532.595:518.12

# 有限波列ぜん動流路内流れの数値解析\*

## (第1報,解析方法および計算例)

川橋正昭\*\*,網敷光剛\*\*\* Masaaki KAWAHASHI, Mitsutake AMISHIKI 那須大悟\*\*\*\*,鈴木 允\*\* Daigo NASU Makoto SUZUKI

Key Words: Fluid Transportation System, Numerical Analysis, Biological Engineering, Peristaltic Pumping, Roller Pump, Finite Wave Train, Moving Boundary, MAC Method

## 1. まえがき

流路壁のぜん動運動による輸送現象は,生体内の尿 道や腸などにおいてみられ,生理流体力学の問題とし て注目されてきている.またこの現象は,機械部との 直接接触をきらう物質の輸送に応用され,ローラポン プなどとして実用化されている.

ぜん動流路内流れは、ぜん動波の振幅、波長および その進行速度によって特徴づけられる.従来の研究 で、それらの値とポンプ特性、逆流現象およびトラッ ピング現象などとの関係を明らかにするため、さまざ まな方法により解析がなされてきている.すなわち振 幅が平均流路幅あるいは径に比べて十分小さい場合の 摂動法または漸近級数展開による解析<sup>(1)~(4)</sup>、流路幅 と波長の比およびレイノルズ数が十分小さい場合のス トークス流れ近似による解析<sup>(6)</sup>、慣性力が支配的な 領域でのポテンシャル流れ仮定による解析<sup>(7)</sup>、直交曲 線座標系での差分法による解析<sup>(6)</sup>、非正弦波状ぜん動 波形の場合の漸近級数展開による解析<sup>(9)</sup>などがある.

これらの解析の多くは,無限波列ゼん動流路の仮定 のもとで,ぜん動波の進行速度とともに移動する座標 系(波系)で解析されており,適用レイノルズ数範囲 も比較的狭いものが多い.一方,流路両端の影響を受 ける有限波列ゼん動流路内流れに関する解析はほとん どなされていない.

本研究では、実際の生体内ぜん動流路や, ローラポ ンプなどでみられる有限波列のぜん動流路内流れにつ いて, 広いレイノルズ数範囲,任意のぜん動波形,さ

\*\*\*\* 学生員,埼玉大学大学院.

らに非周期的ぜん動運動などの場合の流動状態やポン プ特性を解析することを目的とする.この場合,ぜん 動流路内流れは固定座標系において解析する必要があ り,流れは非定常として扱われるとともに,ぜん動壁 は移動境界となる.また適用レイノルズ数範囲を広く するためには,基礎式となるナビエ・ストークスの式 におけるいずれの項も省略できない.したがって,解 析では,数値的な方法,すなわち MAC 法<sup>(10)</sup>の手順 の一部を単純化した方法<sup>(11)</sup>が用いられる.

本報告では,適用される数値解法の妥当性を明らか にするため,まず従来多くの研究で扱われてきた正弦 波状長波長ぜん動流路内流れについて解析し,レイノ ルズ数,平均圧力こう配および境界条件などによる流 動状態の変化を明らかにした.

### 記 号

- a:平均流路幅
- b: ぜん動波の振幅
- c: ぜん動波の進行速度
- D:連続式に対する不一致量
- *p*, *P*: 圧力および無次元圧力 = *p*/*ρc*<sup>2</sup>
- q,Q:流量および無次元流量 = q/ac
- R<sub>e</sub>:レイノルズ数 =ac/v
- t,T:時間および無次元時間 =ct/a
- *u*, *U*:流路軸方向流速成分および無次元流速成分
  =*u*/*c*
- v, V:流路幅方向流速成分および無次元流速成分
  =v/c
- x,X:流路軸方向座標および無次元座標 =x/a
- y,Y:流路幅方向座標および無次元座標 =y/a
  - $\alpha$ :波数 = $a/\lambda$
  - $\beta$ : 圧力修正係数
  - $\varepsilon$ :振幅比 = b/a
  - λ: ぜん動波の波長

<sup>\*</sup> 昭和 54 年3月 16 日 中国四国支部第 17 期総会講演会および 昭和 55 年 11 月 21 日 関西支部第 241 回講演会に おいて 講 演, 原稿受付 昭和 56 年3月 13 日.

<sup>\*\*</sup> 正員,埼玉大学工学部(電338 浦和市下大久保 255).

<sup>\*\*\*</sup> 准員, 日本電気ソフトウェア会社 (電105 東京都港区芝 8-37).

- μ:作動流体粘性係数
- v:作動流体動粘性係数
- ρ:作動流体密度
- $\tau$ : ぜん動波の無次元周期 = $ct/\lambda$
- ω:緩和係数
- 添 字
  - *i*,*j*:計算セルの x 方向および y 方向番号
  - n:計算時間ステップ
  - 1:修正反復回数

## 2. 数値解析の方法

非圧縮性非定常流に対する数値解析方法にはさまざ まな方法があるが、本研究では MAC 法を基礎とする 数値解法を用いる. MAC 法は、本来自由表面を有す る非圧縮性非定常流に対する数値解法の一つである. そのアルゴリズムは、オイラー的差分を基礎とし、計 算領域を分割したセル内に配されたマーカの追跡によ り自由表面を扱うものである.ここで用いる方法は、 MAC 法におけるセル分割、差分の方法はそのまま で、圧力の計算手順を単純化し、さらにマーカを除い たものである.

数値解析の対象とする流路は、図1に示すように、 二次元3波列片壁ゼん動流路である.この流路は平た ん壁側の境界条件の与え方により、片壁ゼん動流路あ るいは両壁ぜん動流路の半幅流路として扱われる.流 路の上流端および下流端の条件は、単純な場合として 圧力一定のリザーバに接続されているものとする.

流路内流れに対する基礎式は,連続式およびナビ エ・ストークスの式であり,無次元量により表せば,

$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0  \dots \qquad ($	1)
$\frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y}$	
$= -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{R_{\epsilon}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	2)



 $\frac{\partial V}{\partial T} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y}$   $= -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{R_{\epsilon}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \dots (3)$ となる., 境界条件は, (1) ぜん動壁で:  $Y = 1 + \epsilon \cos 2\pi \alpha (X - T)$  U = 0  $V = 2\pi \alpha \epsilon \sin 2\pi \alpha (X - T)$ (2) 平たん壁で: (i) U = V = 0 (片壁ぜん動流路に相当)  $\dots (5 \cdot a)$ 

- (3)上,下流端で:P=-定……(6)

である.

図1の流路を MAC 法の手順に従ってセル分割し, 基礎式を差分化する.分割されたセルは,図2に示す ようにx方向長さ $\delta X$ ,y方向長さ $\delta Y$ であり,セル の各辺上にUまたはVの値が定められ、セルの中心に 圧力Pの値が定められる.このような長方形セルによ って流路が分割される場合,ぜん動壁はステップ状に 近似される.この場合,セル寸法が小さいほどよい近 似を示すが,逆にセル数の増加は計算機の記憶容量の 増加と計算時間の増大をもたらす.本計算ではそれら の条件を考慮した上で,図3に示すように3波列のぜ ん動波を含む長方形領域を,x方向に 61 分割,y方 向に 21 分割し,その外側に1列ずつ境界セルを設け る.これらのセルは,各計算時刻ごとに,流体領域セ





474

ル、ぜん動壁セル、非流体領域セルに分類され、ぜん動波の進行とともに、非流体領域セルはぜん動壁セルへ、 ぜん動壁セルは流体領域セルまたは非流体領域セルへと変化する.

基礎式は,図2に示すセル上で定義される流速成分,圧力により以下のように差分式化される.式(2)および(3)の差分化では,対流項をそれぞれ連続式を用いて変形して,

とすれば,連続式およびナビエ,ストークスの式の差分化式は,

で表せる、ここで、対流項にあらわれる速度成分の二乗項および積の項は、つぎに示す例のように計算する、

$$(U_{i,j})^2 = \frac{1}{4} (U_{i+(1/2),j} + U_{i-(1/2),j})^2$$
  
$$(UV)_{i+(1/2),j+(1/2)} = \frac{1}{4} (U_{i+(1/2),j+1} + U_{i+(1/2),j}) (V_{i+1,j+(1/2)} + V_{i,j+(1/2)})$$

境界セルおよびぜん動壁セルに接する非流体領域セ ルの値は、図4に示すように式(4)~(6)の境界条 件を満たすように計算される.





計算は、以下に述べる手順により進められる. 第一 手順では、あらかじめ設定された初期値(時刻n)を 用い、式(9)および式(10)により時刻n+1にお ける各セルの速度成分を計算する. ただし、この手順 で得られた速度成分の値は、必ずしも連続式を満たし ているとは限らない. すなわち、一般に

$$D_{ij} \equiv \frac{1}{\delta X} (U_{i+(1/2), j^{n+1}} - U_{i-(1/2), j^{n+1}}) \\ + \frac{1}{\delta Y} (V_{i, j+(1/2)^{n+1}} - V_{i, j-(1/2)^{n+1}}) \neq 0$$

である.

第二手順では、第一手順で得られた速度場が連続式 を満足するように修正され、時刻 n+1 における圧力 場および速度場が決定される.修正手順は、まず圧力 に関して、

$$\begin{split} \delta P_{ij}{}^{l} &= -\beta D_{ij}{}^{l} \\ & \left( \text{ここで, } \beta = \frac{\omega}{2\delta T [1/(\delta X)^{2} + 1/(\delta Y)^{2}]} \right) \\ \text{なる修正値をもとめ, 圧力および速度成分を} \end{split}$$

 $[P_{ij}^{n}]^{i+1} = [P_{ij}^{n}]^{i} + \delta P_{ij}^{i}$   $[U_{i_{\pm}(1/2), j}^{n+1}]^{i+1} = [U_{i_{\pm}(1/2), j}^{n+1}]^{i} \pm \frac{\delta T}{\delta X} \delta P_{ij}^{i}$   $[V_{i, j_{\pm}(1/2)}^{n+1}]^{i+1} = [V_{i, j_{\pm}(1/2)}^{n+1}]^{i} \pm \frac{\delta T}{\delta Y} \delta P_{ij}^{i}$ 

なる反復式により修正し, D<sub>i</sub> の値があらかじめ設定 された微小値以下になるまで繰返す. 流体領域の全セ ルについて上記の条件を満たしたときの圧力および速 度成分を,時刻 n+1 における値とする. 得られた速 度場により,境界条件を満たすように境界セルの値が 設定される. その後,ぜん動波を進め,ぜん動璧セル およびそれに接する非流体領域セルに改めて境界条件 を満たすように値を設定する.

計算時間きざみ  $\delta T$  は、ぜん動波の進行によるぜん 動壁移動量と、x 方向セル寸法とが一致するようにと れば、

 $\delta T = \delta X$ 

となる.しかし,この場合レイノルズ数の値によって は、MAC 法でのノイマンの安定条件<sup>(10)</sup>を満たさな い場合がある.また,安定条件を満足している場合で も、ぜん動壁を移動境界として扱うことによる境界条 件の変化により,安定な解が得られるとは限らない. 本計算では、セル数をふやすことなく安定な解が得ら れるように、ぜん動壁移動に対する時間きざみ値と, ぜん動壁セル上での速度境界条件設定に対する時間き ざみ値を分けてさだめ,

ぜん動壁移動時間きざみ: $\delta T = \delta X$ 

ぜん動壁境界速度時間きざみ: $\delta T' = \frac{\delta T}{N}$ 

(ただし, N≫1)



図 5 数値解析流れ図

とし、 $\delta T'$ は常に解の安定条件を十分満足するように 設定する.この結果、安定な解が得られる.

以上のような本計算におけるアルゴリズムを流れ図 に示すと、図5のようになる.

初期値の設定は、つぎのような手順による.はじめ に、全流体領域セルの速度を零とし、ぜん動璧セルに 速度境界値を、上、下流端境界セルに圧力境界条件を 設定する.この状態から前述の計算第二手順を用いて 反復修正し、収れん値を初期値とする.

#### 計算例および考察

ぜん動流路内流れの特徴的なパラメータは,波数 $\alpha$ , 振幅比 $\varepsilon$ ,あるいは振幅と波長の比 $b/\lambda$ ,それにレイ ノルズ数 $R_{\epsilon}$ である.ただし、レイノルズ数に関して は、従来の研究でいくつかの異なった定義のもとで、 用いられている.たとえば、

$$R_{\epsilon}' = \frac{ac}{\nu} \frac{a}{\lambda} = \frac{ac}{\nu} \alpha^{(5)}$$
$$R_{\epsilon}'' = \frac{2bc}{\nu}^{(8)}$$

などがあり、本報告では図中に R.'の値を付記する. 数値解析を行う流路における、波数、振幅比および

振幅と波長の比は、後の実験による検証を考慮して、 α=0.053、 ε=0.429、 b/λ=0.023

とする.計算は,レイノルズ数および上,下リザーバ 間平均圧力差 *ΔP*をパラメータとして行う.なお,計 算第二手順における緩和係数および速度境界条件時間 きざみは,試行錯誤の結果,

 $\omega = 1.7, \quad \delta T' = \delta T / 500$ 

とする.

はじめに、 $R_e=100$  および 1000 での流路全長にわ たっての、ある瞬間のフローバターンおよび平たん壁 近くの圧力分布を図 6 に示す. なお平たん壁境界条件 は非すべりであり、 $\Delta P=0$  で最大流量状態に 相当す る.図 6 以降 y 方向スケールは x 方向に対して 2 倍で 示されている. これらの 結果は  $R_e=100$  では 3 波列 にわたってほとんど同じフローパターンを示 してい る.  $R_e=1000$  では、上流側と下流側で、中央部との 相違を示している.しかし、その相違はわずかである ため、以下は中央部 1 波長分についての計算結果を示 す.

図7に、 $\Delta P=0$ 、平たん壁境界非すべりの場合の、 レイノルズ数によるフローパターンの変化および等圧 線図を示す.  $R_s=100$  では二次元ポアズユ流れに近い 速度分布を示し、逆方向流れ部での最大速度も流路中 央に現れる.  $R_s=600$  になると、フローパターンは大 きく変化し、慣性項の影響が現れていることを示して いる.また逆方向流れ部での最大速度の位置がぜん動 壁側に近づく.その結果,逆流部の順方向流れ部への 影響がぜん動壁寄りに現れる. $R_e=1000$ では, $R_e=$ 600 と同様な結果を示している. $R_e=2000$ になると 順方向および逆方向流れの混合領域で乱れを生じはじ め,順方向流れ部での速度分布に影響を与えている. しかし,解は安定である.等圧線図はレイノルズ数に よる変化があまりみられないが,レイノルズ数の増加 とともに圧力分布が左右対称に近づき,等圧線がわず かに傾いてくる傾向にある.

つぎに、平たん壁境界条件をすべりとし、 $\Delta P=0$ で $R_{o}=100$ および1000についての結果を図8に示 す. レイノルズ数に対するフローパターンの変化は、 図7の結果と同様な傾向を示しているが、等圧線図に 関してはほとんど変化がみられない.また $R_{o}=100$ の



場合でも慣性項の影響が現れていると思われる.これ らの結果は,従来の研究で得られている直交曲線座標 系での差分法による計算結果<sup>(8)</sup>および実測結果とよく



培界すべり)

(b) 流路長さ方向圧力分布(平たん壁境界非すべり)

 $(\alpha = 0.053, \epsilon = 0.429)$ 

-1.0

-2.0

Re = 100 (Re= 5.3)

----- Re = 1000

∆P = 0

一致している.

実際のぜん動流路における上流端と下流端との圧 力差は常に零であるとは限らない.そこで、 $dP \neq 0$ の場合の典型的な例として、時間平均流量 $Q \approx 0$ で、ポンプ作用による下流側リザーバ圧力上昇最大  $(dP_{max})$ に近い値が得られている場合、さらに特 殊な条件として、何らかの原因で上・下リザーバ間 圧力差が $dP > dP_{max}$ になり、時間平均流量が負 になる場合のフローパターン計算例を図9に示す. なお平たん壁境界条件は非すべりである.図9の結 果は逆流の影響が順方向流れ部のぜん動壁寄りに強 く現れ、平たん壁付近では十分な順方向流速を保っ ていることを示している.このことは、時間平均流 量が零または逆流している場合にも、流路内の流体 の一部が順方向に輸送される可能性を示している.

### 4. あとがき

有限波列ゼん動流路内流れの解析を目的として,固 定座標系でぜん動壁を移動境界として扱う数値解析方 法を示すとともに,その方法により比較的振幅比の大 きい場合の長波長ぜん動流路内流れの解析を行い以下 のような結果を得た.

(1) 流路長さ方向に平均圧力こう配がない場合の フローバターンのレイノルズ数による変化は、従来の 研究で得られている結果とよく一致し、本解析方法の 妥当性を示している。

(2) 本解析方法によれば,振幅比の比較的大きい 場合にも高いレイノルズ数範囲まで安定な解を得るこ とができる.また実際の有限波列ぜん動流路における 上,下流端の条件に応じて,容易に境界条件を設定し て流動状態を解析することができる.

(3)時間平均流量が零または逆流時の計算例より、特殊な条件下での興味あるぜん動流路内流動状態



を明らかにした.

なお、本報告での計算は東京大学大型計算機センタ ーの計算機により行った.

#### 文 献

- Fung, Y.C. and Yih, C.S., Trans. ASME, Ser. E, 35-4 (1968), 669.
- (2) Yih, C.S. and Fung, Y.C., Trans. ASME, Ser.
  E, 36-3 (1969), 579.
- (3) Zien, T.F. and Ostrach, S., J. Biomechanics, 3-1 (1970), 63.
- (4) Jaffrin, M.Y., Int. J. Eng. Sci., 11-6 (1973), 681.
- (5) Shapiro, A.H., ほか2名, J. Fluid Mech., 37-4 (1969), 799.
- (6) Tong, P. and Vawter, D., Trans. ASME, Ser. E, 39-4 (1972), 857.
- (7) 鮎川・ほか2名,機論,46-410, B(昭 55),1916.
- (8) Brown, T.D. and Hung, T-K., J. Fluid Mech., 83-2 (1977), 249.
- (9) Lew, H.S., ほか2名, J. Biomechanics, 4-2 (1971), 297.
- (10) Welch, J.E., ほか3名, Los Alamos Scientific Laboratory Report, LA-3425 (1965).
- (11) Hirt, C.W. and Cook, J.L., J. Comput. Physics, 10-2 (1972), 324.

討

〔質問〕 棚橋隆 彦 (慶応義塾大学理工学部)

(1) 波列の有限性は管路両端の境界において特に 大切と思われる.境界端近くの流速分布は時間と共に どのように変化しているのか.

(2) 波列の有限性はリフラックスやトラッピング にどのような効果を与えるか.

[回答] (1) 有限波列ゼん動流路内流れも,

(a) 周期的ぜん動波

- (b) 流路長さが波長の整数倍
- (c) 流路両端圧力差一定

# 論

の条件を満たせば無限波列理論が適用できるとされて いる<sup>(3)</sup>.本論文では,計算手法の妥当性を確認するた め上記3条件を満たす場合について計算を行ってい る.その結果付図1および2に示したX方向速度成分 Uの分布の時間による変化は,レイノルズ数が小さい 場合,流路上流端と中央部で同じ傾向を示している が,レイノルズ数1000の場合は,著しく異なってお り,慣性力が支配的な範囲での計算では,波列の有限 性の影響が大きいものと思われる.なお,流路下流端 では,中央部での速度分布と,レイノルズ数によらず



同様の傾向を示している.

(2) 本計算手法は、オイラー的方法であり、現段 階ではリフラックスを確認する手順が含まれていない が、従来得られている無限波列仮定による流速分布の 結果との比較から、少なくともレイノルズ数が小さい 範囲では波列の有限性のリフラックス現象に対する影 響はあまりないと思われるが、レイノルズ数の増加と ともに流速分布に対する波列の有限性の影響が現れる ため、リフラックス現象についても確認が必要と思わ れる.

また本計算では、トラッピングの起こり得る範囲の 振幅比については計算を行っていないので、トラッピ ング現象に対する波列の有限性の影響は確認されてい ない.

〔質問〕 鮎川恭三(愛媛大学工学部)

壁面が時間的に変化する流路内の流れについての有 効な解析手法を提案された点に敬意を表す.以下の点 についてお伺いしたいと思う.

(1)本計算の手法では、例えば、正弦波状のぜん 動流路では、一番狭くなる谷部での分割数は、振幅比 εが大きくなるとき、かなり小さくなると考えられる。ところが一般にこの部分での逆流流速は、とくに 流量Qが小さいときかなり速く、非すべり条件下では、レイノルズ数 R。が大きくなると、境界層の部分 がかなり薄くなると推定できる。この部分での流れが



順方向の流れとの混合領域で重要な役割を果たすと考 えられるので、この部分での分割数が小さいことによ る精度の低下はとくに $\varepsilon$ が大きいとき、全体の流れの パターンの解析にかなり影響すると思う.この点につ いてのご見解をお示し願いたい.

(2) 上記のことと関連して、計算例でy方向 21 分割で $R_e=2000$ で混合領域で乱れがでていることを 指摘しておられるが、さらに分割数を増しても同様な パターンが期待できるか.

[回答] (1) ご指摘のように、谷部での流速分 布は順方向流れおよび混合領域での流れに大きく影響 するため、本計算方法では振幅比 $\varepsilon$ の増加とともにセ ル分割数を増やす必要がある.しかし、移動境界を扱 う本計算方法では、セル数の増加とともに計算時間も 増加するため、振幅比 $\varepsilon$ に対して実用上の限界がある と考えられる.

(2)  $R_{e}=2000$  については、20 数周期の計算を行 い解の安定性および周期解の確認をしているが、圧力 分布、速度分布にわずかな乱れが重なっている.本論 文の段階では y 方向分割数を増やした計算はしていな いが、これらは混合領域での乱れとともにセル分割数 の影響と思われるので、今後の課題と考える. なお、  $R_{e}$  数については  $R_{e}=6000$  まで一応の周期解が得ら れ、 $R_{e}=10000$  では発散することが確認されている.