

悪条件下における適応等化のための複素係数を有する最小2乗型 適応フィルタ

正員 島村 徹也[†] 正員 鈴木 誠史[†]

Least Squares Adaptive Filter with Complex Coefficients for Ill-Conditioned Adaptive Equalization

Tetsuya SHIMAMURA[†] and Jouji SUZUKI[†], Members

あらまし 本論文では、チャンネルのひずみが大きい悪条件下においても、良好な等化を実現することが可能な最小2乗型適応等化器を提案している。本法は、トランスバーサル型等化器のタップ係数を複素係数化し、次数を半減することにより、等化器への入力信号からなる入力相関行列の条件数が低減できることに着目したものである。具体的には、トレーニングモードにおいて、等化器の入出力信号を負の周波数成分を含まない解析信号に変換し、更に比2のデシメーション操作を施した後、複素係数適応フィルタリングを実行する。従来の実係数フィルタリング法に比べ、推定されるタップ係数値の精度が大幅に向上し、また、単位時間当りに必要とされる演算量が低減される。理論解析および計算機シミュレーション実験を通して、提案法の有効性が立証される。

キーワード 適応等化器, 最小2乗アルゴリズム, 解析信号, 悪条件, 複素係数フィルタ

1. ま え が き

多くのデータ通信システムは、符号間干渉を最小に調整することが可能なタップ係数を有する、トランスバーサル型の適応等化器を用いている。通常、適応等化器は、データシンボルがレシーバに伝達される初期のトレーニングモードでタップ係数を調整する。多くのシステムでは、トレーニング間隔はできる限り短くすることが要求され、ひずんだチャンネルにおいてさえも高速に収束する適応アルゴリズムを導出することに多くの興味向けられている^{(1)~(4)}。この中では、Godardのアルゴリズム、すなわち逐次最小2乗(RLS)アルゴリズムが基本的であり、現在最も広く用いられているようである⁽⁵⁾。

現実問題として、チャンネルのひずみが大きい場合の、すなわち悪条件下での等化が要求されることはしばしばある⁽¹²⁾。これは、チャンネルのスペクトル特性がゼロに近い値を有する場合に起こり得る。このような悪条件下においてRLSアルゴリズムを適用すると、アルゴリズムの反復が繰り返されるごとに数値計算上の誤

差が蓄積したり、付加雑音に対する等化器のタップ係数値の感度が増大するなどの問題を引き起こしてしまう。この現象は、有限語長演算においては更に顕著に現れる。そこで、悪条件下においても高速にかつ高精度に収束する適応アルゴリズムの導出が望まれていた。

本論文では、上記の条件下においても良好な挙動を示す最小2乗型の適応アルゴリズムを提案する。従来の実係数を有する適応等化器に対して、本手法は、解析信号を用いてチャンネルの正の周波数特性のみを処理し、複素係数のタップ係数を有する。比2のデシメーションのサンプリング操作が許され、かつ、等化器のフィルタ長が半減されることから、従来の実係数フィルタの場合に對しいくつかの優位性を有する。推定されるタップ係数値の精度の向上、単位時間当りの演算量の低減などがそうである。理論解析および計算機シミュレーション実験を通して、これらの性質が明らかにされる。

本論文の構成は、まず2.において準備として適応等化問題について概説し、3.で提案する複素係数適応等化器について記述する。続く4., 5.では、その適応等化器の性質を明らかにし、6.の計算機シミュレーション実験によりそれを実証する。そして7.でまとめる。

[†] 埼玉大学工学部情報工学科, 浦和市
Faculty of Engineering, Saitama University, Urawa-shi, 338
Japan

2. 適応等化

今、初期トレーニング時にデータシンボル $d(n)$ があるチャンネルを通過し、等化器の入力となる $x(n)$ が得られると仮定しよう。但し簡単のために、 $d(n)$ は ± 1 の値をとり得る擬似ランダム信号であり、また、チャンネルは因果的な M 次の実係数の線形位相 FIR フィルタによってモデル化され、振幅のひずみのみが起り得ることを前提とする。チャンネルの出力には正規性の白色雑音 $v(n)$ が付加されるとすると、 $x(n)$ は

$$x(n) = \sum_{i=0}^{M-1} c_i d(n-i) + v(n) \quad (1)$$

と表される。ここで c_i は、チャンネルのインパルス応答を示している。

$x(n)$ を入力とする等化器は、因果的な次数 N のトランスバーサル型フィルタであるとすると、その出力信号は定常状態で

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i x(n-i) \quad (2)$$

と表される。ここで w_i は等化器のタップ値を示している。この等化器の目的は、トレーニングパスにおける遅延量 D を考慮し、 $d(n)$ から $y(n)$ までの全体的なシステムインパルス応答を、できる限り単位インパルスに近づけることである。

付加雑音がない場合、等化器のタップ係数ベクトル

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_{N-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

の定常状態における最小 2 乗解は、方程式

$$\mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{w} = \mathbf{C}^T \mathbf{\Pi} \quad (4)$$

の解として与えられる。ここで $\mathbf{\Pi}$ は所望のインパルス応答ベクトルであり（その成分は、 D の値によって決定される成分が 1 であるほかはすべて 0 値である）、 \mathbf{C} は

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_0 & & & & & & & 0 \\ c_1 & c_0 & & & & & & \\ c_2 & c_1 & c_0 & & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\ & & & \vdots & c_2 & & & \\ & & & & \vdots & & & \\ & & & & & \vdots & & \\ & & & & & & & \\ c_{M-1} & c_{M-1} & c_{M-1} & & & & & \\ & & & 0 & & & & c_0 \\ & & & & & & & c_1 \\ & & & & & & & c_2 \\ & & & & & & & \vdots \\ & & & & & & & c_{M-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

によって与えられるチャンネルの $(N+M-1) \times N$ 畳込み行列である⁽¹⁰⁾。 $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ は、等化器への入力 $x(n)$ の自己相関行列であり、対称 Toeplitz 形式である。 $\mathbf{C}^T \mathbf{\Pi}$ は、等化器への入力 $x(n)$ とトレーニングパスによって D だけ遅延された送信データ $d(n-D)$ の相互相関ベクトルである。従って、式(4)は

$$\mathbf{R} \mathbf{w} = \mathbf{p} \quad (6)$$

によって表される正規方程式と等価である。ここで、 \mathbf{R} は $x(n)$ の $N \times N$ の自己相関行列、 \mathbf{p} は $x(n)$ と $d(n-D)$ の $N \times 1$ の相互相関ベクトルを示している。

チャンネルの出力に白色雑音が混入する場合は、式(6)は多少変形される。雑音がない場合の $x(n)$ の自己相関関数を $R(\tau)$ とすると、雑音が混入した場合のそれ $R_v(\tau)$ は

$$R_v(\tau) = \begin{cases} R(0) + \sigma_v^2 & \tau=0 \\ R(\tau) & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

となる。ここで σ_v^2 は、付加白色雑音の分散を示している。従って、式(6)は

$$(\mathbf{R} + \sigma_v^2 \mathbf{I}) \mathbf{w}_v = \mathbf{p} \quad (8)$$

と変形され、その方程式を解くことにより、付加雑音が存在する場合の等化器のタップ係数ベクトル \mathbf{w}_v が求められることになる。

式(6)および式(8)を解くために RLS アルゴリズムがしばしば用いられ、本論文では、この算法に基づく適応等化問題を考察することにする。

3. 複素係数適応等化器

通常の等化器はタップ係数が実数であり、2.での議論はすべて実信号に基づいている。本論文では、従来の実信号処理に対し、複素信号処理に基づく適応等化器を提案する。

提案する等化器の模式図が図 1 に与えてある。本法

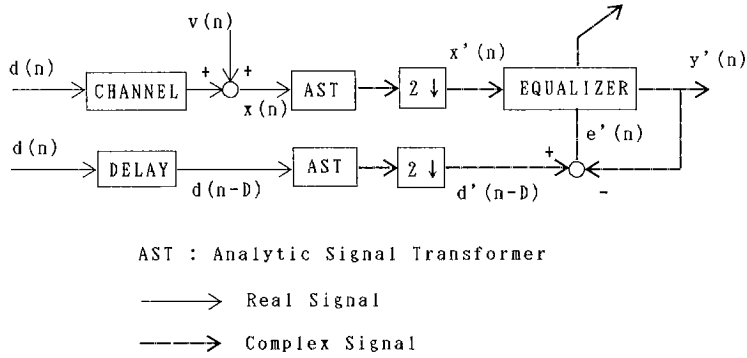


図 1 提案する複素係数適応等化器
Fig. 1 Proposed complex adaptive equalizer.

は、等化器への入力信号 $x(n)$ と所望信号 $d(n-D)$ をそれぞれ、正の周波数成分は保持しつつ負の周波数成分を除去した複素信号、すなわち解析信号に変換し、比2のデシメーション操作を施した後に、複素変数型へ拡張された RLS アルゴリズムにより適応等化を達成するものである。

まず、 $x(n)$ 、 $d(n-D)$ を解析信号変換器 (Analytic Signal Transformer: AST) へ通し、それぞれ解析信号

$$x_A'(n) = \{x(n) + jx_H(n)\} / 2 \quad (9a)$$

$$d_A'(n-D) = \{d(n-D) + jd_H(n-D)\} / 2 \quad (9b)$$

に変換する。ここで添字 H は、ヒルベルト変換値を意味しており、

$$x_H(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (10a)$$

$$d_H(n-D) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)d(n-D-k) \quad (10b)$$

で表される。 $h(k)$ は、ヒルベルト変換のインパルス応答であり、

$$h(k) = \begin{cases} (2/\pi k) \sin^2(\pi k/2) & k \neq 0 \\ 0 & k = 0 \end{cases} \quad (11)$$

である。

式(9a)、(9b)の信号を実際に生成する方法には、式(11)の近似式に基づく FIR および IIR フィルタリング法^{(5),(6)}、また、 $h(k)$ の Z 変換 $H(z)$ を含む複素係数伝達関数

$$A_H(z) = 1 + jH(z) \quad (12)$$

に基づく複素係数フィルタリング法⁽⁷⁾などがある。

続いて、式(9a)、(9b)に比2のデシメーション操作を施し、

$$x'(n) = x_A'(2n) \quad (13a)$$

$$d'(n-D) = d_A'(2n-D) \quad (13b)$$

$$n=0, 1, 2, \dots$$

とする。式(13)は、離散信号を一つおきに取り出す操作を意味している。この操作により、 $x_A'(n)$ 、 $d_A'(n-D)$ の有する正周波数成分が見掛け上周波数軸に対して2倍に拡張されることになる。付録1において、式(13)によって得られる複素信号の性質を簡潔に説明しているので参照されたい。

提案する手法は、最終的には、式(13a)、(13b)の間引きされた複素信号に対して次のような複素変数型へ拡張された RLS アルゴリズムを用いることにより達成される。

複素変数型 RLS アルゴリズム：

$$i=0 \quad \mathbf{G}_0 = (1/\epsilon)\mathbf{I} \quad (14a)$$

$$i \geq 1 \quad \mathbf{t}_i = \mathbf{G}_{i-1}\mathbf{x}_i \quad (14b)$$

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{t}_i / (\alpha + \mathbf{x}_i^* \mathbf{t}_i) \quad (14c)$$

$$\mathbf{G}_i = (\mathbf{G}_{i-1} - \mathbf{g}_i \mathbf{t}_i^*) / \alpha \quad (14d)$$

$$y'(i) = \mathbf{w}_{vc, i-1}^* \mathbf{x}_i \quad (14e)$$

$$e'(i) = d'(i-D) - y'(i) \quad (14f)$$

$$\mathbf{w}_{vc, i} = \mathbf{w}_{vc, i-1} + \mathbf{g}_i e'(i)^* \quad (14g)$$

ここで添字 i は、アルゴリズムの反復回数を示している。(*)は、信号に対しては複素共役、ベクトルおよび行列に対しては複素共役転置を意味している。 \mathbf{t} 、 \mathbf{g} 、 \mathbf{w}_{vc} はそれぞれ $L \times 1$ のベクトルであり、 \mathbf{x} は、入力信号ベクトルで

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} x'(i) \\ x'(i-1) \\ \vdots \\ x'(i-L+1) \end{bmatrix} \quad (15)$$

である。 d は忘却係数であり、通常 $0.9 < \alpha \leq 1.0$ と設定される。

等化器のタップ係数は、ベクトル $\mathbf{w}_{vc, i}$ の収束値(定常状態)の \mathbf{w}_{vc} から

$$\mathbf{w}_{vc} = \begin{bmatrix} w_{c, 0} \\ w_{c, 1} \\ \vdots \\ w_{c, L-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

として得られる。

従来の実係数等化器に対する本複素係数等化器の優位性は、次の二つの点によってもたらされる。それは

(1) チャネルの正の周波数特性のみを評価量とするため、等化器のタップ係数、すなわちフィルタの次数をほぼ半減することができる点

(2) 負の周波数成分を除去することにより、エイリアシングを起こすことなく、比2のデシメーション操作を行うことができる点

である。続く4., 5.では、この2点によって得られる効果を示す。

4. 次数の減少による効果

3.で記した複素係数等化器は、解析信号を用いることにより、チャネルの正の周波数特性のみを評価量としているため、必然的に等化器の次数を従来の実信号処理に比べほぼ半分に低減することができる[†]。この次数の半減、すなわち、

$$L \doteq N/2 \quad (17)$$

が以下に示す優位性を与える。

2.では実信号の場合において、等化器が満足すべき正規方程式(式(8))を導出したが、3.における式(13)を用いて、同様に複素信号の場合の正規方程式を次のように得ることができる。

$$(\mathbf{R}' + \sigma_v^2 \mathbf{I}) \mathbf{w}_{vc} = \mathbf{p}' \quad (18)$$

\mathbf{R}' , \mathbf{p}' はそれぞれ実信号処理と対応する自己相関行列、相互相関ベクトルであり、また σ_v^2 は、付加雑音の分散である。 σ_v^2 に関しては、式(9 a)において振幅を1/2としているが、解析信号が実部と虚部の二つの成分を有することから、結局、1/2と2倍とが相殺されて、

$$\sigma_v^2 = \sigma_v'^2 \quad (19)$$

となることに注意されたい。

Ybarraら⁽¹²⁾は、式(6)の解 \mathbf{w} と式(8)の解 \mathbf{w}_v との偏差を、ユークリッドノルム $\|\cdot\|$ を用いて

$$\delta_w = \frac{\|\mathbf{w}_v - \mathbf{w}\|}{\|\mathbf{w}\|} \quad (20)$$

と定義して、この偏差は

$$\delta_w \leq \frac{\sigma_v'^2}{\lambda_{\min}} \quad (21)$$

と上限づけられることを導出している。ここで λ_{\min} は \mathbf{R} の有する最小固有値である。Ybarraらは更に、Parterが導出した

$$\lambda_{\min} = P_{\min} + \frac{A\beta}{s!N^s} + O\left[\frac{1}{N^s}\right] \quad (22)$$

という関係式⁽¹³⁾を用いている。ここで、 P_{\min} はチャネルのスペクトル特性 $P(\omega)$ の最小値である。また、その最小値が存在する角周波数 $\omega = \omega_0$ においては、 $P(\omega)$ の $s-1$ 回微分はゼロであり、 s 回微分が β の値をとることを仮定している。また A は、その微分回数 s の値に依存した定数である。

この式(22)の高次項を無視して、 λ_{\min} を

$$\lambda_{\min} \doteq \frac{A\beta}{s!N^s} \quad (23)$$

と近似すると同時に式(21)に代入することにより、結局、 $P_{\min} \doteq 0$ の悪条件下では

$$\delta_w \leq \frac{\sigma_v'^2 s! N^s}{A\beta} \quad (24)$$

となることを導いている。この式(24)は、ある時不変のチャネルに対し線形等化する場合、等化器のタップ係数の数、すなわちフィルタ次数 N が増大するほど、付加雑音の影響を多く受けることを示していると言える。

本論文で提案する複素係数適応等化器の場合においてもまた、式(24)と類似した表現を得ることができる。まず、式(22)は、ASTを通して得た解析信号の自己相関行列 \mathbf{R}' についても成り立ち、その最小固有値 λ_{\min}' は式(22)と同じ P_{\min} , A , β および s を用いて

$$\lambda_{\min}' = P_{\min} + \frac{A\beta}{s!L^s} + O\left[\frac{1}{L^s}\right] \quad (25)$$

と表すことができる(付録2.参照)。これから、最小固有値は近似的に

$$\lambda_{\min}' \doteq \frac{A\beta}{s!L^s} \quad (26)$$

[†] ある未知のシステムの正周波数特性のみを推定することにより、モデルの次数が半減されることは既に報告されており、文献(9), (10)などを参照されたい。

と表現できる。

フィルタ次数に関しては式(17)が成り立つから、式(22)、(25)より

$$\lambda_{\min} < \lambda_{\min}' \quad (27)$$

となる。一方、入力信号のダイナミックレンジによって決定される最大固有値に関しては

$$\lambda_{\max} \doteq \lambda_{\max}' \quad (28)$$

であるから、実係数および複素係数等化器のそれぞれの場合の入力信号の自己相関行列の条件数

$$\text{Cond}(\mathbf{R}) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (29)$$

$$\text{Cond}(\mathbf{R}') = \frac{\lambda_{\max}'}{\lambda_{\min}'} \quad (30)$$

に関して

$$\text{Cond}(\mathbf{R}') < \text{Cond}(\mathbf{R}) \quad (31)$$

が成り立つ。

また、複素係数等化器においても、式(21)に類似した

$$\delta_{wc} \leq \frac{\sigma_v^2}{\lambda_{\min}} \quad (32)$$

を得ることができる。これに式(26)を代入して、結局

$$\delta_{wc} \leq \frac{\sigma_v^2 s! L^s}{A\beta} \quad (33)$$

を得ることができる。

式(24)と式(33)を比較すれば、従来の実係数等化器に比べ本手法は、推定精度が大幅に向上することがわかる。この性質は言い換えると、次数の半減が、入力信号の自己相関行列の条件数を大幅に低減させることを示唆している。

条件数を低減させることにより適応アルゴリズムの数値的安定性が向上することは、解析的かつ実験的に実証されている⁽¹⁴⁾。特に有限語長演算時には、悪条件下においてしばしばアルゴリズムが発散する現象が起こるが、本手法は、有限語長演算においても、対応する従来の実係数フィルタより数値的安定性を保持することが可能であり、より実用的である。

5. デシメーションによる効果

次数の低減に加え、比2のデシメーション操作を施すことにより、適応アルゴリズムに費やされる計算量を大幅に低減させることができる。それが以下に述べられる。

適応アルゴリズムに必要とされる乗算回数に着目してみると、通常の実係数フィルタの場合は1反復当たり、およそ

$$2N^2 + 5N \quad (34)$$

の乗算量を要するのに対して⁽¹¹⁾、本手法の複素係数フィルタの場合では

$$2\{2L^2 + 5L + L_H\} = N^2 + 5N + 2L_H \quad (35)$$

である。ここで L_H は、ASTのフィルタ長を表しており、式(35)の左辺の2倍は、複素乗算における4倍のほかに、デシメーションによるサンプリングレートの半減を考慮したものである。式(34)が4倍の乗算量の増加を伴い式(35)のように変形されるのは、式(14)が従来の実係数フィルタ型から複素係数フィルタ型への単純な拡張であることから明らかである。

L_H は、ヒルベルト変換をIIRフィルタとしたり⁽⁶⁾、ASTに式(12)のよう複素係数IIRフィルタ⁽⁷⁾を用いることにより、 N に比べ十分小さくすることは可能である。従って、結局、式(34)、(35)を比較することにより、本手法は、適応アルゴリズムの単位時間当りの乗算量を大幅に低減できることがわかる。

6. シミュレーション

本章では、計算機シミュレーション実験を通して複素係数等化器の有効性を実証する。

インパルス応答が表1に与えられるチャネルを用いた。このインパルス応答の2乗平均和は1と正規化されている。図2はこのチャネルの周波数特性を示している。図2より、このチャネルは零値に近いスペクトル特性を含み、その等化問題は悪条件であることがわかる。

まず、十分多くの信号を生成し、59次線形位相FIRのヒルベルト変換器(リプル0.01、帯域幅49.868)を用いて、式(13 a)の解析信号 $x'(n)$ を生成した。8,500個のデータを用い、自己相関行列 \mathbf{R} と \mathbf{R}' をいくつかのフィルタ長において求め、それぞれの最小固有値と条件数を算出した。但し、複素係数フィルタの次数は、実係数フィルタの1/2で設定した。表2がそれらの結

表1 チャネルのインパルス応答

$c_0 = 0.125467$	$c_6 = -0.314492$
$c_1 = 0.347924$	$c_7 = -0.343009$
$c_2 = 0.382945$	$c_8 = -0.382945$
$c_3 = 0.343009$	$c_9 = -0.347924$
$c_4 = 0.314492$	$c_{10} = -0.125467$
$c_5 = 0.0$	

† 式(20)で用いたユークリッドノルムは、複素変数においても適用可能である。従って、文献(12)中の式(7)~(11)は、複素数の要素を含んだ記述でもあり、本論文中の式(32)の導出をも含んでいると言える。

表 2 最小固有値と条件数の比較

Order	Minimum Eigenvalue		Condition Number	
	Real	Complex	Real	Complex
4	0.1520×10^{-1}	0.1295×10^{-0}	0.1806×10^3	0.3990×10^2
8	0.8822×10^{-3}	0.3356×10^{-1}	0.4124×10^4	0.2192×10^3
12	0.8086×10^{-4}	0.6039×10^{-1}	0.4974×10^5	0.8403×10^3
16	0.1554×10^{-4}	0.3984×10^{-2}	0.2857×10^6	0.2367×10^4
20	0.8401×10^{-5}	0.2017×10^{-2}	0.5467×10^6	0.4904×10^4
24	0.7497×10^{-5}	0.1387×10^{-2}	0.6322×10^6	0.7335×10^4

* The order of the complex filter is half of that of the real filter.

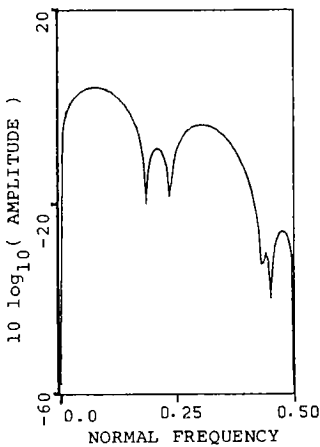
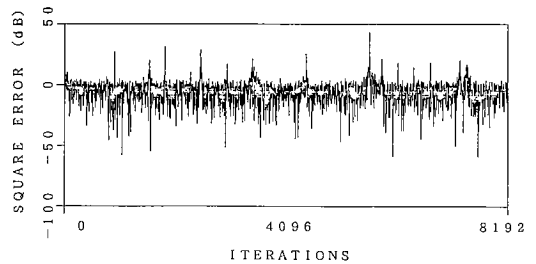


図 2 チャンネルの周波数特性
Fig. 2 Frequency response of channel.

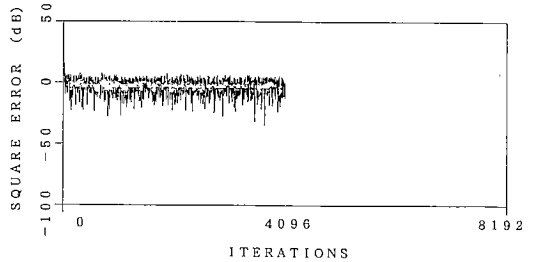
果をまとめたものである。最左列の次数は実係数フィルタの次数である。この表より、解析信号処理により、入力信号相関行列の条件数が大幅に低減されることがわかる。

続いて今度は、表1のチャンネルの出力信号に、わずかな正規性の白色雑音を付加し、SN比(=10 log(1/σ_v²))を10dBとした。実係数の等化器は次数 N=24、本手法の複素係数等化器は次数 L=12 と設定し、それぞれに、忘却係数 α=1、初期値係数ベクトル =0、ε=0.001 として、RLS アルゴリズムを実行した。但し、遅延量は実係数等化器のフィルタ長の 1/2、すなわち D=12 とし、AST には上記の FIR ヒルベルト変換器を用いた[†]。

図3(a), (b)がその結果を示している。縦軸には、適応等化器の出力信号の2乗誤差値がプロットしてある。実係数、複素係数それぞれの等化器に入力される信号 x(n) のデータ数を同一とすると、比2のデシメ



(a) Real equalizer



(b) Complex equalizer

図 3 収束特性 (α=1 の場合)
Fig. 3 Convergence characteristic (α=1 case).

ーション操作を含む複素係数等化器は実係数等化器と異なり、適応アルゴリズムによって反復される回数は 1/2 となる。図3は横軸の反復回数を同一の目盛りとすることにより、この性質を明確に示している。

図3の結果より、まず、実係数等化器においては、数十回の反復の後収束状態に入っているが、その後も反復を続けるに従い、ところどころで数値的な不安定現象を起こしていることがわかる。この現象は RLS アルゴリズムにおいて典型的なものであり、発散しか

[†] ここでは特に、従来法との適用アルゴリズムの実行能力の比較をすることに目的があるため、ASTとしてFIRのヒルベルト変換器を用いたが、もちろん3.で記したようにIIRのヒルベルト変換器や複素係数を有するASTを用いることも可能である。

けるがまたあの程度の安定状態を取り戻すところに特徴がある⁽⁸⁾。一方、複素係数等化器においては、やはり数十回の反復で収束状態に入っているが、その後の反復の継続においても数値的な不安定現象は見られない。これは、4.での式(24)と式(33)との相違を表していると言えよう。また、複素係数等化器は、その収束状態においても、実係数等化器に比べれば少ないが2乗誤差の多少のばらつきが存在する。これは、 λ_{\min} は増大されるにしても、式(33)によって表される付加雑音の影響は、多少受けていることを示している。

7. む す び

本論文では、現実問題としてしばしば起こり得る悪条件下の適応等化のための、トランスバーサル型の最小2乗適応フィルタを提案している。従来の実信号処理に対し、本手法は解析信号を用い、チャンネルの正周波数特性のみを処理対象としている。複素信号処理により、実信号に比べ4倍の演算量が必要とされるにもかかわらず、比2のデシメーション操作が許され、等化器のフィルタ長が半減されることから、次のような優位性を有する。

- ・等化器のタップ係数値における、付加雑音からの影響の緩和
- ・適応アルゴリズムにおける数値的安定性の向上
- ・単位時間当りの演算量の減少

今後は、本手法が有する諸特性に関する理論解析を行う予定である。

謝辞 本研究を進める上で御指導を頂いた慶応義塾大学高橋進一教授に深謝致します。また、本論文の作成にあたり、有益な御指導を下された査読者の方々に感謝致します。

文 献

- (1) Godard D.: "Channel equalization using a Kalman filter for fast data transmission", IBM J. Research and Development, pp. 267-273 (May 1974).
- (2) Falconer D.D. and Ljung L.: "Application of fast Kalman estimation to adaptive equalization", IEEE Trans. Commun., COM-26, 10, pp. 1439-1446 (Oct. 1978).
- (3) Satorius E.H. and Pack J.D.: "Application of least squares lattice algorithms to adaptive equalization", IEEE Trans. Commun., COM-29, 2, pp. 136-142 (Feb. 1981).
- (4) Ling F., Manolakis D. and Proakis J. G.: "Finite word-length effects in recursive least squares algorithms with application to adaptive equalization", Ann. Telecommun., 41, 5-6 pp. 328-336 (1986).

- (5) Herrmann O.: "Transversal zur Hilbert transformation", A. E. U., 23, pp. 581-587 (1967).
- (6) Ansari R.: "IIR discrete-time Hilbert transformers", IEEE Trans. Acoustics, Speech & Signal Processing, ASSP-35, pp. 1116-1119 (1987).
- (7) 池原雅章, 高橋進一, 菊池 勝: "解析信号変換器の設計—IIRおよびフィルタバンク形", 信学論(A), J71-A, 3, pp. 677-685 (1988-03).
- (8) 花崎 泉, 小池建郎, 秋月影雄: "システム同定における数値計算上のパラメータ推定精度", 計測自動制御学会論文集, 22, 11, pp.1043-1050 (1986-10).
- (9) 島村徹也, 高橋進一: "正周波数を推定域とする複素線形予測法", 信学論(A), J72-A, 11, pp.1755-1763(1989-11).
- (10) 島村徹也, 高橋進一: "正周波数を推定域とする複素補助変数法", 計測自動制御学会論文集, 26, 3, pp.286-292(1990-03).
- (11) Qureshi S.: "Adaptive equalization", Proc. IEEE, 73, 10 pp. 1349-1387 (Oct. 1985).
- (12) Ybarra G. A. and Alexander S. T.: "Effects of ill-conditioned data on least squares adaptive filters", IEEE Inter. Conf. Acoustics, Speech & Signal Processing, pp. 1387-1390 (1988).
- (13) Parter S. V.: "On the extreme eigenvalues of truncated Toeplitz matrices", Bulletin of Amer. Math. Soc., 67, pp. 191-196 (1961).
- (14) Cioffi J.: "Limited-precision effects in adaptive filtering", IEEE Trans. Circuits Syst., CT-34, 7, pp. 821-833 (July 1987).
- (15) 佐藤洋一: "通信における等化問題", システムと制御, 28, 12, pp.707-713 (1984-12).
- (16) Butler P. and Cantoni A.: "Noniterative automatic equalization", IEEE Trans. Commun., COM-23, 6, pp. 621-633 (June 1975).
- (17) Milinazzo F., Zala C. and Barrodale I.: "On the rate of growth of condition numbers for convolution matrices", IEEE Trans. Acoustics, Speech & Signal Processing, ASSP-35, 4, pp. 471-475 (1987).
- (18) Kesten H.: "On the extreme eigenvalues of translation kernels and Toeplitz matrices", J. d'Analyse Math., 10, pp. 117-138 (1962).

付 録

1. 複素記号への変換

図 A・1 は、複素係数等化器に入力される複素信号の性質を、周波数特性上において説明したものである。今、伝送されてきた系列が $x(n)$ であり、その周波数成分は図 A・1(a)のように帯域制限されているものと仮定する。但し、サンプリング周波数は正規化されているものとする。3.で述べた方法では、まずこの $x(n)$ (実信号) が、式(9)のように解析信号 $x_A'(n)$ (複素信号) に変換される。図 A・1(b)はその変換された信号の周波数特性を示している。ここで、式(9)の操作は、

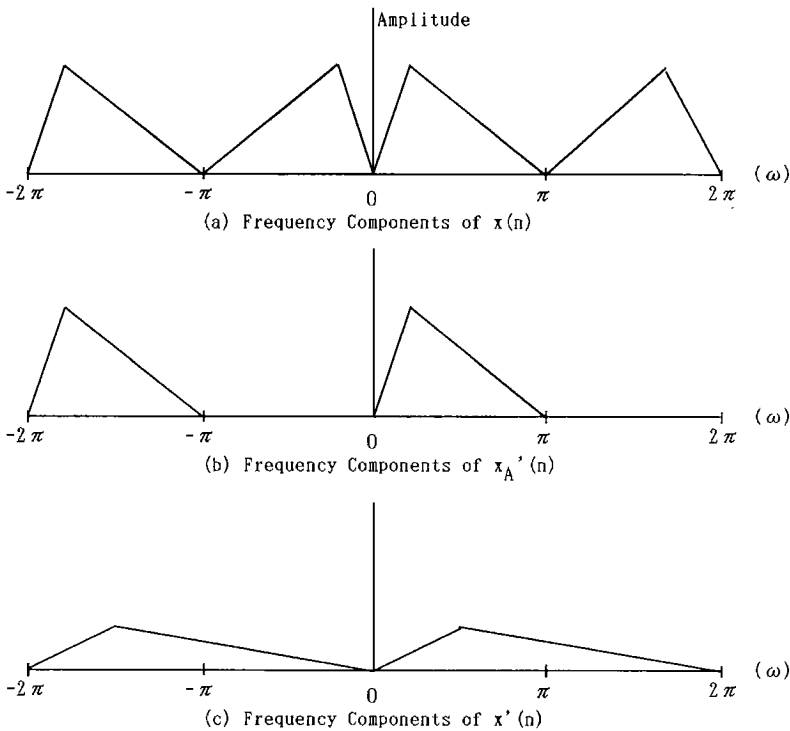


図 A・1 解析信号とデシメーション操作
Fig. A・1 Analytic signal and decimation operation.

2の除算を含んでいるために、図A・1(b)の最大振幅値は元のそれと等しいことに注意されたい。なぜなら、虚部に実部のヒルベルト変換値を付け加えた通常の解析信号は、その正周波数成分が実信号(実部)のその2倍の値を有するからである。

図A・1(c)は、 $x_A'(n)$ の信号が一つおきに間引きされた、すなわち式(13)の操作によって得られた信号の周波数成分を示している。その特性は、最大振幅値が1/2となり、また、周波数軸に沿って2倍に引き延ばされた形状となっている。

2. 式(25)の導出

式(24)の導出に際しては、式(22)、(23)を用いているため、付加雑音の混入していないチャンネル出力信号を考えなければならない。簡単のため、ここでは、等化器への入力信号 $x(n)$ が付加雑音の混入していないチャンネル出力信号であると仮定する。すると、Parterが導出した λ_{\min} に関する式(22)は、 $x(n)$ が有するスペクトル特性が $-\pi \leq \omega \leq \pi$ の領域において、 $\omega = \omega_0$ で唯一のスペクトル最小値を与えることを仮定していることになる⁽¹³⁾。しかし、Kesten⁽¹⁸⁾によって、 $-\pi \leq \omega \leq$

π の領域において複数のスペクトル最小点を有する場合にも、同一の関係式が成立することが示された。従って、実信号処理の場合、スペクトル特性 $P(\omega)$ は $P(\omega_0)$ のほかに $P(-\omega_0)$ でスペクトル最小点をもつため、厳密には最小固有値に関するParterの式(22)はその仮定に反し、式(24)の導出に直接適用できない。しかし、Kestenの結果も踏まえて、YbarraらはParterの関係式を用いている。また、Kestenの導出は、実信号処理を前提とした、零周波数に関して $P(\omega_0)$ と $P(-\omega_0)$ のような左右対称なスペクトル最小点が存在する制約を課していない。従って、結局、最小固有値はスペクトル最小点を与える数に依存せず、本論文で取り上げる等化問題においては、零周波数に関して非対称スペクトルを有する複素信号処理、対称スペクトルを有する実信号処理を問わず、最小固有値に関して同一の関係式が得られることになる。

さて、複素係数等化器への入力信号 $x'(n)$ には、 $x(n)$ に対して、ASTによるフィルタリング(式(9a))と比2のデシメーション操作(式(13a))が施されている。これらの操作の中で A 、 β 、 s の値に影響を与える可能

性があるのは、AST の伝達関数 $A_H(Z)$ の零点である。しかし、比 2 でデシメートされた解析信号は、図 A・1(c) にも示されるように、本来 AST が有する理想的に振幅値 0 である負の周波数特性(この領域に $A_H(Z)$ の零点が存在する)が完全に補間される。今、 $x(n)$ の入力で解析信号 $x_A'(n)$ を出力とする AST の伝達関数 $A_H(Z)$ に対し、 $x(n)$ の入力でデシメートされた解析信号 $x'(n)$ を出力とするシステムの伝達関数を $A_H'(Z)$ とすると、 $A_H(Z)$ の周波数特性は

$$A_H(\exp(j\omega)) = \begin{cases} 1 & 0 < \omega < \pi \\ 1/2 & \omega = 0, \pm\pi \\ 0 & -\pi < \omega < 0 \end{cases} \quad (\text{A}\cdot 1)$$

であるのに対し、 $A_H'(Z)$ の周波数特性は

$$A_H'(\exp(j\omega)) = 1/2 \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (\text{A}\cdot 2)$$

となる。従って、 $A_H'(Z)$ は全周波数領域において平たんな特性をもつことになる。また、位相特性の変化に対して自己相関行列の条件数は無関係であるため⁽¹⁷⁾、AST のフィルタリングは λ_{\min}' に影響を与えない。従って、このフィルタリングにより、悪条件下にある $x(n)$ の $\omega = \omega_0$ で最小値を与えるスペクトル特性は $\omega = 2\omega_0$ へシフトされるが、その特性は保持され、ここでの微分回数 s とその微分値 β は不変となるわけである。なぜなら、 s と β の値は、スペクトル最小値を与える周波数には無関係であるためである⁽¹⁷⁾。また、 A は s から微分方程式を介して自動的に決定される定数であり⁽¹⁸⁾、 s の値のみに依存するため、やはり不変となる。

以上のようにして、 A 、 β 、 s の値は、実係数および複素係数等化器のそれぞれの場合において同一となることが示せる。

(平成 4 年 3 月 13 日受付, 5 月 19 日再受付)

鈴木 誠史



昭 30 東工大・工・電気卒。同年郵政省電波研究所(現、通信総合研究所)入所。昭 42 同通信機器部音声研究室長、昭 57 同情報処理部長、昭 60 同総合通信部長、昭 63 通信総合研究所長。平 1 埼玉大・工・教授、現在に至る。昭 41~42、MIT 客員研究員、工博。この間、音声合成、音声認識、通信品質の改善、音声伝送などの音声情報処理、通信システムの研究に従事。工博。アメリカ音響学会、日本音響学会、テレビジョン学会、情報通信学会、情報処理学会各会員。

島村 徹也



昭 61 慶大・理工・電気卒。平 3 同大大学院博士課程了。同年埼玉大・工・情報助手。スペクトル解析および適応信号処理に関する研究に従事。計測自動制御学会、日本音響学会、IEEE 各会員。工博。