

# 正弦波状の起伏地形における波動伝播の解析

## ANALYSIS OF SEISMIC WAVE PROPAGATION IN A GROUND WITH SINUSOIDAL-SHAPED SURFACE IRREGULARITY

川上英二\*<sup>1</sup>, 茂木秀則\*<sup>2</sup>, 福原幸司\*<sup>3</sup>  
Hideji KAWAKAMI, Hidenori MOGI and Koji FUKUHARA

Seismic responses of a ground with various types of sinusoidal-shaped irregularity were evaluated by using the boundary element method and analyzed based on "scattered-wave contribution". The examination of the numerical results revealed the following: 1) the response at the trough varies sharply with frequency whereas the response at the peak shows large amplification over a wide frequency range; 2) the predominant frequencies at the trough depend on the amplitude of the surface irregularity and do not depend on the number of fluctuations of the ground; and 3) these characteristics can be understood as the results of the interference of scattered waves coming from the irregular surface.

**Keywords:** *irregular topography, scattered wave, SH wavefield, boundary element method*  
起伏, 散乱波, SH 波動場, 境界要素法

### 1 はじめに

不整形地盤によって生じる特異な地震応答は多くの研究者に注目され, 主に数値解析に基づいたパラメトリックな研究が行われている<sup>1),2)</sup>. 例えば, 地震応答に及ぼす不整形地盤の影響<sup>3)-7)</sup> や埋没盆地の影響<sup>8)</sup> などが検討されており, さらに最近では, 1995年兵庫県南部地震の帯状の強震域の発生原因として平野端部の不整形境界の影響が指摘されており, 多くの数値解析が行われている(例えば文献9).

一方, 1971年 San Fernando 地震の観測事例などから, 地表面の起伏が地震応答に及ぼす影響についても注目され, 同様に地震応答解析が行われている. たとえば, Boore は Pacoima ダム周辺の急峻な地形を対象に差分法を用いた検討を行い, 山頂付近では大きな応答を示すことなどを指摘している<sup>10)</sup>. さらに地表面の起伏の影響を検討した研究として, 崖地形<sup>11)-14)</sup>, 半円形や三角形の断面を有する窪地や地下の円形空洞<sup>15),16)</sup>, 単独の山地の影響<sup>17)</sup> などが挙げられる. しかしながら, これらの研究の多くが数値的に求めた振動数応答関数や時刻歴波形に基づいて地震応答の特徴を論じる手法を用いており, 複雑な応答を示すメカニズムについては依然として不明な点が多く残されている. また, これらの研究の多くが山岳部等に見られる比較的急峻で局地的な地形の起伏を対象としており, 大都市が立地する平野部にも多く存在するような比較

的なだからで連続する起伏の影響は検討されていない. これらの起伏地形は, 例えば, 台地において平行する河川によって形成された浸食谷などの他, 風化, 堆積作用が働く大地は, 平坦に見えてもよく見ればなだらかな起伏が続く地形であることが多い. そして, このような起伏によって地表面の地震応答が影響を受けるならば, 影響の生じる条件とその程度を把握しておくことは重要である. さらに, 得られた知識に基づいて, 起伏地形を一見して地震応答の概略が推測できるならば, 地震被害の想定や検討に際して有用であろう.

そこで, 本研究では正弦波形の起伏を有する均質地盤を取り上げ, 起伏の高さを変えた場合と, 起伏の数を変えた場合の振動数応答関数の変化に着目して地震応答解析を行った. もとより, 実地盤では厳密に正弦波形状(高さ, 波長が一定)の起伏が存在するわけではない. しかし, 特定の地盤を想定せずに, 少ないパラメータを用いて起伏一般の影響を検討する際には, 実際の起伏に近い形状を与える関数として正弦波を用いることは合理的であろう. 本論文では, 正弦波の数の違いにより起伏の長さを表し, 局地的には(例えば凸凹一つでは)無視し得る地形の影響が, 多数の起伏が連続することにより問題となることがあるのか否かを検討した. このため, 一つの典型的な例として, 正弦波形状の起伏が連続する地盤の検討も行った.

\*1 埼玉大学地圏科学研究センター 教授・工博

\*2 埼玉大学工学部建設工学科 講師・博士(工学)

\*3 日本電子計算機 修士(工学)  
研究当時 埼玉大学理工学研究科

Prof., Geosphere Research Institute, Saitama University, Dr. Eng.  
Lecturer, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Saitama University, Dr. Eng.  
Japan Information Processing Service Co., Ltd., Ex-student of Saitama University, M. Eng.

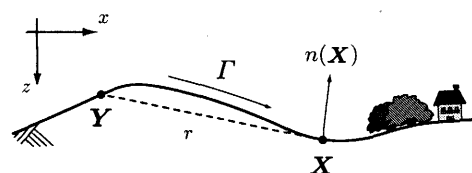


図1 地形モデルと座標系

解析はSH波動場における境界要素法を用い、既往の多くの研究と同様に地表面の各地点での応答関数を求めるとともに、ホイヘンスの原理に基づいて算定した散乱波の波面の位置や、新たに導入した、境界要素行列から得られる散乱波の「寄与分布」に基づいて、地表面の応答特性が起伏の高さ、数および谷底、山頂など条件・場所により異なるメカニズムを検討した。これらの結果から、谷底では振動数により応答関数が明瞭な極小値と極大値を示すのに対し、山頂では振動数にあまり依存せず一様に大きい値を示すことを指摘した。さらに、谷底の応答関数において、起伏の高さを増加させた場合に応答関数のピークを与える振動数（基本振動数）が減少するのに対し、起伏の数を増加させると基本振動数は殆ど変化せずに、応答関数のピークが鋭い形状に変化することなどを指摘した。また、散乱波の寄与分布の検討から、それぞれの地点に特徴的な応答関数は、起伏の特定の部分からの散乱波が干渉し増幅された結果であることを示した。

なお、なだらかであるが連続する起伏地形における、境界要素法とホイヘンスの定理に基づいた波動伝播や干渉の現象の検討は著者の知る限りでは既往の研究に存在せず、これらの点は著者らの独自のものと考えている。

## 2 境界要素法に基づく散乱波の寄与分布の定式化

### 2.1 境界積分方程式の導出<sup>18)-20)</sup>

図1のような、起伏を有する均質な半無限地盤におけるSH波動場を考える。このとき振動数領域の方程式として、次式のヘルツホルム方程式が得られる。

$$\{\nabla^2 + k_\beta^2\} u(\mathbf{X}) = 0, \quad k_\beta = \omega/\beta \quad (1)$$

ここで、 $u(\mathbf{X})$  は弾性体内の任意の点  $\mathbf{X} = (x, z)$  における変位、 $\omega$  は角振動数、 $\beta$  はS波速度、 $k_\beta$  はS波の伝播方向の波数である。

式(1)にグリーンの定理を適用すると、自由表面が唯一の境界であることから、二重層ポテンシャルのみを積分項とする次式の境界積分方程式が得られる。

$$c(\mathbf{Y})u(\mathbf{Y}) + \text{v.p.} \int_{\Gamma} q^*(\mathbf{X}, \mathbf{Y})u(\mathbf{X}) d\Gamma(\mathbf{X}) = v(\mathbf{Y}) \quad (2)$$

ここで  $v(\mathbf{Y})$  は境界  $\Gamma$  上の点  $\mathbf{Y}$  における入射波による変位、 $c(\mathbf{Y})$  は境界の  $\mathbf{Y}$  における形状によって決まる値であり、境界が滑らかであるとき  $1/2$  である。また、 $q^*(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  は表面力の基本解（全無限解・具体形は式(4)参照）であり、v.p. は  $\mathbf{X} = \mathbf{Y}$  の場合に生じる特異点に関して主値積分によって積分値を評価することを表す。

### 2.2 一定要素を用いた境界積分方程式の離散化<sup>18)-20)</sup>

本研究では境界積分方程式を一定要素を用いて離散化を行った。境界  $\Gamma$  を  $J$  個の境界要素  $\Gamma_j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) で分割、近似する。さらに、一つの境界要素  $j$  上の変位を一定値と見なし、この値を境界要素  $j$  の中点の変位  $u(\mathbf{X}_j)$  で代表させる。これらの近似によって式(2)を離散化すると、次式のような連立一次方程式の形に表す

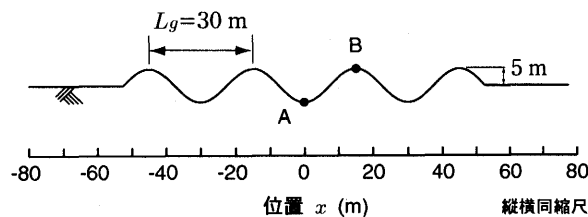


図2 3.5波正弦波型地形モデル（標準モデル）

ことができる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{H}\mathbf{u} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{u}$  は全ての境界要素の応答変位  $u(\mathbf{X}_j)$  を、 $\mathbf{v}$  は入射波による変位  $v(\mathbf{X}_j)$  の節点値を並べた  $J$  次元ベクトル、 $\mathbf{H}$  は次式に示す  $h_{jm}$  ( $m = 1, \dots, J$ ) を要素とする  $J$  次元の正方行列である。

$$\begin{aligned} h_{jm} &= \int_{\Gamma_m} q^*(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_j) d\Gamma(\mathbf{X}) + c(\mathbf{Y}_j) \delta_{jm} \\ &= \int_{\Gamma_m} \frac{ik_\beta}{4} H_1^{(2)}(k_\beta r) \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{X})} d\Gamma(\mathbf{X}) + \frac{1}{2} \delta_{jm} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $r$  は  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}_j$  間の距離  $|\mathbf{X} - \mathbf{Y}_j|$ 、 $\mathbf{n}(\mathbf{X})$  は  $\mathbf{X}$  における地表面の法線ベクトル、 $\delta_{jm}$  はクロネッカーのデルタである。なお、 $j = m$  の場合には式(4)の積分は前述のように主値積分であるが、一定要素を用いた境界要素法では  $\mathbf{X} - \mathbf{Y}_j$  と  $\mathbf{n}(\mathbf{X})$  が直交するため、 $\partial r / \partial \mathbf{n} = 0$  となる。このため、式(4)の右辺の積分値は0となり、 $h_{jj} = 1/2$  が得られる。

### 2.3 境界要素行列から得られる散乱波の寄与分布

地表面が平坦である場合には常に  $\partial r / \partial \mathbf{n}(\mathbf{X}) = 0$  となるため、式(4)から

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \quad (5)$$

が得られる。ここで  $\mathbf{E}$  は単位行列を表す。従って、地表面が平坦である場合の地表面の節点変位  $\mathbf{u}^f$  は

$$\mathbf{u}^f = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{v}^f = 2\mathbf{E}\mathbf{v}^f \quad (6)$$

で与えられ、入射波の振幅の2倍の応答値を示す。ここで、 $\mathbf{v}^f$  は平坦な地表面の各地点での入射波の振幅（すなわち、起伏に伴う位相の差が生じない）をベクトル化したものである。

一方、地表面に起伏がある場合、式(3)の連立方程式を解くことで未知の節点変位  $\mathbf{u}$  が得られるが、さらに次式のように変形することができる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{v} = 2\mathbf{E}\mathbf{v} + \mathbf{S}\mathbf{v} = \mathbf{u}^f + \mathbf{u}^s \quad (7)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{H}^{-1} - 2\mathbf{E} \quad (8)$$

$$\mathbf{u}^s = \mathbf{S}\mathbf{v} \quad (9)$$

ここで、式(7)中の  $\mathbf{u}^f$  は入射波の振幅が  $\mathbf{v}$  で与えられる場合の平坦な地表面の節点変位、また、 $\mathbf{u}^s$  は地形の起伏に起因する散乱波による項に相当し、式(9)の関係から、 $\mathbf{S}$  の  $jm$  成分は第  $m$  要素に入射した波動が第  $j$  要素に与える散乱波の寄与を表すことがわかる。

しかし、それぞれの境界要素に入射される波動のエネルギーは境界要素の長さによって変化してしまうため、 $\mathbf{S}$  の要素の単純な比較によって散乱波の寄与の大きさを論じることはできない。また、起伏の各点から到来する散乱波が重ね合わせられた全体の寄与を考える場合、起伏に伴う入射波の位相の違いを考慮する必要がある。

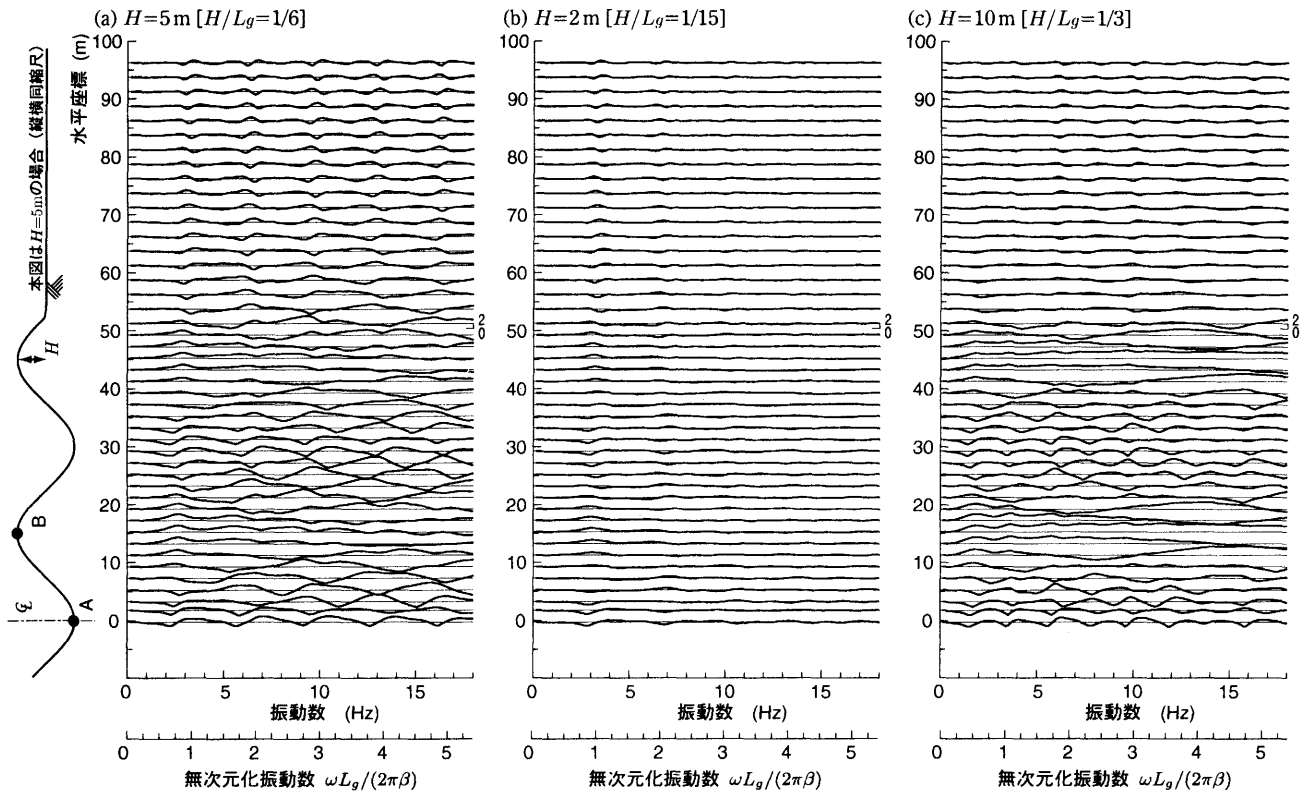


図3 地表面の各地点の振動数応答関数

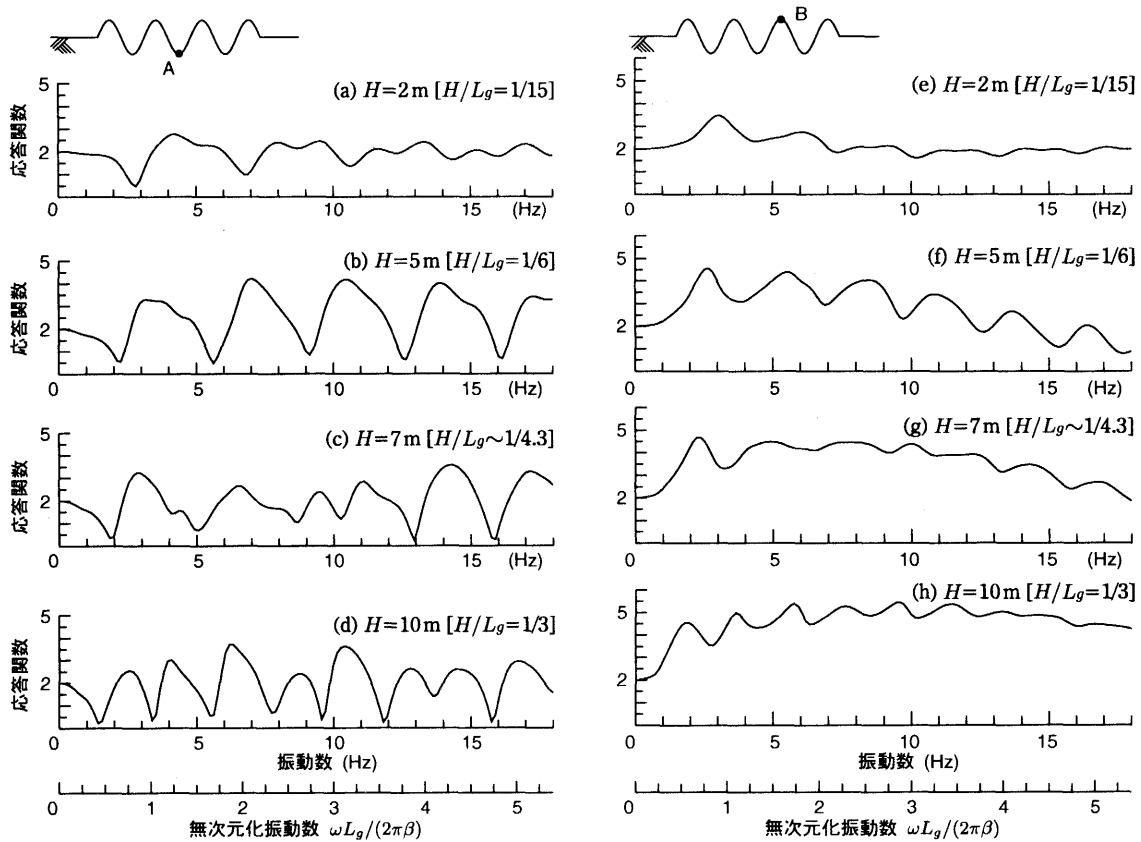


図4 起伏の高さの違いによる振動数応答関数の変化 [(a)~(d) 谷底 (A点), (e)~(h) 山頂 (B点)]

このため本研究では、散乱波の寄与分布の算定に際して、 $S_{jm}$  を入射波の作用する境界要素の長さ  $dL_m$  で除し、入射波の複素振幅を掛けた単位長さ当たりの寄与  $\hat{S}_{jm}$  を用いた。

$$\hat{S}_{jm} = S_{jm} v_m / dL_m, \quad |v_m| = 1 \quad (10)$$

### 3 解析で用いた地形モデル

本研究で用いた地形モデル（標準モデル）を図2に示す。まず、高さ5m（片振幅）、波長30mの正弦波3.5波分の起伏を中央に配置し、両端を平坦とした地形モデルを標準モデルとして設定した。そして、起伏の高さを2m～10mに変化させた場合と、高さを5mに固定して起伏の数を変化させた場合について解析を行った。また、後述するように、起伏地形のうち特に谷底の点と山頂の点の特徴的な応答を示すため、地形モデル中央の谷底をA点、その右隣の山頂をB点とした。ただし、本論文では平野部においても一般的に存在するような、図2のような波長、高さ共に小さい（数m～数十m）凹凸がある場合を主な対象にしており、山岳地帯のいわゆる山、谷だけを扱っているものではない。しかし、ここでは簡単のために凹凸の頂点をそれぞれを谷底、山頂と称している。

なお、本研究で用いた全ての地形モデルにおいてS波速度  $\beta$  を100m/sとし、また、入射波は全て単位振幅の平面波を鉛直入射するものとした。

## 4 起伏の高さが地震応答に与える影響

### 4.1 応答関数の概観

図3は地表面上の各地点における応答関数を上下に並べて示したもので、地形モデルの対称性から  $x \geq 0$  の応答関数のみを示している。図の縦軸は各地点の水平位置を表し、各地点の応答関数の0座標を、各地点の水平位置に合わせてプロットしている。また、それぞれの応答関数には基準となる2の値に細線が引かれている。なお、解析結果は地形の代表長さとして入射波の波長との関係に基づき無次元化表現を用いて整理すると一般性が高まる。このため、応答関数の振動数軸には起伏の波長  $L_g$ 、S波速度  $\beta$  で無次元化した振動数  $\omega L_g / (2\pi\beta)$  を示す副尺を付けた。

起伏の高さが5mの標準モデルの場合（図3(a)）を見ると、谷や山頂、中腹の斜面部分など、地形ごとに特徴的な応答関数を示すことがわかる。特に興味深く思われるのは、谷の応答関数が振動数に強く依存して複雑な形状を示すのに対して、山頂に近づくにつれて振動数依存性が弱くなり、広い振動数の範囲（0～約10Hz）で一様に2以上の大きな応答を示すことである。

図3(b)は起伏の高さが2mの場合の応答関数を示す。この場合、不整形性の影響が小さく、振動数が2～4Hzの場合にわずかながら不整形性の効果が認められる程度である。一方、図3(c)の起伏の高さを10mとした場合を見ると、図3(b)の場合と同じように全体的な傾向は図3(a)と同じとも言えるが、山頂以外の多くの地点で応答関数の山谷の数が増加しており、応答関数がより強く振動数に依存するように変化することがわかる。一方、不整形部分の応答関数の値は起伏の高さが5mの場合に比べて多少大きな値を示すが、起伏の高さの違い（2倍）ほどは顕著には変わらないことがわかる。

## 4.2 起伏の高さの変化に伴う谷底と山頂の応答関数の変化

### 4.2.1 谷底での応答関数

図4は特徴的な形状を示す谷底（A点）と山頂（B点）の応答関数を示したもので、(a)～(d)は起伏の高さを2, 5, 7, 10mと変化

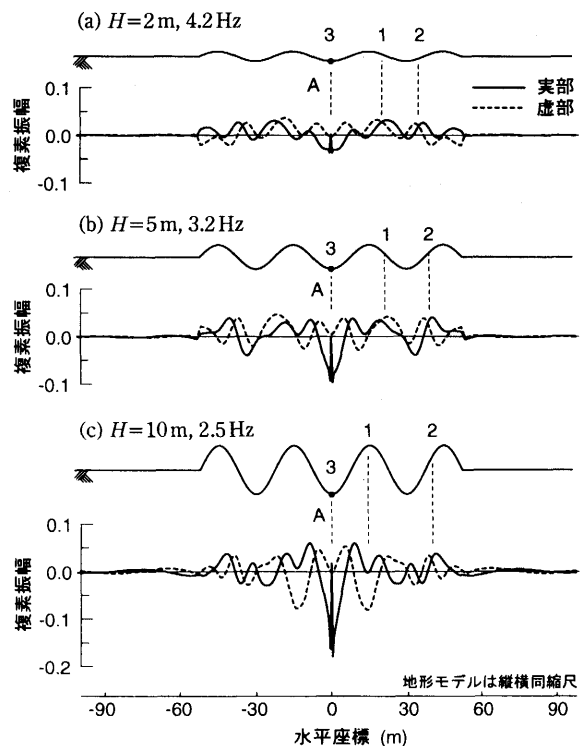


図5 基本振動数における谷底（A点）への散乱波の寄与分布

させた場合の谷底の応答関数、(e)～(h)は山頂の応答関数である。

谷底の応答関数について見ると、高さが2mの場合には応答関数が0～3程度にあり、3Hz付近の極小値以外の極値は顕著なものではない。しかし、応答関数の小さな変化はより高い起伏を持つ地盤の応答関数と共通の特徴を持っており、例えば、(a)2mにおける3～7Hzにあるピークは、(b)5mの場合の2.5～5.5Hz、(c)7mの場合の2～5Hzのピーク、そして(d)10mの場合の1.5～5Hzの二つのピークのように、低振動数方向へ移動しながら、より鋭い形状に変化していく様子と二つのピークに分離していく様子がある。そして、例えば、高さが5mの場合では、3.0Hz、7.0Hz、10.5Hzにおいて応答関数は極大値を示しており、最初のピークを示す振動数（以降では、山頂、谷底に拘らず、それぞれの点においてピークを示す最小振動数をその点の「基本振動数」と呼ぶ）からほぼ等間隔でピークが現れることがわかる。

### 4.2.2 山頂での応答関数

図4(e)-(h)の山頂の応答関数を見ると、谷底の場合と同様に応答関数が極大・極小となる振動数が存在し、起伏の高さの変化に対する卓越振動数の変化も見られる。しかし、谷底の場合とは異なり、極小値が余り顕著でないために極大値と極小値の差が小さく、広い範囲の振動数で一様に比較的大きな応答を示すことが特徴的である。

細かく応答関数の変化を見ると、低振動数帯においては、例えば(e)2mの場合の3Hz付近のピークが、(f)5mの場合の2.5Hz付近のより高いピークに推移する様子が見られるが、それ以上起伏の高さを増加させても応答関数のピークの値はあまり変化していない。すなわち、低い起伏のうちに応答関数の極大値は頭打ちとなり、振動数だけが谷の場合と同様に小さくなる。一方、5Hz以上の高振動数帯では起伏が高くなるにつれて全体的に応答振幅が大きくなっており、起伏が高くなるほどより広い範囲の振動数帯で

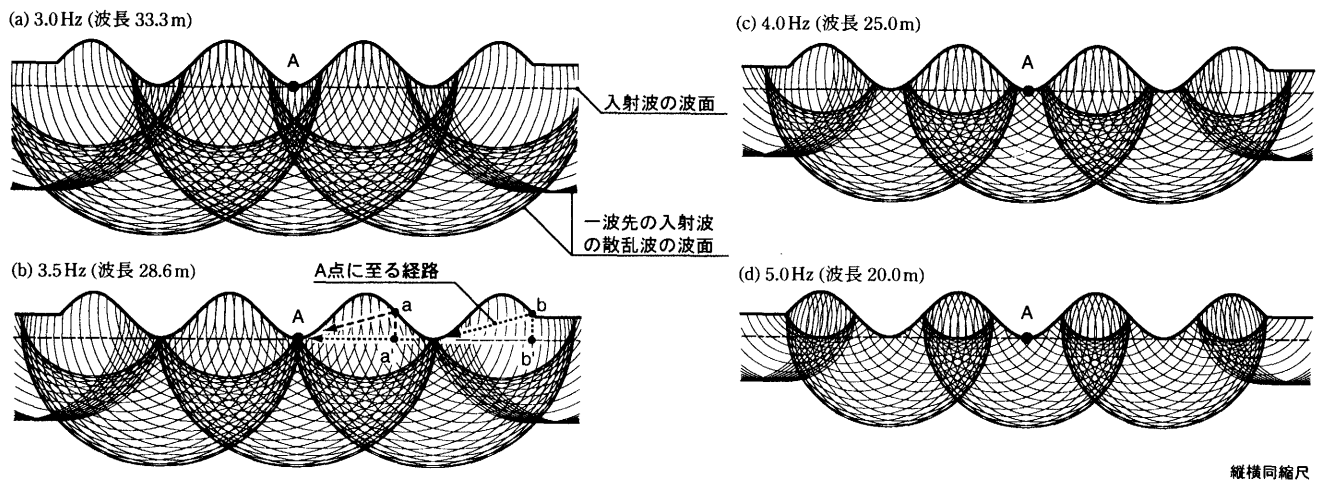


図6 谷底 (A 点) に平面波が入射した時刻において、一波先の入射波によって生じる散乱波が形成する波面

大きな応答を示すように変化することがわかる。

### 4.3 谷底での応答に寄与する散乱波の分布

#### 4.3.1 散乱波の寄与分布

図5はA点に対する散乱波の寄与分布を示したもので、着目する境界要素  $j$  をA点に選び、この点に対する散乱波の寄与を考える要素  $m$  の  $x$  座標を横軸に用いて散乱波の寄与  $\hat{S}_{jm}$  (式(10)参照) をプロットしたものである。図5の(a)~(c)は起伏の高さが2m, 5m, 10mそれぞれの場合の基本振動数 [図4より (a)4.2 Hz, (b)3.2 Hz, (c)2.5 Hz] における散乱波の寄与分布を示している。なお、散乱波の位相は入射波が着目点A点で最大値1をとるときのものである。

図5(a) (高さ2m)を見ると、図中の1, 2付近とA点の周囲(図中3)からの寄与が大きいがわかる。また、図5(b), (c)のように起伏の高さが増加した場合には、(a)の場合と同様の傾向ながら、寄与分布の形状はやや複雑な形に変化し、値も若干増加することがわかる。また3つの場合を通して、A点はその周囲(図中3)の点から強い寄与を受けており、この寄与の実部が負であることから入射波の振幅を打ち消すようにA点に作用することがわかる。

#### 4.3.2 ホイヘンスの原理に基づく散乱波の干渉

ホイヘンスの原理では、波面の各点から円筒波で伝播する要素波の包絡線によって次の波面が形成されると解釈される。従って、起伏のある地盤の応答は、地表面で散乱された要素波同士、あるいは入射波と要素波の干渉によって説明できると考えられる。図6はこの考え方に従い、入射波の波面がA点にあるときに、地表面に一波先に入射された波動が形成する散乱波の波面(要素波の包絡線)の位置を求めたものである。なお、用いた地形モデルは標準モデル(図2)のものである。

起伏の高さが5mの場合、図4(b)に示すように、振動数が3~4 Hzの範囲の応答関数が大きくなっている。図6で振動数が3~4 Hzである場合 [(a)~(c)], 一波先の散乱波の波面はA点の付近にあることがわかる。このように、基本振動数においては、入射波と、向かい合う斜面で散乱された一波先の散乱波との増幅的干渉によって応答が大きくなるがわかる。一方、このような起伏内部での散乱波(反射波)と入射波の増幅的な干渉は起伏自身が持つ固有振動と関連すると考えられる。従って、起伏の高さによる基

本振動数の違いは、それぞれの起伏の固有振動数の違いに相当するものと考えられ、両者の関連性の検討は興味深いテーマである。しかし、A点のように谷底の場合、どのような振動モード形がこの点の応答を支配するのか自体が不明である。従って、これらの基本振動数と固有振動との関連については新たな理論展開が必要と考えられるため、今後の課題としたい。

上述と同様の増幅的干渉はさらに隣の起伏からも生じる。例えば、図6(b)に示すように、 $a'-a$ -A点の経路の道のりは約28mであるため、入射波の波長が28m (3.6 Hz)に近い場合に前述のように干渉を生じるが、 $b'-b$ -A点の道のりも約58m(前述の経路のほぼ倍)となるため、bの地点に二波先に入射し散乱された波面もA点における入射波と増幅的干渉を生ずる。なお、a点、b点は斜面上の特別な点ではなく、A点が向かい合う斜面上の点を代表している。これらの点では図5(b)のように、比較的大きな寄与分布を示している。このように谷底においては、入射波と周囲の向かい合った斜面からの散乱波との干渉によって、特定の振動数の地震動が増幅されるものと理解できる。以上のようにホイヘンスの定理によって、起伏によって生じる散乱波の干渉を検討することが可能である。本定理はさらに、波動場の評価方法としても適用可能であると考えられるが、定量的な評価を行うためには、方向によって異なる要素波の振幅の評価方法などを検討する必要があるため今後の課題としたい。

### 4.4 山頂での応答に寄与する散乱波の分布と増幅的干渉

図7は2.7 Hz (B点の基本振動数・図4(f)参照)における、B点への散乱波の寄与分布を示したものである。散乱波の位相はB点における入射波の振幅が最大値1をとるときのものである。この図から、B点の応答に大きく寄与する地点はB点の周囲(図中1)と図中2の部分であることがわかる。ただし、図中2の部分は隣接する部分に正負逆の寄与が見られることから、重ね合わせると余り大きな寄与は残らないものと考えられる。一方、B点の周囲からの寄与は大きく、かつ、実部が正の寄与であるため、B点ではこの散乱波と入射波が干渉して応答が増幅されることがわかる。

図8は入射波の波面がB点にある時に、その入射波によって生じる散乱波の波面をホイヘンスの原理に基づいて求めたものである。この図に示されるように散乱波の波面と入射波の波面は山頂で接しており、山頂付近で両者が増幅的干渉を起こすことがわかる。

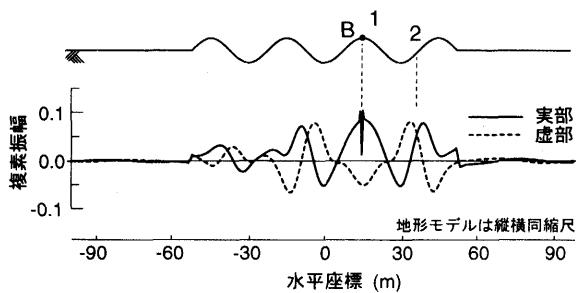


図7 山頂の基本振動数2.7 Hzにおける散乱波の寄与分布 ( $H=5\text{ m}$ )

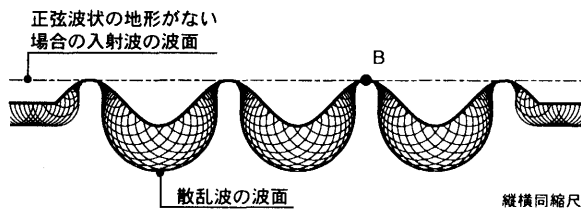


図8 B点の入射波の波面と同位相の散乱波の波面

また、この現象は入射波と同じ波面の散乱波との干渉であるため、入射波の波長の違いには余り影響されない。このため、山頂の応答関数は振動数依存性が小さいものと説明できる。

なお、本節で見たように山頂では増幅の効果が大きいいため、基本振動数を起伏の高さ  $H$  と  $S$  波速度  $\beta$  を用いて近似的に表現できると山頂ではどの振動数で地震動が増幅するかといった観点から工学的に有意義と考えられる。本研究で扱った地形モデルの最も簡単な近似モデルは、剛基盤上に固定された三角くさび状の弾性体モデルであろう。ここで、くさびの高さを本研究の地形モデルの両振幅とし、山頂を挟む二つの谷底の点を結ぶ水平線が節となって振動するモード形を想定した場合の固有振動数を求める<sup>21)</sup> と、 $H=2\text{ m}, 5\text{ m}, 7\text{ m}, 10\text{ m}$  の場合 (図4(e)~(h)参照) に対して、それぞれ、9.6 Hz, 3.8 Hz, 2.7 Hz, 1.9 Hz となる。この固有振動数は  $H=10\text{ m}$  などの起伏が高い場合には基本振動数にほぼ等しく、上述の振動モードが現れているものと考えられる。しかし、 $H=2\text{ m}$  などの起伏が低い場合には両者は一致せず、実際の節はくさびの下面よりも深い位置にあるものと考えられる。このように、起伏が低い場合の固有振動については、モード形の検討がまず必要であり、4.3.2節で述べた谷底の点の場合と同様に新たな理論展開が必要と考えられるため、今後の課題としたい。

## 5 起伏の数が地震応答に与える影響

### 5.1 地形モデル

地表面の起伏の数が地震動の応答に与える影響を検討するために、起伏の高さを  $5\text{ m}$  に固定し、不整形部分が谷地形のみでそれ以外は平坦である正弦波  $0.5$  波長分の地形モデル、複数波長分の地形モデル、地表面全体が正弦波形状の地形モデルのそれぞれについて解析を行った。入射波や  $S$  波速度などの条件は全てこれまでと同じである。

### 5.2 応答関数の概観

図9(a)は  $0.5$  波長モデル (谷地形のみ) の応答関数を示している。この地形モデルの場合、谷の応答関数は  $2\sim 4\text{ Hz}$  で  $2$  前後かそれ以下、他の振動数ではほぼ  $2$  を示しており、地表面形状の影響は小さいと言ってよい。一方、図9(b)の地表面全体が正弦波型

の場合の応答関数をみると、(a)の場合と比べて応答関数の変動が激しく、また、全ての点で、応答関数が  $3.3\text{ Hz}$  付近とその整数倍の振動数で顕著な変化が生じていることがわかる。それぞれの応答関数の形状に着目すると、谷底付近、中腹付近、山頂付近など場所による形状の違いが見られるが、谷底では上述の振動数で鋭いピークを示すこと、山頂では  $2\sim 10\text{ Hz}$  程度の広い範囲で  $2$  以上の比較的大きい応答を示すことなど、4.1節で述べた  $3.5$  波の地形モデルの場合と同様の傾向を見ることができる。

### 5.3 谷底での応答関数

図10は  $0.5, 1.5, 3.5, 7.5, 11.5$  波ならびに地表面全体に正弦波形状の起伏を配置した地形モデルを用いて、起伏の数と谷底 (A点) における応答関数の関係を調べたものである。

図を見ると、起伏が一つの谷地形のみである場合 ( $0.5$  波モデル) には応答関数の変化はごく僅かなものであるのに対して、両側に起伏が増えるにつれて、応答関数は明瞭な極大値 ( $3\sim 4\text{ Hz}$  の基本振動数とその整数倍の振動数) を示すように変化することがわかる。特に (e)(f) など、起伏の数が多き場合には、基本振動数 ( $3.3\text{ Hz}$  付近) におけるピークはより鋭い形状に変化していく。一方、基本振動数については起伏の数による変化が殆どなく、4節で検討した起伏の高さを変化させた場合と極めて対照的である。

### 5.4 谷底への散乱波の寄与分布

図11は (a)  $11.5$  波、(b) 起伏が連続する場合について、地形モデル中央の谷 (A点) への散乱波の寄与分布を示したものである。共に振動数は基本振動数  $3.3\text{ Hz}$ 、散乱波の位相は入射波がA点で最大値  $1$  をとるときのものである。

図を見ると (a)(b) 共にA点から比較的近距离にある不整形部分から強い寄与を受けており、また、両者でほぼ同じ分布を示していることがわかる。これに対して、(a)の場合、A点は平坦部分からは殆ど寄与を受けておらず、図10(e)の基本振動数における応答のピークは周囲の (有限の範囲の) 不整形部分からの散乱波によって応答が増幅された結果であることがわかる。一方、起伏が連続する (b) の場合には、振幅は減少するものの、A点から離れた部分からも依然として散乱波の寄与を受けている。またこの範囲の寄与分布は、谷の点ごとに寄与が小さい同じ形状の分布を繰り返すものである。このことから、図10(f)の鋭いピークは、この、地表面の起伏の波長と同じ間隔で繰り返して生じる散乱波の干渉による可能性を考慮することができる。この場合、干渉が生じる条件は、起伏の一波長分から散乱された波動と隣の起伏の一波長分から散乱された波動が同位相でA点に到達する条件、すなわち、地盤の起伏の波長 ( $30\text{ m}$ ) が  $S$  波の波長の整数 ( $1, 2, 3, \dots$ ) 倍になるという条件である。すなわち、本解析例では  $S$  波の波長が  $30\text{ m}, 15\text{ m}, 10\text{ m}, \dots$  の場合、すなわち、 $S$  波速度  $\beta=100\text{ m/s}$  より、振動数が  $3.3\text{ Hz}, 6.7\text{ Hz}, 10\text{ Hz}, \dots$  の場合という条件である。この値は図10(f)のピークを与える振動数とよく一致しており、図10(f)のピークは地表面の起伏の波長と同じ間隔で繰り返して生じる散乱波の干渉によるものであることがわかる。なお、この干渉による鋭いピークは遠く離れた起伏からの散乱波も影響しており、起伏の高さや波長が場所によりばらつく現実の地盤では生じにくいと考えられる。

また、この起伏間の干渉現象は起伏の波長と地震波の波長だけで決まるが、4.2.1節において述べた起伏の高さによる基本振動数の変化についての説明と矛盾するものではない。起伏の高さによ

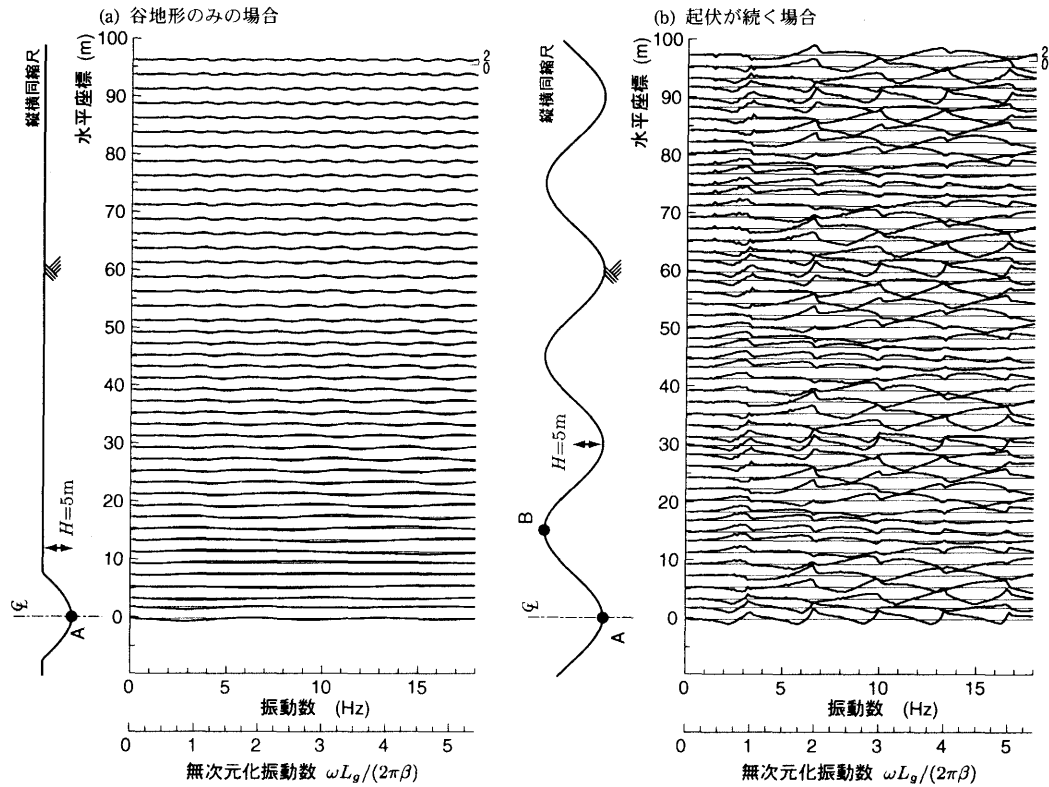


図9 地表面の各地点の振動数応答関数

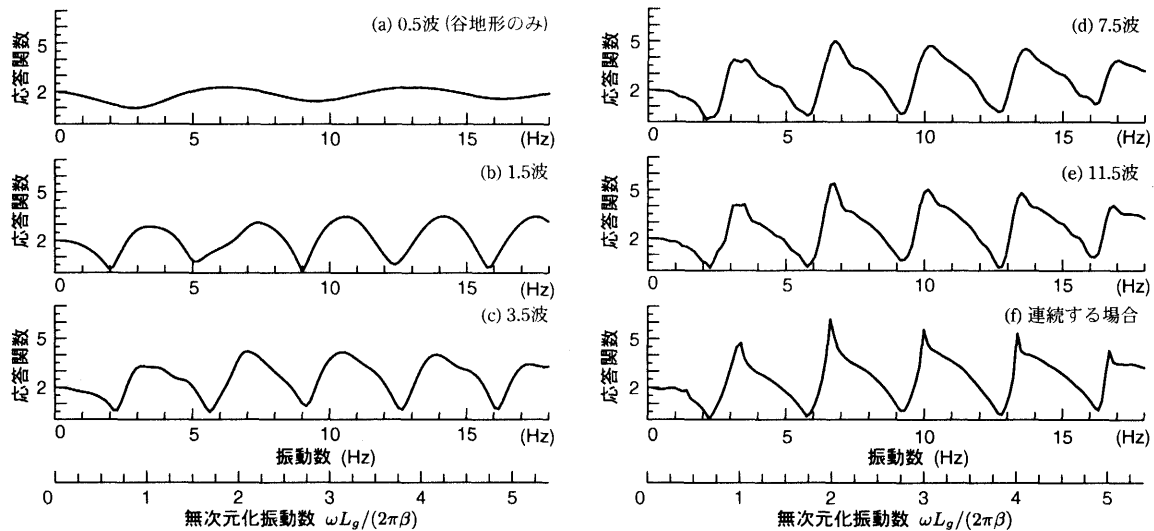


図10 谷底 (A点) における起伏の数の違いによる応答関数の変化

る基本振動数の変化は一つ（あるいはごく周囲の数個）の起伏内での干渉の結果（あるいは起伏の高さの固有振動数への影響）であるのに対して、本節で論じた干渉は連続する起伏のそれぞれからの散乱波の干渉の結果であり、両者では干渉する波動が異なっている。従って、たとえば起伏が高く（従って、起伏内での干渉の影響が強くなる）、かつ連続する場合には両者の干渉の影響が共に現れるものと考えられる。図12は連続する起伏の高さを2～10mまで変化させた場合の谷底（A点）の応答関数を示したものである（高さ5mの場合は図10(f)参照）。図12を見ると、起伏が低い場合には連続する起伏の影響が強くなり、鋭いピークが現れて

いるのに対し、起伏が高くなると3.5波分の起伏を有する場合（図4(c)(d)）と似た形状を示すと同時に、連続する起伏による干渉の結果である鋭いピークも現れており（図12(b)6.7Hz, (c)10Hzなど）、二種類の干渉が生じることがわかる。

## 6 結論

本研究では、山地ばかりでなく平野部にも多く存在するような比較的緩やかで連続する起伏がその地震応答に及ぼす影響を検討した。その方法として、正弦波形の起伏を有する地形モデルを用い、起伏の高さと数を変化させてそれぞれの地形モデルの各地点での応答関数を求め、その性質をパラメトリックに検討した。さらに、

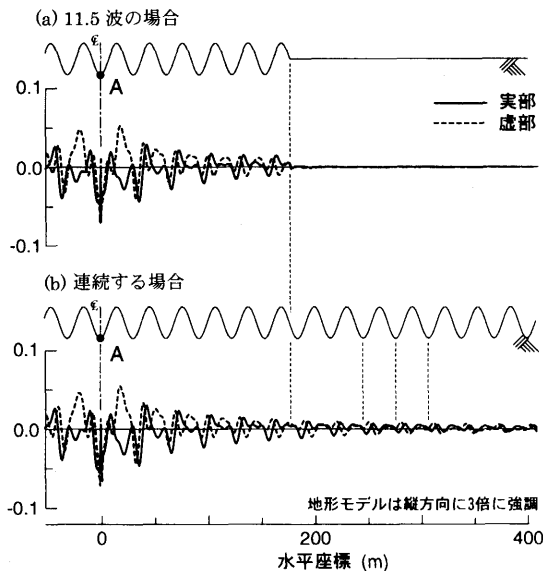


図 11 谷底 (A 点) の基本振動数 3.3 Hz における A 点への散乱波の寄与分布 [起伏が (a) 11.5 波の場合, (b) 連続する場合]

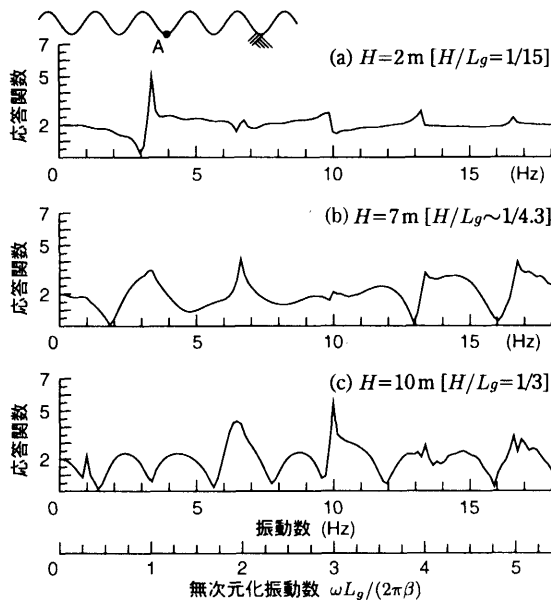


図 12 起伏が連続する場合の谷底 (A 点) の応答関数

ホイヘンスの原理に基づく散乱波の波面の位置と、新たに導入した寄与分布に基づく散乱波の振幅を検討することにより、各地点で地震応答が異なるメカニズムについて考察した。以下に本研究によって得られた知見を列挙する。

起伏の高さを変化させた場合の検討から、以下の点を指摘した。

- 1) 起伏が高い場合に、谷底での応答関数は振動数に強く依存する複雑な形状を示し、一方、山頂では広い範囲の振動数で大きな応答を示す。
- 2) 応答関数の最も低振動数のピーク振動数 (基本振動数) は起伏が高くなるほど低下する。また、応答関数のピークは基本振動数のほぼ整数倍で現れる。
- 3) 基本振動数は起伏が高くなるほど低下する。
- 4) 谷底での基本振動数とその整数倍の振動数における増幅は、この点に面した斜面で散乱された波動の増幅的干渉によるもので

ある。

- 5) 山頂における広い範囲の振動数で現れる増幅は、主に山頂の周囲の点に入射した波動による散乱波と入射波そのものの干渉によるものである。これは同一波面間の干渉であるために地震波の波長には影響されず、応答関数は振動数に余り依存しない。

次に、起伏の高さを固定し、起伏の数を変化させた場合の検討から以下の点を指摘した。

- 6) 起伏の数が増えた場合においても、起伏が高くなった場合と同様に、谷底では応答関数が強く振動数に依存して複雑な形状を示し、山頂では広い範囲の振動数で全体的に大きい応答を示す。
- 7) 基本振動数は起伏の数が変わっても殆ど変化しない。
- 8) 谷底では、起伏の数を増やすと基本振動数における増幅が顕著になり、応答関数の形状は鋭いピークを示すように変化する。
- 9) 8) で述べた応答の鋭い形状のピークは、連続した起伏のそれぞれから放射される散乱波の増幅的干渉によるもので、起伏の波長が地震波の波長の整数倍になる場合に生じる。

参考文献

- 1) 多賀直恒: 地盤震動における地形・地盤の不整形性の影響, 第 10 回地盤震動シンポジウム, pp.45-56, 1982. 4.
- 2) 藤澤一紀, 竹中博士: 近地地震波の伝播に関する理論, 地震 2, 42, 3, pp.391-403, 1989. 9.
- 3) Aki, K. and Larner, K. L.: Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident SH waves, *J. Geophys. Res.*, 75, 5, pp.933-954, 1970. 2.
- 4) 大塚道広, 野畑有秀, 若松邦夫, 安井謙: 薄い堆積盆地の地震動特性, 第 9 回日本地震工学シンポジウム, 1, pp.181-186, 1994. 12.
- 5) 神田克久: 不整形な層境界を有する地盤の増幅特性, 日本建築学会構造系論文集, 514, pp.119-126, 1998. 12.
- 6) 山中徹, 菅原長, 武村雅之: 堆積盆地直下に位置する震源断層による盆地内の 3 次元地盤応答, 第 10 回日本地震工学シンポジウム, 1, pp.771-776, 1998. 11.
- 7) 田中清和, 栗本修, 福和伸夫, 西阪理永, 江尻諒嗣: 濃尾平野の深部不整形構造が地震動増幅特性に及ぼす影響, 第 10 回日本地震工学シンポジウム, 1, pp.863-868, 1998. 11.
- 8) Bard, P. Y. and Bouchon, M.: The seismic response of sediment-filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 4, pp.1263-1286, 1980. 8.
- 9) 永野正行: 2 次元盆地端部構造の地震動増幅と表面波の干渉, 日本建築学会構造系論文集, 552, pp.85-92, 2002. 2.
- 10) Boore, D. M.: A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 62, 1, pp.275-284, 1972. 2.
- 11) 小牧昭三, 毎熊輝記, 音田功: 崖の近傍における振動特性—SH 波による実験—, 第 7 回自然災害シンポジウム, pp.45-48, 1970. 10.
- 12) 小堀輝二, 篠崎祐三: 不整形地盤の振動特性, 地震 2, 30, 2, pp.127-142, 1977.
- 13) Ohtsuki, A. and Harumi, K.: Effect of topography and subsurface inhomogeneities on seismic SV waves, *Earthq. Engng. Struct. Dyn.*, 11, 4, pp.441-462, 1983. 7.
- 14) 八幡夏恵子, 佐々木透: 表層地盤の非線形性と地形の増幅特性への影響, 第 10 回日本地震工学シンポジウム, 1, pp.995-998, 1998. 11.
- 15) 上杉真平, 大津政康: 境界要素法における半無限弾性体における二次元波動場の解析, 土木学会論文集, 374/I-6, pp.457-465, 1986. 10.
- 16) Kawase, H.: Time-domain response of a semicircular canyon for incident SV, P, and Rayleigh waves calculated by the discrete wavenumber boundary element method, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78, 4, pp.1415-1437, 1988. 8.
- 17) Bouchon, M., Schultz, C. A. and Toksöz, M. N.: Effect of three-dimensional topography on seismic motion, *J. Geophys. Res.*, 101, B3, pp.5835-5846, 1996. 3.
- 18) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行: 計算力学と CAE シリーズ 2 境界要素法, 培風館, 1991. 7.
- 19) 加川幸雄: 開領域問題のための有限/境界要素法, サイエンス社, 1983. 7.
- 20) 小林昭一編著: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000. 2.
- 21) 岡本舜三: 建設技術者のための振動学, オーム社, 1967. 5.

(2004年 4月10日原稿受理, 2004年 9月28日採用決定)