

データ拡張を利用する 2次元スペクトル推定法とその改良

正員 島村 徹也<sup>†</sup> 准員 繆 衛国<sup>†</sup> 正員 鈴木 誠史<sup>†</sup>

Two-Dimensional Spectral Estimation Method with Data Extension and its Improvement

Tetsuya SHIMAMURA<sup>†</sup> Member, Weiguo MIAO<sup>†</sup>, Associate Member and Jouji SUZUKI<sup>†</sup>, Member

あらまし 少数データアレーからの 2次元正弦波信号の周波数を推定する目的において、2次元スペクトル推定法を適用することを考える。代表的な 2次元線形予測法である 2次元自己相関法と Frost らによって提案されたデータ拡張法を比較し、データ拡張法の方が良好なスペクトル推定結果を与えることを示す。しかし、付加雑音の混入は、データ拡張法の推定精度を劣化させる。そこで、まず、1次元処理において、Yule-Walker 方程式における相関行列の対角成分から雑音パワーを引き去る雑音成分補正法に着目する。そして、従来未解決とされていた、雑音パワーの良好な推定法の探索と雑音パワーの推定値の引きすぎによる AR 係数推定精度の劣化の問題を同時に解決できる、簡潔かつ効率的な雑音補正 AR 係数推定法を導出する。更に、それをデータ拡張法へ適用することにより、改良データ拡張法を導く。この改良法により、データ予測精度の向上と共に、大幅に改善される 2次元スペクトルの推定結果が得られることが示される。

キーワード 2次元スペクトル推定, 自己相関法, データ拡張, 雑音補正, AR 係数推定

1. ま え が き

スペクトル推定は、1次元において、多くの工学的分野で成功を収めている。それに起因して、最近では、2次元スペクトル推定に関する研究が盛んである。

2次元スペクトル推定法においては、1次元の場合と異なり、多項式を因数分解する数学的準備が欠如している。また、高精度な推定結果を与える方法ほど計算量が膨大となってしまう、少数のデータまたは極めて低次のパラメトリックなモデリングを行わざるを得ない。従って、ペリオドグラムに代表される FFT に基づくノンパラメトリックな方法が現在の主流となっている<sup>(1),(10)</sup>。多くのデータが与えられ、2次元 FFT で十分な分解能が得られるならば問題ないが、現実問題としては、少数のデータから高分解能な推定結果を要求されることが多い。

本論文では、2次元データとして、次式のような雑音の混入する 2次元正弦波信号を取り上げ、与えられる少数の有限データアレーから、正弦波信号の周波数を

2次元スペクトル推定法を用いて推定する問題を考察する。

$$x(m, n) = \sum_{i=1}^Q A_i \cos(2\pi(f_{1i}m + f_{2i}n)) + w(m, n)$$

$$m=0, 1, \dots, M-1, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

ここで  $w(m, n)$  は、平均零、分散  $\sigma_w^2$  の正規性白色雑音であると仮定する。このような問題は、ソナーや地震波解析<sup>(14)</sup>、合成開口レーダ処理<sup>(29)</sup>などの空間-時間データ解析に適用可能である。

高分解能 2次元スペクトル推定法として、1次元での成功をもとに、自己回帰 (AR) スペクトル推定法の 2次元への拡張が類推され、2次元の AR スペクトル推定法がいくつか提案されている<sup>(7),(8)(21)-(25)</sup>。本論文では、その中で、線形演算のみで解が得られ、より現実的と考えられる 2次元線形予測法を取り上げ、特に 2次元自己相関法での 1/4 平面 AR スペクトル推定を考察対象とする。

一方、2次元ペリオドグラムの分解能を改良する目的で提案された、Frost らによる方法<sup>(5)</sup>がある。以下では、Frost らの、有限データアレーからのデータ拡張を施す方法をデータ拡張法と呼ぶことにする。この方法はあまり知られておらず、文献(30)、(9)の報告があ

<sup>†</sup> 埼玉大学工学部情報工学科, 浦和市  
Faculty of Engineering, Saitama University, Urawa-shi, 338  
Japan

るものの、その解析や改良はほとんどなされていないと思われる。しかし、本論文では、データ拡張法の推定精度の良好性に着目し、その2次元自己相関法との比較を試み、後にデータ拡張法の改良を図る。

以下、2. で2次元線形予測法とデータ拡張法について述べ、その比較を行い、データ拡張法の優位性を主張する。3. では、1次元において、雑音成分を補正する新しいAR係数推定法を提案し、4. では、それをデータ拡張法に組み入れた改良法を導出する。そして最後に5. で結ぶことにする。

## 2. 2次元線形予測法とデータ拡張法

### 2.1 アルゴリズム

2次元ARスペクトル推定法として、いくつかの方法が知られている。2次元Yule-Walker方程式に帰着される2次元自己相関法<sup>(7),(25)</sup>または共分散法<sup>(8),(24)</sup>や、1次元におけるBurgの最大エントロピー原理を2次元に拡張した2次元最大エントロピー法<sup>(21)~(23)</sup>がある。

1次元と異なり2次元では、線形予測法と最大エントロピー法は等しくない。2次元線形予測法は線形演算のみで済む。しかし、2次元最大エントロピー法は本質的に非線形問題となり、非線形最適化法などの繰返しアルゴリズムを避けられない。そのため、収束性の保証がなく、また繰返しの回数によっては膨大な計算量を必要とすることになる。また、2次元線形予測法と最大エントロピー法は、スペクトル推定精度に関してその優位性が明らかでない。これらの事実を踏まえ、ここでは、より実用的と考えられる2次元線形予測法を取り上げることにする。

2次元線形予測法は、ARモデルの係数を支持する領域のとり方によりその性質を異にする<sup>(7)</sup>。Whittleにより、真の2次元パワースペクトルは、一般に図1(a)のような非対称半平面における無限大領域のAR係数を用いて得られることが知られている<sup>(2)</sup>。しかし、雑音の混入する正弦波信号に対して適用する場合、図1(a)の非対称半平面領域よりも、図1(b)の1/4平面を係数領域とするARモデリングの方が、推定精度が高いようである<sup>(9)</sup>。従ってここでは、後述するデータ拡張法との比較も考慮し、2次元線形予測法の中でも2次元自己相関法を取り上げ、またARモデルの係数領域は1/4平面を考えることにする。この2次元自己相関法による1/4平面ARスペクトル推定は、次の(i)~(iii)で記述される。

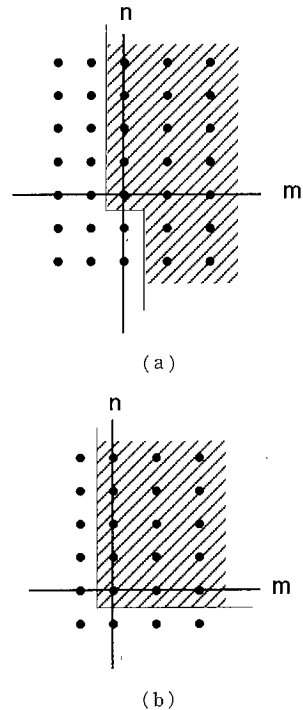


図1 AR係数領域

Fig. 1 Region of support for AR coefficients. (a) Nonsymmetric half plane. (b) Quarter plane.

### [2次元自己相関法]

(i) 自己相関関数を推定する。

$$r(k, \ell) = \begin{cases} \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1-k} \sum_{n=0}^{N-1-\ell} x(m, n)x(m+k, n+\ell) & k \geq 0 \quad \ell \geq 0 \\ \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1-k} \sum_{n=-\ell}^{N-1} x(m, n)x(m+k, n+\ell) & k > 0 \quad \ell < 0 \\ r(-k, -\ell) = r(k, \ell) & k < 0 \quad \ell \geq 0, \quad k \leq 0 \quad \ell < 0 \end{cases} \quad (2)$$

(ii) 2次元Yule-Walker方程式を解く。

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \cdots & R(-p_1) \\ R(1) & R(0) & \cdots & R(-(p_1-1)) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R(p_1) & R(p_1-1) & \cdots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(0) \\ a(1) \\ \vdots \\ a(p_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 h \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(i) &= [a(i, 0) \ a(i, 1) \ \dots \ a(i, p_2)]^T \\ \mathbf{h} &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \\ \mathbf{R}(i) &= \begin{bmatrix} r(i, 0) & r(i, -1) & \dots & r(i, -p_2) \\ r(i, 1) & r(i, 0) & \dots & r(i, -(p_2-1)) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ r(i, p_2) & r(i, p_2-1) & \dots & r(i, 0) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(iii) パワースペクトルを求める.

$$P(f_1, f_2) = \frac{\sigma^2}{\left| \sum_{k,l \in S} a(k, l) \exp(-j2\pi(f_1 k + f_2 l)) \right|^2} \quad (4)$$

但し,  $S$  は AR 係数を支持する係数領域を表している. また,  $\sigma^2$  は予測誤差パワーである.

上記の2次元自己相関法は, 基本的に, 式(3)の連立方程式の解法に帰着される. 従って, その直接解法は非常に煩雑である. しかし, Therrien<sup>(4)</sup>によって, 式(3)左辺の相関行列の, Block Toeplitz 構造を利用した効率的なアルゴリズムが提案されている. このTherrienのアルゴリズムの存在が, 2次元自己相関法を高分解能2次元ARスペクトル推定法の候補として取り上げる一つの要因となっているとよいであろう. 2次元自己相関法は, 2次元ペリオドグラムより分解能に関して勝る場合があることが報告されている<sup>(7),(25)</sup>.

一方, 2次元ペリオドグラムのデータ数の減少に伴う分解能の劣化の問題を解決する一方法として, Frostらによって提案されたデータ拡張法がある<sup>(5)</sup>. この方法は, 与えられる2次元データアレーの各  $m$  成分,  $n$  成分ごとに1次元のBurg法<sup>(6)</sup>を適用することにより, 推定されるAR係数を利用してデータ拡張を施し, 最終的に, 2次元FFTによるペリオドグラムでパワースペクトルを求める方法である. しかし, ここでは, 2次元自己相関法との比較のために, Burg法の代わりに1次元の自己相関法を用いることにする. データ拡張時にデータの発散を避ける意味で, すなわち, 推定されるARフィルタの安定性を保証する意味で, この入替えによりFrostらのデータ拡張法の正当性は失われない. そのデータ拡張法は, 次のように記述される.

[データ拡張法]

(i)  $x(m, n)$ の各行のデータに対して自己相関法を施し, AR係数  $a_2(j)$ ,  $j=1, 2, \dots, P_2$ を推定する. ここで,  $P_2$ はARモデルの次数に対応している.

$x(m, n)$ の第  $i$  行のデータ列, すなわち  $x(i, n)$  ( $n=$

$0, 1, 2, \dots, N-1$ )を  $x(n)$  ( $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ )とおくと, 得られるAR係数を用いて

$$\hat{x}(n) = -\sum_{j=1}^{P_2} a_2(j) \hat{x}(n-j) \quad n=N, N+1, \dots, L_2-1 \quad (5)$$

から, データの予測が行える. 但し, 式(5)の初期値には,  $\hat{x}(N-1)=x(N-1)$ ,  $\hat{x}(N-2)=x(N-2)$ ,  $\dots$ ,  $\hat{x}(N-P_2)=x(N-P_2)$ を用いることにする.

結局

$$y(n) = \begin{cases} x(n) & n=0, 1, 2, \dots, N-1 \\ \hat{x}(n) & n=N, N+1, \dots, L_2-1 \end{cases} \quad (6)$$

により, 拡張データ列が得られる.

(ii) 各行に対してデータ拡張された  $x(m, n)$  ( $m=0, 1, \dots, M-1, n=0, 1, \dots, L_2-1$ )に対して, 今度は同様に, 各列データに対してAR係数  $a_1(j)$  ( $j=1, 2, \dots, P_1$ )を推定し, データ拡張を施す. 従って, 今度は  $L_2$ 回の自己相関法が実行されることになる.

(iii) 拡張されたデータアレー  $x(m, n)$  ( $m=0, 1, \dots, L_1-1, n=0, 1, \dots, L_2-1$ )に対して, 2次元ペリオドグラムを施し, パワースペクトルを求める.

$$P(f_1, f_2) = \frac{1}{L_1 L_2} \left| \sum_{m=0}^{L_1-1} \sum_{n=0}^{L_2-1} x(m, n) \exp(-j2\pi(f_1 m + f_2 n)) \right|^2 \quad (7)$$

データ数が少なく, 2次元ペリオドグラムではスペクトルを分離できない場合においても, 上記のデータ拡張法はそれを可能にできることが知られている<sup>(5)</sup>.

## 2.2 実行精度の比較

2.1で取り上げた二つの方法は, 1次元と2次元の違いはあるものの, 基本的に, ともに自己相関法を利用する2次元スペクトル推定法である. 従って, 両者を比較することは興味深い.

図2(a)~(d)に両者のスペクトル推定精度を比較するための計算機シミュレーション結果が示してある. 式(1)において,  $Q=2, M=N=32, (f_{11}, f_{12})=(0.10, 0.10), (f_{21}, f_{22})=(0.125, 0.125), A_1=A_2=1, \sigma_w^2=0.7$ と設定し, データ列を生成した. 図2(a), (b)は,  $p_1=p_2=4$ としたときの, 2次元自己相関法によるスペクトル推定結果の振幅特性とその等高線を示している. 図2(c), (d)は  $L_1=L_2=64, P_1=P_2=4$ としたときの, データ拡張法によるスペクトル推定結果の振幅特性とその等高線表示である. ここで, 図2(a), (b), 図2(c), (d)それぞれのスペクトル表示は,  $64 \times 64$ の2次元FFTポイントにおいて得られている. これらの

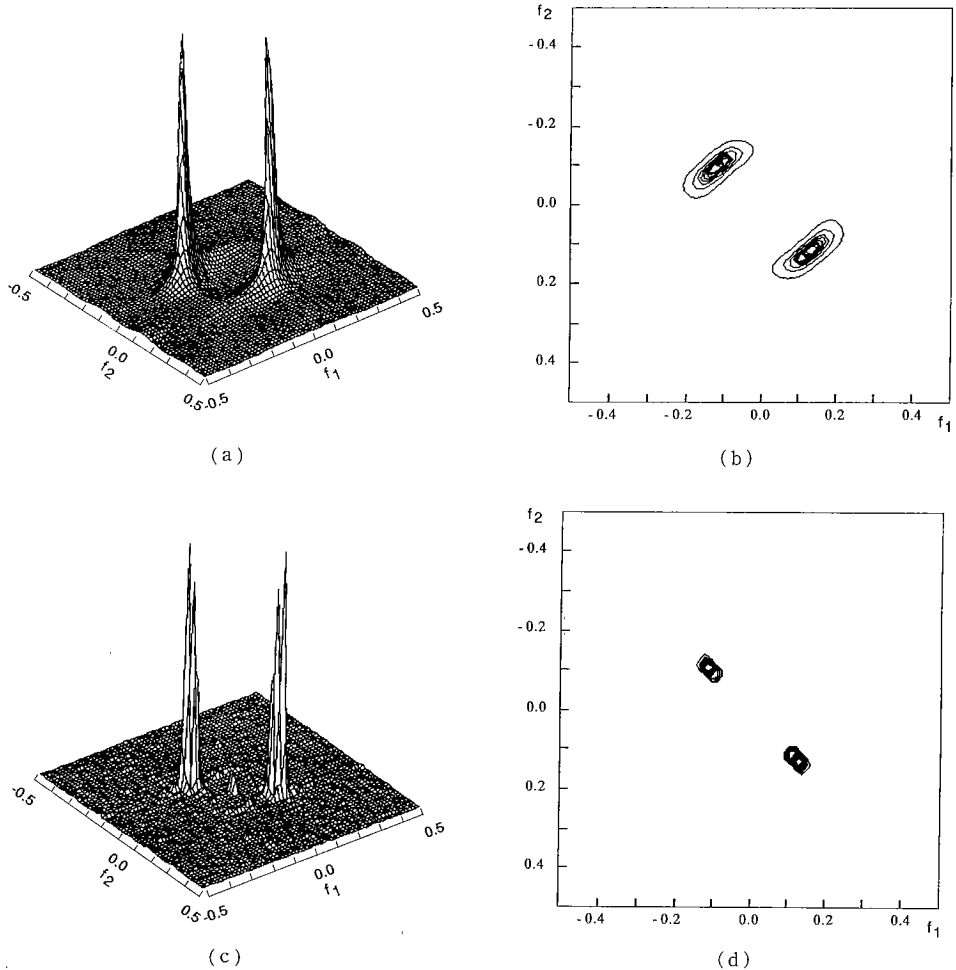


図2 2次元スペクトル推定法の比較  
 Fig.2 Comparison of 2-D spectral estimation methods.  
 (a) Spectrum and (b) its contour illustration for the 2-D uncorrelation method. (c) Spectrum and (d) its contour illustration for the data extension method.

結果は、明らかにデータ拡張法の優位性を示している。データ拡張法においては、明確に  $(f_1, f_2) = (0.10, 0.10)$  と  $(f_1, f_2) = (0.125, 0.125)$  付近に真のスペクトルピークが見出されるが、2次元自己相関法は、大きなバイアスを発生している。また、スペクトルの鋭さにおいても、データ拡張法の方が鋭く、より高分解能性を有することがうかがえる。このようなデータ拡張法の優位性は、他のシミュレーション結果においても得られている。

図2の結果は、Hippenstielの報告<sup>(11)</sup>に裏付けられる。Hippenstielは、1次元処理において、データ数が比較的少ない場合、与えられるデータ列から直接得ら

れるARスペクトル推定の結果より、AR係数を介して式(5)、(6)のようなデータ拡張を行った後にペリオドグラムを施して得られる結果の方が、推定精度が高いことを示している。従って、これを2次元に拡張した一つの結果が図2であると言えよう。しかし、1次元にはない、更なる主張をここで行うことができる。

1/4平面ARスペクトル推定は、図2(b)に明確に示されるように、スペクトルの等高線がだ円形となる傾向がある。これは、存在するスペクトルピークの位置関係によっては、1/4平面ARスペクトル推定法は、必ずしも良好な推定結果を与えられないことを意味し

ている。そのため、図1(b)の第1象限のほかに、第4象限(または第2象限)の1/4平面ARスペクトル推定を行い、第1象限でのスペクトル推定結果と平均をとったり<sup>(12)</sup>、AR係数の係数領域を回転させたりし<sup>(13)</sup>、スペクトル等高線の偏りを緩和しようとする試みがある。一方、データ拡張法は、そのようなスペクトルの偏りを本質的にもたない。これは、 $m$ 方向、 $n$ 方向を分離した形で処理しており、なおかつ、最終的に、 $L_1=L_2$ であれば、本来スペクトルの偏りをもたない2次元ペリオドグラム<sup>(10),(26)</sup>でスペクトルを求めているためである。従って、正弦波信号の周波数を推定する目的においては、データ拡張法が2次元自己相関法による1/4平面ARスペクトル推定に比べ優位であると言える。

### 3. 付加雑音対策

#### 3.1 データ拡張とSN比

2.で、データ拡張法の2次元自己相関法に対する優位性を述べた。しかし、データ拡張法の推定精度は、付加雑音の影響を大きく受けることが知られている<sup>(30),(9)</sup>。データ拡張法のこの性質は経験的に知られるのみであり、今までその原因は明らかにされていない。ここでは、付加雑音の存在がデータ拡張法のスペクトル推定精度を劣化させる原因を明らかにする。

1次元処理において、正弦波信号の周波数を推定する場合、ペリオドグラムにより隣接するスペクトルを分離できるデータ数が与えられるならば、ペリオドグラムの推定量は最適である<sup>(10),(27),(28)</sup>。同様に、2次元においても、十分なデータが与えられるならば、2次元ペリオドグラムが最適であると考えられる<sup>(10)</sup>。データ拡張法においては、もしデータ拡張、すなわち、与えられるデータアレー  $x(m, n)$  ( $m=0, 1, \dots, M-1, n=0, 1, \dots, N-1$ ) からの、 $m=M, M+1, \dots, L_1-1, n=N, N+1, \dots, L_2-1$ でのデータの予測が誤差なしで実行され、かつ、 $L_1 \times L_2$ のデータ数が、2次元ペリオドグラムにおいて、隣接するスペクトルの周波数間隔を超える分解能を与えるならば、本法によるスペクトル推定結果は最適推定量となるであろう。文献(30)では、十分高いSN比の場合においては、本来観測値として  $x(m, n)$  ( $m=0, 1, \dots, L_1-1, n=0, 1, \dots, L_2-1$ )のデータアレーが与えられたときの2次元ペリオドグラムによるスペクトル推定結果と、少数データアレー  $x(m, n)$  ( $n=0, 1, \dots, M-1, m=0, 1, \dots, N-1$ )からのデータ拡張により  $x(m, n)$  ( $m=0, 1, \dots, L_1-1, n=0, 1, \dots,$

$L_2-1$ )を求めた後の2次元ペリオドグラムによるスペクトル推定結果は、ほぼ等しくなることが示されている。従って、データ拡張法の最終的な推定精度は、データ拡張、すなわち、そのための1次元AR係数推定の精度に依存することになるわけである。

図3は、1次元処理において、振幅1、周波数0.1の単一正弦波信号に付加雑音を加えた場合の、自己相関法による次数4のARモデルを用いたデータ拡張の様子を示している。与えられる200個のデータに対してデータ拡張が行われた。この図3から、データの予測の精度は、SN比が減少するにつれて大幅に劣化する傾向があることがうかがえる。また、本例題では特に、SN比17dBの場合は、データ拡張が約2倍までなされているが、SN比-3dBの場合は、データ拡張がほとんどなされていないことがわかる。これは次のように解釈される。SN比17dBの場合であれば、 $0 \leq n \leq 200$ に含まれる正弦波信号の周波数0.1(周期10)が  $n > 200$ においても保持される。従って、その拡張データ列に対するペリオドグラムにより、もとのデータ列に対するペリオドグラムに比べ、より高分解能なスペクトル推定結果を得ることができる。しかし、SN比-3dBの場合は、 $0 \leq n \leq 200$ 以外にほとんど付加的情報がないために、拡張されたデータ列に対するペリオドグラムのスペクトル推定結果は、もとのデータ列に対してのそれとほぼ同一になってしまう。従って、データ拡張による改善は得られない。

上記は、ARモデリングにおいて、いかに雑音成分を補正し、データ拡張を行うかが重要な問題であることを示唆している。そこで、次に、雑音成分を補正するAR係数推定について考察する。

#### 3.2 雑音補正AR係数推定法

ここでは、1次元での雑音補正AR係数推定法を提案する。

データ列  $x(n)$  が

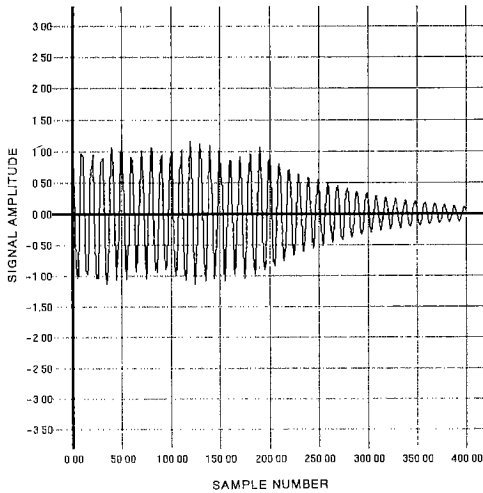
$$x(n) = \sum_{i=1}^q A_i \cos(2\pi f_i n) + w(n) \quad (8)$$

$$n=0, 1, \dots, N-1$$

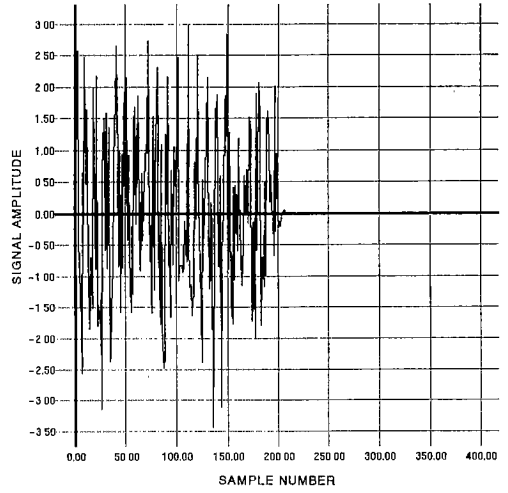
である場合を考える。ここで  $w(n)$  は、平均零、分散  $\sigma_w^2$  の正規性白色雑音とする。

ここでの目的において、従来、 $x(n)$ の自己相関関数  $r(k)$ が、 $x(n)$ に含まれる正弦波信号の自己相関関数  $r_s(k)$ と

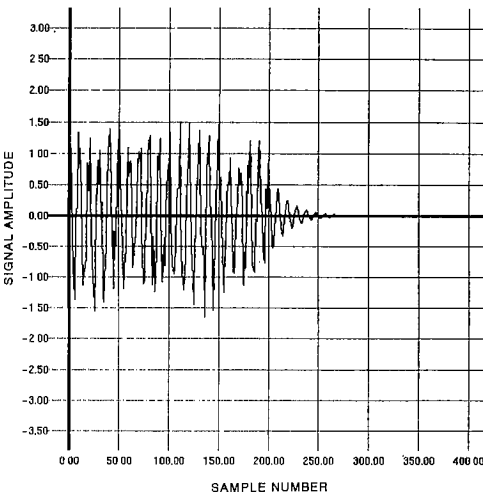
$$r(k) = \begin{cases} r_s(k) + \sigma_w^2 & k=0 \\ r_s(k) & k \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$



(a)



(c)



(b)

図3 雑音の混入する単一正弦波信号のデータ予測の様子  
Fig.3 Behaviors of data prediction for single sinusoid corrupted by white noise.

(a) 17 dB. (b) 7 dB. (c) -3 dB in SN ratio.

となる性質を利用し、相関行列の対角成分を  $r(0) - \sigma_w^2$  と補正した Yule-Walker 方程式を直接的に、あるいは間接的に解く方法がいくつか提案されている<sup>(15)~(19)</sup>。しかし、 $\sigma_w^2$  の推定値、 $\hat{\sigma}_w^2$  を引きすぎることによる推定精度の劣化と、良好な  $\hat{\sigma}_w^2$  の推定方法の探索が未解決問題として残されている。

Marple の反復法<sup>(16)</sup> は、上記の問題を同時に解決する一方法と考えられる。しかし、(i) Yule-Walker 方程式に基づく AR 係数推定、(ii) 推定された AR 係数からのパワースペクトルのプロット、あるいは AR 係数多項式の解の計算からの周波数推定、(iii) 自己相関関数と正弦波周波数の関係式、あるいは Prony 法から

の信号パワー推定、(iv) 雑音パワーの推定、のそれぞれの計算を反復することにより必要とし、大変複雑である。また、アルゴリズムの反復ごとでの雑音パワーの増減に基づいてアルゴリズムを終了させる上に、その雑音パワーは基本的に AR 係数の推定値から求められるため、アルゴリズム自体の収束性が保証されないという欠点を有する。

ここでは、上記の  $\hat{\sigma}_w^2$  の引きすぎと、良好な  $\hat{\sigma}_w^2$  の推定の問題を同時に解決する、簡潔かつ効率的な方法を提案する。提案する手法はまた反復アルゴリズムであり、次のように記述される。

(i) データ列  $x(n)$  にペリオドグラム

$$P(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi fn) \right|^2 \quad (10)$$

を施し、雑音パワーを信号成分が含まれない領域で次のように推定する。

$$\hat{\sigma}_w^2 = \overline{P(f)} \quad f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \quad (11)$$

ここで、 $\overline{\quad}$  は平均操作を表している。また、 $f_{\min}$  と  $f_{\max}$  は、雑音成分のみを有する周波数帯域での周波数値を表している。但し、先験的に  $f_{\min}$ ,  $f_{\max}$  に関する情報が与えられていない場合は、式(10)のペリオドグラムの特性より、白色雑音スペクトルに相当するスペクトル平坦部を見出し、 $f_{\min}$ ,  $f_{\max}$  を決定する必要がある。

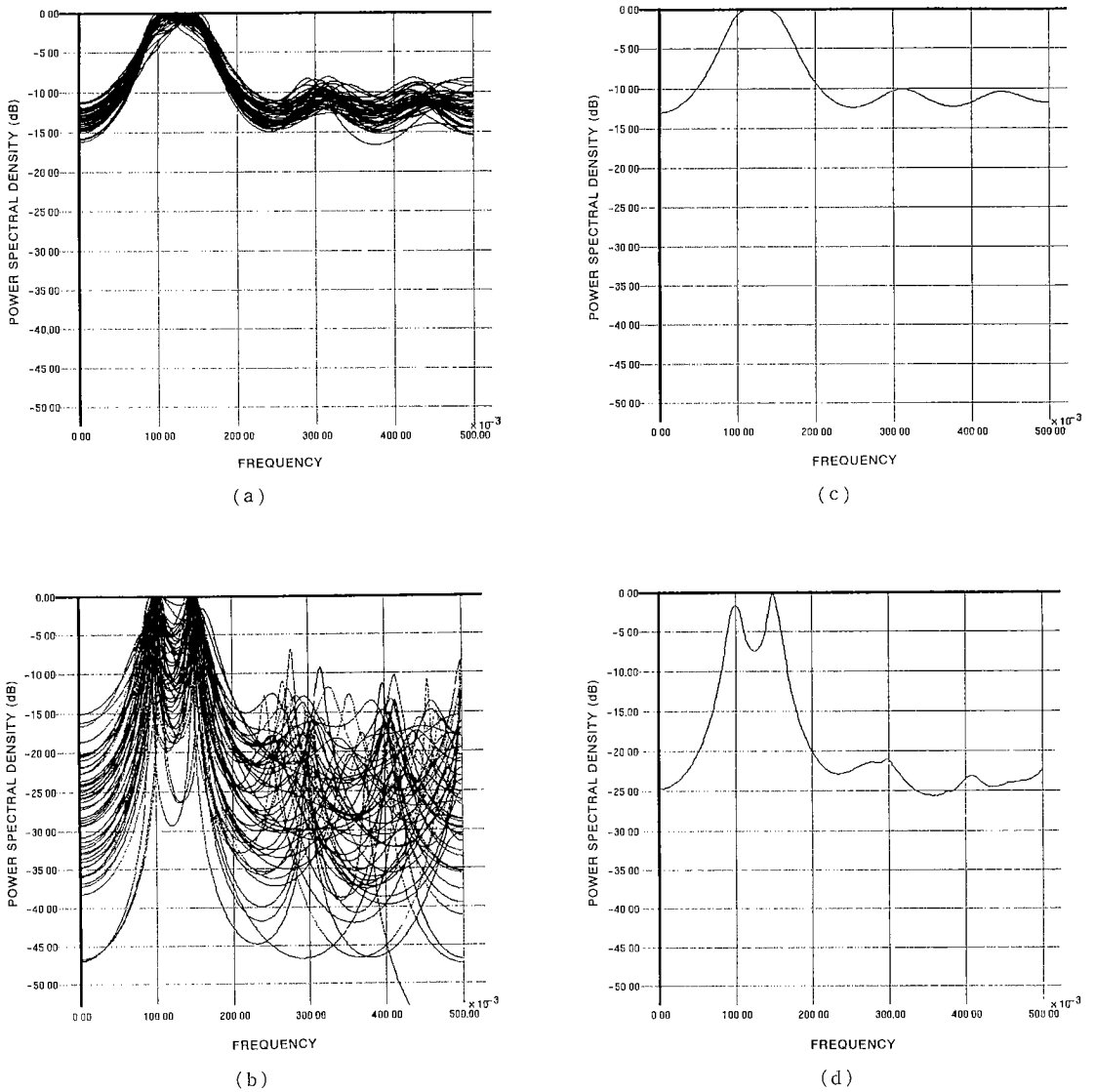


図 4 1次元でのARスペクトル推定の比較

Fig. 4 Comparison of AR spectral estimates in one dimension.

(a) Autocorrelation method. (b) Proposed noise-compensated method. (c) (d) Each average of individual realizations in (a) and (b).

(ii) データ列  $x(n)$  から自己相関関数

$$r(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} x(n)x(n+k) \quad k=0, 1, \dots, P \quad (12)$$

を推定する。

(iii) アルゴリズムの反復回数  $i$  の初期設定を行う。

$$i=0 \quad (13)$$

(iv)  $k=0$  における雑音成分の補正を次のように

行う。

$$r^*(0) = r(0) - (\beta - \alpha i) \hat{\sigma}_w^2 \quad (14)$$

ここで、 $\alpha$ ,  $\beta$  はあらかじめ設定すべきパラメータである。 $\beta$  は  $\hat{\sigma}_w^2$  の推定誤差を考慮し、 $1.5 > \beta > 1.0$  を設定する。 $\alpha$  は  $\hat{\sigma}_w^2$  の量を増大させる刻み幅に対応し、本アルゴリズムの反復回数を左右する。ここでの  $\alpha$  の選択に関しては、計算量と推定精度のトレードオフが存在することになるが、多くの場合、 $0.1 \leq \alpha \leq 0.3$  程度を設定

するとよい。結局、式(14)により、アルゴリズムの反復ごとに  $r(0)$  から雑音パワーを徐々に引くことになる。

(v) 相関行列の対角成分を式(14)とする Yule-Walker 方程式を Levinson-Durbin アルゴリズムによって解き、AR 係数  $a(1), a(2), \dots, a(P)$  を求める。

(vi) (v)での Levinson-Durbin アルゴリズムの計算途中で求められる反射係数  $K_j, j=1, 2, \dots, P$  が

$$|K_j| < 1 \quad (15)$$

を満たすかどうかを調べ、満足していれば、(v)で得られた AR 係数を解とし、そうでなければ、

$$i = i + 1 \quad (16)$$

として、(iv)へ戻る。

上記のアルゴリズムは、Yule-Walker 方程式における自己相関行列の正定値性を満足する。最大限の雑音パワーの除去を行うことを基本原理としている。そして、(iv)~(vi)での反復操作は

$$\beta = ca \quad (17)$$

を満足すれば必ず収束する。但し、 $\beta > 0, a > 0, c$  はある正の整数である。なぜなら、アルゴリズムの反復ごとに

$$\beta - ai \rightarrow 0 \quad (18)$$

となるならば、

$$r^*(0) \rightarrow r(0) \quad (19)$$

となるからである。式(12)のバイアス自己相関関数推定を用いる限り、少なくとも  $r^*(0) = r(0)$  のとき、式(15)は必ず満足される<sup>(10)</sup>。

提案する雑音補正 AR 係数推定法の有効性を示すために計算機シミュレーションを行った。図4は、提案法によって得られた AR 係数をもとに、パワースペクトルを求めた結果を表している。ここでは、提案法の雑音補正能力をより明確に示すために、比較的長いデータ列からの結果を示すことにする。

式(8)において、 $Q=2, N=256, f_1=0.10, f_2=0.15, A_1=A_2=1, \sigma_w^2=0.5$  としてデータを生成した。独立な50回のデータ生成による、自己相関法と提案法のスペクトル推定結果が図4(a), (b)に示してある。但し、AR 次数はともに  $P=8$  とした。また、提案法での設定パラメータはそれぞれ  $\alpha=0.1, \beta=1.2$  とし、雑音パワーは零値を付加し、1024のFFTポイントを取り、そのうちの205ポイント( $f_{\min}=0.3, f_{\max}=0.5$ に対応)で平均をとって求めた。図4(c), (d)は、図4(a), (b)のそれぞれの推定結果の平均特性を求めたものである。この図4より、提案法は雑音成分を十分補正し、

より高分解能な推定結果を与えていることがわかる。また、平均特性でのピーク値が不偏推定量となっていることにも気づく。また特に、図4(b)においては、雑音パワーの引きすぎからの相関行列の非正則性がもたらす、二つのスペクトルピークが融合して一つのピークを形成する現象(文献(18)での Fig. 6)が見られないことに注意されたい。

#### 4. 改良データ拡張法

本章では、2. で記した、2次元スペクトル推定のためのデータ拡張法の推定精度の改善を図る。

提案する改良データ拡張法は、2. で記したデータ拡張法のアルゴリズムの(i)における自己相関法によるAR係数推定を、3. で記した雑音補正AR係数推定法に置き換えることにより得られる。

図5は、2. で記したデータ拡張法と提案する改良データ拡張法の推定結果の比較を示している。

式(1)において、 $Q=2, M=N=32, (f_{11}, f_{12})=(0.10, 0.10), (f_{21}, f_{22})=(0.12, 0.12), A_1=A_2=1, \sigma_w^2=1.0$  と設定し、データ列を生成した。図5(a)は、 $L_1=L_2=64, P_1=P_2=6$  としたときの、データ拡張法によるスペクトル推定結果の振幅特性を示している。このスペクトル表示は、 $L_1 \times L_2$  の2次元FFTポイントにおいて得られている。図5(b)は、図5(a)でのスペクトルピーク付近を拡大した等高線表示であり、 $(f_1, f_2)=(0.126, 0.126)$  付近に一つのスペクトルピークを形成しているのみである。これらの図5(a), (b)は、データ拡張法が、本来推定されるべき隣接するスペクトルピークの分離に失敗していることを示している。一方、図5(c)は、再び  $L_1=L_2=64, P_1=P_2=6$  としたときの、改良データ拡張法によるスペクトル推定結果の振幅特性を示している。但し、設定パラメータは  $\alpha=0.1, \beta=1.2$  とし、雑音パワーは各  $m$  成分および  $n$  成分において零値を付加し、1024のFFTポイントを取り、そのうちの205ポイント( $f_{\min}=0.3, f_{\max}=0.5$ に対応)で平均をとって求めた。ここでのスペクトル表示はまた、 $L_1 \times L_2$  の2次元FFTポイントにおいて得られている。図5(d)は、図5(c)の拡大等高線表示であり、 $(f_1, f_2)=(0.12, 0.12)$  と  $(f_1, f_2)=(0.127, 0.127)$  付近にそれぞれスペクトルピークを形成している。これらの図5(c), (d)は、改良データ拡張法が、周波数の推定値にバイアスを含むものの、隣接するスペクトルピークの分離に成功していることを示している。また、図5(c)において、推定された二つのスペクトルピークの大きさは



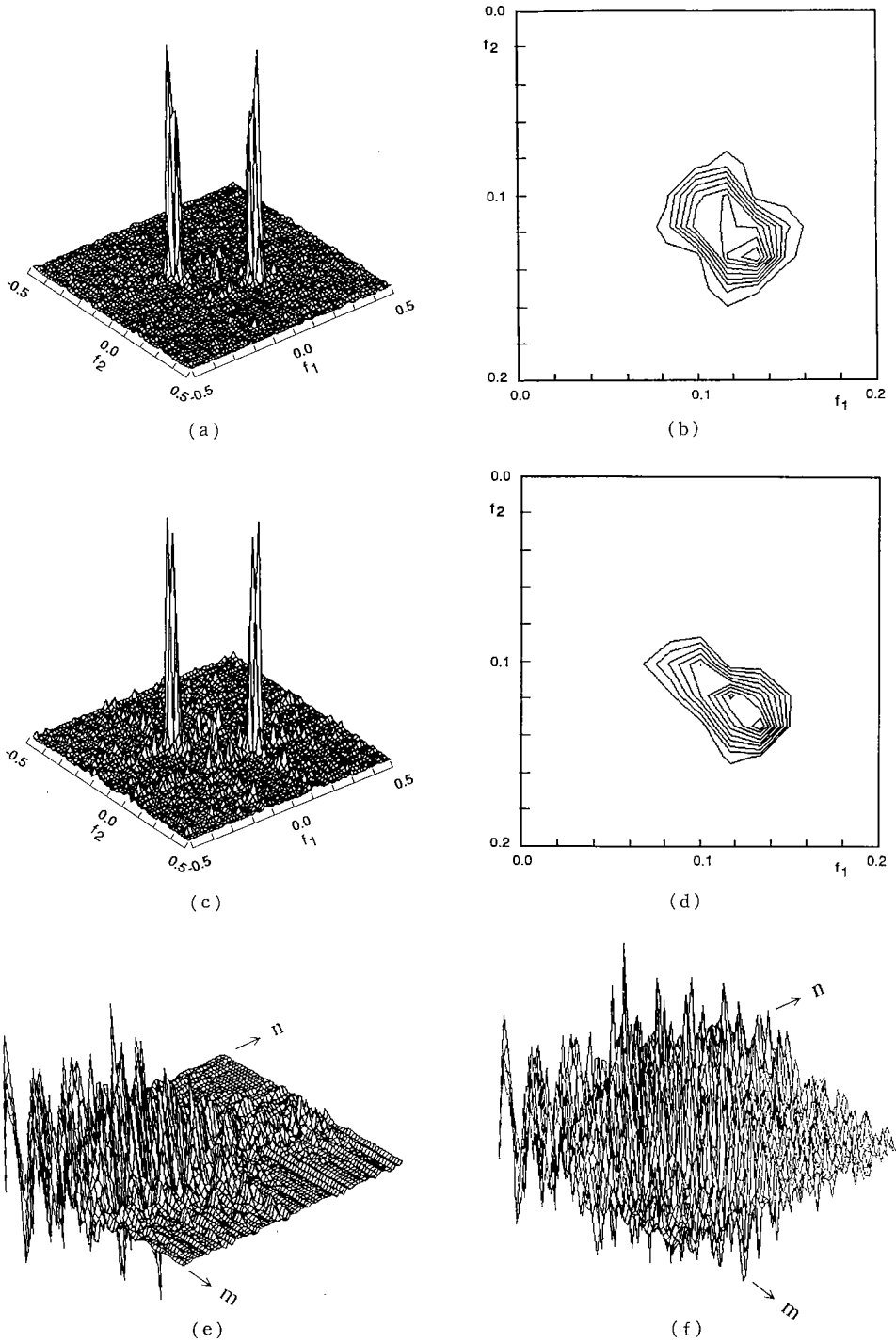


図 5 データ拡張法におけるスペクトル推定精度の改善

Fig. 5 Modification of spectral estimation performance for the data extension method. (a) Spectrum and (b) its contour illustration for the data extension method. (c) Spectrum and (d) its contour illustration for the modified data extension method. (e) (f) Each behavior of data prediction for the data extension and modified data extension methods.

ほぼ等しくなっている。従って、図5(c)は、改良データ拡張法が、本来同振幅である正弦波信号のスペクトルの大きさをも、精度良く推定していることを示している。図5(e), (f)は、データ拡張法および改良データ拡張法での、与えられるデータアレー外のデータ予測の様子を示している。これらを比較することにより、改良データ拡張法が、より高精度なデータ予測を行っていることがわかる。この結果はまた、3.での、提案する雑音補正AR係数推定法の有効性を示していると言えよう。結局、図5(a)~(f)より、改良データ拡張法が、雑音成分を補正しつつ、より高精度なデータ予測を行い、結果として、より高いスペクトル推定精度を与えていることがわかる。

いくつかのシミュレーションを行った結果、ここで用いたデータ列は、改良データ拡張法において、存在する二つのスペクトルピークを抽出するための限界であった。すなわち、データ数を更に減少させれば、図5(c), (d)は図5(a), (b)のように一つのスペクトルピークに融合してしまうことになるわけである。この事実は、図5(d)が大きな推定バイアスを含んでいることから推察されよう。従って逆に、改良データ拡張法は、ここでの例題においては、他を同一条件としたとき、データ数を  $M=N=32$  以上とすれば、有効な結果を与えることができると言える。

雑音成分を補正するデータ拡張法の一改良法として、我々は先に反復プレフィルタリングとFrostらのデータ拡張法を組み合わせる方法を提案している<sup>(9)</sup>。この方法は、極めて低SN比の場合においても適用可能であるが、存在する正弦波信号の振幅値が異なる場合に十分適用できないという性質がある。一方、ここでの改良データ拡張法においては、存在する2次元正弦波信号の振幅値に制約は課されない。文献(20)では、二つの正弦波信号の振幅値が異なる場合でも、雑音を補正したデータ拡張法が良好な推定結果を与えることが示されている。従って、2次元正弦波信号に関する制約の解除を、ここでの改良データ拡張法の主張点とすることができる。

ARモデルの次数(AR係数の数)を増大させることにより、雑音成分の影響を緩和させる方法もまた、提案されている<sup>(30)</sup>。しかし、この方法においては、2次元共分散法を適用しているため、データ拡張に用いる2次元ARフィルタの安定性を保証できない。従って、データ拡張が安定に行われることが保証されないという致命的な欠点を有することになる。一方、ここでの

改良データ拡張法では、自己相関法の適用により、データ拡張でのARフィルタの安定性は容易に保証され得る。

なお、図5のシミュレーションでは、実行精度の比較を目的としたため、データ拡張法および改良データ拡張法の双方法において、ARモデルの次数  $P_1, P_2$  を等しく設定したのみであった。しかし、実際には、ARモデルの最適次数の決定が望まれる。その対策としては、FPEやAICなどの規範を用いる方法が考えられるが、周知のように、最適次数の決定は容易ではない。

また、図5(a)と図5(c)を注意深く比較すると、改良データ拡張法においては、雑音成分が線状のスペクトルをなしながら強調されていることに気づく。これは、改良データ拡張法の有する欠点と思われる。この雑音強調はデータ予測の際の予測誤差に起因すると予想されるが、現在において、その発生原因は明らかでない。文献(5)では、Frostらのデータ拡張法においても、上記の雑音強調現象を生じることが述べられている。

## 5. む す び

本論文では、まず、自己相関法の原理を共有する観点から、2次元Yule-Walker方程式の一解法である2次元自己相関法と1次元自己相関法を用いるデータ拡張法を、雑音の混在する2次元正弦波信号の周波数を推定する目的での2次元スペクトル推定として比較し、データ拡張法が優位であることを述べた。しかし、データ拡張法には、付加雑音が増大することに伴う推定精度の劣化が顕著に現れることを指摘し、2次元でのデータ拡張法の基本となる1次元での雑音補正AR係数推定法を導出した。この雑音補正AR係数推定法は、従来未解決とされていた、雑音パワーの引きすぎと、良好な雑音パワーの推定法の導出の問題を同時に解決する、簡潔かつ効率的な反復アルゴリズムであった。その新しい雑音補正AR係数推定法をデータ拡張法に組み込み、最終的には、対雑音性を考慮した、2次元スペクトル推定のための改良データ拡張法を提案した。

提案した改良データ拡張法は、基本的に各成分ごとの1次元処理に帰着される。従って、多次元処理へも拡張が容易であることは、特筆すべき特徴である。また、実信号を処理対象として扱ったが、複素信号処理への拡張も可能である。

本論文では、比較のために自己相関法を中心に論じ

たが、推定されるARフィルタの安定性を保証するAR係数推定法はすべて、直接適用することができる。より高精度にデータ拡張が行える方法の探索が、今後の課題として残されよう。

### 文 献

- (1) Marple S. L.: "Digital Spectral Analysis with Applications", Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1987).
- (2) Whittle P.: "On Stationary Processes in the Plane", *Biometrika*, 41, pp. 434-449 (Dec. 1954).
- (3) Pendrel J. V.: "The Maximum Entropy Principle in Two-Dimensional Spectral Analysis", Ph. D. dissertation, York University (1979).
- (4) Therrien C. W.: "Relation between 2-D and Multi-channel Linear Prediction", *IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Process.*, **ASSP-29**, 6, pp. 454-456 (June 1981).
- (5) Frost O. L. and Sullivan T. M.: "High-Resolution Two-Dimensional Spectral Analysis", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, pp. 673-676 (1979).
- (6) Burg J.: "Maximum Entropy Spectral Analysis", *Proc. the 37th Meeting of the Society of Exploration Geophysicists* (1967).
- (7) Jain A. K. and Ranganath S.: "High Resolution Spectrum Estimation in Two Dimensions", *Proc. 1st ASSP Workshop on Spectrum Estimation*, pp. 3. 4. 1-3. 4. 5 (1981).
- (8) Ulrych T. J. and Walker C. J.: "High Resolution 2-Dimensional Power Spectral Estimation", in *Applied Time Series II*, Academic Press, pp. 71-99 (1981).
- (9) 島村徹也, 永峯貴子, 鈴木誠史: "データ外挿を利用した高分解能2次元スペクトル推定", *システム制御情報学会論文誌*, 7, 6, pp. 213-220 (1994-06).
- (10) Kay S. M.: "Modern Spectral Estimation-Theory and Application", Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1988).
- (11) Hippenstiel R. D.: "Spectral Estimation of Short Duration Signals Using Time Domain Extrapolation", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, pp. 3133-3136 (1991).
- (12) Jackson L. B. and Chien H. C.: "Frequency and Bearing Estimation by Two-Dimensional Linear Prediction", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, pp. 665-668 (1979).
- (13) 櫻井 学, 浜田 望: "極座標形ARモデルを用いた2次元線スペクトル推定", *信学論(A)*, **J76-A**, 10, pp. 1431-1439 (1993-10).
- (14) Capon J.: "High Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis", *Proc. IEEE*, **57**, 8, pp. 1408-1418 (Aug. 1969).
- (15) Marple L.: "Resolution of Conventional Fourier, Autoregressive, and Special ARMA Methods of Spectrum Analysis", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, pp. 74-77 (1977).
- (16) Marple L.: "High Resolution Autoregressive Spectrum Analysis Using Noise Power Cancellation", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, pp. 345-348 (1978).
- (17) Melsa J. M. and Tomcik J. D.: "Linear Predictive Coding with Additive Noise for Application to Speech Digitization", *Proc. 14th Allerton Conf. Circuits Syst. Theory*, pp. 500-508 (1976).
- (18) Kay S. M.: "Noise Compensation for Autoregressive Spectral Estimates", *IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Process.*, **ASSP-28**, 3, pp. 292-303 (March 1980).
- (19) Yahagi T., Hasan M. K. and Henriques M. A.: "Estimation of AR Parameters from Noise Corrupted Measurements", *信学 '93 春大*, p. A-132 (1993).
- (20) 繆 衛国, 島村徹也, 鈴木誠史: "雑音分散の推定とデータ予測を利用する1次元および2次元スペクトル推定", *信学技報*, **DSP94-2**, pp. 9-14 (1994-04).
- (21) Woods J. W.: "Two-Dimensional Markov Spectral Estimation", *IEEE Trans. Information Theory*, **IT-22**, 5, pp. 552-559 (Sept. 1976).
- (22) Jain A. K. and Ranganath S.: "Two-Dimensional Spectral Estimation", *Proc. RADC Workshop on Spectral Estimation*, pp. 151-157 (1978).
- (23) Lim J. S. and Malik N. A.: "A New Algorithm for Two-Dimensional Maximum Entropy Power Spectrum Estimation", *IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Process.*, **ASSP-29**, 3, pp. 401-413 (June 1981).
- (24) Nikias C. L. and Raghuveer M. R.: "Multi-Dimensional Parametric Spectral Estimation", *Signal Processing*, **9**, 3, pp. 191-205 (Oct. 1985).
- (25) Tjøstheim D.: "Autoregressive Modeling and Spectral Analysis of Array Data in Plane", *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, **GH-19**, 1 (Jan. 1981).
- (26) Zou L. and Liu B.: "On Resolving Two-Dimensional Sinusoids in White Noise Using Defferent Spectral Estimates", *IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Process.*, **ASSP-36**, 8, pp. 1338-1349 (Aug. 1988).
- (27) Rife D. C. and Boorstyn R. R.: "Single Tone Parameter Estimation from Discrete-Time Observations", *IEEE Trans. Information Theory*, **IT-20**, 5, pp. 591-598 (Sept. 1974).
- (28) Rife D. C. and Boorstyn R. R.: "Multiple Tone Parameter Estimation from Discrete-Time Observations", *Bell Syst. Tech. J.*, **55**, 9, pp. 1389-1410 (Nov. 1976).
- (29) Jackson P. L., Joyce L. S. and Feldkamp G. B.: "Application of Maximum Entropy Frequency Analysis to Synthetic Aperture Radar", *Proc. RADC Workshop on Spectrum Estimation*, pp. 217-225 (1978).
- (30) Frost O. L.: "High-Resolution 2-D Spectral Analysis at Low SNR", *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process.*, pp. 580-583 (1980).

(平成6年12月19日受付, 7年3月2日再受付)



島村 徹也

昭61慶大・理工・電気卒。平3同大学院博士課程了。工博。同年埼玉大・工・情報助手。スペクトル解析および適応信号処理に関する研究に従事。計測自動制御学会、日本音響学会、IEEE 各会員。



繆 衛国

1983年中国上海科学技術大学電子工程系卒。同年同大学電子物理研究所助手。1987年華東師範大学電子工程系助手。現在、埼玉大大学院博士前期課程在学中。デジタル信号処理に関する研究に従事。



鈴木 誠史

昭30東工大・工・電気卒。同年郵政省電波研究所(現、通信総合研究所)入所。昭42同通信機器部音声研究室長。昭57同情報処理部長。昭60同総合通信部長。昭63通信総合研究所長。平1埼玉大・工・教授。現在に至る。昭41~42、MIT 客員研究員。工博。この間、音声合成、音声認識、通話品質の改善、音声伝送方式などの音声情報処理、通信システムの研究に従事。アメリカ音響学会、日本音響学会、テレビジョン学会、情報通信学会、IEEE、情報処理学会各会員。