

空気ばねで支持された2自由度系の最適設計*

山本 浩^{*1}, 鄭 穎^{*1}, 岡田 淳一^{*2}Optimum Design Method for a Two Degree of Freedom System
Supported with Air SuspensionsHiroshi YAMAMOTO^{*3}, Ying ZHENG and Jun-ichi OKADA^{*3} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo Ohkubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

In this study we propose a design procedure of two degree of freedom system supported with air suspensions with viscous restrictions and a reservoir tanks. We use two design concepts of minimizing resonance amplitude and minimizing standard deviation of amplitude against external disturbance random vibrations of foundation. To minimize resonance amplitude, the damping ratio, which corresponds to the restriction coefficient of viscous restriction, has to be chosen in order to equalize the resonance amplitude under the condition of parallel oscillating to that under the condition of rotating oscillating. To minimize standard deviation of amplitude of the system, the optimum damping ratio which minimize the standard deviation of amplitude of the system under the condition of rotating oscillating has to be chosen when the natural frequency of the parallel mode is lower than that of the rotating mode. The optimum damping ratio which minimize the standard deviation of amplitude of the system under the condition of parallel oscillating has to be chosen when the natural frequency of the rotating mode is lower than that of the parallel mode.

Key Words: Vibration Isolation, Damping, Optimum Design, Random Vibration, Precision Instrument, Air Suspension, Viscous Restriction

1. 緒 言

現在鉄道車両などにおいて多く用いられている空気ばねは、ピストンおよびシリンダに相当する部分の他に、シリンダと導通する補助タンクを設けてばね体積を大きくすることにより支持剛性を低くするとともに、シリンダと補助タンクの間空気流路における絞りにより減衰効果を得る構造となっている⁽¹⁾。小田・西村⁽²⁾は、微小振動を仮定することにより、等価なばねおよび減衰要素を並列結合した Voigt モデルにばねを直列結合した3要素系で空気ばねを近似的にモデル化できることを示し、小柳⁽³⁾はこのモデルを用いて、共振倍率が最小となる絞り条件を導出している。筆者らは、既報⁽⁴⁾でシリンダと補助タンクの間空気流路を低コストで製作可能な狭いスリット状とすることにより減衰力と振幅との線形関係を実現できる、粘性絞りを有する空気ばねを提案し、最適な絞り条件を選ぶことに

より入力振幅に依存せず共振倍率を小さくすることができ、微小振動を低コストで防振しうることを明らかにしている。また、前報⁽⁵⁾で、粘性絞りを有する空気ばね支持系における不規則励振に対する応答を最小とする観点での最適条件を明らかにし、共振振幅を最小とする観点での最適条件と比較検討することにより両者の関係を明らかにするとともに、ばねと粘性ダンパにより質量を支持する1自由度支持系の特性と比較検討し、粘性絞りを有する空気ばね支持系の有用性を明らかにしている。

本研究では、粘性絞りを有する空気ばね2個で剛体を支持した2自由度系について、支持物体の形状パラメータ、加振状態を表すパラメータ、空気ばね設計パラメータが伝達特性に及ぼす影響を明らかにするとともに、共振倍率を最小にする観点と、不規則励振に対する応答を最小にする観点での設計指針を明らかにしたので、以下に報告する。

2. 粘性絞りを有する空気ばね

図1に本研究で対象とする粘性絞りを有する補助タンク付き空気ばねの概念図を示す。既報⁽⁴⁾で明らかに

* 原稿受付 2007年10月22日。

*¹ 正員, 埼玉大学大学院理工学研究科(☎338-8570 さいたま市桜区下大久保255)。*² (株)ブリヂストンLTタイヤ開発部(☎187-0031 小平市小川東町3-1-1)。

E-mail: yamamoto@mech.saitama-u.ac.jp

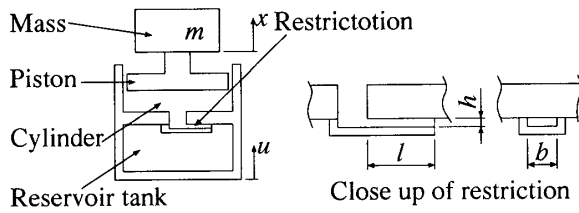


Fig. 1 Concept of air suspension

したように、シリンダと補助タンクをつなぐ流路を長さ l および幅 b に比べすきま h が十分に狭いスリット状にすることにより、この部分の粘性抵抗によりピストンの移動速度に比例する減衰力が得られる。以下ピストン断面積を A 、初期圧力を p_0 、シリンダ初期体積を V_c 、補助タンク体積を V_r 、全体積を $V = V_c + V_r$ 、体積比を $\eta = V_r/V$ とし、空気ばねに変位 u を与えたときのピストン変位を x 、シリンダ圧力の変動成分を p_c 、補助タンク圧力の変動成分を p_r として解析を行う。

3. 理論解析

3.1 空気ばねにおけるピストン変位と反力の関係
はじめに、空気ばねの基本的な特性を明らかにするべく、ピストンのシリンダに対する相対変位 $y = x - u$ と空気ばね圧力との関係を求める。断熱変化の場合、シリンダ内の空気の質量変化率 Δm_c は、シリンダ内の空気の密度を ρ_c 、体積を v_c とすると次式となる。

$$\Delta m_c = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_c v_c) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{p_0 + p_c}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \rho_0 (V_c + Ay) \right] \quad (1)$$

ここで γ および ρ_0 はそれぞれ空気の比熱比および初期状態における密度である。同様に、補助タンク内の空気の質量変化率 Δm_r は、補助タンク内の空気の密度を ρ_r 、体積を v_r とすると次式となる。

$$\Delta m_r = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_r v_r) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{p_0 + p_r}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \rho_0 V_r \right] \quad (2)$$

式 (1) および (2) を無次元圧力 $P_c = (p_0 + p_c)/p_0$ 、 $P_r = (p_0 + p_r)/p_0$ 、ピストンの無次元変位 $Y = y/y_0$ ($y_0 = V/A$)、無次元時間 $\tau = \omega t$ (ω はピストンの運動の角周波数) を用いて整理すると、シリンダおよび補助タンク内の気体の無次元質量変化率 ΔM_c および ΔM_r は、記号 " ' " を諸量の無次元時間 τ による微分とすると次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta M_c &= \frac{\gamma}{\omega \rho_0 V} \Delta m_c = P_c^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \{ P_c'(Y+1-\eta) + \gamma P_c Y' \} \\ \Delta M_r &= \frac{\gamma}{\omega \rho_0 V} \Delta m_r = \eta P_r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} P_r' \end{aligned} \quad (3)$$

シリンダから補助タンクへの流路を通る空気の質量流量は、流路をスリットとし粘性流れと仮定できる場合は次式となる。

$$q_v = \frac{\rho_0}{Z} (p_c - p_r) \quad \left(Z = \frac{12\mu l}{bh^3} \right) \quad (4)$$

ここで μ は空気の粘度、 b 、 h 、 l はそれぞれスリット状流路の幅、すきま、長さで、 Z は絞りの抵抗係数である。流路の無次元質量流量 Q_v は無次元周波数 $\sigma_v = \omega V Z / \gamma p_0$ を用いると以下のように表される。

$$Q_v = \frac{\gamma}{\omega \rho_0 V} q_v = \frac{1}{\sigma_v} (P_c - P_r) \quad (5)$$

質量保存則 $\Delta M_c = -Q_v$ および $\Delta M_r = Q_v$ より

$$\begin{aligned} P_c^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \{ P_c'(Y+1-\eta) + \gamma P_c Y' \} + \frac{1}{\sigma_v} (P_c - P_r) &= 0 \\ P_r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} P_r' - \frac{1}{\sigma_v} (P_c - P_r) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

が得られ、無次元圧力および変位をそれぞれ $P_c = 1 + \Delta P_c e^{j\tau}$ 、 $P_r = 1 + \Delta P_r e^{j\tau}$ 、 $Y = \Delta Y e^{j\tau}$ のように定常成分と微小変動成分の和と置いて式 (6) に代入し、高次の微小量を無視して整理すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} j \{ (1-\eta) \Delta P_c + \gamma \Delta Y \} + \frac{1}{\sigma_v} (\Delta P_c - \Delta P_r) &= 0 \\ j \eta \Delta P_r - \frac{1}{\sigma_v} (\Delta P_c - \Delta P_r) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

上式を $\Delta P_c / \Delta Y$ について解くと、次式が得られる。

$$\frac{\Delta P_c}{\Delta Y} = -\gamma \frac{1 + j\eta \sigma_v}{1 + j\eta(1-\eta) \sigma_v} \quad (8)$$

式 (8) よりピストンに作用する変動力 $\Delta f (= A \cdot p_c)$ と変位 $\Delta y (= y_0 \cdot \Delta Y)$ の関係を表す以下の式が得られる。

$$\frac{\Delta f}{\Delta y} = \frac{\rho_0 A^2}{V} \frac{\Delta P_c}{\Delta Y} = -\gamma \frac{\rho_0 A^2}{V} \frac{1 + j\eta \sigma_v}{1 + j\eta(1-\eta) \sigma_v} \quad (9)$$

3.2 3要素系における変位と反力の関係 図2に示すばねとダンパを並列に結合した Voigt 要素にさらにばねを直列に結合した3要素系の力の釣合いを考えると、

$$\begin{aligned} f &= \frac{k}{1-\eta} (y - y_2) \\ 0 &= -\frac{k}{1-\eta} (y_2 - y) - \frac{k}{\eta} y_2 - c \dot{y}_2 \end{aligned} \quad (10)$$

となる。 $y = \Delta y e^{j\omega t}$ 、 $y_2 = \Delta y_2 e^{j\omega t}$ および $f = \Delta f e^{j\omega t}$ とおき、式 (10) に代入し $\Delta f / \Delta y$ について解くと、

$$\frac{\Delta f}{\Delta y} = -k \frac{1 + j\omega \eta (c/k)}{1 + j\omega \eta (1-\eta) (c/k)} \quad (11)$$

となる。ここで

$$k = \gamma \frac{A^2 p_0}{V}, \quad \sigma_v = \frac{c}{k} \omega \quad (c = A^2 Z) \quad (12)$$

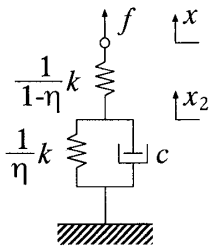


Fig. 2 Dynamical model of 3 element system

とおくと式 (11) は式 (9) となることから、 $Q_v = (P_c - P_r) / \sigma_v$ と表せる場合のように、絞り流量が圧力差に比例する空気ばねは 3 要素系と等価となる。式 (11) を係数のとり方や無次元化の方法を変えることにより小田・西村⁽²⁾あるいは小柳⁽³⁾の示す式と同様の形となる。

3.3 2 自由度空気ばね支持系の伝達関数 節 3.2 に示すとおり粘性絞りを有する空気ばねは 3 要素系と等価であることから、図 3 に示す、質量中心に關し対称な支持物体が、質量中心から等距離に位置する同等の特性を有する 2 つの空気ばねで支持されている 2 自由度空気ばね支持系は、図 4 に示すように質量中心に關し対称な支持物体が 2 つの 3 要素系で支持される等価な系で表すことができる。系の対称性より並進および回転振動に關して非連成となるので、質量中心 G の変位 $x_G = X_G e^{j\omega t}$ および点 G 回りの角変位 $\theta = \Theta e^{j\omega t}$ と、質量中心 G に対応する基礎上の点 G' における変位 $u_G = U_G e^{j\omega t}$ および基礎の点 G' 回りの角変位 $\phi = \Phi e^{j\omega t}$ を考えれば、並進振動モードに關する伝達関数 $H_{par} = X_G / U_G$ および回転振動モードに關する伝達関数 $H_{rot} = \Theta / \Phi$ を以下のように得ることができる。

$$H_{par} = \frac{2j\eta\xi p + 1}{-2j\eta(1-\eta)\xi p^3 - p^2 + 2j\eta\xi p + 1} \quad (13)$$

$$H_{rot} = \frac{2j\eta\xi p + 1}{-2j\alpha^2\eta(1-\eta)\xi p^3 - \alpha^2 p^2 + 2j\eta\xi p + 1} \quad (14)$$

ここで $p = \omega / \omega_{n,par}$ は、空気ばねの剛性 $k = \gamma A^2 p_0 / V$ と支持物体の質量 m より決まる並進振動モードの不減衰固有角振動数 $\omega_{n,par} = \sqrt{k/m}$ に対する励振振動数 ω の比となる無次元励振振動数である。また $\xi = c / 2\sqrt{mk}$ は、空気ばねの剛性 k および減衰 $c = A^2 Z$ と支持物体の質量 m から決まる、空気ばねの等価減衰比である。そして $\alpha = r/l$ は、質量中心から空気ばね支持点までの距離 l に対する、支持物体の質量 m と質量中心回りの慣性モーメント $I = mr^2$ から求まる回転半径 $r = \sqrt{I/m}$ の比を表し、回転振動モードの不減衰固有角振動数 $\omega_{n,rot} = \sqrt{kl^2/I} = (l/r)\sqrt{k/m} = (1/\alpha)\omega_{n,par}$ に対する並進振動モードの不減衰固有角振動数 $\omega_{n,par}$ の比となる。

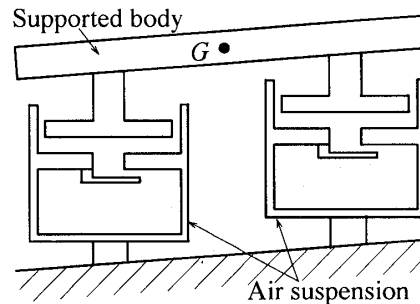


Fig. 3 2-DOF system supported with air suspensions

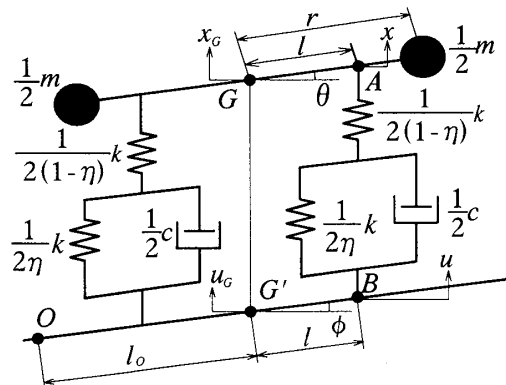


Fig. 4 Equivalent dynamical model of 2-DOF system supported with air suspensions

空気ばねが設置されている基礎を並進加振および回転加振した場合の支持物体の応答を明らかにするために、支持物体の質量中心 G に対応する基礎上の点 G' から距離 l_0 の位置を回転中心として加振する場合を考える。このとき $\beta = l_0/l$ は加振状態を表すパラメータとなり、 $\beta \rightarrow 0$ の場合は回転加振のみとなり、 $\beta \rightarrow \infty$ の場合は並進加振のみとなる。そして $\beta = 1$ で並進加振に起因する上下方向の加振振幅と回転加振に起因する上下方向の加振振幅が空気ばね設置点 B において等しくなる。並進加振および回転加振のいずれによっても振動が生じる空気ばね設置点 B の変位 $u = U e^{j\omega t}$ に対応する支持物体における空気ばね支持点 A の変位 $x = X e^{j\omega t}$ の関係を表す伝達関数 $H = X/U$ は以下のように表される。

$$H = \frac{H_{rot} + \beta H_{par}}{1 + \beta} \quad (15)$$

以下この伝達関数を用いて、空気ばねで支持された 2 自由度系の振動特性を論じる。

3.4 最適化規範 最適化規範として本研究では 2 つの規範を採用する。一つ目は周期的外乱に対する応答振幅を最小化するという観点から通常用いられている共振倍率を最小とする規範である。これは上述の伝

達関数より得られる伝達率 $|H|$ の最大値すなわち共振倍率 T が最小となる減衰比 ζ を得るもので、以下これを最小共振倍率規範と呼ぶ。また二つ目は、不規則外乱に対する応答振幅低減の観点からの最適化規範である。基礎の外乱変位のパワースペクトルを $\tilde{U}(\omega)$ 、基礎の変位に対する支持質量の変位の伝達関数を $H(\omega)$ とすると、支持質量の応答変位のパワースペクトル $\tilde{X}(\omega)$ は

$$\tilde{X}(\omega) = |H(\omega)|^2 \tilde{U}(\omega) \quad (16)$$

となり、基礎の変位 $u(t)$ および支持質量の変位 $x(t)$ の分散は、それぞれ以下のようになる。

$$\begin{aligned} \overline{u(t)^2} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(\omega) d\omega \\ &= \frac{\omega_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(p) dp \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \overline{x(t)^2} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 \tilde{U}(\omega) d\omega \\ &= \frac{\omega_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(p)|^2 \tilde{U}(p) dp \end{aligned} \quad (18)$$

ここで $p = \omega/\omega_n$ は系の固有振動数 ω_n で無次元化した振動数である。例えば不規則励振として広い周波数帯域で一定のパワースペクトルをもつ場合を対象とし、 $\tilde{U}(p)$ が $|p| \leq R$ において一定値 U_0 となり $|p| > R$ において 0 となる場合を考えると、不規則励振の伝達率 S を基礎の変位の標準偏差に対する支持質量の変位の標準偏差の比と定義すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned} S &= \frac{\sqrt{\overline{x(t)^2}}}{\sqrt{\overline{u(t)^2}}} = \sqrt{\frac{\frac{\omega_n}{2\pi} U_0 \int_{-R}^R |H(p)|^2 dp}{\frac{\omega_n}{2\pi} 2RU_0}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2R} \int_{-R}^R |H(p)|^2 dp} \end{aligned} \quad (19)$$

R が十分大きい場合には、

$$\int_{-R}^R |H(p)|^2 dp \approx \int_{-\infty}^{\infty} |H(p)|^2 dp \quad (20)$$

と考えられるので、以下では

$$I = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H(p)|^2 dp} \quad (21)$$

を不規則励振の伝達率に対応する評価関数として用い、以下これを最小標準偏差規範と呼ぶ⁽⁵⁾。

3.5 一つの振動モードに関する最適な減衰比 まずはじめに、並進加振のみの場合の共振倍率 T_{par} および回転加振のみの場合の共振倍率 T_{rot} を最小にすることを考える。式 (13) および (14) から得られる $|H_{par}|$ お

よび $|H_{rot}|$ は、それぞれが ζ の値によらずある p に対応する定点を通る。このことからそれぞれのモードについて ζ に関する恒等式が得られ、定点における p を求めることができる。そしてそれぞれの定点で $|H_{par}|$ および $|H_{rot}|$ が極大となる場合の ζ が、それぞれのモードの共振倍率 T_{par} および T_{rot} を最小とする。このとき、上述の手順ですでに求まっているそれぞれのモードの定点において、 $|H_{par}|$ および $|H_{rot}|$ の p に関する偏導関数が 0 となることから、並進加振のみの場合の共振倍率 T_{par} を最小とする等価減衰比 $\zeta_{T,par}$ および回転加振のみの場合の T_{rot} を最小とする等価減衰比 $\zeta_{T,rot}$ がそれぞれ以下のように求まる。

$$\zeta_{T,par} = \frac{\sqrt{2}}{4\eta} \sqrt{\frac{2-\eta}{1-\eta}}, \quad \zeta_{T,rot} = \alpha \zeta_{T,par} \quad (22)$$

このとき並進振動モードの T_{par} の最小値 $T_{par,opt}$ および回転振動モードの T_{rot} の最小値 $T_{rot,opt}$ はそれぞれ

$$T_{par,opt} = T_{rot,opt} = \frac{2-\eta}{\eta} \quad (23)$$

となる。

また並進加振のみの場合の評価関数 I_{par} および回転加振のみの場合の評価関数 I_{rot} は、式 (21) に式 (13) および (14) に示す伝達関数を代入し、留数定理を用いて積分計算を行うことにより、それぞれ

$$\begin{aligned} I_{par} &= \frac{1}{2\eta} \sqrt{\frac{2\pi(4\eta^2\zeta^2+1)}{\zeta}} \\ I_{rot} &= \frac{1}{2\alpha\eta} \sqrt{\frac{2\pi(4\eta^2\zeta^2+\alpha^2)}{\zeta}} \end{aligned} \quad (24)$$

となるので、並進加振のみの場合の I_{par} を最小とする等価減衰比 $\zeta_{I,par}$ および回転加振のみの場合の I_{rot} を最小とする等価減衰比 $\zeta_{I,rot}$ はそれぞれ

$$\zeta_{I,par} = \frac{1}{2\eta}, \quad \zeta_{I,rot} = \alpha \zeta_{I,par} \quad (25)$$

となり、このとき並進振動モードの I_{par} の最小値 $I_{par,opt}$ および回転振動モードの I_{rot} の最小値 $I_{rot,opt}$ はそれぞれ

$$I_{par,opt} = \sqrt{\frac{2\pi}{\eta}}, \quad I_{rot,opt} = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha\eta}} \quad (26)$$

となる。

並進加振のみの場合に対応する $\beta \rightarrow \infty$ の場合は、式 (15) に示す H は式 (13) に示す H_{par} と等しくなるので、等価減衰比 ζ が式 (22) で示す $\zeta_{T,par}$ となるとき T の最小値 T_{opt} は式 (23) で示す $T_{par,opt}$ となり、等価減衰比 ζ が式 (25) で示す $\zeta_{I,par}$ となるとき I の最小値 I_{opt} は式 (26) で示す $I_{par,opt}$ となる。一方回転加振のみの

場合に対応する $\beta \rightarrow 0$ の場合は、式 (15) に示す H は式 (14) に示す H_{rot} と等しくなるので、等価減衰比 ζ が式 (22) で示す $\zeta_{T,rot}$ となるとき T の最小値 T_{opt} は式 (23) で示す $T_{rot,opt}$ となり、等価減衰比 ζ が式 (25) で示す $\zeta_{I,rot}$ となるとき I の最小値 I_{opt} は式 (26) で示す $I_{rot,opt}$ となる。

しかしそれ以外の場合には T_{opt} および I_{opt} は解析的に求めることはできず、またそれぞれを与える等価減衰比 $\zeta_{T,opt}$ および $\zeta_{I,opt}$ も解析的に求めることはできないので、以下では式 (15) から得られる $|H|$ の最大値 T の最小値およびそれを与える ζ を数値的に求め、それぞれ T_{opt} および $\zeta_{T,opt}$ とし、式 (21) から求まる I の最小値およびそれを与える ζ を数値的に求め、それぞれ I_{opt} および $\zeta_{I,opt}$ とする。

4. 解析結果

4.1 2自由度空気ばね支持系の伝達特性 式 (23)

および (26) に示すように、並進および回転いずれのモードにおいても、 η が大きくなるほど T_{opt} および I_{opt} は小さくなる。そこで以下では、振動低減の観点から望ましくかつ実現可能な場合の一例として、シリンダ体積が空気ばね総体積の $1/10$ になる場合に対応する、体積比 η が 0.9 の場合における計算結果を示す。図 5 および 6 に、並進加振に起因する空気ばね設置点 B の振幅と回転加振に起因する点 B の振幅が等しくなる $\beta = 1$ の場合について、 $\alpha = 0.5$ および 2 のときの伝達関数をそれぞれ示す。

図 5 に示すような $\alpha < 1$ の場合においては、1次が並進振動モードで2次が回転振動モードであり、このとき空気ばねの等価減衰比 ζ が 1.37 のときに伝達率 $|H|$ の最大値、すなわち共振倍率 T が最小となる。並進加振のみの場合に T を最小とする $\zeta_{T,par}$ は α によらず一定で、式 (22) より 1.3 となる。また回転加振のみの場合に T を最小とする $\zeta_{T,rot}$ は $\zeta_{T,par}$ の α 倍であり、式 (22) より 0.65 となる。一方、図 6 に示すような $\alpha > 1$ の場合においては、1次が回転振動モードで2次が並進振動モードであり、このとき $\zeta = 2.75$ のときに T が最小となる。回転加振のみの場合に T を最小とする $\zeta_{T,rot}$ は式 (22) より 2.6 となる。

図 5 および 6 に示す通り、 α が 1 以外の場合には1次と2次の共振点が存在し、 T を最小とする ζ は低次モードにおける共振倍率 T を最小とする ζ にかかなり近いことがわかる。また T を最小とする ζ は α に依存することがわかるが、 $\beta \rightarrow \infty$ の場合は $\zeta = \zeta_{T,par}$ で、 $\beta \rightarrow 0$ の場合は $\zeta = \zeta_{T,rot}$ で T が最小となることは自明であることから、 T を最小とする ζ および T の最

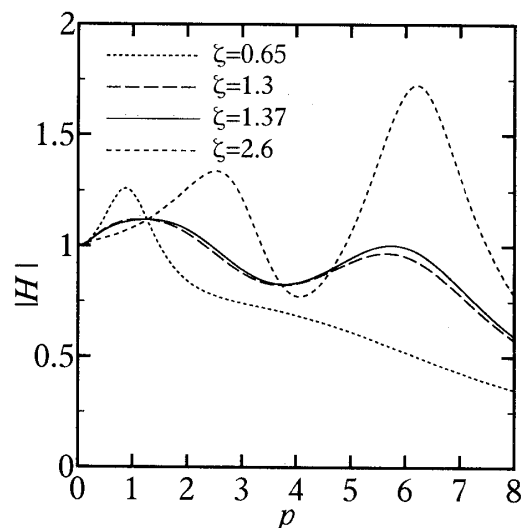


Fig. 5 Relation between $|H|$ and p
($\alpha = 0.5, \beta = 1, \eta = 0.9$)

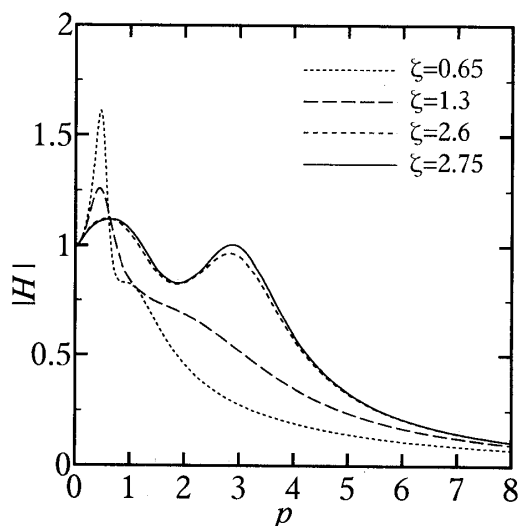
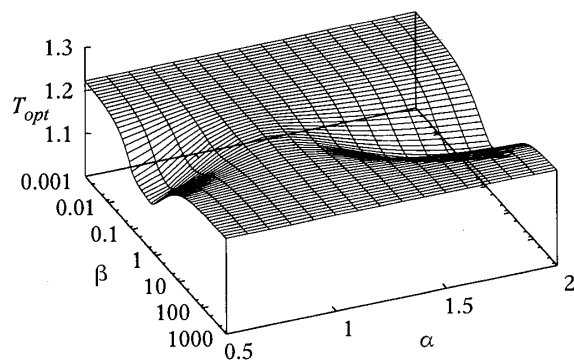
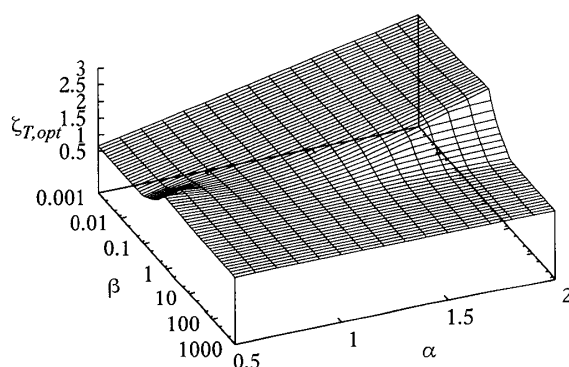


Fig. 6 Relation between $|H|$ and p
($\alpha = 2, \beta = 1, \eta = 0.9$)

小値 T_{opt} は α および β に依存することがわかる。

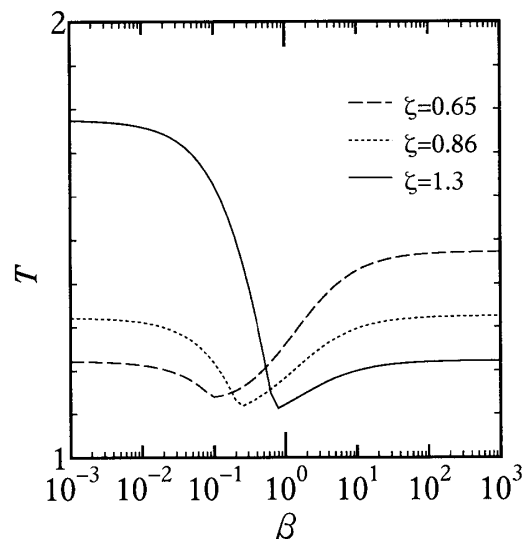
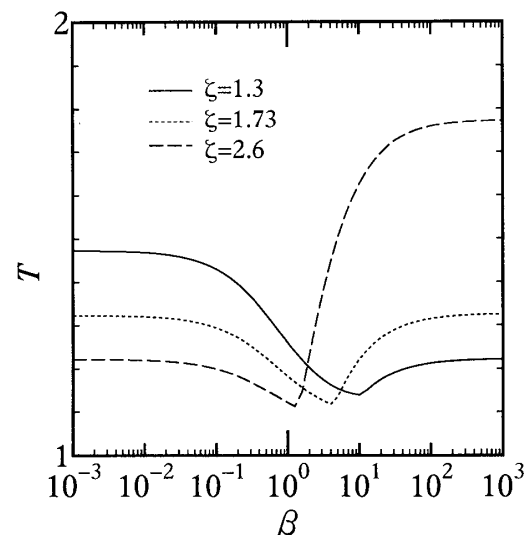
4.2 共振倍率最小化規範による最適化 支持物体の形状により決まるパラメータ α および加振状態を表すパラメータ β が変化したときの、共振倍率 T を最小化する ζ を求めることを考える。図 7 に α および β を与えたときの T の最小値 T_{opt} を示す。また図 8 に T_{opt} を与える等価減衰比 $\zeta_{T,opt}$ と α および β の関係を示す。

図 7 より、 $\beta \rightarrow 0$ および $\beta \rightarrow \infty$ の場合や、 $\alpha = 1$ の場合など自明の場合における、式 (23) より求まる T_{opt} の値 1.222 に比べると、 $\alpha > 1$ の場合および $\alpha < 1$ の場合においては、 $\beta = 1$ 近傍で T_{opt} はやや低くなる。

Fig. 7 Relation among α , β and T_{opt} ($\eta = 0.9$)Fig. 8 Relation among α , β and $\zeta_{T,opt}$ ($\eta = 0.9$)

一方図8より、 T を最小とする減衰比である $\zeta_{T,opt}$ は β により大きく異なることがわかる。機器製作時に支持物体の形状が決まることにより m および I は確定するので必然的に α も確定するが、一方 β は加振状態を示すものであり設置条件や周辺条件などにより大きく異なることが考えられるので、 β により $\zeta_{T,opt}$ が異なるとしても対応することは困難である。そこで以下、 β のいかんによらず T が小さくなる ζ の一定値を求めることを考える。

図9および10に、それぞれ $\alpha = 0.5$ および2の場合について、 β と T の関係を ζ をパラメータとして示す。図9より、並進加振のみの場合に T を最小とする $\zeta = 1.3$ の場合、 $\beta \rightarrow 0$ に対応する回転加振のみの場合 T は大きくなり、また回転加振のみの場合に T を最小とする $\zeta = 0.65$ の場合、 $\beta \rightarrow \infty$ に対応する並進加振のみの場合 T は大きくなるので、いずれの値を用いた場合も β によらず T を小さくしようとは出来ない。そこで、図9に示す $\alpha = 0.5$ の場合について $\beta \rightarrow 0$ における T と $\beta \rightarrow \infty$ における T を等しくするときの $\zeta = 0.86$ を選んだ場合について考えると、この場合の T は、 $\beta \rightarrow 0$ および $\beta \rightarrow \infty$ における T の最小

Fig. 9 Relation between T and β ($\alpha = 0.5$, $\eta = 0.9$)Fig. 10 Relation between T and β ($\alpha = 2.0$, $\eta = 0.9$)

値1.222に比べ8%大きい1.323となる。同様に図10に示す $\alpha = 2$ の場合について考えると、 $\zeta = 1.73$ とすることにより、 $\beta \rightarrow 0$ および $\beta \rightarrow \infty$ における T の最小値1.222に比べこの場合も T は8%高い程度である。以上のことから $\beta \rightarrow 0$ のときの T と、 $\beta \rightarrow \infty$ における T が等しくなるように ζ を選ぶことにより、共振倍率を小さくすることができるという。

4.3 最小標準偏差規範による最適化 不規則外乱に対する応答振幅を低減するべく、 α および β が変化したときの式(21)に示す I を最小化するとを求めよう。図11に α および β を与えたときの I の最小値 I_{opt} を示す。また図12にそれぞれの

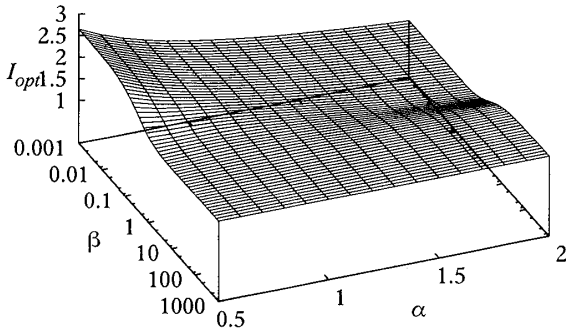


Fig. 11 Relation among α , β and I_{opt} ($\eta = 0.9$)

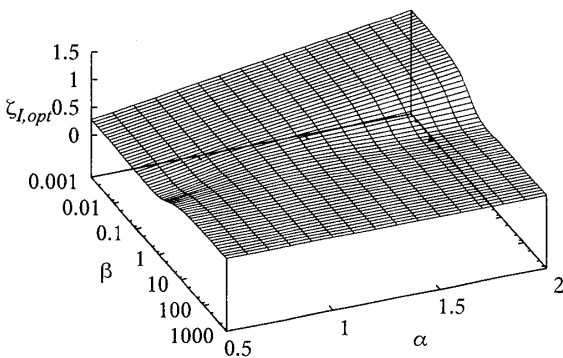


Fig. 12 Relation among α , β and $\zeta_{I,opt}$ ($\eta = 0.9$)

α および β において I_{opt} を与える等価減衰比 $\zeta_{I,opt}$ を示す。図 11 および 12 に示すとおり、回転加振のみとなる $\beta \rightarrow 0$ において $\zeta_{I,opt} = \zeta_{I,rot} = \alpha/2\eta$ のとき $I_{opt} = \sqrt{2\pi/\alpha\eta}$ となり、並進加振のみとなる $\beta \rightarrow \infty$ において $\zeta_{I,opt} = \zeta_{I,par} = 1/2\eta$ のとき $I_{opt} = \sqrt{2\pi/\eta}$ となること、また並進振動モードと回転振動モードの不減衰固有振動数が等しくなる $\alpha = 1$ において $\zeta_{I,opt} = \zeta_{I,par} = 1/2\eta$ のとき $I_{opt} = \sqrt{2\pi/\eta}$ となることは自明であるが、それ以外の場合においてはそれぞれの α に関して β が変化することにより I_{opt} およびそれを与える $\zeta_{I,opt}$ は変化していることがわかる。ところが前節の場合と同様に、 β により $\zeta_{I,opt}$ が異なるとしても対応することは困難である。そこで以下、 β のいかんによらず I が小さくなる ζ の一定値を求めることを考える。

図 11 より、 α を一定として β を変化させた場合、 $\alpha < 1$ のときは I_{opt} は $\beta \rightarrow 0$ のときの $I_{opt} = \sqrt{2\pi/\alpha\eta}$ が最大であり、一方 $\alpha \geq 1$ のときは、 I_{opt} は $\beta \rightarrow \infty$ のときの $I_{opt} = \sqrt{2\pi/\eta}$ が最大となることがわかる。上述の I_{opt} の最大値は、決まった α に対して、 β を変化させたときにそれに対応して ζ を変化させる場合にお

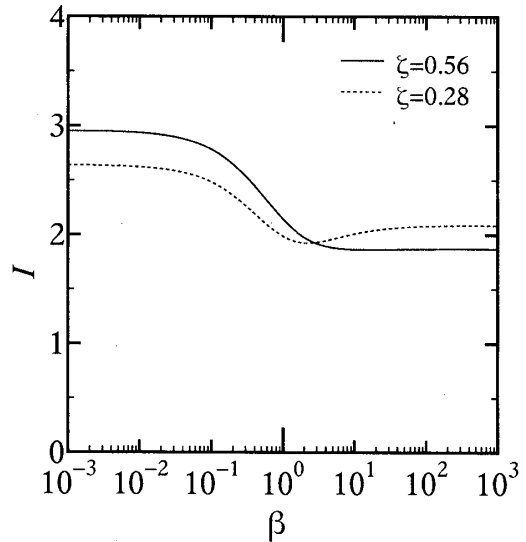


Fig. 13 Relation between I and β ($\alpha = 0.5$, $\eta = 0.9$)

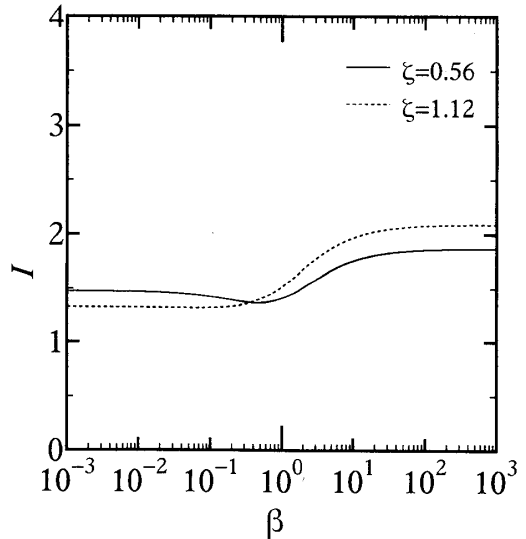


Fig. 14 Relation between I and β ($\alpha = 2.0$, $\eta = 0.9$)

いて、 I_{opt} がとる最大値である。そこでこの I_{opt} の最大値と、 β を変化させた場合に I を小さくする一定値 ζ を与えたときの I とを比較することにより、提案する最適化手法の有効性を判断する。

図 13 に $\zeta = \zeta_{I,par} = 0.56$ および $\zeta_{I,rot} = 0.28$ の場合の β と I の関係を、また図 14 に $\zeta = \zeta_{I,par} = 0.56$ および $\zeta_{I,rot} = 1.12$ の場合の β と I の関係をそれぞれ示す。図 13 より $\alpha < 1$ の場合には $\zeta = \zeta_{I,rot}$ としても $\beta \rightarrow \infty$ の場合の I は $\zeta = \zeta_{I,par}$ としたときの I_{opt} に比べ大きくなるものの 1.25 倍であり、かつ $\beta \rightarrow 0$ のときの I の値 $\sqrt{2\pi/\alpha\eta}$ より小さくなる。また $\alpha \geq 1$ の場合には $\zeta = \zeta_{I,par}$ としても $\beta \rightarrow 0$ の場合の I は $\zeta = \zeta_{I,rot}$ と

したときの I_{opt} に比べ大きくなるものの1.25倍であり、かつ $\beta \rightarrow \infty$ のときの I の値 $\sqrt{2\pi/\eta}$ より小さくなる。そこで、 β がすべての値をとりうるとした場合に $\alpha \geq 1$ のとき $1/2\eta$ 、 $\alpha < 1$ のとき $\alpha/2\eta$ とすれば I を小さくすることができるといえる。

5. 結 言

本研究では、粘性絞りを有する空気ばね2個により支持された2自由度系について、その伝達特性を明らかにするとともに、空気ばねの全体積に対する補助タンク体積の比 η 、および並進振動モードの不減衰固有振動数に対する回転振動モードの不減衰固有振動数の比 $1/\alpha$ が与えられたとき、並進および回転加振に起因する振幅の比率がすべての値をとりうるとした場合における、2つの規範による最適化指針を示した。本研究で得られた結論は以下の通りである。

(1) 並進加振のみの場合の共振倍率と回転加振のみの場合の共振倍率が等しくなる空気ばねの等価減衰比を選ぶことにより、共振倍率を小さくできる。

(2) α が1以上のときは空気ばねの等価減衰比を $1/2\eta$

に、 α が1未満のときは $\alpha/2\eta$ とすれば、不規則外乱に対する応答振幅を小さくできる。

文 献

- (1) Matsudaira, T., Air Spring for Vehicles, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.60, No.464 (1957), pp.908-915.
- (2) Oda, N. and Nishimura, S., Vibration of Air Suspension Vehicles and their Design, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.35, No.273 (1969), pp.996-1002.
- (3) Koyanagi, S., Optimum Design Methods of Air Spring Suspension Systems, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.49, No.439 (1983), pp.410-415.
- (4) Yamamoto, H. Zheng, Y. and Okumoto, S., Effects of Restriction Characteristics on Characteristics of Air Suspension, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.74, No.739(2008), pp.521-528.
- (5) Yamamoto, H. and Zheng, Y., Optimum Design Method of Air Suspension with Viscous Restriction, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.74, No.739(2008), pp.529-535.