

粘性絞りを有する空気ばねの最適設計*

山本 浩^{*1}, 鄭 穎^{*1}

Optimum Design Method of Air Suspension with Viscous Restriction

Hiroshi YAMAMOTO^{*2} and Ying ZHENG^{*2} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo Ohkubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

In this study we propose a design procedure of an air suspension with a viscous damping restriction and a reservoir tank. We use two design concepts of minimizing resonance amplitude and minimizing standard deviation of amplitude against external disturbance random vibrations of foundation. In order to reducing resonance amplitude and standard deviation of amplitude, it is necessary to increase the volume ratio of the reservoir tank to the main cylinder. In these case, we can choose the optimum damping ratio which corresponds to the restriction coefficient of viscous restriction to minimize resonance amplitude or standard deviation of amplitude. As the volume ratio becomes larger, the difference between the optimum damping ratio which provides minimum resonance amplitude and what provides minimum standard deviation of amplitude becomes larger. However, we can realize the air suspension whose standard deviation of amplitude is relatively small although we choose the volume ratio and the damping ratio to minimize the resonance amplitude.

Key Words: Vibration Isolation, Damping, Optimum Design, Random Vibration, Precision Instrument, Air Suspension, Viscous Restriction

1. 緒 言

現在鉄道車両などにおいて多く用いられている空気ばねは、ピストンおよびシリンダに相当する部分の他に、シリンダと導通する補助タンクを設けてばね体積を大きくすることにより支持剛性を低くするとともに、シリンダと補助タンク間の空気流路における絞りにより減衰効果を得る構造となっている⁽¹⁾。このような構造の空気ばねのばね定数および減衰係数は一般に周波数および振幅に依存するが、小田・西村⁽²⁾は、絞りに起因する空気ばねの減衰係数に振幅依存性がないと考えられる場合について、微小振動を仮定することにより、周波数および振幅によらず係数が一定である等価ばねおよび減衰要素を並列結合した Voigt モデルにばねを直列結合した3要素系で空気ばねを近似的にモデル化できることを示している。また小柳⁽³⁾は、小田・西村のモデルで表しうる空気ばねで質量を支持した系において、共振倍率が最小となる絞り条件を導出するとともに、オリフィス絞りで減衰を付与する空気ばねにおける減衰係数には振幅依存性があることを実

験により示し、この問題を解消するため可変絞り機構を提案しているが、小型精密機器などで求められる微小振動を低コストで防振するという観点からは必ずしも理想的とは言いがたい。そこで筆者ら⁽⁴⁾は、シリンダと補助タンク間の空気流路を低コストで製作可能な狭いスリット状とすることにより減衰力と振幅との線形関係を実現できる、粘性絞りを有する空気ばねを提案し、その特性と広い空気流路にオリフィスを有する従来から用いられてきた空気ばねの特性との比較検討結果より、提案する空気ばねは最適な絞り条件を選ぶことにより入力振幅に依存せず共振倍率を小さくすることができ、微小振動を低コストで防振しうることを明らかにしている。

これまでの空気ばねの最適設計に関する研究では、鉄道車両への適用という観点で過渡応答⁽²⁾や共振倍率⁽³⁾に着目した設計指針を示しているが、より多くの機器への適用という観点では十分とは言えない。また、実用上検討する必要があると考えられる、広い周波数帯域を有する不規則励振に対する応答を最小化するという観点での設計指針は明らかにされていない。

そこで本研究では、前報⁽⁴⁾でその有効性を確認した粘性絞りを有する空気ばねについて、不規則励振に対する応答を最小とする観点での最適条件を明らかにし、

* 原稿受付 2007年10月22日。

^{*1} 正員, 埼玉大学大学院理工学研究科(〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255)。

E-mail: yamamoto@mech.saitama-u.ac.jp

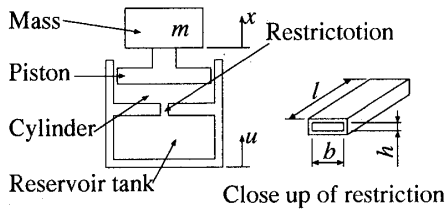


Fig. 1 Configuration of air suspension

共振振幅を最小とする観点での最適条件と比較検討することにより両者の関係を明らかにするとともに、ばねと粘性ダンパにより質量を支持する1自由度支持系の特性と比較検討し、粘性絞りを有する空気ばね支持系の有用性を明らかにしたので、以下に報告する。

2. 粘性絞りを有する空気ばね

図1に本研究で対象とする粘性絞りを有する補助タンク付き空気ばねの概念図を示す。前報⁽⁴⁾で明らかにしたように、シリンダと補助タンクをつなぐ流路を長さ l および幅 b に比べすきま h が十分に狭いスリット状にすることにより、この部分の粘性抵抗によりピストンの移動速度に比例する減衰力が得られる。以下ピストン断面積を A 、初期圧力を p_0 、シリンダ初期体積を V_c 、補助タンク体積を V_r 、全体積を $V = V_c + V_r$ 、体積比を $\eta = V_r/V$ とし、空気ばねに変位 u を与えたときのピストン変位を x 、シリンダ圧力の変動成分を p_c 、補助タンク圧力の変動成分を p_r として解析を行う。

3. 理論解析

3.1 空気ばねにおけるピストン変位と反力の関係
はじめに、空気ばねの基本的な特性を明らかにするべく、ピストンのシリンダに対する相対変位 $y = x - u$ と空気ばね圧力との関係を求める。断熱変化の場合、シリンダ内の空気の質量変化率 Δm_c は、シリンダ内の空気の密度を ρ_c 、体積を v_c とすると、

$$\Delta m_c = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_c v_c) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{p_0 + p_c}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \rho_0 (V_c + Ay) \right] \quad (1)$$

となる。ここで γ および ρ_0 はそれぞれ空気の比熱比および初期状態における密度である。同様に、補助タンク内の空気の質量変化率 Δm_r は、補助タンク内の空気の密度を ρ_r 、体積を v_r とすると、以下のようになる。

$$\Delta m_r = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_r v_r) = \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{p_0 + p_r}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \rho_0 V_r \right] \quad (2)$$

式(1)および(2)を無次元圧力 $P_c = (p_0 + p_c)/p_0$ および $P_r = (p_0 + p_r)/p_0$ 、ピストンの無次元変位 $Y =$

y/y_0 ($y_0 = V/A$) および無次元時間 $\tau = \omega t$ (ω はピストンの運動の角周波数) を用いて整理すると、シリンダおよび補助タンク内の気体の無次元質量変化率 ΔM_c および ΔM_r は、それぞれ次式のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta M_c &= \frac{\gamma}{\omega \rho_0 V} \Delta m_c = P_c^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \{ P_c' (Y + 1 - \eta) + \gamma P_c Y' \} \\ \Delta M_r &= \frac{\gamma}{\omega \rho_0 V} \Delta m_r = \eta P_r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} P_r' \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、記号 $'$ は諸量の無次元時間 τ による微分を表す。シリンダから補助タンクへの流路を通る空気の質量流量は、流路をスリットとし粘性流れと仮定できる場合は

$$q_v = \frac{\rho_0}{Z} (p_c - p_r) \quad \left(Z = \frac{12\mu l}{bh^3} \right) \quad (4)$$

となる。ここで μ は空気の粘度、 b 、 h 、 l はそれぞれスリット状流路の幅、すきま、長さで、 Z は絞りの抵抗係数である。流路の無次元質量流量 Q_v は無次元周波数 $\sigma_v = \omega V Z / \gamma p_0$ を用いると以下のように表される。

$$Q_v = \frac{\gamma}{\omega \rho_0 V} q_v = \frac{1}{\sigma_v} (P_c - P_r) \quad (5)$$

質量保存則 $\Delta M_c = -Q_v$ および $\Delta M_r = Q_v$ より

$$\begin{aligned} P_c^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \{ P_c' (Y + 1 - \eta) + \gamma P_c Y' \} + \frac{1}{\sigma_v} (P_c - P_r) &= 0 \\ P_r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} P_r' - \frac{1}{\sigma_v} (P_c - P_r) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

が得られ、無次元圧力および変位をそれぞれ $P_c = 1 + \Delta P_c e^{j\tau}$ 、 $P_r = 1 + \Delta P_r e^{j\tau}$ 、 $Y = \Delta Y e^{j\tau}$ のように定常成分と微小変動成分の和と置いて式(6)に代入し、高次の微小量を無視して整理すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} j \{ (1 - \eta) \Delta P_c + \gamma \Delta Y \} + \frac{1}{\sigma_v} (\Delta P_c - \Delta P_r) &= 0 \\ j \eta \Delta P_r - \frac{1}{\sigma_v} (\Delta P_c - \Delta P_r) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

上式を $\Delta P_c / \Delta Y$ について解くと、次式が得られる。

$$\frac{\Delta P_c}{\Delta Y} = -\gamma \frac{1 + j\eta \sigma_v}{1 + j\eta(1 - \eta) \sigma_v} \quad (8)$$

式(8)よりピストンに作用する変動力 $\Delta f (= A \cdot p_c)$ と変位 $\Delta y (= y_0 \cdot \Delta Y)$ の関係を表す以下の式が得られる。

$$\frac{\Delta f}{\Delta y} = \frac{p_0 A^2}{V} \frac{\Delta P_c}{\Delta Y} = -\gamma \frac{p_0 A^2}{V} \frac{1 + j\eta \sigma_v}{1 + j\eta(1 - \eta) \sigma_v} \quad (9)$$

3.2 3要素系における変位と反力の関係 図2(a)に示すばねとダンパを並列に結合したVoigt要素にさらにばねを直列に結合した3要素系の力の釣合いを考えると、

$$\begin{aligned} f &= \frac{k}{1 - \eta} (y - y_2) \\ 0 &= -\frac{k}{1 - \eta} (y_2 - y) - \frac{k}{\eta} y_2 - c y_2 \end{aligned} \quad (10)$$

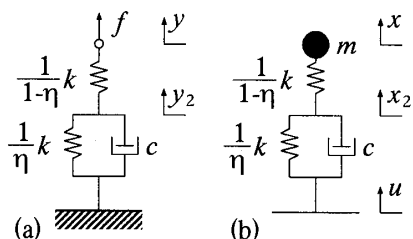


Fig. 2 Dynamical model of 3 element system

となる. $y = \Delta y e^{j\omega t}$, $y_2 = \Delta y_2 e^{j\omega t}$ および $f = \Delta f e^{j\omega t}$ とおき, 式 (10) に代入し $\Delta f / \Delta y$ について解くと,

$$\frac{\Delta f}{\Delta y} = -k \frac{1 + j\omega\eta(c/k)}{1 + j\omega\eta(1-\eta)(c/k)} \quad (11)$$

となる. ここで

$$k = \gamma \frac{A^2 p_0}{V}, \quad \sigma_v = \frac{c}{k} \omega \quad (c = A^2 Z) \quad (12)$$

とおくと式 (11) は式 (9) となることから, $Q_v = (P_c - P_r) / \sigma_v$ と表せる場合のように, 絞り流量が圧力差に比例する空気ばねは 3 要素系と等価となる. 式 (11) を係数のとり方や無次元化の方法を変えることにより小田・西村⁽²⁾あるいは小柳⁽³⁾の示す式と同様の形となる.

3.3 空気ばね支持系の伝達関数および最適化規範

3.3.1 伝達関数 節 3.2 に示した通り粘性絞りを有する空気ばねは 3 要素系と等価であることから, 質量 m が粘性絞りを有する空気ばねで支持されている系は, 図 2(b) に示す 3 要素支持系と等価になる. 系の運動方程式は以下のとおりとなる.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + \frac{k}{1-\eta}(x-x_2) &= 0 \\ \frac{k}{1-\eta}(x_2-x) + \frac{k}{\eta}(x_2-u) + c(\dot{x}_2-\dot{u}) &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$x = X e^{j\omega t}$, $x_2 = X_2 e^{j\omega t}$ および $u = U e^{j\omega t}$ を式 (13) に代入し X/U について解き, $\omega_n = \sqrt{k/m}$, $\zeta = c/2\sqrt{mk}$ および $\omega = p\omega_n$ において整理すると, 基礎の変位に対する支持質量の変位の関係を示す伝達関数は

$$H = \frac{X}{U} = \frac{2j\eta\zeta p + 1}{-2j\eta(1-\eta)\zeta p^3 - p^2 + 2j\eta\zeta p + 1} \quad (14)$$

となる. ここで, k および c は上述の値であるので, 空気ばねの総体積 V , 初期圧力 p_0 , シリンダ面積 A , 支持質量 m が決まっている場合は k も不変である. よって式 (14) における η は, 総体積 V に対する補助タンク体積 V_r の比に等しく, また $\zeta = c/2\sqrt{km} = AZ/2\sqrt{m\gamma p_0/V}$ より空気ばねの等価減衰比 ζ と空気ばねの設計パラメータは対応づけられるので, 以下では式 (14) で与えられる伝達関数を用いて η と ζ が及ぼす影響について明らかにする.

3.3.2 最小共振倍率規範 これまで動吸振器の設計などで広く用いられている, 共振倍率を最小化するという観点での最適化について考える. 式 (14) より

$$|H| = \sqrt{\frac{(2\eta\zeta p)^2 + 1}{(2\eta\zeta p)^2 \{(1-\eta)p^2 - 1\}^2 + (1-p^2)^2}} \quad (15)$$

となるが, $|H|$ は ζ の値によらずある p に対応する定点を通る. そこで任意の ζ について $|H|^2 = 1/A = \text{const.}$ となる場合

$$\begin{aligned} A(2\eta\zeta p)^2 + A \\ = (2\eta\zeta p)^2 \{(1-\eta)p^2 - 1\}^2 + (1-p^2)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

は ζ に関する恒等式となる. 式 (16) より定点における p は以下のように求まる.

$$p = \sqrt{\frac{2}{2-\eta}} \quad (17)$$

よって上述の p で $|H|^2$ が極大となるときに $|H|^2$ の極大値が最小に, すなわち共振倍率 $T = |H|_{\max}$ が最小になる.

$J = |H|^2$ および $q = p^2$ とおくと, 式 (15) より次式が得られる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial q} &= \frac{1}{\left[(2\eta\zeta)^2 q \{(1-\eta)q - 1\}^2 + (1-q)^2 \right]^2} \\ &\times \left[(2\eta\zeta)^2 \left[(2\eta\zeta)^2 q \{(1-\eta)q - 1\}^2 + (1-q)^2 \right] \right. \\ &\quad \left. - \{1 + (2\eta\zeta)^2 q\} \left[(2\eta\zeta)^2 \{3(1-\eta)^2 q^2 - 4(1-\eta)q + 1\} - 2(1-q) \right] \right] \end{aligned} \quad (18)$$

上式が 0 となるとき $|H|^2$ は極大となるので, そのときの ζ^2 は

$$\begin{aligned} (2\eta\zeta)^2 \{ (1-q)^2 - 3(1-\eta)^2 q^2 \\ + 4(1-\eta)q - 1 \} + 2(1-q) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

の解である. 式 (19) に式 (17) を代入し ζ^2 について解くことにより

$$\zeta^2 = \frac{2-\eta}{2(2\eta)^2(1-\eta)} \quad (20)$$

が得られる. 以上より共振倍率 T の最小値 T_{opt} および T_{opt} を与える $\zeta_{T,opt}$ は以下のとおりとなる.

$$T_{opt} = \frac{2}{\eta} - 1, \quad \zeta_{T,opt} = \frac{\sqrt{2}}{4\eta} \sqrt{\frac{2-\eta}{1-\eta}} \quad (21)$$

以下では, この最適化規範を最適共振倍率規範と呼ぶ.

3.3.3 最小標準偏差規範 不規則振動が系に作用した場合の応答変位を最小化するという観点での最適化は、例えば浅見ら⁽⁵⁾が動吸振器の設計において検討しており、筆者らの一人⁽⁶⁾も静圧エアスピンドルの設計において検討している。空気ばね支持系においても不規則励振が系に作用する事例は多いと考えられるので、以下に空気ばね支持系に適用する最適化規範を示す。

基礎の励振変位 $u(t)$ のパワースペクトルを $\tilde{U}(\omega)$ 、基礎の励振変位に対する支持質量の応答変位の伝達関数を $H(\omega)$ とすると、支持質量の応答変位 $x(t)$ のパワースペクトル $\tilde{X}(\omega)$ は

$$\tilde{X}(\omega) = |H(\omega)|^2 \tilde{U}(\omega) \quad (22)$$

となり、基礎の変位 $u(t)$ および支持質量の変位 $x(t)$ の分散は、それぞれ以下ようになる。

$$\begin{aligned} \overline{u(t)^2} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(\omega) d\omega \\ &= \frac{\omega_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(p) dp \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \overline{x(t)^2} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 \tilde{U}(\omega) d\omega \\ &= \frac{\omega_n}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(p)|^2 \tilde{U}(p) dp \end{aligned} \quad (24)$$

ここで $p = \omega/\omega_n$ は系の固有振動数 ω_n で無次元化した振動数である。例えば不規則励振として広い周波数帯域で一定のパワースペクトルをもつ場合を対象とし、 $\tilde{U}(p)$ が $|p| \leq R$ において一定値 U_0 となり $|p| > R$ において 0 となる場合を考えると、基礎の変位 $u(t)$ および支持質量の変位 $x(t)$ の分散は、それぞれ以下のようになる。

$$\overline{u(t)^2} = \frac{\omega_n}{2\pi} \int_{-R}^R U_0 dp = \frac{\omega_n}{2\pi} 2RU_0 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \overline{x(t)^2} &= \frac{\omega_n}{2\pi} \int_{-R}^R |H(p)|^2 U_0 dp \\ &= \frac{\omega_n}{2\pi} U_0 \int_{-R}^R |H(p)|^2 dp \end{aligned} \quad (26)$$

不規則励振の伝達率 S を基礎の変位の標準偏差に対する支持質量の変位の標準偏差の比と定義すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned} S &= \frac{\sqrt{\overline{x(t)^2}}}{\sqrt{\overline{u(t)^2}}} = \sqrt{\frac{\frac{\omega_n}{2\pi} U_0 \int_{-R}^R |H(p)|^2 dp}{\frac{\omega_n}{2\pi} 2RU_0}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2R} \int_{-R}^R |H(p)|^2 dp} \end{aligned} \quad (27)$$

R が十分大きい場合には、

$$\int_{-R}^R |H(p)|^2 dp \approx \int_{-\infty}^{\infty} |H(p)|^2 dp \quad (28)$$

と考えられるので、 R が一定の条件下では伝達率 S は

$$I = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |H(p)|^2 dp} \quad (29)$$

に比例すると考えることができる。 S における積分と異なり、 I における積分は複素関数論における留数定理を用いた計算により容易に求めることができるので、以下ではこの I を不規則励振の伝達率に対応する評価関数として用いる。このように変位の標準偏差の比で定義した伝達率を用いることにより、評価関数 I および共振倍率 T は、ともに単位入力変位に対する応答変位に対応することになるので、 I および T の値を比べることにより 2 つの最適化規範に関する定量的な議論が可能になる。

式 (29) に式 (15) を代入し、留数定理を用いて積分すると以下のようになる。

$$I = \sqrt{\frac{\pi \{(2\eta\xi)^2 + 1\}}{2\eta^2\xi}} \quad (30)$$

よって、

$$\frac{\partial(I^2)}{\partial\xi} = \pi \frac{4\eta^2\xi^2 - 1}{2\eta^2\xi^2} = 0 \quad (31)$$

となるとにおいて評価関数 I は最小となる。以上より I の最小値 I_{opt} および I_{opt} を与える $\xi_{I,opt}$ は以下のとおりとなる。

$$I_{opt} = \sqrt{\frac{2\pi}{\eta}}, \quad \xi_{I,opt} = \frac{1}{2\eta} \quad (32)$$

以下では、この最適化規範を最小標準偏差規範と呼ぶ。

4. 解析結果

4.1 粘性絞りを有する空気ばね支持系の特性 図 3 に、体積比 η を 0.9 としたときの基礎変位と支持質量変位の関係を示す伝達率 $|H|$ と無次元振動数 p との関係を、空気ばねの等価減衰比 ξ をパラメータとして示す。図に示すとおり ξ によらず定点 $p = \sqrt{2/(2-\eta)} \Big|_{\eta=0.9} = 1.35$ を通り、 $\xi = \xi_{T,opt} \Big|_{\eta=0.9} = 1.30$ のとき上述の定点で $|H|$ は最大となり、このとき共振倍率 $T = |H|_{max}$ は最小値 $T_{opt} \Big|_{\eta=0.9} = 1.22$ をとる。 $\xi < \xi_{T,opt} \Big|_{\eta=0.9}$ の場合には、無次元共振振動数は ξ が小さくなるにつれ絞り抵抗が 0 の場合の無次元共振振動数である 1 に漸近し、 $\xi > \xi_{T,opt} \Big|_{\eta=0.9}$ の場合には、無次元共振振動数は ξ が大きくなるにつれ絞り抵抗が無限大、すなわち空気ばね剛性がシ

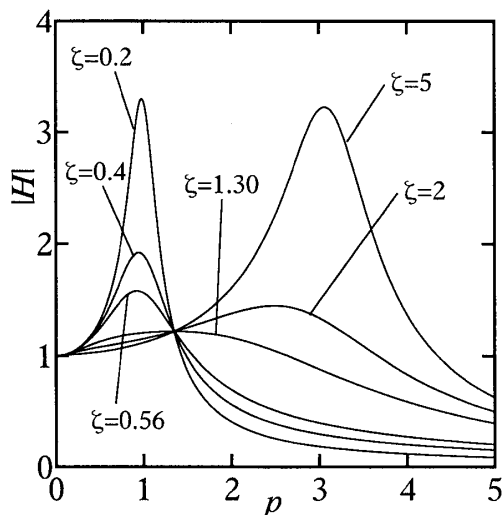


Fig. 3 Relation between transmissibility $|H|$ and frequency ratio p ($\eta = 0.9$)

リング体積のみにより決まる場合の無次元共振振動数である $\sqrt{1/(1-\eta)}\Big|_{\eta=0.9} = 3.16$ に漸近する。また $\zeta = \zeta_{I,opt}\Big|_{\eta=0.9} = 0.56$ は最小標準偏差規範において最適な場合、すなわち評価関数 I が最小値 I_{opt} となり不規則励振に対する応答が最小となる場合である。図に示すように最小共振倍率規範による最適な場合の方が周波数の高い領域における伝達関数は若干高くなっている。このためこの場合の評価関数 I は、最小標準偏差規範による最適な場合における評価関数 I_{opt} に比べ若干高くなる。また最小標準偏差規範による最適な場合における共振倍率 T は、最小共振倍率規範による最適な場合における共振倍率 T_{opt} に比べ若干高くなっていることがわかる。

図 4 および 5 に、共振倍率 $T = |H|_{max}$ および不規則励振に対する応答に対応する評価関数 I と、空気ばねの等価減衰比 ζ の関係をそれぞれ体積比 η をパラメータとして示す。図より η が大きくなるほど、すなわち補助タンク体積が大きい場合ほど、共振倍率 T も評価関数 I もともに小さくなることがわかる。これらのことから、共振倍率を低減するという観点でも、不規則励振に対する応答を低減するという観点でも、補助タンク体積をできるだけ大きくしたほうがよいといえる。さらに、いずれの体積比 η の場合も T もしくは I が極小となる ζ が存在するが両者はやや異なるため、 T と I を同時に最小にはできないことがわかる。

図 6 に共振倍率 T の最小値 T_{opt} および評価関数 I の最小値 I_{opt} と体積比 η の関係を示す。図より体積比が小さくなるほど、すなわち補助タンク体積が小さい場合ほど T_{opt} および I_{opt} は大きくなることがわかるが、

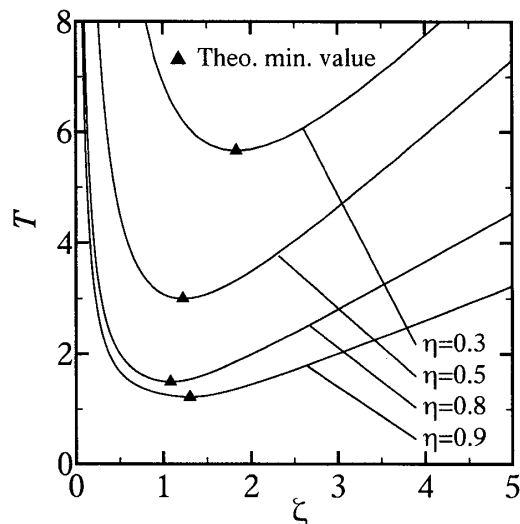


Fig. 4 Relation between maximum transmissibility T and damping ratio ζ

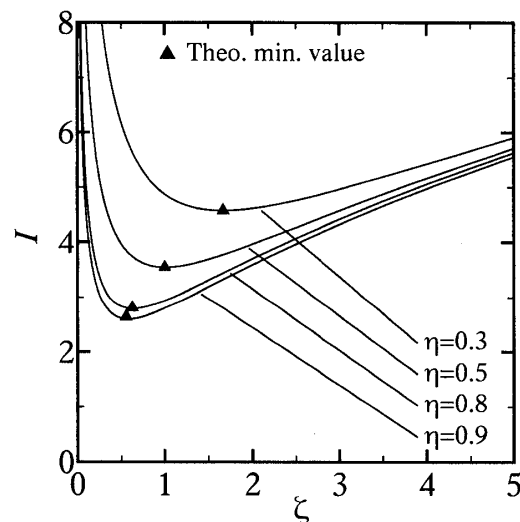


Fig. 5 Relation between performance function I and damping ratio ζ

これは η が小さくなり補助タンク体積が小さくなるにつれ、空気ばねで発生する減衰力に対応する式 (9) の虚部が小さくなり、 $\eta \rightarrow 0$ で補助タンクがなく絞りが作用しない空気ばねと等価になり、虚部が 0 に、すなわち減衰力が作用しなくなることに対応している。

図 7 に共振倍率 T を最小とする等価減衰比 $\zeta_{T,opt}$ および評価関数 I を最小とする等価減衰比 $\zeta_{I,opt}$ と体積比 η の関係を示す。式 (32) から明らかとなり、 η が増加するにつれて $\zeta_{I,opt}$ は単調減少し、一方 $\zeta_{T,opt}$ は η が増加するにつれ概ね減少する傾向にあるが極小値を持つ。また、 T を最小にする場合には共振振動数における $|H|$ のみに着目し ζ を $\zeta_{T,opt}$ とすればよいが、

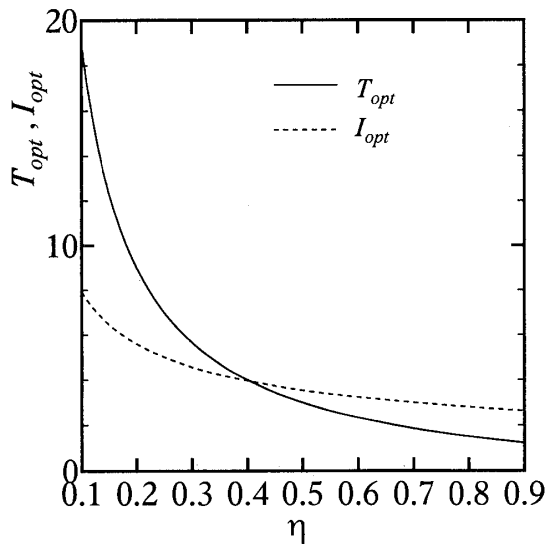


Fig. 6 Relations of optimum maximum transmissibility T_{opt} , optimum performance function I_{opt} and volume ratio η

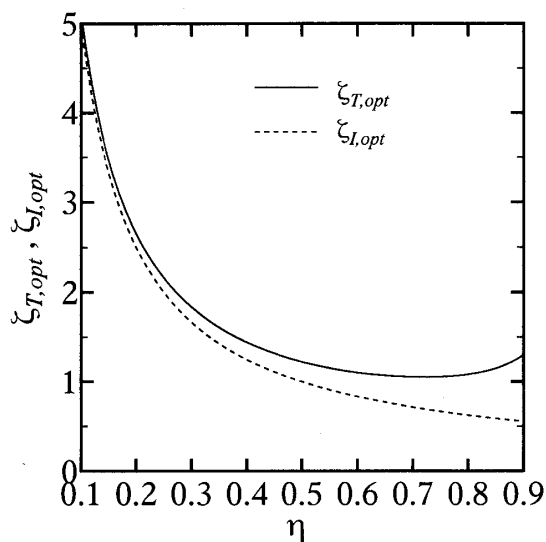


Fig. 7 Relations of optimum damping ratio $\zeta_{T,opt}$, $\zeta_{I,opt}$ and volume ratio η

この場合共振振動数，すなわち定点より高い周波数領域における $|H|$ は図3にも示されているとおり必ずしも小さくならない．言い換えれば ζ を $\zeta_{T,opt}$ より小さくするほど，定点より高い周波数領域における $|H|$ は小さくなる． I を最小にするには共振振動数近傍のみならず全周波数領域において $|H|$ を小さくする必要があり，この場合定点より高い周波数領域の $|H|$ の影響が大きくなるため， $\zeta_{T,opt}$ より ζ を小さくしたほうが I を小さくすることができる．以上のことから，図に示すように η によらず $\zeta_{T,opt} > \zeta_{I,opt}$ となる．また両

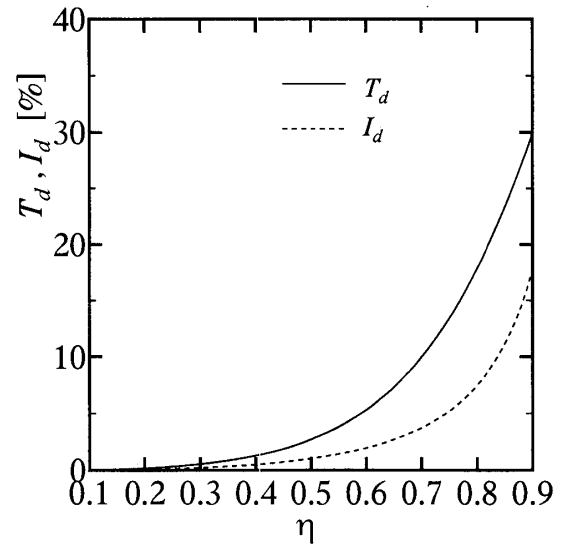


Fig. 8 Relations of deviation ratio T_d , I_d and volume ratio η

者の差は η が大きくなるほど大きくなる．

2つの最適化規範の片方で最適な減衰比を求めた場合，他方の規範では最適では無くなるが，そのときの最適値からのずれを評価することにより，最適化規範の有用性を検討する．図8に評価関数 I を最小にしたときの共振倍率 $T|_{\zeta=\zeta_{I,opt}}$ と T の最適値 T_{opt} との相対誤差 $T_d = (T|_{\zeta=\zeta_{I,opt}} - T_{opt})/T_{opt}$ および共振倍率 T を最小にしたときの評価関数 $I|_{\zeta=\zeta_{T,opt}}$ と I の最適値 I_{opt} との相対誤差 $I_d = (I|_{\zeta=\zeta_{T,opt}} - I_{opt})/I_{opt}$ と η の関係を示す．図より η が大きくなるほど T_d および I_d は大きくなり，また η の全領域において， T_d のほうが I_d より大きくなるのがわかる．しかし，例えば体積比 η が0.9のとき， I が最小となる ζ においては T は最適値 T_{opt} に比べ30%大きくなり， T が最大となる ζ においては I は最適値 I_{opt} に比べ18%大きい程度であることから，いずれの最適化規範を選択しても共振振動数における振幅も不規則励振に対する応答振幅もかなり小さくすることができるといえる．

4.2 1自由度支持系との比較 粘性絞りを有する空気ばね支持系の有用性を検討するため，総体積が等しく補助タンクがない空気ばねと通常の粘性ダンパを並列結合した Voigt モデルにて質量が支持された通常の1自由度支持系について考える．系の伝達関数は以下のようになる．

$$H = \frac{X}{U} = \frac{2j\zeta p + 1}{-p^2 + 2j\zeta p + 1} \quad (33)$$

1自由度系においては系の共振倍率は ζ が大きくなるほど小さくなり1に収束するので最適値は存在しない

が、共振倍率 T_1 は以下のとおりとなる。

$$T_1 = \sqrt{\frac{8\xi^4}{-1 - 4\xi^2 + 8\xi^4 + \sqrt{1 + 8\xi^2}}} \quad (34)$$

以上のことから共振倍率を最小にすることのみを考えれば、1自由度支持系の方が有利であることがわかる。また不規則励振に対する応答変位に関する評価関数 I_1 は

$$I_1 = \sqrt{\pi \frac{4\xi^2 + 1}{2\xi}} \quad (35)$$

となり、 I_1 の最小値 $I_{1,opt}$ および $I_{1,opt}$ を与える $\xi_{1,opt}$ は次のように求められる。

$$I_{1,opt} = \sqrt{2\pi}, \quad \xi_{1,opt} = \frac{1}{2} \quad (36)$$

式(32)と式(36)を比較すると、粘性絞りを有する空気ばね支持系における評価関数の最小値 I_{opt} は、1自由度支持系における評価関数の最小値 $I_{1,opt}$ の $1/\sqrt{\eta}$ 倍となり、 $0 < \eta < 1$ であることから、空気ばね支持系に比べ1自由度支持系のほうが不規則励振に対する応答は小さくなることわかる。しかし、例えば体積比 η が 0.9 の場合における空気ばね支持系の評価関数の最小値 I_{opt} は1自由度支持系の評価関数の最小値 $I_{1,opt}$ より5%高い程度であるので、ダンパを付加することにより構造が複雑になることなどを考慮すれば、粘性絞りを有する空気ばねによる防振機構は十分有用であるといえる。

5. 結 言

本研究は空気ばねによる防振を目的として、広い周波数帯域で一定のスペクトル密度を有する不規則励振に対する応答を最小化する観点での最適条件を明らかにし、共振倍率を最小化する観点での最適条件と比較検討するとともに、1自由度支持系の特性と比較検討することにより、粘性絞りを有する空気ばね支持系の有用性を明らかにした。本研究で得られた結論は以下の通りである。

(1) 空気ばねの総体積およびシリンダ断面積が与えられた場合、総体積に対する補助タンク体積の比を大きくするほど共振倍率も不規則励振に対する応答振幅も小さくなる。

(2) 空気ばねの総体積に対する補助タンク体積の比を η とすると、空気ばねの等価減衰比が $\sqrt{(2-\eta)/\{8\eta^2(1-\eta)\}}$ のとき共振倍率は最小となり、

$1/2\eta$ のとき不規則励振に対する応答振幅は最小となる。そして、前者の減衰比より後者の減衰比の方が小さくなる。

(3) 共振倍率が最小となるように減衰比を選んだときの不規則励振に対する応答振幅の最適値からのずれの割合は、不規則励振に対する応答振幅が最小となるように減衰比を選んだときの共振倍率の最適値からのずれの割合より小さくなる。また、総体積に対する補助タンク体積の比を大きくするほどいずれのずれの割合も大きくなる。

(4) 空気ばねの総体積に対する補助タンク体積の比を η とすると、1自由度支持系における不規則励振に対する応答振幅の最小値は、粘性絞りを有する空気ばね支持系における最小値の $\sqrt{\eta}$ 倍となり、体積比が大きくなるほど両者の差は小さくなる。そして体積比を 0.9 としたときには両者の差は5%程度であるので、ダンパを別途付加する必要のある1自由度支持系に比べ、粘性絞りを有する空気ばねによる防振機構は十分有用であるといえる。

文 献

- (1) Matsudaira, T., Air Spring for Vehicles, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.60, No.464 (1957), pp.908-915.
- (2) Oda, N. and Nishimura, S., Vibration of Air Suspension Vehicles and their Design, *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.35, No.273 (1969), pp.996-1002.
- (3) Koyanagi, S., Optimum Design Methods of Air Spring Suspension Systems, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.49, No.439 (1983), pp.410-415.
- (4) Yamamoto, H., Zheng, Y and Okumoto, S., Effects of Restriction Characteristics on Characteristics of Air Suspension, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.74, No.739 (2008), pp.521-528.
- (5) Asami, T., Wakasono, T., Kameoka, K., Hasegawa, M. and Sekiguchi, H., Optimum Design of Dynamic Absorbers for a System Subject to Random Excitation, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.56, No.523 (1990), pp.619-627.
- (6) Ono, K., Yamamoto, H., Cui, C. and Tsuzuki, K., Design of a Hydrostatic Air Bearing Spindle with Highest Possible Dynamic Stiffness, *Transaction of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.63, No.608 (1997), pp.1342-1349.
- (7) Sawaragi, Y., Soeda, T. and Nakamizo, T., *Statistical Theory of Automatic Control*, (1966).
- (8) Newland, D., *Random Vibrations and Spectral Analysis*, (1991).