

段付きHSチューブ内波動現象および熱効果*

(第1報, 一段チューブの基本的特性および解析方法の検討)

川橋正昭**, 鈴木 允**
Masaaki KAWAHASHI, Makato SUZUKI

Key Words: Fluid Vibration, Compressible Flow, HS Tube, Resonance Tube, FLIC Method

1. ま え が き

一端を閉じた管内の気柱が噴流によって励振され、音波放射および閉端付近での発熱作用(熱効果)を生じる装置は、HS(Hartmann-Sprenger)チューブまたはレゾナンスチューブと呼ばれ、数多くの研究報告がある。その中で、HSチューブをロケットエンジンの点火装置として応用する研究では、励振方法やチューブ形状による閉端部での温度上昇特性すなわち点火特性の変化などが調べられている^{(1)~(3)}。チューブ形状については、断面積が閉端に向かってテーパ状に縮小するものおよびステップ状に縮小するもの(段付き)などについて調べられ、後者の方がよりすぐれた温度上昇特性を示すとの報告がある⁽⁴⁾。しかし、その理由については明らかにされていない。

段付きチューブを用いた場合の熱効果特性を明らかにするためには、チューブ内の波動現象を調べる必要があるが、段の数、段部の位置、断面積変化率などによって複雑に変化することが考えられる。したがって本研究では段付きHSチューブ内波動現象の解析の手始めに、1箇所の断面積縮小部(段)を有するHSチューブが示す基本的特性を調べるとともに、チューブ内波動を二次元モデルによりFLIC法を用いて解析する。得られた結果より、段部位置・形状による振動モードの変化、段付きチューブによる熱効果の増加、さらにチューブ内の詳細な波動現象などが明らかにされた。

記 号

a : 音速

* 昭和55年9月2日 北陸信越支部北陸地方講演会および昭和55年11月21日 関西支部第241回講演会において講演、原稿受付 昭和56年9月16日。

** 正員、埼玉大学工学部(☎338 浦和市下大久保255)。

A : チューブ断面積
 D, D_N : チューブ内径, ノズル出口径
 e : 比内部エネルギー
 f : 周波数
 l : ノズル出口とチューブ開口端間の距離
 L : チューブ長さ
 p, P : 圧力, 無次元化圧力 ($=p/p_{IN}$)
 q : 人工粘性
 s, S : 比エントロピ, 無次元化比エントロピ
 ($=s/R$, R : 気体定数)
 t : 時間
 T : 温度
 u : x 軸方向流速成分
 v : y 軸方向流速成分
 x, X : チューブ軸方向座標, 無次元化座標 ($=x/L$)
 y : x 軸に垂直な方向の座標
 β : 無次元化温度 ($=1+[T-T_{IN}]/\Delta T_{ad}$,
 ΔT_{ad} : 断熱温度落差)
 γ : 比熱比
 ρ : 密度
 τ : 無次元化時間 ($=a_{IN}t/L$)

添 字

1: チューブ開口端より段部までの部分について
 2: 段部よりチューブ閉端までの部分について
 IN: ノズル入口状態
 ∞ : ノズル出口(大気)状態
 W: チューブ壁について

2. 段付きHSチューブの示す特性

ステップ状断面積変化部を有するHSチューブ内の気柱が先細ノズルからの不足膨張噴流で励振される場合の、振動周波数、チューブ内圧力履歴および熱効果について調べる。

実験装置の概略図が図1に、実験に用いたチューブの形状が表1に示されている。チューブ材質はステンレススチールであり、壁厚さは0.5 mmである。チューブ内気柱の基本振動周波数は、コンデンサマイクロホンで受音されるチューブ開口端放射音の周波数分析から得られ、チューブ内波動状態は、チューブ壁に設けられた測定孔での圧力変動履歴を半導体圧力変換器により検出して調べる。熱効果は、チューブ外壁に放電溶接された線径0.15 mmのアルメル・クロメル熱電対により検出される壁温度の、チューブ長さ方向の分布により調べる。なお、チューブ壁温度が閉端に向かうにしたがって著しく上昇するため、チューブ内圧力履歴測定孔は $X=0.4$ の位置のみに設けられている。

はじめに、ノズル圧力比 (p_{IN}/p_{∞}) を一定にして、段部位置を変えた場合の、断面積比 (A_2/A_1) による振動周波数の変化を図2に示す。図2に示されている結果では、段付きチューブ内気柱の振動周波数は、いずれも段がない場合に比べて高く、段部位置が $X=0.5$ および 0.75 の場合には断面積比の減少とともに高くなる。また、段部位置 $X=0.25$ で A_2/A_1 がおよそ 0.44 以下の場合に、明らかな振動モードの変化があることを示している。なおこの場合の振動周波数は、

表1 チューブ形状

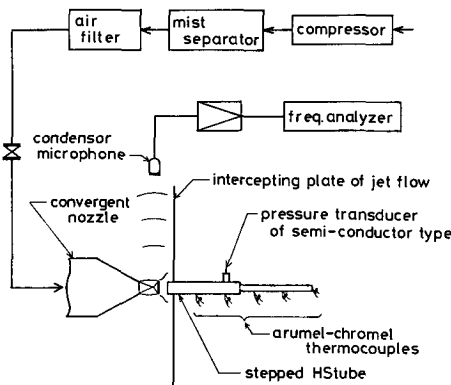
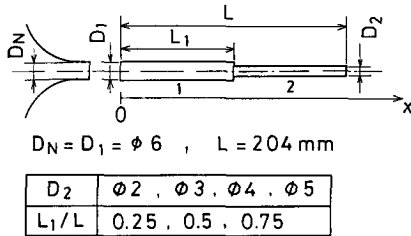


図1 実験装置概略図

L_1 を $1/4$ 波長とする音響的周波数に近い。図2に示した形状の範囲ではいずれも安定した周期的振動状態が維持されるが、 $L_1/L=0.25, A_2/A_1=0.25$ の場合にわずかな非周期性を示す。そこでチューブ内の振動状態を圧力履歴波形により図3に示す。図3(a)は $L_1/L=0.5$ 一定の場合で、断面積比の減少とともに変化する波形を示しており、図3(b)は $L_1/L=0.25$ で振動モードの異なる場合の波形である。これらの波形は、断面積比による段部での干渉の様子の変化をよく示している。

つぎに、チューブ内気柱振動周波数のノズル圧力比による変化を図4に示す。図4(a)は $L_1/L=0.5$ の場合であり、いずれの断面積比についても、直管の場合と同様にノズル圧力比の増加とともに周波数は低くなる。一方図4(b)は $A_2/A_1=0.25$ としたときのノズル圧力比による周波数の変化を示しているが、明らかなモード変化のある $L_1/L=0.25$ では他と逆の傾向を示す。これらの結果はいずれも最も高い閉端壁温度が得られる l に対する値であり、その位置はノズル圧力比とチューブ形状により異なる。本実験条件の範囲では、 $l/D_N \approx 1.0 \sim 2.0$ の値をとる。つぎにチューブ形状による熱効果の変化を最終到達壁温度分布により調べ、図5に示す。壁温度測定時は、噴流しゃ断板によりチューブの外周をできるだけ自然対流に近い状態に保っている。図5(a)は、ノズル圧力比および断面積比を一定としたときの、段部位置による温度分布の変化を示している。段付きチューブではいずれの場合も直管で得られる壁温度より高く、とくに $L_1/L=0.5$ では閉端で約 150 K 上昇している。またこれらの結果は、いずれの場合も段部付近で温度が急上昇し、閉端部付近で

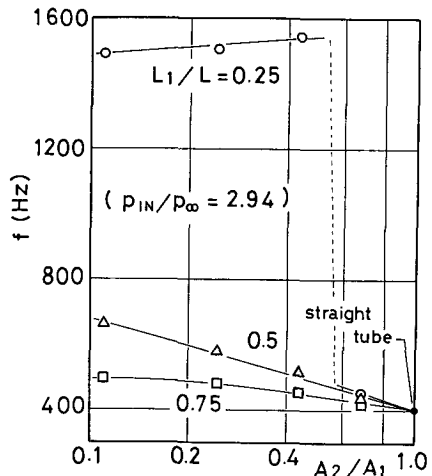


図2 段付き HS チューブ内気柱の振動周波数

再上昇する傾向を示す。 $L_1/L=0.25$ では前半の温度上昇が著しく、後半での上昇分はわずかである。この傾向はチューブ内振動モードの変化と対応している。図5(b)では $L_1/L=0.25$ として断面積変化率による壁温度分布の変化を示しており、振動モードと壁温度分布形状との対応がより明確である。

これらの段付きHSチューブが示す特性から以下のこと考察される。段部位置がチューブ中央部より閉端側にある場合の、断面積比減少による周波数の増

加は、断面縮小部(部分2)での波の伝ば速度の増加、すなわち壁温度分布から予測される気体温度上昇が一因であると考えられる。この断面縮小部での温度上昇は、段部に入射する圧縮波(あるいは衝撃波)振幅に対して、通過波の振幅が増加することによると考えられる。 $L_1/L=0.25$ での振動状態の変化は、音響的現象との対応からある程度説明される。すなわち $L_1/L=0.25$ での段部位置は、一端を閉じた管内気柱の音響的二次の固有振動モードにおける音圧分布の腹の位置に近

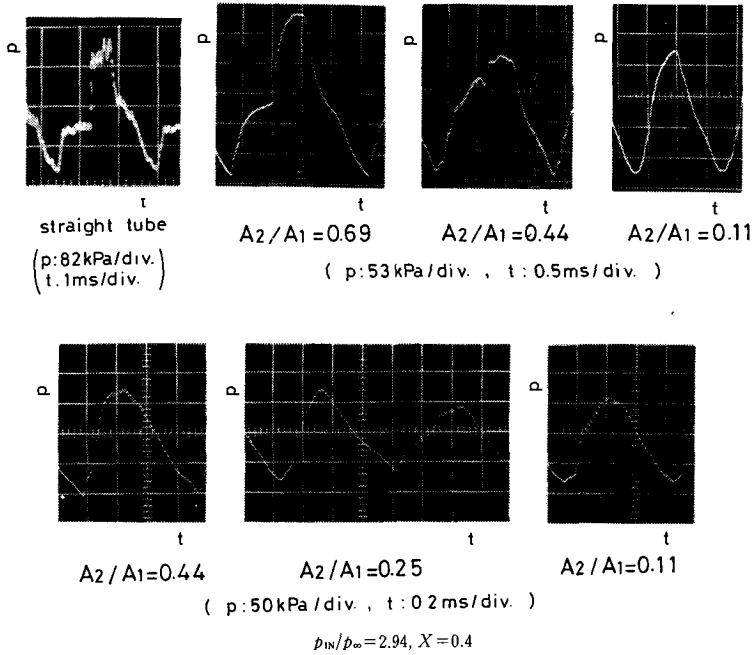


図3 圧力履歴実測値

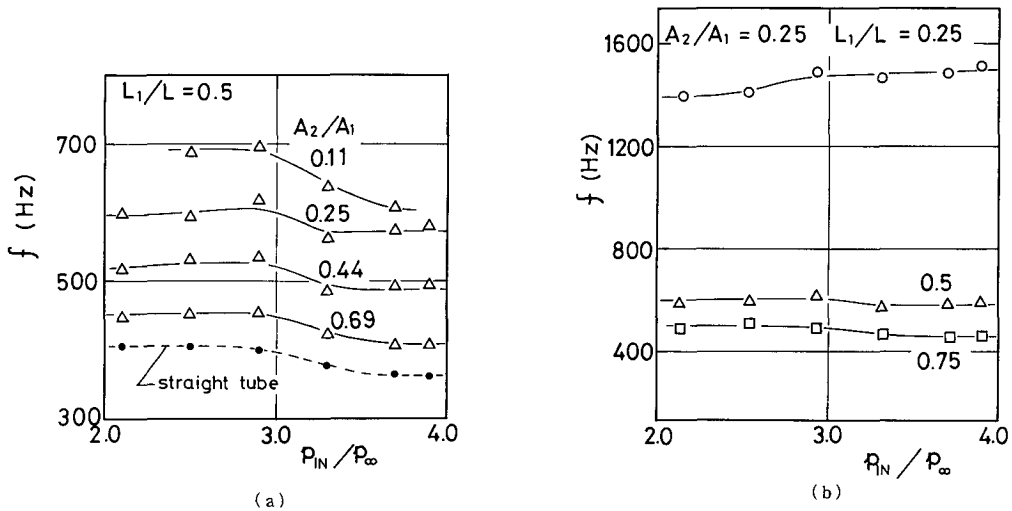


図4 ノズル圧力比による振動周波数の変化

い。したがって、段部に入射する波の反射波が開口端で再び反射してくる波と、通過波が閉端で反射してくる波とが、段部でほぼ同位相で干渉する。しかし、図2の実測値では、二次のモードに対応する音響的周波数よりも、 L_1 を1/4波長とする音響的周波数に近い。このような周波数での周期的現象が維持される波動状態は明らかではない。以上のような段付きHSチューブが示す特性の解析には、詳細にチューブ内波動現象を明らかにする必要がある。

3. 段付き HS チューブ内波動解析方法の検討

HS チューブ内の波動現象は従来特性曲線法により

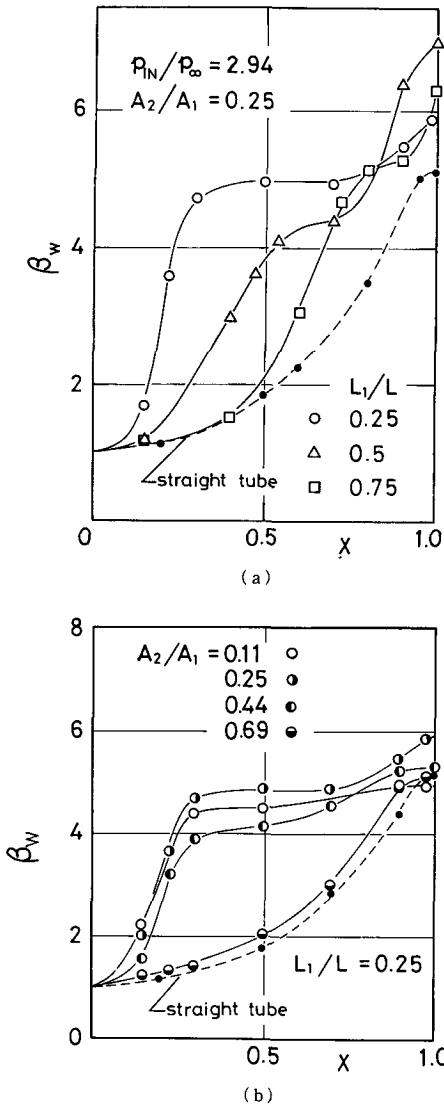


図5 チューブ壁温度分布

解析されてきており、計算機を利用する手法⁽⁵⁾を用いて、壁摩擦や熱移動を考慮して接触面を追跡しながら周期解を得るに至っている⁽⁶⁾。得られた結果はチューブ内波動現象を明らかにするとともに、圧力履歴波形においては実測値とよく一致している。段付きチューブについても準一次元仮定により特性曲線法での解析は可能だが、断面積比の減少とともに周期解を得ることが困難になる。そこでFLIC法⁽⁷⁾を用いて、二次元モデルにより段付きチューブ内波動の解析を試みる。

FLIC法は、流体の輸送過程での散逸効果を利用して特別な手順なしで衝撃波を伴う圧縮性流れを扱える数値解法であるが、接触面位置が不めいりようになる欠点をもつ。したがって、HSチューブ内流れのような、伝ば衝撃波と接触面との周期的な干渉を伴う場合に、この方法を適用することの妥当性は明らかでない。そこでまず直管状のHSチューブ内流れについてFLIC法により解析した結果を、接触面を考慮した特性曲線法⁽⁶⁾による結果と比較検討する。直管の場合、平面波伝ばを仮定すれば一次的に扱えるが、段付き管への拡張を考慮して、二次元モデルを用いると、流れの基礎式は、

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla(p+q) \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = -(p+q)\nabla \cdot \mathbf{v} \dots\dots\dots (3)$$

である。ここで、

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla), \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j}$$

$$\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$$

である。基礎式の差分化、人工粘性の定義および計算手順は、文献(7)によるものとする。

計算領域のセル分割を図6に示す。境界条件は特性曲線法による計算と同じとし、チューブ開口端で

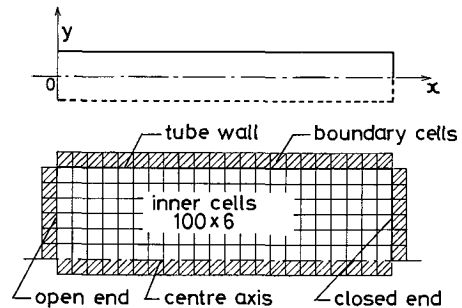


図6 HSチューブ二次元解析モデルおよびセル分割図

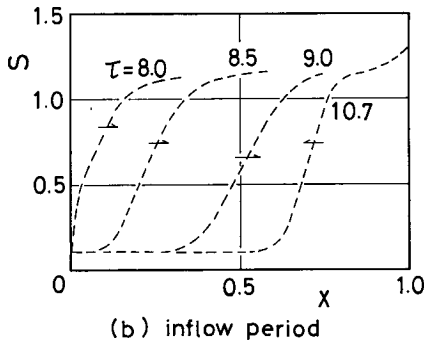
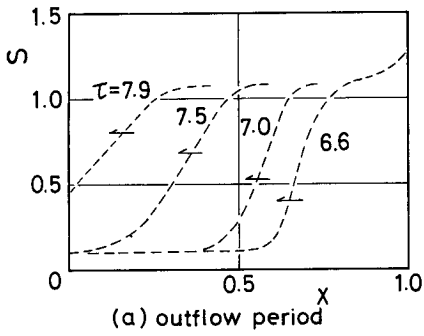


図7 チューブ内を移動する接触領域

流入時:

$$a^2 + \frac{\gamma-1}{2} u^2 = a_{IN}^2 \dots\dots\dots (4)$$

$$s = s_{IN} \dots\dots\dots (5)$$

流出時:

$$p + \rho u^2 = (\text{一定}) \dots\dots\dots (6)$$

とし、さらに $v=0$ とする。初期条件は、チューブ内が大気状態で静止、開口端境界セル内が噴流のよどみ状態であるとし、開口端より突然流入を開始するものとする。

計算結果を以下に示す。はじめにチューブ内接触面の移動を図7に示す。接触面は、初期条件で噴流のよどみ状態とチューブ内大気状態とのエントロピ不連続面として開口端に設定されるが、チューブ内に侵入するに従って有限な幅をもつ接触領域となる。図7(a)は開口端での流出期間、すなわちチューブ内膨張期間

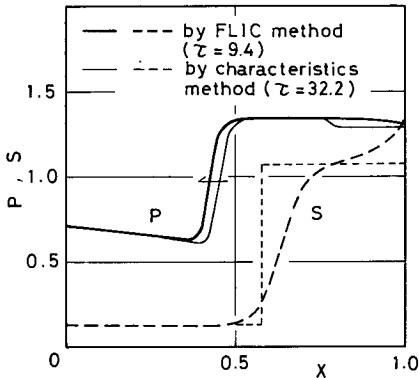
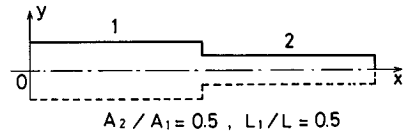


図8 閉端反射波と接触面との干渉

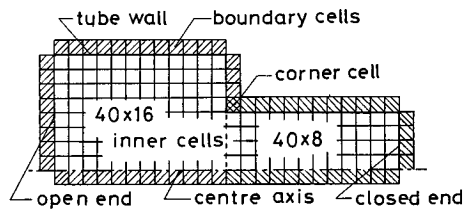


図10 段付きHSチューブ二次元解析モデルおよびセル分割図

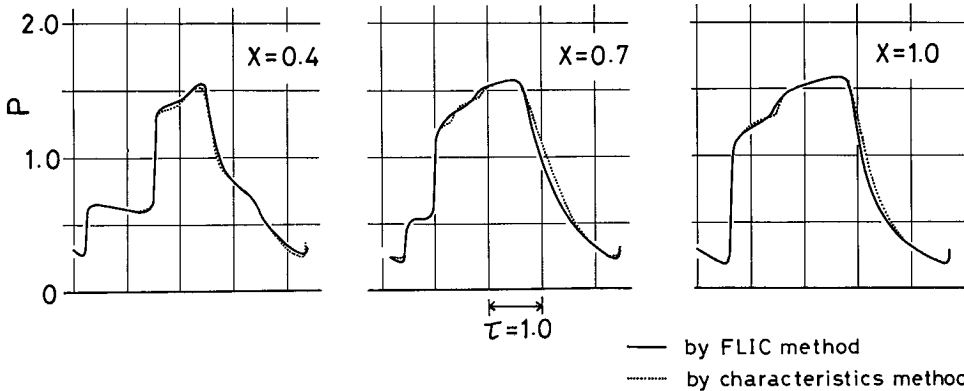


図9 圧力履歴計算値

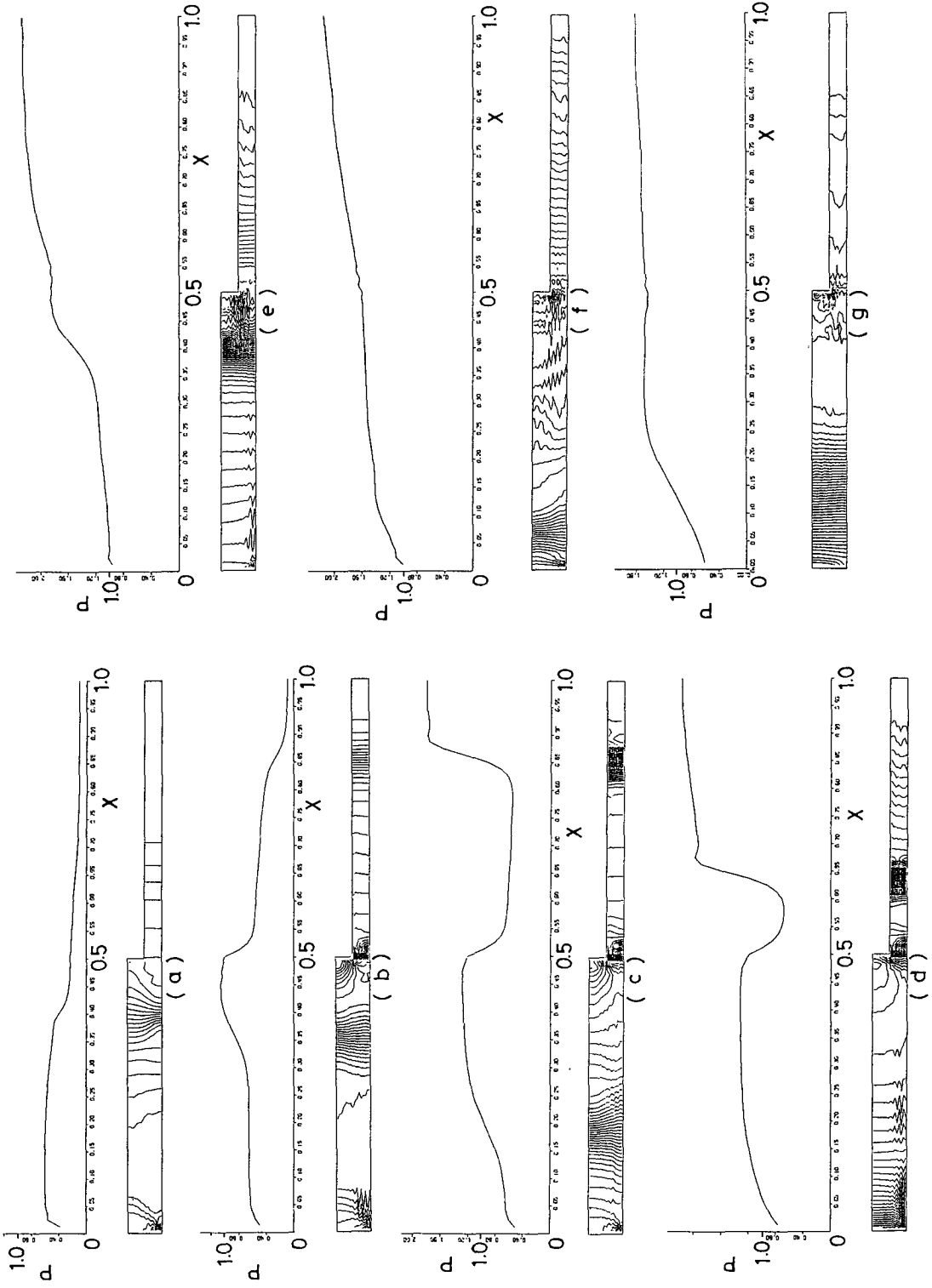


図 11 圧力分布および等圧線図

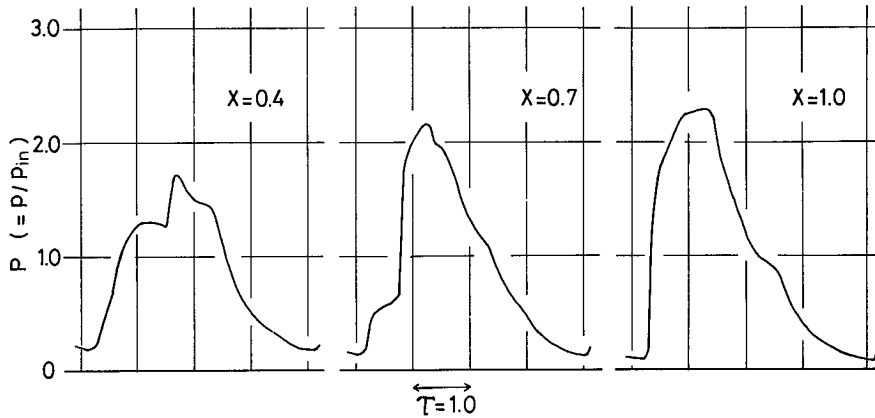


図 12 段付き HS チューブ内の圧力履歴

であり、領域幅の拡大が示されている。図 7 (b) は流入期間、チューブ内圧縮期間であり、領域幅は再び減少して最深侵入位置でほぼ一周期前の状態に回復する。なお閉端付近のエントロピー増は人工粘性によるものである。さらに計算を続けると接触領域幅は徐々に拡大するが、チューブ内圧力履歴および流速変動については、数周期の計算でほぼ周期解となる。つぎに接触領域と閉端反射衝撃波との干渉の様子を、特性曲線法による結果と比較して図 8 に示す。特性曲線法による結果は波との干渉の様子が明らかであるが、FLIC 法では不めいりょうである。しかし、図 9 に示す圧力履歴においては、FLIC 法による結果は、実測値とよく一致する特性曲線法による結果と比較して、波形・周期ともに大きな差はみられない。これらの結果から、HS チューブ内波動の解析に FLIC 法を用いることができるかと判断し、つづいて段付きチューブについて解析する。

図 10 に段付き HS チューブの二次元モデルおよびセル分割図を示す。計算は $L_1/L=0.5$ 、 $A_2/A_1=0.5$ の場合を例にとり行う。開口端の境界条件は、流入・流出が準一次元的であると仮定し、流入時は開口端断面で状態量が一樣として式 (4)、(5) を、流出時は断面各位置について式 (6) を適用する。以上の条件のもとで得られた計算結果を以下に示す。入射衝撃波の段部での干渉、閉端反射衝撃波の段部での干渉および開口端での反射までの経過を、無次元時間間隔 $\Delta\tau=0.3$ でチューブ中心軸上圧力分布およびチューブ内等圧線図により図 11 に示す。また図 9 と同じ位置での圧力履歴を図 12 に示す。これらの計算結果より以下のことがわかる。チューブの内波動の基本周波数は 427 Hz であり、直管の場合の計算値 403 Hz とともに図 2 の実測値とよく一致している。図 12 の $X=0.4$ における波形

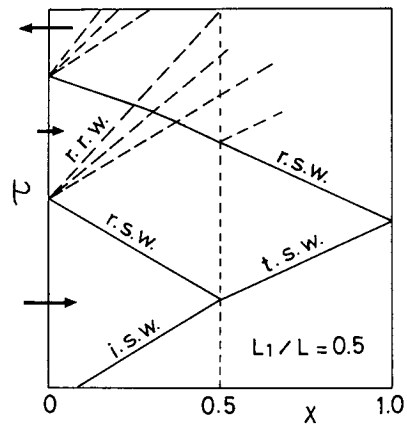


図 13 単純化波動線図

は、図 3 に示した $A_2/A_1=0.44$ の結果と定性的に対応している。チューブ閉端での圧力変動振幅は直管の場合に比べて約 1.4 倍であり、段付きチューブにおける熱効果助長作用を示唆している。また段付きチューブ内波動の基本周波数の増加の要因は、断面縮小部分での波の伝ば速度増加よりも、閉端反射衝撃波が段部通過後、段部反射衝撃波の開口端反射膨脹波と干渉して、加速されるとともに減衰し、開口端でのすやみかな流出期間への移行をもたらすことの方が支配的であることが明らかになった。この現象について、単純化した波動線図を用いたモデル化により図 13 に示す。

4. あとがき

ステップ状の断面積変化部を有する HS チューブ内の波動現象の基本的な特性を調べるとともに、波動解析の方法について検討した結果、以下の点について明らかになった。

(1) 段部位置および断面積比の値によっては、チューブ内気柱の振動モードが変化する場合がある。そのような現象は、段部での反射波と閉端反射波の段部通過波が同位相で干渉する場合に生じ、一端を閉じた管内気柱の音響的二次の固有振動モードに類似している。

(2) チューブ壁の最終到達温度分布から、段付き HS チューブ内の波動と熱効果の関連、および熱効果助長作用について明らかにした。

(3) 二次元モデルによる段付き HS チューブ内波動の FLIC 法による解析例により、直管の場合に比べて、閉端部付近の変動圧力振幅が増加すること、および基本周波数が上昇することの要因などを明らかにし、本解析での FLIC 法の有用性を示した。

なお、本計算では東京大学大形計算機センターおよび埼玉大学データステーションを利用し、等圧線図の

作図には東京大学センタライブラリ J 6/TC/CONT を一部変更して用いた。

最後に、本研究に協力された当時本学学生の中村信吾氏、高橋一郎氏、現在本学学生の倉田良三君に謝意を表する。

文 献

- (1) Phillips, B.R. and Pavli, A.J., *NASA Tech. Note*, D-6354 (1971).
- (2) Marchese, V.P., *Singer-Kearfott Division*, KD71-69, (1971).
- (3) Rakawsky, E.L., ほか 2 名, *Fluidics O.*, 4(1974), 13.
- (4) Marchese, V.P., ほか 2 名, *J. Spacecraft*, 10-11(1973), 731.
- (5) Raston, A. and Wilf, H.S., *Mathematical Methos for Digital Computer*, Vol.1 (1960), 165, John Wiley & Sons.
- (6) 川橋・ほか 3 名, *機論*, 40-332 (昭 49), 965.
- (7) Gentry, R.A., ほか 2 名, *J. Compt. Phys.*, 1 (1966), 87.

討 論

〔質問〕 岩本 順二郎 (東京電機大学)

(1) 貴論文では特に FLIC 法の有用性を強調しておられるが、特性曲線法と比較してどのような点で有利なのかご見解を伺いたい。

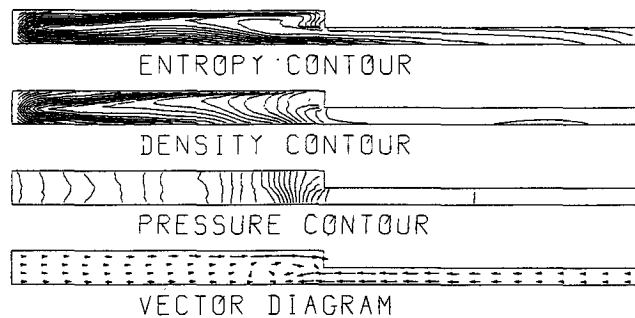
特性曲線法によれば、種々のパラメータ (摩擦, 熱伝達, 断面積変化など) を考慮して計算することが可能である。特性曲線法では一次元という制約があるが、FLIC 法による結果 (図 11) から逆に、この流れを一次元と仮定することが不可能なのかどうか、適当な X における中心軸に直角方向の圧力, または速度分布をお示し頂きたい。

(2) 人工粘性の大きさ, その適用条件によって結果が若干異なってくると思う。また, これらはセルの大きさにも直接関連してくると思うが, 図 11 を得るにあたって, 具体的に人工粘性項の形とその係数の値, 適用範囲はどうであったかお示し頂きたい。

〔回答〕 (1) ご指摘のように, 特性曲線法は管内波動現象解析に有用な方法であるが, 本報告で示したように管途中に大きな断面積不連続変化がある管内の周期的波動現象を解析する場合, 不連続変化部に一次元的接続条件を適用すると解をもたない場合が存在する。通常このような場合, 不連続

変化部を有限幅をもつ連続的断面変化におきかえて計算を行うが, FLIC 法を用いれば, このような断面積不連続変化部を特別な手順なしで扱うことができ, その変化部付近の二次元的状態を解析することができる。

つぎに FLIC 法による二次元解析結果の等エントロピ, 等密度, 等圧線図および速度ベクトル線図の例を, 付図 1 に示す。これらの図は, 流入前半で入射衝撃波がほぼ断面積変化部に到達する直前の状態である。等圧線図においては, 中心軸に垂直な方向には大きな変化はないが, エントロピ, 密度においては, 中心軸に垂直な方向に一樣ではない。また速度ベクトル分布図では, 断面積変化部で複雑な二次元的流動状態を示し



$$(A_2/A_1 = 0.5, L_1/L = 0.5)$$

付図 1

ている。この現象は、段付き HS チューブ内熱効果を考える場合に、内部の混合による熱損失分を考慮する基礎になると考えられる。

(2) 人工粘性の定義は、

$$q_x = B \rho a \frac{\partial u}{\partial x}, \quad q_y = B \rho a \frac{\partial v}{\partial y}$$

であり、係数 B の大きさは 0.5 とした。なお B の大きさは、次報において断面積変化部に入射する垂直衝撃波の、反射衝撃波後流の解の振動状態により考察する。
