

## 研究速報

### レイリーフェージング通信路における最ゆうメトリックおよび近似メトリックを用いた畳込み符号の誤り率特性について

稲葉 直彦<sup>†</sup> (正員)            八嶋 弘幸<sup>††</sup> (正員)  
 黒川 知昭<sup>†</sup>                    坪内 孝司<sup>†††</sup> (正員)

Error Performances of Convolutional Coded Modulation using the Maximum likelihood Metric and an Approximated Metric over Rayleigh Fading Channel  
 Naohiko INABA<sup>†</sup>, Hiroyuki YASHIMA<sup>††</sup>, *Members*,  
 Tomoaki KUROKAWA<sup>†</sup>, *Nonmember*, and  
 Takashi TSUBOUCHI<sup>†††</sup>, *Member*

<sup>†</sup> 宇都宮大学工学部情報工学科, 宇都宮市  
 Faculty of Engineering, Utsunomiya University, Utsunomiya-shi, 321  
 Japan

<sup>††</sup> 埼玉大学工学部情報工学科, 浦和市  
 Faculty of Engineering, Saitama University, Urawa-shi, 332 Japan

<sup>†††</sup> 筑波大学電子情報工学系, つくば市  
 Institute of Information Science and Electronics, University of Tsukuba,  
 Tsukuba-shi, 305 Japan

あらまし 本論文では, レイリーフェージング通信路における畳込み符号の最ゆうメトリックを解析的に求め最ゆう復号を行い, 誤り率をシミュレーションによって求めている。また, 近似メトリックを用いた場合の誤り率をシミュレーションによって求め, 最ゆう復号結果との比較を行っている。

キーワード 畳込み符号, フェージング通信路, 最ゆう復号

#### 1. まえがき

近年, 社会の高度情報化に伴い, デジタル移動通信に対する需要が飛躍的に増大してきている。デジタル移動通信において大きな問題となるのは, マルチパスフェージング等の影響により通信路が非常に不安定となることであるが, 畳込み符号はフェージングチャネルにおいても大きな符号化利得が得られる優れた符号であることが知られている。これは, 畳込み符号が, ビタビ復号によって最ゆうまたは最ゆうに近い復号がしかも軟判定復号によって比較的簡単に実現できるためである。

畳込み符号の最ゆう復号を行うためには, 最ゆうメトリック [1] を求める必要がある。最ゆうメトリックを正確に求めることが困難である場合には, メトリックに近似値が用いられる。文献 [2] および [3] では, フェージング通信路におけるトレリス符号化変調方式の復号において, 包絡線情報がない場合にも, 信号点間のユークリッド距離をメトリックとして用いて同変調方式の誤り率の評価を行っている。このような近似

メトリックが用いられた理由としては, フェージング通信路においてもメトリックをユークリッド距離によって近似することは直観的に妥当なものと考えられること, フェージング通信路における最ゆうメトリックの計算が多少複雑であることなどが考えられるが, このような近似値を用いた場合には, 最ゆう復号を行った場合に対しどの程度誤り率が劣化するかを議論することは重要かつ興味深い問題であると考えられる。

本論文では, レイリーフェージング通信路における畳込み符号の最ゆう復号の特性を求めるため, 解析的に求めた最ゆうメトリックを用いて, シミュレーションにより誤り率を求める。ここでは, 変調方式は BPSK とし, インタリーバのサイズは十分に大きく, 受信波の包絡線情報がない場合を仮定している。また, メトリックにユークリッド距離を用いた簡易的な復号を行いシミュレーションによって誤り率を求め最ゆう復号の結果と比較した。その結果, 状態数が 4 から 16 (拘束長 3 から 5) のような符号器を用いた場合にはメトリックにユークリッド距離を用いた簡易的な復号によって最ゆう復号に極めて近い誤り率が得られることが明らかとなった。これに対し, 状態数が増えるにつれ両者の特性には差が現れ, 状態数 32 および 64 (拘束長 7) の符号器を用いた場合には誤り率  $10^{-5}$  において最ゆう復号は簡易的な復号に対し約 0.5 dB のゲインが得られることが明らかになった。

#### 2. システムモデル

図 1 に本論文で対象とするシステムのブロック図を示す。1 ビットの入力ビット情報  $b_i$  は, 符号化率 1/2 の畳込み符号器によって符号化され 2 ビット信号  $d_i$  となる。符号器は, 状態数が 4 から 64 (拘束長 3 から 7) で, それぞれ自由距離が最大のものを使用する [1]。符号器の出力は, インタリーバにおいてインタリーブされる。ここでインタリーバは, フェージングによる振幅の揺らぎが無相関とみなすことができるほど, 十分サイズの大きなものを用いるものと仮定する。符号器の出力は 2 相変調方式によって変調され, レイリーフェージング通信路を伝搬する。包絡線の確率密度分布は次式によって表される。

$$p_\rho(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2) \quad (1)$$

$\rho$  は正規化された包絡線の振幅を表す。符号器の符号化率は 1/2 であるので, 単位符号当りの平均エネルギーを  $\bar{E}_s$ , 単位情報ビット当りの平均エネルギー  $\bar{E}_b$  とすれば,  $\bar{E}_s = \frac{1}{2}\bar{E}_b$  の関係がある。更に, 信号

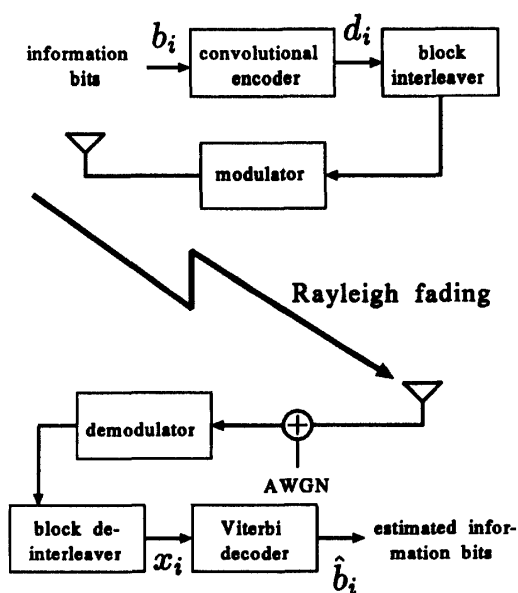


図1 システムモデルのブロック図  
Fig.1 Block diagram of the system model.

は白色ガウス雑音  $n$  の影響を受ける。但し、 $n$  は、 $Re(n)$  と  $Im(n)$  が無相関であり、ともに平均値 0、分散  $\sigma^2 = N_0/2$  である複素ガウス過程である。また、伝送路においてシンボル間干渉は無視できるものと仮定する。信号は復調され、逆インタリーブされ、ビタビ復号器において情報ビット  $\hat{b}_i$  が推定される。

3. シミュレーション  
・最ゆう復号の場合

長さ  $N$  の符号語系列を  $\mathbf{D}^N = (d_1, d_2, \dots, d_N)$  とする。対応するデインタリーバの出力系列を  $\mathbf{X}^N = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  とする。最ゆう復号とは、受信系列  $\mathbf{X}^N$  より次の条件付き確率

$$P(\mathbf{X}^N | \mathbf{D}^N) = \prod_{p=1}^N P(x_p | d_p) \quad (2)$$

を最大とするような符号系列  $\mathbf{D}^N$  を送信系列として推定することである。対数をとっても大小関係は変わらないから、

$$\lambda(x_p | d_p) = \ln P(x_p | d_p) \quad (3)$$

とおけば、式 (2) を最大とすることは、次式を最大とすることに等しい。

$$\ln P(\mathbf{X}^N | \mathbf{D}^N) = \sum_{p=1}^N \lambda(x_p | d_p) \quad (4)$$

式 (3) における  $\ln P(x_p | d_p)$  を最ゆうメトリックと呼ぶ。最ゆうメトリックを得るために必要な  $P(x_p | d_p)$  の値は次のように厳密に計算される。

$$\begin{aligned} P(x|1) &= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left\{-\frac{(x-\rho)^2}{N_0}\right\} p_\rho(\rho) d\rho \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{N_0+1}\right) \\ &\quad \times \left[ \frac{N_0}{N_0+1} \exp\left\{-\frac{x^2}{N_0(N_0+1)}\right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2x}{N_0+1} \sqrt{\frac{\pi N_0}{N_0+1}} Q\left(-x \sqrt{\frac{2}{N_0(N_0+1)}}\right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$P(x|0) = P(-x|1)$$

但し、

$$Q(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_v^\infty \exp(-x^2/2) dx \quad (6)$$

である。最ゆうメトリック式 (5) を得るための途中計算は付録に示した。 □

・メトリックにユークリッド距離を用いる簡易的復号の場合

メトリックとして信号点間のユークリッド距離の 2 乗を用いる。すなわち、式 (3) の代わりにメトリックとして

$$\begin{aligned} \lambda(x|1) &= (x - \sqrt{E_s})^2 \\ \lambda(x|0) &= (x + \sqrt{E_s})^2 \end{aligned} \quad (7)$$

を用いる。これをメトリックとして用いる場合には最ゆう復号とはならないが、式 (5) と比較してわかるように、最ゆう復号の場合よりメトリックの計算が簡単である。この簡易復号に対する誤り率の上限は、Divsalar, McKay らによって理論的に求められている [2],[3]。 □

図 2 にシミュレーションによって得られた誤り率特性を示す。符号器の状態数が 4 から 64 (拘束長 3 から 7) の 5 通りについて行った。シミュレーションの試行回数は  $10^7$  回とした。グラフの中で、同じ状態数のうち誤り率が優れている方が最ゆう復号を行った結果 (実線) を表し、もう一方がユークリッド距離をメトリックとして用いた場合 (破線) を表している。グラフより、状態数が比較的少ない 4, 8, 16 の場合は、メトリックにユークリッド距離を用いた簡易的な復号器

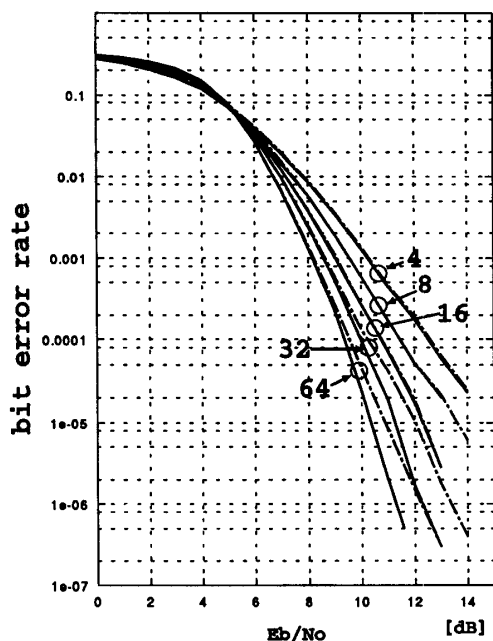


図2 誤り率特性  
Fig.2 Bit error rate performances.

を用いても最ゆう復号に近い極めて優れた誤り率特性が得られることがわかる。一方、符号器の状態数が32と64のような大きな場合には、最ゆう復号と簡易復号の差はSN比が大きくなるほど開いていき、 $10^{-5}$ の誤り率において最ゆう復号は簡易復号に対し約0.5 dBのゲインが得られることが明らかとなった。

4. む す び

本論文では、フェージング通信路における畳込み符号の最ゆう復号を行い、誤り率をシミュレーションによって求めた。また、メトリックを信号点間のユークリッド距離とする簡易的な復号結果と比較した。計算の結果、状態数が少ない場合には簡易的な復号によって最ゆう復号に近い結果が得られるのに対し、状態数が増えるに従い、最ゆう復号がより優れた特性を示すことが明らかとなった。今後の課題としては、フェージング通信路におけるトレリス符号化変調方式の最ゆう復号を行うことなどが挙げられる。

謝辞 本研究は実吉奨学会研究助成金の援助により行われました。この場を借りて心から御礼申し上げます。

文 献

[1] 今井秀樹, 符号理論, 電子情報通信学会, 1990.  
 [2] D. Divsalar and M.K. Simon, "Trellis coded modulation for 4800-9600 bits/s transmission over a fading mobile satellite channel," IEEE J. Selected Areas in Commun., vol.5, pp.162-174, 1987.  
 [3] R.G. McKay, P.J. McLane, and E. Biglieri, "Error

bounds for trellis-coded MPSK on a fading mobile satellite channel," IEEE Trans. Commun., vol.39, pp.1750-1761, 1991.

付 録

基本枝メトリック式 (5) の導出について

$$\begin{aligned}
 P(x|1) &= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left\{-\frac{(x-\rho)^2}{N_0}\right\} p_\rho(\rho) d\rho \\
 &= \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left\{-\frac{(x-\rho)^2}{N_0}\right\} 2\rho \\
 &\quad \exp(-\rho^2) d\rho \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{N_0+1}\right) \int_0^\infty 2\rho \\
 &\quad \exp\left\{-\frac{(N_0+1)\left(\rho-\frac{x}{N_0+1}\right)^2}{N_0}\right\} d\rho
 \end{aligned}$$

$u = \rho - x/(N_0 + 1)$  とおけば,

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{x^2}{N_0+1}\right) \int_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty \\
 &\quad 2\left(u + \frac{x}{N_0+1}\right) \\
 &\quad \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\} du \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

となる。ここで積分の中身は次のように計算されるから、

$$\begin{aligned}
 &\int_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty 2\left(u + \frac{x}{N_0+1}\right) \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\} du \\
 &= \left[-\frac{N_0}{N_0+1} \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\}\right]_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty \\
 &\quad + \frac{2x}{N_0+1} \int_{-\frac{x}{N_0+1}}^\infty \exp\left\{-\frac{N_0+1}{N_0}u^2\right\} du \\
 &= \frac{N_0}{N_0+1} \exp\left\{-\frac{x^2}{N_0(N_0+1)}\right\} \\
 &\quad + \frac{2x}{N_0+1} \sqrt{\frac{\pi N_0}{N_0+1}} \\
 &\quad Q\left(-x\sqrt{\frac{2}{N_0(N_0+1)}}\right)
 \end{aligned}$$

これを式 (A.1) に代入すれば、基本枝メトリック式 (5) を得る。

(平成6年8月9日受付, 7年5月8日再受付)