

複数のモードを同時に不可観測とする空間フィルタの設計*

(振動実験における基礎的検討)

細 矢 直 基^{*1}, 松 村 雄 一^{*2}

Spatial Filter Design for Observation Spillover Suppression (Fundamental Investigation in Vibration Testing)

Naoki HOSOYA^{*3} and Yuichi MATSUMURA

^{*3} Division of Mechanical Engineering and Science, Saitama University,
255 Shimo-Okubo, Sakura ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

Spatial filter whose importance has been recognized is useful for suppressing modal observation spillover and making reduced-order model of the structures. The authors have proposed a design method of spatial filter of structures. The method is able to get rid of the selected modal amplitudes from measured responses in vibration testing. A small number of sensors are used to design spatial filter that are below number of the modes in target frequency range. In this paper FE-model based filtering methodology is presented. The following is the filter design procedure: a fundamental spatial filter is designed from FE-model of the structure, its experimental model is identified by using experimental modal analysis, and finally, spatial filter corrected by the experimental model is obtained. This paper installs the evaluation of optimal sensor position for establishing spatial filter. The workability of the method is investigated by experimental application to a cantilever beam.

Key Words: Filter, Observability, Experimental Modal Analysis, Frequency Response Function, Impact Testing

1. 結 論

所望の複数モードを同時に不可観測にする手法が実現すれば、構造物の低次元モデルの構築や振動制御におけるスピルオーバー回避に有用である。また、種々の振動試験において、局所的にモード密度を低くするため、加振点や測定点の適切な配置に利用できると考えられる^{(1),(2)}。この手法としては、(a)分布定数系センサ、及び(b)ポイントセンサを用いたモーダルフィルタの適用などが過去に検討されている^{(3),(4),(5)}。(a)では、モード形状が既知で単純な系において、そのモード関数を利用してフィルタを整形することから、比較的単純な構造物にしか適用ができない。また、(b)では、測定対象周波数域に含まれるすべてのモードベクトルが既知でなければならず、モード数と同数以上のセンサも必要となるという課題がある。

上述の背景を踏まえ、著者らは前報告において、構造物に取り付けた複数個のポイントセンサ出力の中か

ら、所望の複数の振動モードを同時に不可観測とするための空間フィルタの設計方法を提案した。提案法は、不可観測とするモードのモードベクトルだけを既知としてフィルタを設計できる。また、不可観測とするモードと同数以下のセンサで実現できるという特徴を有する。前報告では、対象構造物のモード関数の厳密解が求まる片持ちはりへの数値例を通して、提案法が数学的に実現することを確認した。

本論文では、提案する手法を解析的にモード関数が得られない一般構造物に適用する手法について検討する。また、振動実験を通してその有効性を検討する。複雑な形状や境界条件の構造物に対するモードベクトルは、有限要素(Finite Element: FE, 以下FEと略記)モデルを用いて推定することにする。この場合、真値でないモードベクトルを利用して空間フィルタを設計することになることから、FEモデルを用いて設計した空間フィルタを実験で修正する。また、センサの取り付け誤差に強いセンサ配置の評価関数を導入する。最後に、片持ちはりの打撃試験で得られる応答を利用して、これら手法の有効性を検証する。

* 原稿受付 2005年12月20日。

^{*1} 正員, 埼玉大学大学院理工学研究科(☎338-8570 さいたま市桜区下大久保255)。

^{*2} 正員, 滋賀県立大学工学部(☎522-8533 彦根市八坂町2500)。

E-mail: hosoya@mech.saitama-u.ac.jp

2. 空間フィルタ設計法の概略

2.1 フィルタ設計の概念 提案する空間フィルタ設計の概念について説明する。説明の簡単化のため、構造物に取り付けるセンサ数が2個、不可観測の対象とするモードが s_{1x}, s_{2x}, s_{3x} 次の3個の場合を例に説明する。この場合の空間フィルタ設計法の概念図は図1の通りである。不可観測の対象とするモードのモードベクトルをそれぞれ $\phi_{s_{1x}}, \phi_{s_{2x}}, \phi_{s_{3x}}$ とおいた。これら要素数が2個のモードベクトルが2次元空間において同一直線上に存在するようにポイントセンサを配置できれば、これらのモードベクトルすべてに直交なベクトルを求めることができる。この直交ベクトルを空間フィルタベクトル ψ_s とすれば、ポイントセンサから得られたセンサ出力ベクトルに、このフィルタベクトルを乗じて得られる信号において、所望の複数モードが同時に不可観測となる。

2.2 フィルタの設計の詳細 ポイントセンサを2個利用し、2個もしくは3個のモードを同時に不可観測とするための空間フィルタの設計法について述べる。

2.2.1 不可観測モード数2 s_{1x}, s_{2x} 次モードを不可観測とする場合を例に、空間フィルタベクトルを求める手法を具体的に説明する。 s_{1x}, s_{2x} 次のモードベクトルが、1次従属となるセンサ配置を探索することで、所望のフィルタが設計できる。ここでは、 s_{1x}, s_{2x} 次のモードベクトルを列要素とする行列の行列式を次式で定義する。

$$W_{s_{1x}, s_{2x}}(x_1, x_2) = \begin{vmatrix} \phi_{s_{1x}}(x_1) & \phi_{s_{2x}}(x_1) \\ \phi_{s_{1x}}(x_2) & \phi_{s_{2x}}(x_2) \end{vmatrix} \quad (1)$$

所望のセンサ配置は、2個のセンサが同位置にならない条件下で、次式を満たす解の組 (x_1, x_2) を探索することに等しい。

$$W_{s_{1x}, s_{2x}}(x_1, x_2) = 0, \quad x_1 \neq x_2 \quad (2)$$

得られたセンサ配置 (x_1, x_2) において、モードベクトル $\phi_{s_{1x}}, \phi_{s_{2x}}$ を算出し、これらのベクトルに共に直交な空間フィルタベクトルを求める。具体的には、 s_{1x} 次モードを用いて、次式のように決定すればよい。

$$\psi_s = \begin{Bmatrix} \phi_{s_{1x}}(x_2) \\ -\phi_{s_{1x}}(x_1) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

2.2.2 不可観測モード数3 不可観測とするモードが s_{1x}, s_{2x}, s_{3x} 次の3個である場合のフィルタ設計法について述べる。式(2)を満たすセンサ配置の中で、 s_{3x} 次モードが s_{1x} 次モードと s_{2x} 次モードと共に1次従属となるセンサ配置を求める。これは、式(2)と同時に以下の式を満たすセンサ配置を求めることに等しい。

$$W_{s_{1x}, s_{3x}}(x_1, x_2) = 0, \quad x_1 \neq x_2 \quad (4)$$

$$W_{s_{2x}, s_{3x}}(x_1, x_2) = 0, \quad x_1 \neq x_2 \quad (5)$$

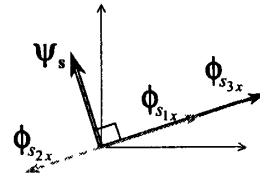


Fig. 1 Concept of spatial filter (Number of sensors: 2, Number of target modes: 3)

2.3 空間フィルタによるフィルタリング

2.3.1 応答のモード座標での表現 構造物上に複数個の1軸のポイントセンサを取り付けて測定された応答のモード空間表現を与える。時刻 t に測定された応答 U をモード座標で表現すると、次のようになる。

$$U_n = \Phi_{nQ} \eta_Q \quad (6)$$

ここに、

$$U_n = \{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n\}^T \quad (7)$$

$$\Phi_{nQ} = \{\phi_{s_{1x}}(x_n) \ \phi_{s_{2x}}(x_n) \ \dots \ \phi_{s_{Qx}}(x_n)\} \quad (8)$$

$$\eta = \{\eta_{s_{1x}} \ \eta_{s_{2x}} \ \dots \ \eta_{s_{Qx}}\}^T \quad (9)$$

ここで、 n は1軸センサの数、 Q は対象周波数範囲内において支配的なモード数、 $U_n(n \times 1)$ は応答ベクトル、 $\Phi_{nQ}(n \times Q)$ は固有モード行列、 $\eta(Q \times 1)$ は時刻 t におけるモード振幅である。

2.3.2 フィルタリング 説明の簡単化のため、構造物に取り付ける1軸ポイントセンサが2個の場合のフィルタリング計算を示す。センサ位置を x_1, x_2 とすると、得られる応答は式(6)のようになる。式(6)に対して、前から空間フィルタベクトルを乗じると、次式のようにになる。

$$\psi_s^T U_n = \psi_s^T \Phi_{nQ} \eta_n \quad (10)$$

式(10)と $\psi_s^T \phi_{s_{1x}} = 0$ 、 $\psi_s^T \phi_{s_{2x}} = 0$ の関係から、 s_{1x} 次と s_{2x} 次モードのみが不可観測である時刻歴応答が得られる。

3. 振動実験への空間フィルタの適用例

本論文では、ここに提案する空間フィルタを振動実験へ適用し、その実現性を検証する。本手法の有効性を前報と比較検討するため、複雑な機械構造物を例にするのではなく、あえて前報と同様に解析解が既知である図2に示す片持ちはりを対象とし、対象自由度は曲げ振動(並進1自由度)のみとした。

3.1 空間フィルタの設計方法の流れ 空間フィルタ設計法の流れを図3に示す。まず、(i)FEモデルのモードベクトル(以下、解析モードベクトルと呼ぶ)に基づいてセンサ配置を仮に決定し、空間フィルタを設計する。次に、(ii)求めた仮のセンサ配置に従い、対象構造物にポイントセンサを取り付けて振動実験を行い、(iii)モード特性(固有振動数、固有モードベクトル(以下、実験モードベクトルと呼ぶ))を同定する。(iv)FEAと振動実験で得られたモード特性を比較することで、

FEモデルのモード特性の精度を検証する。ここで、一般的には、両者には違いが存在するため、(v)振動実験により得られたモード特性を用いて空間フィルタを再設計する。(vi)再設計された空間フィルタに基づき、センサの再配置（センサ位置の修正）を行い、モードベクトル間の角度が所望の許容誤差範囲に収束した後、(vii)フィルタリングを行う。

3.2 FEモデルに基づく空間フィルタの仮設計

解析モードベクトルから空間フィルタに適した仮のセンサ配置を決定する手法を示す。

3.2.1 FEモデルの検証

本論文で対象とした片持ちはり（図2参照）は、長さが505mm、16×6mmの長方形断面を持つ黄銅製である。縦弾性係数は92.8GPa、密度は8429kg/m³、ポアソン比は0.33とした。FEモデルの節点数は1011、要素数は1010とした。シミュレーションにおいては、モード減衰比を0.5%とした。

FEモデルの固有値解析を行い、解析解と比較した。表1にFEAと解析解により得られた固有振動数を示し、表2にFEモデル、解析解から得られたそれぞれのモードベクトルの相関性をモード信頼性評価基準（Modal Assurance Criterion: MAC, 以下MACと略記）により求めたMAC値で示す。表1、表2から両者の固有振動数、固有モードベクトルはほぼ一致しているが、厳密には誤差が存在することがわかる。

3.2.2 空間フィルタ

解析モードベクトルに基づいて空間フィルタを設計していく方法を示す。空間フィルタは、取り付けるポイントセンサ数を2、不可観測とするモード数を2として設計した。図2のように2つのセンサは、はりの固定端からそれぞれ距離 x_1 、 x_2 の位置に1個ずつ配置した。このとき、それぞれのセンサ位置は $x_1 < x_2$ となるようにした。これらの位置は、はりの長さ l で正規化し、はりの長さ依存しないセンサ配置とした。

$$x'_1 = x_1/l, \quad x'_2 = x_2/l \tag{11}$$

FEモデルでは、離散的なセンサ配置しか選択することができないため、式(2)を完全に満たすセンサ配置を求めることは困難である。そこで、本論文では、以下の式を満たすセンサ配置を探索することとした。

$$\left| W_{s_{1x}, s_{2x}}(x_1, x_2) \right| \leq \alpha \tag{12}$$

ここで、 α は許容誤差を表す任意の正の実数である。このとき、得られたセンサ配置において、 s_{1x} 次モードと s_{2x} 次モードは、必ずしも同一の直線上にない。先に示した式(3)の空間フィルタベクトルは s_{1x} 次モードのみ直交しているため、 s_{2x} 次モードは完全に不可観測にならないこととなる。本論文では、 s_{1x} 、 s_{2x} 次のモードを共に同程度の精度で不可観測とするため、空間フィルタ

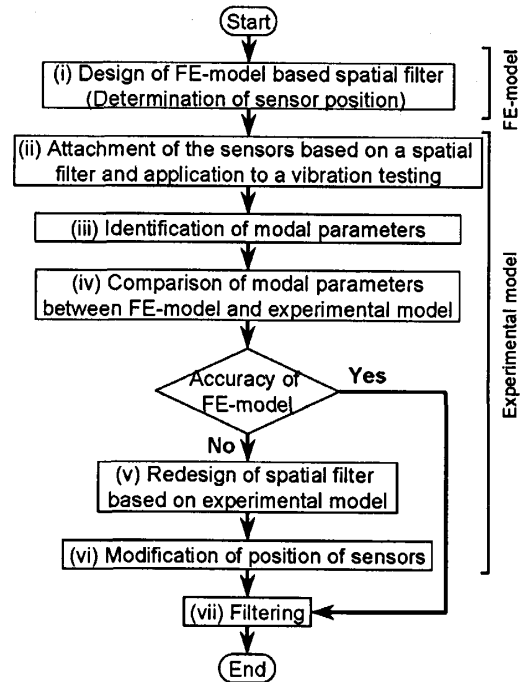
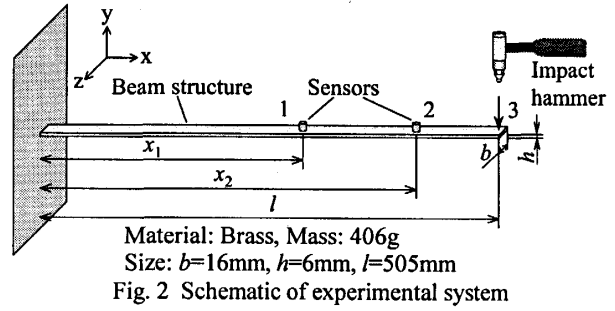


Table 1 Natural frequencies of the beam structure

Natural frequencies [Hz]		
Mode	FEA	Theoretical
1st	12.6	12.6
2nd	79.0	79.0
3rd	221.2	221.2
4th	433.3	433.7

Table 2 Modal assurance criterion

Mode	MAC
1st	0.99999999999665
2nd	0.99999999502509
3rd	0.99999994048669
4th	0.99999976004308

タを次式で設計することにした。

$$\psi_s = \begin{Bmatrix} \phi_{sum}(x_2) \\ -\phi_{sum}(x_1) \end{Bmatrix} \tag{13}$$

ここに、

$$\phi_{sum} = \phi_{s_{1x}} + \phi_{s_{2x}} \tag{14}$$

図4は解析モードベクトルに基づいて設計されたセンサ配置の一例で、不可観測とするモードが3、4次モードの場合である。ここに、前報と同様に解析モードベクトルを利用したセンサ配置の場合にも、1、2次

モードを不可観測とするセンサ配置は存在しなかったことを注記しておく⁽⁴⁾。図4(a)には、前報において厳密解から求めたセンサ配置を重ねて示してある。図4(a)はセンサ位置の組み合わせを点で表したものであるが、点が重なることで実線となっている。これらの設計例では、固定端に近く、正規化された長さで0.3以下の位置では、いずれの振動モードにおいても振幅が小さく、SN比の低下が予想されることから、センサ配置を行わないようにした。式(1)の評価関数 W を等高線図で表現した図4(b)から、 W がゼロを通過する点が図4(a)のセンサ配置と一致しており、図4に示すセンサ位置の組み合わせ以外には解が存在しないことが確認できる。図4(a)より、任意のモードを不可観測とするセンサ配置は無数に存在し、FEモデルと厳密解から求めたセンサ位置はわずかに異なる。空間フィルタを設計する場合は、この組み合わせの中からセンサの取り付け誤差に強いという意味で最適なセンサ配置を選択することとなる。

正規化されたセンサ位置として(0.728, 0.968)を選択したところ、2つのモードベクトルがなす角度は0.12deg.でほぼ同一直線上に存在していた。FEモデルが妥当であれば、所望のモードを同時に不可観測にする空間フィルタがほぼ実現されることになる。このFEモデルを用いて数値的に求めた加振応答に対してフィルタリングして得た信号においては、所望のモードのモード峰がほぼ不可観測になることが確認された。

3.3 取り付け誤差に強いセンサ配置 図4に示した解の中から、センサの取り付け誤差の影響を受けにくいセンサ配置を求めるための評価手法について述べる。実際には、FEモデルと実験モデルは異なる(表3参照)が、振動実験では境界条件、測定に含まれるランダム誤差、センサの校正誤差などの影響もあり、センサの取り付け誤差だけに着目した検討を行うことができないため、FEモデルを用いた数値シミュレーションで検討する。

3.3.1 センサ配置の評価方法 はじめに、センサ配置の評価基準について説明する。センサの取り付け位置の誤差の影響を受けにくいとは、不可観測とするすべてのモードのモードベクトルがセンサ位置のわずかなずれに対して大きく変化しないセンサ配置であると考えた。今回の片持ち梁の例では、モード形の傾きが小さくなる位置は腹の位置付近(振幅が大きくなる位置)となり、すべてのモードの腹付近にセンサを配置することで、結果的にセンサの取り付け位置の誤差の影響を受けにくい位置となる。また、腹付近であるため、測定に含まれるランダム誤差の影響は相対的に小さくなることが予想される。ただし、これら条

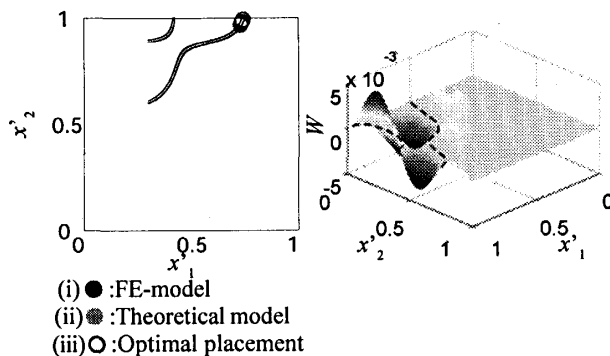


Fig. 4 Selected sensor placement by using two sensors (target modes: 3, 4)

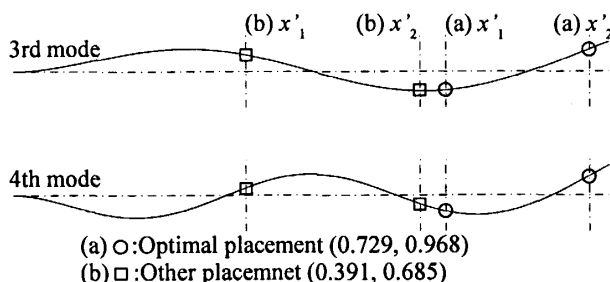


Fig. 5 Relation between mode shape of the beam structure and sensor placement (target modes: 3, 4)

件と式(12)を同時に満たすセンサ配置の中には、モードベクトル間の角度が大きいものが含まれることがあるため、最適センサ配置の評価にモードベクトル間の角度が小さいという条件を加える必要がある。本論文では不可観測の対象とするすべてのモードのモードベクトルの隣り合う要素の大きさが5%以内の差であり、モードベクトル間の角度誤差が1.0deg.以下であるという基準を満たす最適センサ配置を求めたところ、図4(a)に○で示す7個のセンサ配置の組み合わせを得た。

3.3.2 評価方法の妥当性 まず、最適センサ配置における取り付け誤差の影響を、不可観測対象モードが3, 4次の場合において検討する。比較のため、最適センサ配置(a) (0.729, 0.968)以外に、図4に示す解の中から4次モードの節付近となるセンサ配置(b) (0.391, 0.685)でセンサの取り付け位置に誤差を与えた場合を考える。得られた最適センサ配置と振動モード形の関係を図5に示す。図5の(a)を見ると、最適センサ配置(a)とは、モード形状の変化が小さく、モードの腹付近へのセンサ配置であるため、センサの取り付け誤差に強いといえる。しかし、センサ配置(b)ではモード形状の変化が大きい4次モードの節付近に配置されていることから、4次モードに対してはセンサの取り付け誤差に敏感なセンサ位置といえる。

次に、求めたセンサ配置からセンサ位置がずれるのに応じて、3次と4次のモードベクトル間の角度がどのように変化するか調べた結果を図6, 7に示す。(a), (b)

のそれぞれのセンサ配置において、図6にはセンサ位置 x_1 のみに最大で $\pm 5\text{mm}$ (間隔は 0.5mm) の取り付け誤差がある場合、図7にはセンサ位置 x_1, x_2 の両方に最大で $\pm 5\text{mm}$ (間隔は 0.5mm) の取り付け誤差がある場合を想定し、モードベクトル間の角度をFEAによる数値シミュレーションから求めた。

図6, 7に示すように、(b)のセンサ配置に比べ(a)の最適センサ配置は、センサの取り付け誤差に対する角度変化が小さく、空間フィルタを設計するためのセンサ配置として適していることがいえる。

3.4 振動実験における検討 解析モードベクトルに基づき設計された仮の空間フィルタを振動実験へ適用し、フィルタリングが実現できるかを検証する。実験モードベクトル間の角度誤差が所望の許容誤差範囲より大きい場合には、空間フィルタを実験モードベクトルを用いて修正する。

3.4.1 応答の測定方法 加振点は図2の点3 (自由端) とし、測定点は固定端からの距離がそれぞれ x_1, x_2 である点1, 2とした。測定点には加速度センサ(PCB, M352C65: 2g)をそれぞれワックスで取り付け、インパクトハンマ(PCB, 086C01)で加振することで加速度応答をスペクトルアナライザ(小野測器, DS-2000, ダイナミックレンジ: 100dB)で測定し、測定時間は1.6s(サンプリング周波数: 5120Hz)とした。加速度応答をフーリエ変換する際の窓関数は方形窓とした。また、モード特性を同定するために周波数応答関数 (Frequency Response Function: FRF, 以下FRFと略記)を測定し、FRF測定時の窓関数は入出力共に指数窓⁶⁾、平均化回数4回とした。

3.4.2 不可観測対象モード数2 不可観測の対象モードを3, 4次とした場合の空間フィルタの適用例を示す。

はじめに、FEモデルと実験モデルの固有振動数を比較する。表3に示す片持ちはりの固有振動数を見ると、両者には違いが生じている。表3にはFEモデルと実験モデルの固有振動数の差を示しており、最大で約4%となっている。また、本表には実験モード解析で得られた減衰比を示しており、1次の減衰比は4.8%であった。次に3, 4次モードを不可観測とするために、解析モードベクトルから求めた仮の最適センサ配置を振動実験に適用した例を示す。最適センサ配置(a) (0.729, 0.968)において、実験モードベクトルは図8(a)の通りとなった。解析モードベクトル間の角度(0.12deg.)に比べて、実験モードベクトル間の角度(0.72deg.)が大きいことがわかる。これは、実験の境界条件やセンサの質量などの影響によるものと考えられる。このことから、今回の例

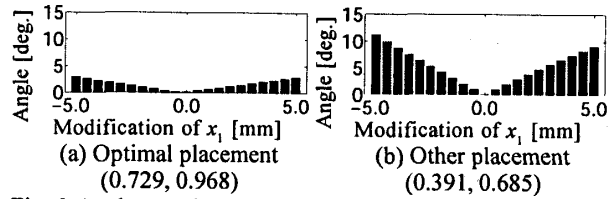


Fig. 6 Angle error between modal vectors in modification x_1 (target modes: 3,4)

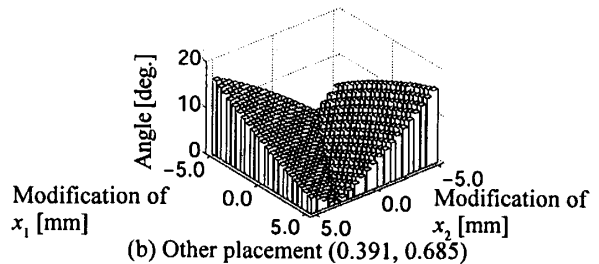
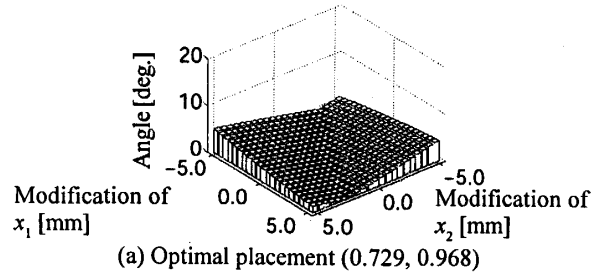
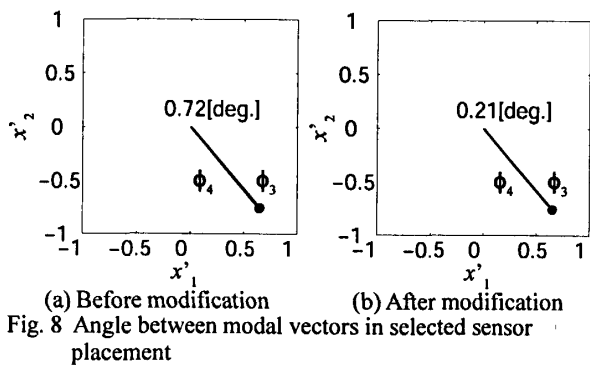


Fig. 7 Angle error between modal vectors in modification x_1 and x_2 (target modes: 3, 4)

Table 3 Natural frequencies and damping ratios of the beam structure

Mode	Natural frequencies [Hz]			Damping ratio [%]	
	Experiment	FEA	Difference [%]	Experiment	
1st	12.1	12.6	-4.0	4.8	
2nd	76.6	79.0	-3.0	1.3	
3rd	214.7	221.2	-2.9	0.3	
4th	420.8	433.3	-2.9	0.2	



では解析モードベクトルで求めた空間フィルタを振動実験に適用すると、十分なフィルタリング精度が得られないことが考えられる。そこで、解析モードベクトルから求めた仮のセンサ配置付近で最適なセンサ位置を探索し、空間フィルタを実験モードベクトルより再設計する。

まず、最適なセンサ位置を実験で探索する際の指針を得るために、センサの慣性を考慮したFEモデルを用いて空間フィルタを再設計することから始めた。最適

センサ配置に振動実験と同じ加速度センサの質量、慣性モーメントを考慮したFEモデルの解析モードベクトルより空間フィルタを設計したところ、(0.727, 0.965)が最適センサ配置となり、それぞれのセンサ位置の修正量は x_1 が-1.0mm、 x_2 が-1.5mmとなった。しかし、FEモデルと実験モデルの固有振動数には依然として約3%の差が生じていたことから、これはあくまでも振動実験におけるセンサ位置の適当な修正量の目安であるといえる。図7に示すように2つのセンサ位置 x_1 、 x_2 を修正することでモードベクトル間の角度を小さくすることは可能であるが、修正するセンサ数は少ない方がより実用的である。従って、ここではセンサ位置 x_1 のみを修正する例を示す。

図6(a)の最適センサ配置では、センサ位置 x_1 をどちらかに1.0mm移動させるとモードベクトル間の角度が約0.7deg.変化することがわかる。FEモデルを用いた数値シミュレーションから、振動実験におけるセンサ位置の適当な修正量を知ることができる。

FEAによる数値シミュレーションでは1.5mm程度の修正量が必要であることを考慮し、振動実験ではセンサ位置 x_1 のみを ± 2.0 mm、0.5mm間隔で変化させ、実験的に最適センサ配置を探索する。それぞれのセンサ位置で加速度応答とFRFを測定し、得られた実験モードベクトルを用いて、モードベクトル間の角度を図8のように描画する。モードベクトル間の角度変化とセンサ位置の変化を見ることで、センサ位置 x_1 をどの程度変更するとモードベクトル間の角度が小さくなるかを検討し、振動実験における最適センサ配置を求めた。このときのセンサ位置 x_1 の修正量は+1mmであり、振動実験でも図6(a)とほぼ同じ傾向であった。図8(b)にセンサ位置を修正した後の実験モードベクトルを示す。図8(b)を見ると、図8(a)に比べ、モードベクトル間の角度が小さくなっていることがわかる。

振動実験における最適センサ配置で空間フィルタが実現することを示す。ここに、本手法の適用周波数範囲を拡大するために、対象周波数を2000Hz(モード数8)とする。はじめに、図9、10には、打撃試験において、それぞれのセンサ位置で測定された加速度応答とそのスペクトルを示す。図9の加速度応答に対して、式(10)によりフィルタリングした信号のスペクトルが図11である。これらのスペクトルは、フーリエスペクトルの大きさを対数で表している。図11を見ると、提案法による空間フィルタを適用することで、3,4次モードがほぼ不可観測となっていることがわかる。また、提案法はセンサ応答に含まれるモード成分の数には全く依存せず、所望のモードだけを不可観測にできることがわかる。

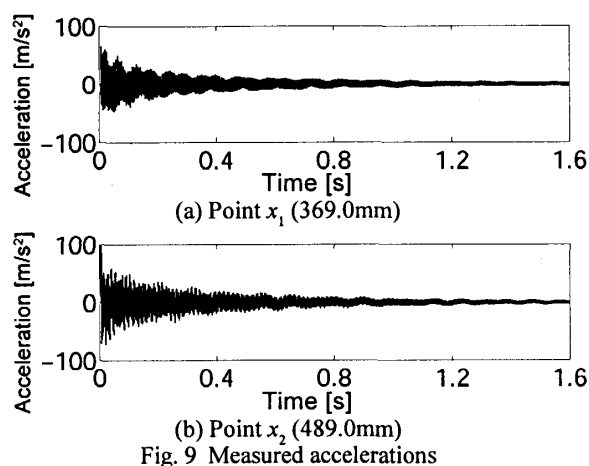


Fig. 9 Measured accelerations

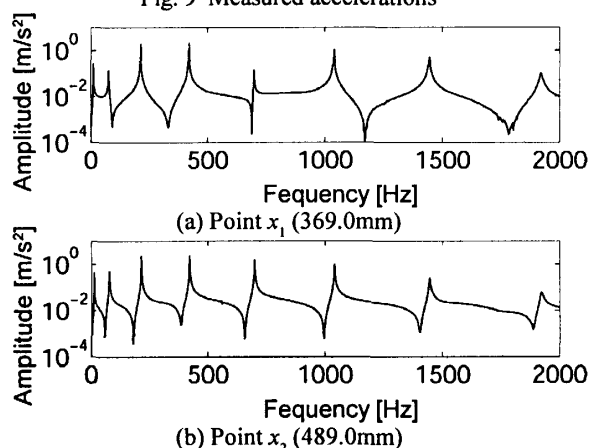


Fig. 10 Spectra of measured accelerations

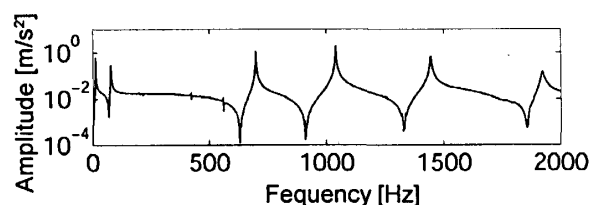


Fig. 11 Spectrum of filtered acceleration (target modes: 3, 4)

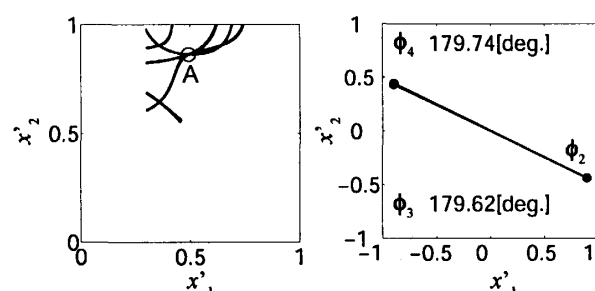


Fig. 12 Sensor placement (target modes: 2, 3, 4)

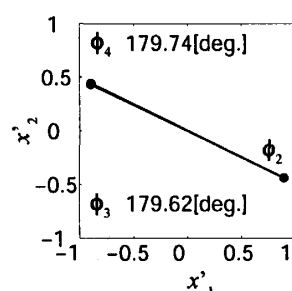


Fig. 13 Angle between modal vectors (target modes: 2, 3, 4)

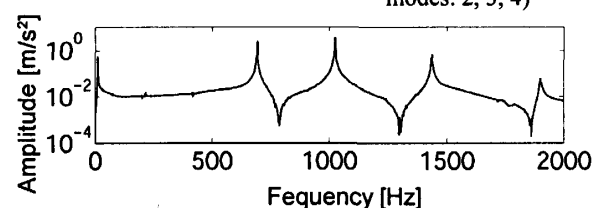


Fig. 14 Spectrum of filtered acceleration (target modes: 2, 3, 4)

3.4.3 不可観測対象モード数3 前報で提示した2, 3, 4次モードを同時に不可観測とする空間フィルタが、振動実験で実現できることを示す。解析モードベクトルを利用して2, 3, 4次モードを同時に不可観測とする空間フィルタのセンサ配置を求めた結果を図12に示す。前報にて、2, 3次モード、2, 4次モード、3, 4次モードを同時に不可観測とするセンサ配置を示す3曲線が交差している点Aのセンサ配置で応答を測定すれば、2, 3, 4次の3つのモードを同時に不可観測にできることを示した⁽¹⁾。そこで、本論文での解析モードベクトルから点Aのセンサ配置を求めたところ、センサ配置(0.493, 0.863)であった。実験によりこの近辺で3つのモードベクトルが同一直線上に存在するセンサ位置を探索したところ、センサ配置(0.487, 0.861)であれば、図13のように3つのモードベクトルがほぼ同じ方向を向くことが判明した。このセンサ配置は3次モードの節付近、2, 4次モードの腹付近である。センサの取り付け誤差は2, 4次モードには鈍感である一方で、3次モードには敏感となる問題がある。2, 3, 4次モードを同時に不可観測とするセンサ配置が無数に存在すれば、他のセンサ配置を選択するべきであるが、今回の例では他の選択肢が存在しない。そこで、あえてこのセンサ配置でフィルタリングを実現することにした。まず、実験においてセンサ位置を修正するにあたり、3次モードの節付近で測定したFRFから同定される3次モードベクトルの精度は、極めて悪いことを注記しておく。そのため、FEモデルから求めたセンサ配置に比べてセンサ位置を少し大きくずらして3次モードのモードベクトルが十分な精度で求められる箇所にてFRFを測定し、これを元に2, 3, 4次のモードベクトル間の角度を確認して、センサ位置の修正量を予測した。次に、この修正量のあたりで再度小刻みにセンサ位置を変化させた実験を行い、その修正量を(-3mm, -1mm)とすることで所望のフィルタリングが実現するという結果を得た。このセンサ配置を利用して、2, 3, 4次モードを不可観測とした場合のフィルタリング結果を図14に示す。本図より、振動実験においても3つのモードをほぼ不可観測にするフィルタリングが実現することがわかる。

4. 結 論

本論文では、解析解を持たない一般構造物に対して、所望の複数モードを同時に不可観測とする空間フィルタを設計する手法と、これを実験的に高精度で実現するための手法について検討した。これにより、得られた結論を以下に示す。

(1) 提案するフィルタリング手法が振動実験を対象にす

る場合でも実現することを示した。片持ちはりの打撃試験により得られた加速度応答に対するフィルタリングにおいて、所望の複数個のモードを不可観測にできた。また、センサ応答に含まれるモード成分の数には依存せず、所望のモードだけを不可観測にできることを示した。

(2) FEモデルを用いて空間フィルタを仮設計した後、振動実験を通して修正していく手法を示した。FEモデルと実験モデルのモードベクトルが大きく異なることは少ない。これより、FEモデルだけを用いた場合にもある程度の精度で所望のフィルタリングを実現できる。しかし、FEモデルから得られる種々の情報を用いて実験によるセンサ位置の微調整を行うことで、より高精度なフィルタリングが実現できる。

(3) センサの取り付け位置の誤差に強いセンサ配置の評価手法を導入した。センサ数と同数のモードを不可観測にするセンサ配置は無数にあることから、センサを取り付ける際の取り付け位置の誤差が空間フィルタリングの精度に影響を与えにくいセンサ配置を選択する手法を示した。

今後、不可観測モード数の増加、対象自由度の拡大、などについて検討していく予定である。

参考文献

- (1) Matsumura, Y. and Hosoya, N., Spatial Filter Design for Observation Spillover Suppression, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.71, No.706 (2005), pp.1976-1982.
- (2) Nonami, K., et al., *Control System desing Using MATLAB (In Japanese)*, Tokyo Denki Daigaku Shuppankyoku, (1998), 10-11.
- (3) Balas, M. J., Active Control of Flexible Structures, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 25, No. 3, (1978), 415-437.
- (4) Meirovitch, L. and Baruh, H., Control of Self-Adjoint Distributed Parameter Systems, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 5, No. 1, (1982), 60-66.
- (5) Shelly, S. J., Freudinger, L. C. and Allemang, R. J., *Development of an On-Line Parameter Estimation System Using the Discrete Modal Filter, Proceedings of 10th International Modal Analysis Conference*, (1992), 173-183.
- (6) Nakamura, M., et al., An improved Force - Response Window Function for Impact Vibration Testing, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.59, No.562 (1993), pp.1672-1677.