わず，平均流速に対する値を使われた理由を伺いたい．また平均流速としてどのような値を使われたか．

〔回答〕　（1） ご指摘のように，衝撃波を考慮すれば，それによるエネルギ消散分の内在気体中への蓄積および閉端部温度上昇の影響などを知ることができる．しかし波動線図法による概略的な流れの計算では，衝撃波を考慮することはできるが直交格子法による計算では容易ではなく，衝撃波を考慮すると接触面を考慮した本計算に比べて，膨大な計算時間の増加が考えられる．そのため本論文ではまず壁摩擦によるエネルギ消散分のみを考慮した．また本計算方法にいかに衝撃波を考慮すべきかは，引き続き検討中である．

なお，972 ページでの衝撃波によるエントロピ増の試算は，図9で示したように計算で得られる圧力分布から，進入および反射圧縮波前縁での圧力比が，そのまま衝撃波前後の圧力比になるものと仮定して試算した値である．

（2） 図5の急激な噴流よどみ圧上昇部分は，本文(3·3節)に述べた形状のピトー管でのよどみ圧測定時に，脈動を起こすところであり，その平均値をもとめてむすんだ部分である．この部分は，ピトー管前方に生じる反射衝撃波が，膨張領域から圧縮領域に移行する部分に相当する．この現象は，噴流中におかれたレゾナンスチューブ外径と同じ径の円形衝突面前方に生じる衝撃波について同様に観測され，同じ条件のもとで，噴流内の反射衝撃波は不安定になり，$p_{in}=3.0\,kg/cm^2$ の条件下でも振動を起こす．このような現象については，数多くの研究がなされているが，噴流のよどみ圧上昇部分は，上述の衝撃波の動きによって影響されるものと思われる．

（3） 実験における周期値は，ノズルチューブ間距離および入口圧力などの影響によって計算値とずれの大きさが異なってくる．そのずれは，ご指摘のようにチューブ開口端での反射のおくれなど，複雑な反射条件によって生じるものと思われる．この点についても，引き続き検討している．

（4） 脈動流における熱伝達を考える場合，熱の移動は流れの速度変動に対して，時間的おくれをともなって起こる．したがって，この場合の熱伝達は複雑な現象であると考えられるが，本計算では流速の時間積分平均値にもとづく熱伝達を仮定し，熱の移動についての試算を行った．

〔質問〕　渡部一郎（慶応義塾大学工学部）

レゾナンスチューブ内の一次元非定常流れに壁摩擦の影響を考慮されているが，質問者の考えでは損失としては壁摩擦のほかに混合（mixing）による損失は無視できないものと考えられる．混合損失にくらべて壁摩擦が十分大きい場合には，貴計算法でもちろん差し支えない訳だが，同じ程度の大きさの場合は問題が残る．それで混合による損失を無視された根拠をお示し願いたい．

〔回答〕　管内の一次元流れにおいて混合損失を考える場合は，層流の場合と異なり，流れの方向にレイノルズ応力を加えて考慮する必要がある．したがって乱流域の R_e 数に対する管摩擦係数値は，層流仮定の場合に比べて増加する．すなわち本文式 (22·b)～(22·d) に示した乱流の場合の管摩擦係数値を用いて，摩擦応力項を決定すれば，定常流の場合の混合損失は考慮されていることになる．しかし今日までの研究で，脈動流の場合は，層流および乱流域ともに管摩擦係数が増加することが報告されているが，レゾナンスチューブ内流れのような主流のない場合については，いまだ明らかにされていないので，その影響については今後検討を加えていくつもりである．

(付2) Rudinger, G., *Z. Angew. Math. u. Phys.*, 1 (1958), 570.
(付3) Seifert, H., *Instationäre Strömungsvorgänge in Rohrleitungen an Verbrennungskraftmaschinen*, (1962), 51, Springer-Verlag.