

段付きHSチューブ内波動現象および熱効果*

(第2報, 段部位置・形状による波動現象の変化)

川橋正昭**, 倉田良三***, 鈴木 允**
Masaaki KAWAHASHI, Ryozeu KURATA, Makoto SUZUKI

Key Words : Unsteady Flow, Numerical Analysis, HS Tube, Resonance Tube, Thermal Effect, FLIC Method

1. ま え が き

HS (Hartmann-Sprenger) チューブ (またはレゾナンスチューブ) 内の気柱がノズルからの噴流によって励振され, チューブ内が有限振幅波動状態になることによって生じる特徴的な二つの現象, すなわち開口端からの大振幅音波放射および閉端付近の熱効果現象については, それぞれ異なった視点から研究が続けられてきている。後者の熱効果現象に着目した場合の興味ある問題の一つに, チューブ形状と熱効果の関係がある⁽¹⁾⁽²⁾。著者らは, 第1報⁽³⁾においてチューブ断面積がステップ状に縮小する部分 (段) を有するHSチューブをとりあげ, 段部位置・形状によるチューブ内気柱振動の基本周波数の変化と熱効果特性との関係などを調べるとともに, チューブ内波動解析へのFLIC法⁽⁴⁾の適用を検討した。その結果, 段付きHSチューブ内の気柱が先細ノズルからの不足膨張噴流によって励振される場合, 段部位置・形状によって, チューブ全長がほぼ1/4波長に相当する基本周波数で振動する場合と, 開口端より段部までの長さがほぼ1/4波長に相当する基本周波数で振動する場合とがあり, いずれの場合も安定した周期的現象を示すこと, 前者の場合段部位置が開口端に近いほど, また断面縮小率が大きいほど基本振動周波数が徐々に高くなること, 段付きHSチューブの閉端温度は一樣断面形状の同一長さのHSチューブに比べて高くなること, などが示された。さらに, FLIC法による波動現象の解析例から, 段付きチューブ内気柱の基本振動周波数が増加する要因を, 段部での波の干渉状態により考察した。しかし, 段付きチューブ内の安定な周期的波動現象が維持され

るメカニズムや, 段部位置・形状によって振動モードが変化している場合の波動現象については明らかにされていない。

本報告では, 熱効果特性と密接な関連をもつチューブ内波動現象を明らかにするため, 第1報でその有用性を明らかにしたFLIC法を用いて, 段部位置や形状による波動状態の変化を解析し, その結果にもとづき段付きチューブ内波動現象の周期性や振動モードの変化について検討する。

記 号

- a : 音速
 A : チューブ断面積
 B : 人工粘性の係数
 e : 比内部エネルギー
 f : 周波数
 L : チューブ長さ
 p, P : 圧力および無次元化圧力 $= p/p_{IN}$
 q, Q : 人工粘性および無次元人工粘性 $= q/p_{IN}$
 s, S : 比エントロピおよび無次元化比エントロピ
 $= s/R$
 t : 時間
 u, U : x 軸方向流速成分および無次元化流速
 $= u/a_{IN}$
 v, V : y 軸方向流速成分および無次元化流速
 $= v/a_{IN}$
 x, X : チューブ長さ方向座標および無次元化座標
 $= x/L$
 y, Y : x 軸に垂直な方向の座標および無次元化座標
 $= y/L$
 γ : 比熱比
 ρ : 密度
 τ : 無次元化時間 $= a_{IN}t/L$

* 昭和57年7月13日 東海支部三重地方講演会において論文講演として講演, 原稿受付 昭和57年2月19日。

** 正員, 埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保255)。

*** 准員, 三井造船(株) (〒104 東京都中央区築地5-6-4)。

添 字

1 : チューブ開口端より段部までについて

2 : 段部よりチューブ閉端までについて

IN : ノズル入口状態

jet : 噴流状態

∞ : 大気状態

2. 解析方法

先細ノズルからの不足膨張噴流によって励振される段付き HS チューブの概略図が図 1 に示されている。ノズルからの噴流と同軸上におかれたチューブ内の気柱は、チューブ開口端が噴流軸上の特定の範囲におかれた場合に共振するが、その範囲はノズル圧力比 (p_m/p_∞) およびチューブ形状によって異なる。ノズル出口とチューブ開口端間での流動状態はチューブ内の周期的波動現象にともなう変化し、チューブ開口端が流入 ($U > 0$) 状態の場合は、ノズルからの噴流が開口端直前に生じる噴流内衝撃波を横切ってほぼ定常的にチューブ内に流入する。開口端で流出 ($U < 0$) 状態になると、ノズルからの噴流とチューブからの流出噴流とがほぼ定常な衝突系を形成する。これらの、流入状態から流出状態へ、およびその逆は、比較的すみやかに移行する⁽⁵⁾⁽⁶⁾。これらの周期的な流入・流出状態にともなう複雑な開口端での流動状態を含めてチューブ内の波動現象を厳密に調べるには、ノズル出口の定常流出噴流状態を境界条件として、ノズル出口とチューブ開口端間を解析領域に含めて、チューブ内流れを解析することが望ましい。しかし、計算量が膨大になること、および不足膨張噴流自体の厳密な構造を解析することが困難であることなどから実用的ではない。一方、従来より一様断面形状の HS チューブ内波動現象の解析においては、チューブ開口端で単純な流入・流出状態を仮定した境界条件のもとでの一次元的な解析で、実測結果をよく説明する結果が得られている⁽⁶⁾。したがって本報告においても、チューブ開口端に単純化した境界条件を設定することにより、解析領域をチューブ内のみとする。また、チューブ内は有限振幅波動状態となり、伝ば衝撃波が形成されるため、基礎式は非線形になり、さらにチューブ内に侵入する接触面と衝撃波の 2 種類の不連続面を考慮しなければならな

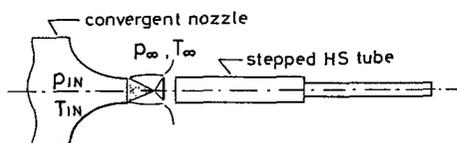


図 1 段付き HS チューブ概略図

い。そこで、接触面の扱いについてはやや難点があるが、衝撃波については特別な手順なしで扱うことができる FLIC 法を解析手法として用いることとし、図 2 に示すような二次元モデルを仮定して解析領域のセル分割を行なう。以上のような仮定のもとでの段付き HS チューブ内波動現象解析の一例を前報に示し、実測値とのよい対応が得られているため、本報告においてもこれらの仮定のもとで、波動現象の周期性や振動モードの変化について検討する。

本解析では、粘性および熱伝導性、さらにチューブ内気体とチューブ壁との間の熱移動は考慮しないものとすれば、チューブ内有限振幅波動を解析する基礎式は、

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{v} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$, $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j}$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(u, v, 0)$$

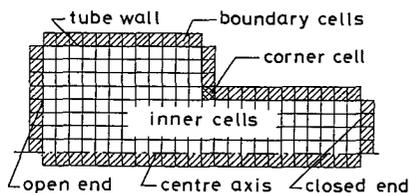
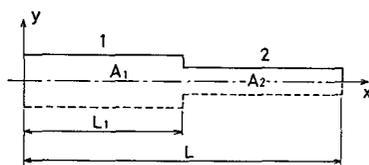


図 2 段付き HS チューブの二次元モデルおよびセル分割図

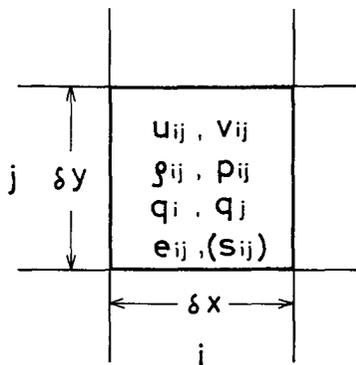


図 3 計算セル内に定義される物理量

である。これらの基礎式で表されるチューブ内流れを FLIC 法で解析する。そのアルゴリズムおよび人工粘性の定義、基礎式の差分化は、文献(4)によるものとし、図2に示されているセル分割図の境界セル内に、各境界条件を満足するように値がセットされ計算がすすめられる。なお、内部の各セル内に定義される物理量については、図3に示されている。比エントロピについては本来計算する必要はないが、本解析では開口端での境界条件を扱いやすくするために計算され、同時に接触面を比エントロピの軸方向分布からとらえ、その位置を調べる。

チューブ開口端での境界条件は、前述のように単純化された流れを仮定して定める。流入時はノズル入口状態から断熱的に膨張する噴流が、開口端直前に生じる垂直衝撃波を横切って一様に流入しているとして、断熱エネルギー式

$$a^2 + \frac{\gamma-1}{2} u^2 = a_{in}^2 \dots \dots \dots (4)$$

を適用し、さらに流入している噴流のよどみ圧を噴流の総圧曲線よりもとめ、その値からエントロピを計算して

$$s = s_{jet} \dots \dots \dots (5)$$

とする⁽⁵⁾。一方、流出時は、単純な仮定が困難であるが、従来よりよく用いられているチューブからの流出噴流の衝撃関数を一定とする境界条件⁽⁷⁾を開口端の断面上各位置に適用し、

$$p + \rho u^2 = \text{const.} \dots \dots \dots (6)$$

とする。なお、 s_{jet} の値はノズル出口とチューブ開口端間の距離によって異なり、それに応じて流出噴流の衝撃関数の値も異なる。しかし、本計算では、従来の一次元的解析⁽⁵⁾で用いられている値の代表的な一定値を用いる。つぎに初期条件は、チューブ内を大気状態で静止、チューブ開口端を噴流のよどみ状態とし、突然流入しはじめるものとする。

実際の数値計算では、解析領域のセル分割数、人工粘性項の影響、および時間きざみの大きさによる解の安定性などが重要な要素になる。そこでこれらの要素について以下に検討する。セル数は断面積縮小率が大きい場合に、段部からチューブ閉端までの領域で y 方向分割数が少なくなりすぎないようにする必要があるが、セル数の増加は計算時間を増加させるため、妥当なセル数の吟味を必要とする。本計算では、 x 方向を 60 分割とし、 y 方向は段部下流側で常に 6 分割になるように変化させる。なお、このような解析領域のセル分割は、各方向の分割数を 1.5 倍にした場合の結果と比較して妥当性が検討されている。人工粘性は Landshoff 形であり、その形は

$$\frac{\partial u}{\partial x} < 0, K(u^2 + v^2) < a^2 \text{ で } q = -Ba\rho \frac{\partial u}{\partial x} \delta x$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \geq 0, K(u^2 + v^2) \geq a^2 \text{ で } q = 0$$

で表され、 y 方向についても同様の形で表される。ここで係数 K は解析領域内の最大マッハ数で決まり、本計算では 1 とする。係数 B は、一般に $B \leq 0.5$ であるとされているが、その値によって衝撃波後流の解が振動する場合がある。そこで本計算では段部での波の干渉による流れ状態が、 B の値によってどのような影響を受けるかを調べるために、段部に入射する垂直衝撃波の反射波直後の状態を B の値を変えて計算し、等圧線図により図4に示す。図4の結果から、 $B=0.1$ の場合は反射波後流側で解の振動が顕著であり、 $B=0.3$ の場合にも振動がみられるが、 $B=0.5$ の場合には

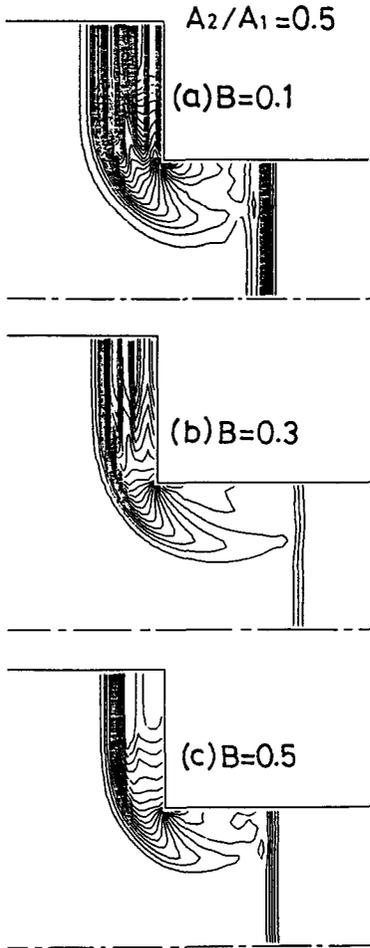


図4 人工粘性項の係数値による段部反射衝撃波後流状態の変化

解の振動はみられない。したがって本計算では $B=0.5$ とする。つぎに時間きざみについては、解の安定性の条件より、

$$\frac{|v|\delta t}{\delta x} < 0.4 \text{ または } \frac{a\delta t}{\delta x} < \lambda_{\min}$$

$$\text{ここで, } \lambda_{\min} = \min[1/B, -\gamma B + (\gamma^2 B^2 + 4\gamma)^{1/2}, \gamma B / (\gamma - 1)]$$

とされているが、本計算ではノズル入口状態の基準音速を用いて

$$\frac{a_{in}\delta t}{\delta x} = 0.25$$

としたが、この条件は上記安定条件のいずれも満足している。

3. 計算結果および考察

3・1 周期的波動現象 著者らは、先細ノズルからの不足膨張噴流によってHSチューブ内の気柱が励振されるメカニズムについて示した⁽⁶⁾、しかし、チューブ内が有限振幅波動状態に成長してからの周期的

現象の持続については、Hartmann⁽⁹⁾の準定常的な説明および単純化したチューブ内の波動線図による説明が有用である。そこで段付きHSチューブ内の波動現象についても、一様断面形状をもつHSチューブの場合の単純化波動線図を基準にして周期性の検討を行う。はじめに一様断面形状のHSチューブ内の単純化波動線図を図5に示す。HSチューブ内の波動は、開口端($X=0$)より入射する衝撃波がチューブ閉端($X=1.0$)で反射して再び開口端に到達するまでの流入期間と、反射衝撃波の開口端反射による膨張波が入射し、その閉端反射波が開口端に到達するまでの流出期間とで、一周期となる。ただし実際には膨張波は有心膨張波群となり複雑な波動となるが、図5のような単純化によって、チューブ内波動の定性的に十分な説明ができる。一方、段付きHSチューブ内の波動の解析

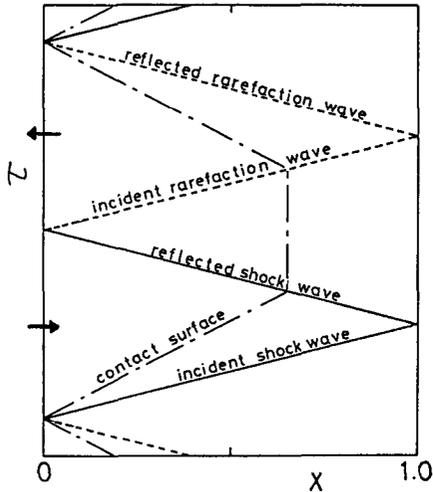


図5 HSチューブ内単純化波動線図

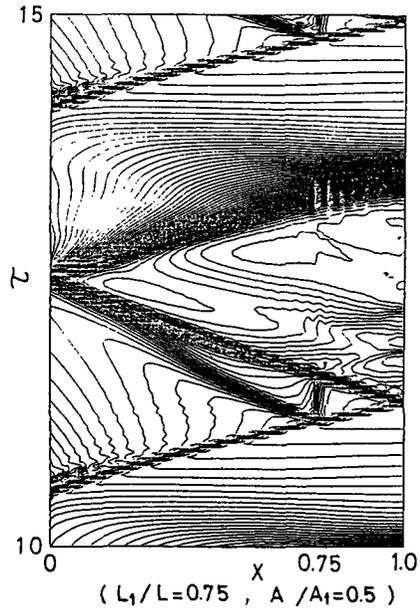
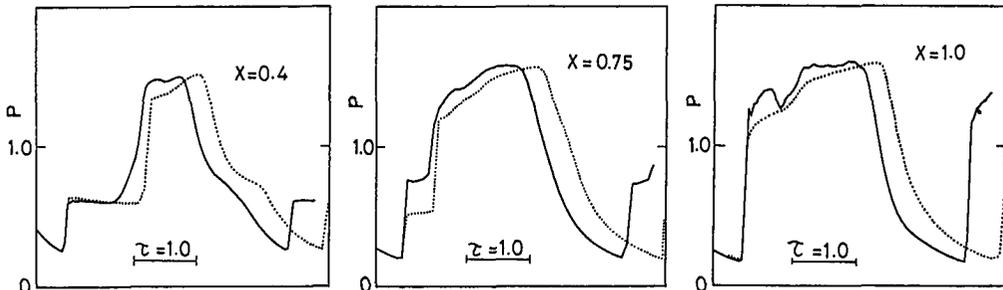


図6 物理面内等圧線図



(..... straight tube), ($L_1/L = 0.75, A_2/A_1 = 0.5$)

図7 圧力履歴

結果の、チューブ中心軸上圧力分布の時間的変化を、物理面上等圧線図の形に処理をすると、波動線図に相当するものが得られる。それらを図5に示した単純化波動線図と対応させることにより現象を理解できる。はじめに、チューブ全長がほぼ1/4波長に相当する周波数付近で安定な周期的波動現象が得られる場合の結果を示す。図6は閉端に近い位置に段のある、 $L_1/L=0.75, A_2/A_1=0.5$ について、ほぼ周期解に到達した状態での物理面上等圧線図である。この図より段部が閉端に近い場合、段部反射衝撃波と閉端反射衝撃波とが開口端近くで重なり、その波の開口端反射により入射膨張波を生じて流出に移行する。そして閉端反射膨張波の開口端到達により一周期が終わっていることがわかる。この波動現象は、図5の場合に近い経過を示しており、膨張期間が短いぶんだけ周期が短くなっている。この場合のチューブ内圧力履歴を、一様断面形状のチューブ内圧力履歴とともに図7に示す。圧力履歴は、一様断面形状のチューブの場合に比べて周期は短くなっているが、波形は定性的に同様の傾向を示している。つぎに、 $L_1/L=0.5, A_2/A_1=0.5$ の場合の物理面

上等圧線図を図8に、 $L_1/L=0.4, A_2/A_1=0.5$ の場合を図9に示す。段部がチューブ長さ方向のほぼ中央にある場合の波動現象の特徴は、チューブ開口端での流出状態から流入状態への移行が、段部反射膨張波の到達によって生じることである。一方、段部反射衝撃波は、閉端反射膨張波と重なって減衰し、とくに $L_1/L=0.4$ の場合には段部反射膨張波が流出から流入へ移行させるに十分な強さをもつ理由は、閉端反射衝撃波が段部で干渉して生じる膨張波が閉端で反射し、前述の膨張波に重なるためである。このような波動現象の結果、開口端での流出期間は、流入期間の約1/2となり、そのぶん周期が短くなることがわかる。図10に $L_1/L=0.4, A_2/A_1=0.5$ の場合の圧力履歴を示す。図10の結果は、チューブ内の圧縮期間の長さおよび波形は、断面形状が一様なチューブの場合に近いが、膨張期間が短くなっていることを示している。以上のよ

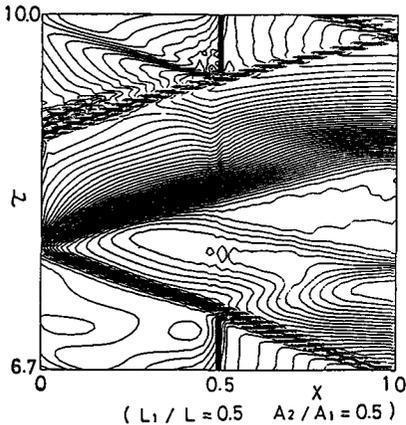


図8 物理面上等圧線図

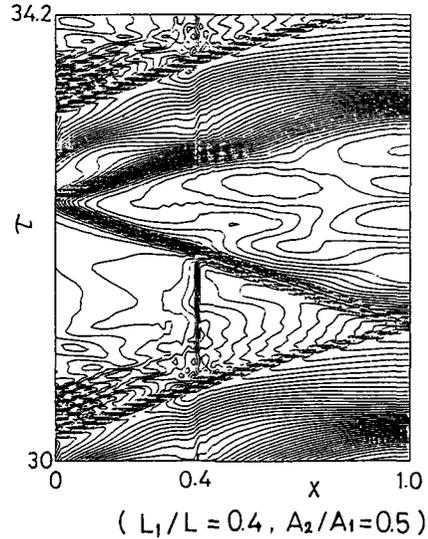


図9 物理面上等圧線図

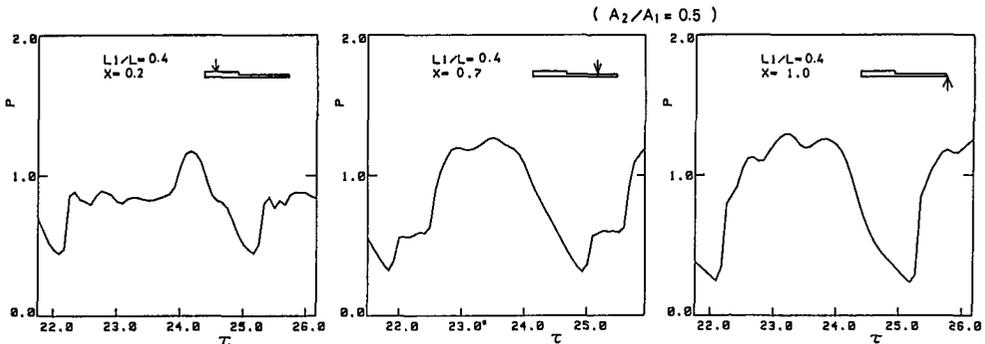


図10 圧力履歴

うな波動現象は、 A_2/A_1 の値が 0.25~0.75 の範囲で同様な傾向を示し、安定な周期的現象となる。

3・2 モードの変化 前報⁽³⁾で示した実測値において、段部が開口端の近くにある場合、すなわち $L_1/L=0.25$ では A_2/A_1 の値によって、チューブ内周期的波動のモードが変化する場合のあることが示された。すなわち A_2/A_1 の値が 1 に近い場合は、チューブ全長をほぼ 1/4 波長とある周波数での気柱振動を生じ、 A_2/A_1 が約 0.5 以下では開口端から段部までの長さをほぼ 1/4 波長とする周波数の気柱振動を生じる。このことが、一端を閉じた管内の音響的三次の固有振動モードとの関連から考察された。そこで本計算では音響的固有振動モードの圧力の腹の位置に相当する $X=0.33$ の位置に段部があるチューブ内の波動現象を調べる。

はじめに、 $L_1/L=0.33$, $A_2/A_1=0.75$ の場合の物理面上等圧線図を図 11 に示す。この場合は段部での反射波の影響はほとんどみられず、基本モードの波動状態を示しており、周期も一様断面形状のチューブの値に近い。つぎに L_1/L は同じで、 $A_2/A_1=0.5$ の場合の物理面上等圧線図を図 12 に示す。この場合は明らかなモードの変化を示しており、その周期は一様断面形状のチューブの値のほぼ 1/3 である。これらの条件のもとでの圧力履歴が図 13 に示されている。図 12 の結果は、2 章で仮定した初期条件のもとで計算が開始されて、周期解になった状態の図であるが、周期解に致るまでの経過には 3・1 節で示した段部位置による波動状態の変化と密接な関連がある。すなわち、ごく初期では基本モードの波動状態が現れ、計算が進むにつれて段部反射膨張波が流出状態を流入へ移行させる強さをもつ場合が現れ、段部反射衝撃波と閉端反射衝撃波が重なりはじめる。その結果、基本モードの波動状態と三次のモードの波動状態が交互に現れ、やがて三次のモードが支配的となり周期解に達する。周期的波動状態で

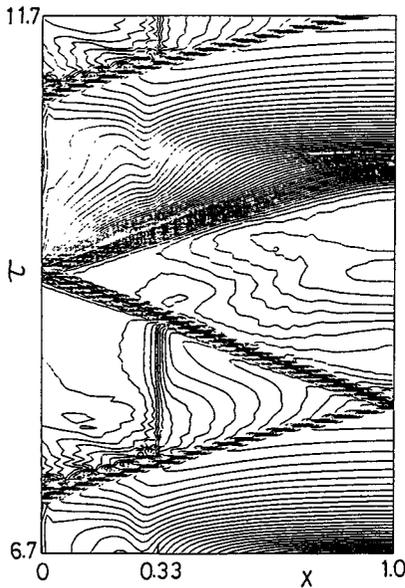


図 11 物理面上等圧線図

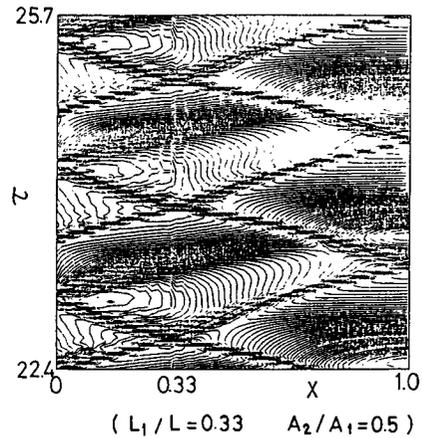


図 12 物理面上等圧線図

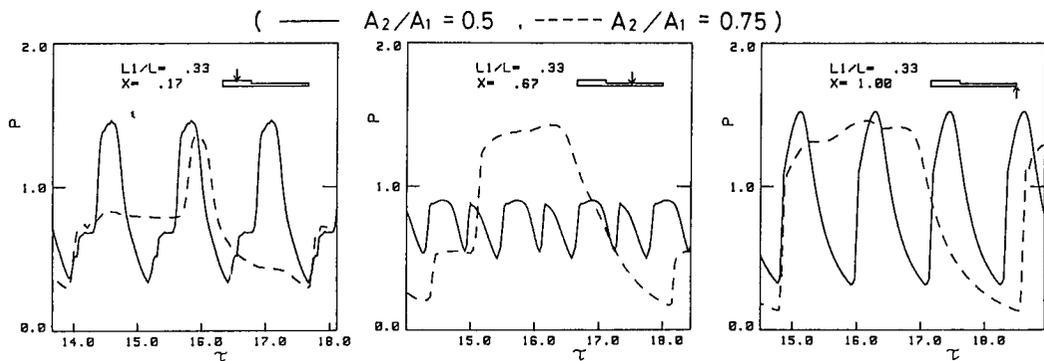


図 13 圧力履歴

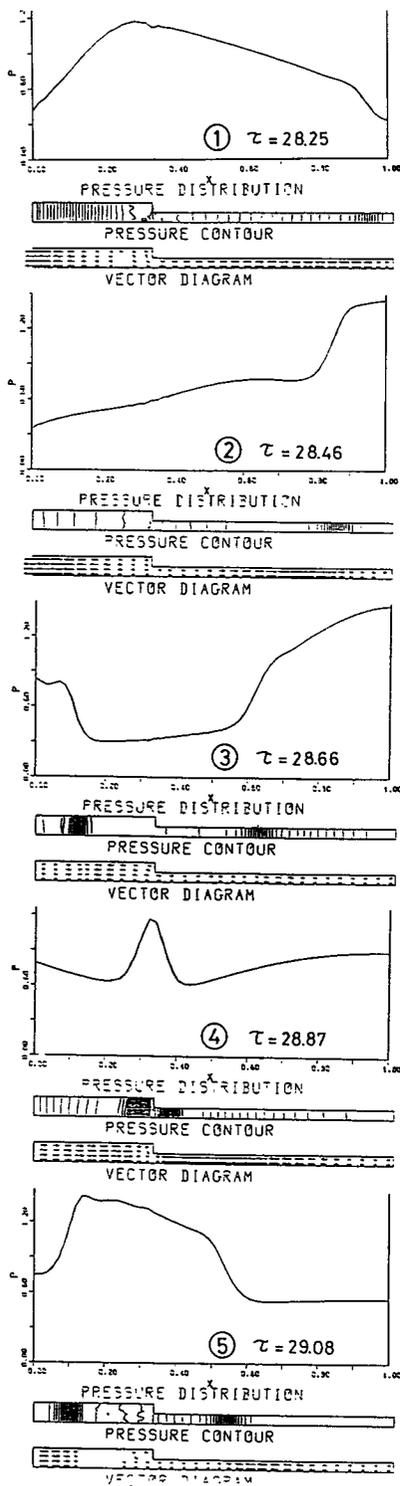


図 14 圧力分布, 等圧線図および速度ベクトル線図

は、段部での反射波と閉端からの反射波が必ず同位相で重なるようになる。本計算では、このような三次のモードの波動状態が $A_2/A_1 < 0.58$ で得られた。ここで、図 12 と同じ条件のもとでの、一周期間の各瞬間におけるチューブ軸方向圧力分布、等圧線図、速度ベクトル図の例を図 14 に示す。この結果、三次のモードでの波動現象は音響管内の三次の固有振動モードと同様に、開口端から $1/3$ の長さの位置でチューブ閉端と同様の圧力履歴を示し、 $2/3$ の長さの位置付近で変動圧力振幅の極小値をもつことがわかる。しかし、図 13 のベクトル線図より、 $1/3$ の位置は必ずしも速度変動の節になるとは限らない。

以上の結果と、3・1節の結果から得られる段付き HS チューブ内波動の周期を、前報⁽³⁾ で示した実測値とともに無次元周期で図 15 に示す。その結果、解析により得られた無次元周期は、段部位置が中央部より閉端側にある場合の A_2/A_1 の減少による周期の減少傾向、三次のモード状態における A_2/A_1 の減少による周期のわずかな増加傾向、およびモード変化を生じる断面積比の値などについて、実測値とよく一致している。

4. あとがき

断面形状がステップ状に縮小する部分を有する HS チューブ内の波動現象について、断面積変化部位置および面積比を種々変えた場合の波動現象の周期性およびモードの変化を、FLIC 法を用いた数値解析により検討し、以下のような結果を得た。

(1) 断面積変化部が、チューブ軸方向の中央部付近にある場合の波動現象は、開口端での流入状態から流出状態への移行が閉端反射衝撃波によって生じ、流出から流入への移行が段部反射膨張波によって生じるような周期的現象となる。

(2) 断面積変化部位置が、一端を閉じた音響管内

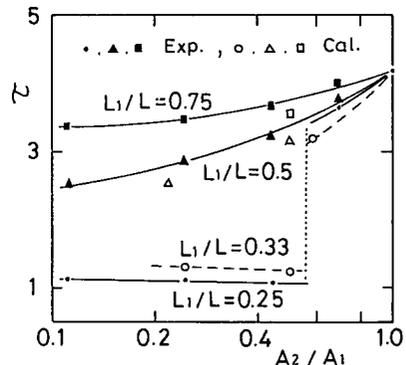


図 15 無次元周期

気柱の三次の固有振動モードにおける圧力の腹に相当する位置付近になると面積比 $A_2/A_1 < 0.58$ で、チューブ内波動のモードが変化する。すなわち、開口端での流入から流出への移行およびその逆は、段部反射衝撃波および段部反射膨張波の到達によって生じるような周期的現象となる。

(3) 断面積変化部が、中央部より閉端側にある場合の波動現象は、一様断面形状を有する HS チューブ内の波動現象と同様の経過を示す。

(4) 二次元モデルを用いた FLIC 法による数値解析によって得られた無次元周期値の、断面積変化部位置や面積比による変化の傾向および値は、実測結果とよく一致する。

なお、本計算では東京大学大型計算機センタおよび

埼玉大学データステーションを利用し、等圧線図の作図には東大センターライブラリー J6/TC/CONT を一部変更して用いた。

文 献

- (1) Phillips, B.R. and Pavli, A.J., *NASA TN*, D-6354 (1971).
- (2) Marchese, V.P., ほか2名, *J. Spacecr.*, 10-11 (1973), 731.
- (3) 川橋・鈴木, 機論, 49-437, B (昭58), 121.
- (4) Gentry, R.A., ほか2名, *J. Compt. Phys.*, 1-1 (1966), 87.
- (5) 川橋・ほか3名, 機論, 40-332 (昭49), 965.
- (6) 岩本, デッカー, B.L., 機論, No.807-4 (昭55-), 73.
- (7) Thompson, P.A., *AIAA J.*, 2-7 (1964), 1230.
- (8) Kawahashi, M. and Suzuki, M., *Z. Angew. Math. Phys.*, 30-5 (1979), 797.
- (9) Hartmann, J., *Philos. Mag.*, 11-72 (1931), 926.

討 論

〔質問〕 岩本 順二郎 (東京電機大学)

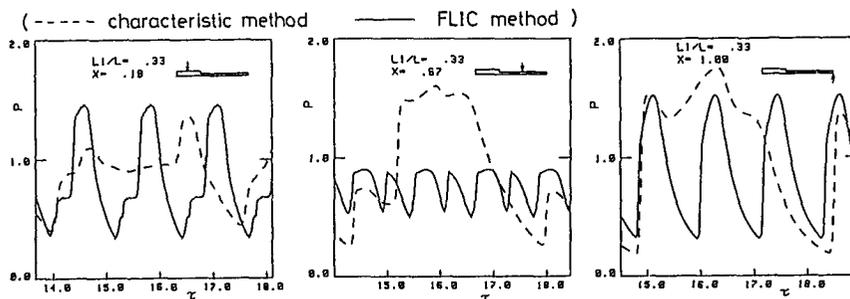
(1) 図6~12の図は、周期解であることが述べられているが、各波動線図を比較すると周期解に到達する時間がかかなり異なっており、どのような条件で周期解になったと判定されているのかお示しいただきたい。

(2) 貴論文第1報の質問とも関連するが、チューブ内流れを描写する場合、段付き部の流れの二次元性にほとんど触れておられないが、これがチューブ内波動全体にどの程度の影響をもっているか。また、一次元流れで、断面積不連続部に定常流れを仮定(付1)して求める簡単な特性曲線法(摩擦, 熱伝達など無視)によるものと比較して、貴論文の FLIC 法がどういう点で有利なのかお伺いしたい。

〔回答〕 (1) 本計算で周期解に到達するまでに要する時間は、断面積比 (A_2/A_1) の値および段部位

置 (L_1/L) によって異なり、 A_2/A_1 の値が小さいほど、また段部位置が管内波動のモード変化をもたらす位置に近いほど時間を要する。なお、周期解の判別は管内圧力履歴の波形および振幅値による。

(2) 段付き HS チューブ内流れを、準一次元仮定のもとで特性曲線法により解析する場合、段部で亜音速連続条件を仮定すると、 A_2/A_1 が小さくなると流出周期での段部流れについて連続条件を満たさない場合がある。そこで、断面縮小部での流れがたかだか音速 ($M=1$) の条件を付加して計算し、その結果を同じ条件での FLIC 法による結果とともに付図1に示す。図より明らかなように、特性曲線法による計算結果ではチューブ内波動のモード変化が生じておらず、実測結果と異なる。したがって、段付き HS チューブ内の周期的波動現象を解析する場合には、段部での流れの二次元性を考慮する必要がある。



付図1 圧力履歴 ($A_2/A_1=0.5, L_1/L=0.33$)

(付1) Rudinger, G., *Nonsteady Duct Flow*, (1969), Dover.