

マイクロクラックの3次元構造解析による花崗岩質岩石の脆性破壊機構

Three-dimensional Fabric Analysis of Microcracks associated with Brittle Failure of Granitic Rocks

Abstract

竹村貴人* 小田匡寛**

Takato Takemura*
and Masanobu Oda**2001年11月30日受付.
2002年4月10日受理.* 埼玉大学大学院理工学研究科生産科学専攻
Graduate School of Science and Engineering,
Saitama University, shimo-ohkubo 255, Saitama
338-8570, Japan** 埼玉大学工学部建設工学科
Department of Civil and Environmental Engi-
neering, Saitama University, shimo-ohkubo
255, Saitama 336-8570, Japan

Microcracks-related fabric, determined by a stereological method, is represented quantitatively by means of the crack tensor, and brittle failure of granitic rock (Inada granite) is discussed based on the crack tensor analysis. Orientation of stress-induced microcracks does not change much during brittle failure, depending primarily on the orientation of pre-existing microcracks in quartz grains. Inelastic volumetric strain at failure decreases with increasing confining pressure due to the fact that crack opening is controlled by the confining pressure.

The crack density F_0 at failure, the first invariant of crack tensor, is independent of the confining pressure. That is, brittle failure starts when F_0 reaches a threshold value. After failure, rapid increase of the crack density takes place with increasing inelastic volumetric strain, and the most of stress-induced microcracks are grain boundary cracks around highly cracked quartz grains. It is suggested, based on the observation, that such grain boundary cracks play an essential role in the subsequent process of deformation such as fault development.

Key words : Brittle failure, Crack tensor, Microcrack, Stereology

はじめに

圧縮応力下における岩石の脆性破壊はマイクロクラックの発生・進展により引き起こされることが知られている (Brace et al., 1966). 脆性破壊の過程において, マイクロクラックは発生・進展し体積膨張 (ダイラタンス) を引き起こす原因となり, 最大圧縮主応力軸方向のマイクロクラックがその大部分を占める (Topponnier and Brace, 1976). 花崗岩質岩石のマイクロクラックは脆性破壊の進行に伴い増加し, 破壊応力近傍では爆発的に増加することが AE や弾性波速度の観測から得られている (Hadley, 1976; Lockner et al., 1991; Yukutake, 1992).

マイクロクラックの構造を対象にした研究は, 多くのフィールドを対象に断層形成過程や広域応力場の解析を目的として行われてきた (e.g. 平野, 1971; Anders and Wiltschko, 1994; Vermilye and Scholz, 1998). また, 実験により形成されたマイクロクラックについても幾つか報告されている (Moore and Lockner, 1995). その多くは, 方向についてはステレオネットで, 密度については線密度や面密度などで, 表現されている. Simmons et al., (1975) や Wong (1982) はステレオロジーを用いたマイクロクラックの体積密度を求めているが, その定義は一般的ではない. Oda (1982) はクラックの幾何学的特徴 (寸法分布, 方向分布, 密度) をテンソル量であるクラックテンソルで標示することを提案した. さらにクラックテンソルで標示された幾何学的特徴はステレ

オロジーを導入することで3次元量として決定することができる (Kanatani, 1984; Oda, 1988). テンソル量で標示されたクラックの構造は同様にテンソル量で標示される応力や歪みと関連づけやすだけでなく座標系に依存しない一般的な量であるといえる. 本研究では, 様々なスケールのクラックのうち顕微鏡スケールのクラックをマイクロクラックと呼ぶ.

脆性破壊の進行とマイクロクラックの構造の変化を定量的に関連付けることは, マイクロクラックの幾何学的情報を取り入れた岩石破壊モデルを構築する上で重要な課題である. Oda et al. (2002) は, 花崗岩質岩石の脆性破壊に伴うマイクロクラックの3次元構造の変化をクラックテンソルにより定量化し, それを用いて脆性破壊の進行に伴うマイクロクラックの進展則を提案した. 一つの結論として, 花崗岩質岩石の破壊は, クラック密度がある閾値を超えた時起こると主張している. しかしながら, 花崗岩質岩石のクラック密度が閾値に達した時, また超えた時にマイクロクラックの構造にどのような変化が起こるのかなどについて, 答えられていない課題も多い. 本研究では, 花崗岩質岩石が破壊応力に到達し, クラック密度が閾値に達するまでの間に, どのようなマイクロクラックが成長・発生していくのかを明らかにする. さらに, 破壊後に起こる応力降下を伴う急激な体積膨張を, マイクロクラックによる微視的な視点から明らかにする. そのために, 破壊応力およびその前後まで封圧下 (80 MPa) において載荷した供試体を作成し, クラックテンソルを用いたマイ

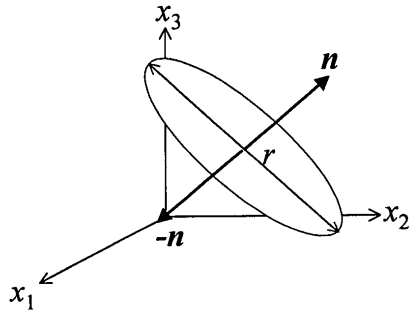


Fig. 1. Unit normal vectors, n and $-n$, normal to the crack surface.

ククラックの構造解析を行った。クラック・マイクロクラックの構造はフィールド・顕微鏡下において容易に測定できる成分であるため、地震の発生機構やテクトニクス解析など岩石の破壊過程を紐解くための有効な手段と成り得ることが期待される。

解析方法

クラックの幾何学的特徴を体積密度 ρ (単位体積当たりのクラック数)、大きさ r 、方向 n 、開口幅 t によって記述する。今、クラックの中心が体積 V の領域内に $m^{(V)}$ 個あるとすれば、クラック体積密度 ρ は次式で定義される。

$$\rho = \frac{m^{(V)}}{V} \quad (1)$$

クラックの方向はクラック主面に立てた単位法線ベクトル n で記述され、その方向余弦 (n_1, n_2, n_3) は、その走行 α と傾斜 β を使って次のように書くことができる。

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \sin\beta \\ \sin\alpha \cos\beta \\ \cos\beta \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、各クラックは、方向の逆な2つの法線ベクトル n と $-n$ を持っている (Fig. 1)。ここでは便宜上、 n と $-n$ を単に n と記す。クラックの方向分布はベクトル n の集合で置き換えられる。 n の集合を特徴付けるには、例えばその単純な平均値が有力な候補に挙げられよう。しかしただ単なる平均値は、容易に確かめられるように零ベクトルとなり、意味をなさない。そこでベクトル n のダイアド $n \otimes n$ の平均値を取ると、2階のテンソル N (ファブリックテンソルと呼ぶ) が定義でき、次の成分を持っている。

$$N = \frac{1}{2m^{(V)}} \sum_{k=1}^{2m^{(V)}} \mathbf{n}^{(k)} \otimes \mathbf{n}^{(k)} \quad (3)$$

ここで、 N は次の成分を持っている。

$$N_{ij} = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ & N_{22} & N_{23} \\ \text{symm.} & & N_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2m^{(V)}} \begin{pmatrix} \sum n_1^{(k)} n_1^{(k)} & \sum n_1^{(k)} n_2^{(k)} & \sum n_1^{(k)} n_3^{(k)} \\ \text{symm.} & \sum n_2^{(k)} n_2^{(k)} & \sum n_2^{(k)} n_3^{(k)} \\ & & \sum n_3^{(k)} n_3^{(k)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

あるいは更に簡潔に、

$$N_{ji} = \frac{1}{2m^{(V)}} \sum_{k=1}^{2m^{(V)}} n_i^{(k)} n_j^{(k)} \quad (4')$$

と書ける。

上の式で $2m^{(V)}$ 個の平均になっているのは、1つのクラックに2つの単位ベクトルが割り当てられていることによる。また上付きの添え字 (k) は k 番目の単位ベクトル $n^{(k)}$ を意味している。方向余弦 (n_1, n_2, n_3) は、その走行 α と傾斜 β を使って書けることから、ユニバーサルステージ付き顕微鏡でクラックの走行・傾斜を測定することで N の成分 N_{ij} を直接決定することができる。ただしこの場合、全てのベクトル $2m^{(V)}$ 個の総和をとる必要はなく、無作為に抽出された十分な個数のクラックの総和で代えることができる。

(3)式はダイアド $n \otimes n$ の平均として定義された。その導入に一般的な必然性は無く、他の平均値 (例えば $n \otimes n \otimes n \dots \otimes n$) も考えられる。その成分は、次式で与えられる。

$$N_{ij \dots k} = \frac{1}{2m^{(V)}} \sum_{k=1}^{m^{(V)}} n_i^{(k)} n_j^{(k)} \dots n_k^{(k)} \quad (5)$$

近似の精度を上げるには、(5)式の高階のテンソルが必要であり、2階のテンソル N はクラックの方向分布を第一近似で表しているに過ぎない (Kanatani, 1984)。本研究では、2階のテンソル N を n の集合を特徴付ける指標として受け入れることにする。

クラックは方向だけでなく、面積 $s^{(k)}$ や寸法 $r^{(k)}$ を持っているため、その集合は体積密度 ρ によっても特徴付けられる。このように考えると、(3)式のファブリックテンソルは、クラックの集合が作る幾何学的な性質の一面を近似的に表しているに過ぎないといえる。この問題には、各クラックに $\rho s^{(k)} r^{(k)}$ の重みを付けてダイアド $n \otimes n$ の平均を取ることによって解決できる (Oda, 1982)。(1)式を考慮すると、次の表現が得られる。

$$F_{ij} = \frac{1}{2m^{(V)}} \sum_{k=1}^{2m^{(V)}} (\rho s^{(k)} r^{(k)}) n_i^{(k)} n_j^{(k)} \\ = \frac{1}{2V} \sum_{k=1}^{2m^{(V)}} s^{(k)} r^{(k)} n_i^{(k)} n_j^{(k)} \quad (6)$$

ここで F_{ij} は2階の対称テンソルであり、クラックテンソルと呼ばれる。

定義はさて置き次に答えるべき問題は、(6)式がクラックの構造を定量的に表しているかであり、以下のようにまとめることができる。

(1) クラックテンソルは応力テンソルと同じように2階の対称テンソルである。このことは、3次元空間に必ず互いに直交する3本の主軸と、主軸方向に3つの主軸 (F_1, F_2, F_3)

とが存在することを意味している。主軸方向はクラックの構造の異方性の主軸とみなしてよい。

(2) F_{ij} の縮約は $F_{ii}(=F_{11}+F_{22}+F_{33})$ で定義され、 F_{ij} の不変量の1つである $F_0(F_{ii})$ が得られる(今後、アインシュタインの総和規約を採用する。すなわち、1つの項に同じ添え字が2度現れれば、その添え字について1から3までの総和をとるものとする。テンソルの成分、例えば F_{11} は座標軸の選択によって変わる。不変量は、このような座標軸の選択に依存しないスカラー量であって、2階の対称テンソルには、常に3つ存在する)。クラックを直径 $r^{(k)}$ の円盤で表し、 $s^{(k)}=(\pi/4)(r^{(k)})^2$ 、 $n_i^{(k)}n_i^{(k)}=(n_1^{(k)})^2+(n_2^{(k)})^2+(n_3^{(k)})^2=1$ の関係に注意すれば、不変量 F_0 は次式で与えられる。

$$F_0 = F_{ii} = \frac{\pi}{4V} \sum_{k=1}^{m^{(V)}} (r^{(k)})^3 = \frac{\pi}{4} \rho \langle r^3 \rangle \quad (7)$$

ただし $\langle r^n \rangle$ は

$$\langle r^n \rangle = \frac{1}{m^{(V)}} \sum_{k=1}^{m^{(V)}} (r^{(k)})^n \quad (8)$$

で定義され、クラック直径の n 乗、 r^n 、の平均値を表している。この無次元のスカラー量 F_0 は、以下の理由からクラック密度の指標と考えられる。(1)クラックに沿う水の流れを論じたパーコレーション理論では、 $\rho \langle r^3 \rangle$ はクラック密度を表しており、クラック相互の連結性を測る指標として使われている(Robinson, 1984; Suzuki et al., 1998)。(2)クラックの開口幅を $t^{(k)}$ とすれば、 k 番目のクラックの間隙体積は $(\pi/4)(r^{(k)})^2 t^{(k)}$ に等しい。すると間隙率 ϕ は次式で定義できる。

$$\phi = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{m^{(V)}} \frac{\pi}{4} (r^{(k)})^2 t^{(k)} \quad (9)$$

今、開口幅 $t^{(k)}$ がクラックの寸法 $r^{(k)}$ に比例しているとすれば ($t^{(k)} = \eta r^{(k)}$)、(9)式は次式となる。

$$\phi = \frac{\eta}{V} \sum_{k=1}^{m^{(V)}} \frac{\pi}{4} (r^{(k)})^3 = \eta \frac{\pi}{4} \rho \langle r^3 \rangle = \eta F_0 \quad (10)$$

すなわち、 F_0 は間隙率 ϕ と同じ意味を持つこととなる。(10)式は、開口幅と寸法との比例関係を前提としているが、このことについては後述することとする。

(3)クラックテンソル F_{ij} には既に述べたように3つの主値 (F_1, F_2, F_3) が存在する。その主値を座標軸とする構造空間を導入する。すると与えられたクラックの構造は、構造空間のベクトル \vec{OA} として表せる。ベクトル \vec{OA} は更にベクトル \vec{OB} とベクトル \vec{BA} に分解できる (Fig. 2)。このときベクトル \vec{OB} は $F_1 = F_2 = F_3$ で示される等方軸 (破線) への投影成分であり、その大きさは $(1/\sqrt{3})F_0$ に等しいことから、クラック密度の大きさに比例している。

一方ベクトル \vec{BA} は等方軸からのずれを与えており、その大きさは

$$|\vec{BA}| = \frac{1}{\sqrt{3}} [(F_1 - F_2)^2 + (F_2 - F_3)^2 + (F_3 - F_1)^2]^{1/2} \equiv \sqrt{2J_2} \quad (11)$$

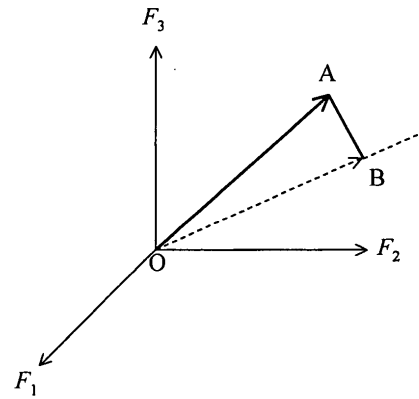


Fig. 2. Three-dimensional space defined by the principal values of crack tensor F_{ij} .

で与えられる。ただし J_2 は偏差テンソル $F'_{ij}(=F_{ij} - \frac{1}{3}F_0\delta_{ij})$ の第2不変量である(ただし δ_{ij} はクロネッカーのデルタ記号であり、 $i=j$ の時 $\delta_{ij}=1$ 、 $i \neq j$ の時 $\delta_{ij}=0$ である)。クラックの作る構造異方性は次式 AI で定義できる。

$$AI = \frac{|\vec{BA}|}{|\vec{OB}|} = \frac{\sqrt{6J_2}}{F_0} = \frac{[(F_1 - F_2)^2 + (F_2 - F_3)^2 + (F_3 - F_1)^2]^{1/2}}{F_1 + F_2 + F_3} \quad (12)$$

AI は0と1.414の間の値をとり、0で等方性を、また1.414で完全な定方向配列を表している。本研究ではクラックの方向は N_{ij} 、密度は F_0 、異方性は AI を使って表す。ここで、 N_{ij} 、 F_0 は3次元量であるため、直接決定することはできない。そこで、本研究ではステレオロジーの手法(例えば Oda, 1984; Kanatani, 1984)を用いて、これらの量を推定した(Appendixを参照)。

脆性破壊に伴うマイクロクラックの構造解析

1. 試料と三軸圧縮試験

本研究で用いた試料は茨城県産の花崗閃緑岩で通称稲田花崗岩である。稲田花崗岩は、平均粒径が約2mmで、37%の石英、33%の斜長石、24%の正長石と6%の黒雲母から構成される。また、構成鉱物の石英はクラスター状になっている(長田ほか, 1999)。稲田花崗岩には、採石場において互いに直角な3つの割れやすい石目が知られている。この3つの面の法線方向を座標軸 x_i ($i=1, 2, 3$) に選び、軸 x_i を法線方向とする面を x_i -面と呼ぶ (Fig. 3)。走行、傾斜が $N70^\circ E, 90^\circ$ である x_1 -面が最も割れやすく、走行、傾斜が $N20^\circ W, 90^\circ$ である x_2 -面がそれに続いている。水平面に一致する x_3 -面は他の二面と比べて最も割れ難いとされている。初期状態でのマイクロクラックの構造を決定するため実験前の試料 H-0 から x_1 -、 x_2 -、 x_3 -面と平行にそれぞれ2枚、合計6枚の薄片を作成した。薄片の作成過程での2次的クラックの発生を抑えるため、薄片の厚さは通常の2倍(60 μ m)とし、観察した領域は各薄片とも中央部分とした。

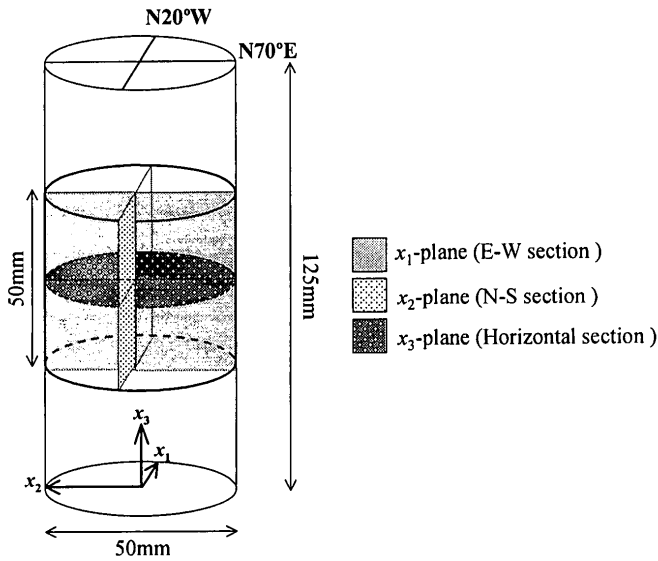


Fig. 3. Observed planes of a cylindrical sample, and reference axes.

次に、脆性破壊に伴い発生・進展するマイクロクラックの構造変化を明らかにするために、Oda et al. (2002) が報告した三軸圧縮試験から3本の供試体 (H-5, H-7, H-8) を選んで構造解析を行った。供試体は円柱で、その直径と高さはそれぞれ 50 mm, 120 mm である。試験装置 (MTS 社製 Model 815) は、高剛性のフレームと周変位の高い制御機能によって、破壊前後の制御に優れている。三軸圧縮試験は、室温かつ封圧 80 MPa の下で、周変位 5.0×10^{-6} mm/sec の条件で行われた。また荷重方向は x_3 軸に平行である。3つの供試体のうち H-5 と H-7 はそれぞれ破壊応力の 90%, 100% まで荷重後、除荷したものである。また H-8 は、破壊応力を過ぎ約 2% 応力降下を経た後に、除荷したものである。少なくとも H-8 は不安定破壊の領域にあり、鈴木・高橋 (1994) のレプリカ法で観察する限り、微小な初期せん断面が形成されている (Oda et al., 2002)。H-5, H-7, H-8 の供試体は実験終了後に三軸セルから回収され、真中のほぼ 1/2 部分が構造解析用として切り出された。3つの x_i -面に平行に、それぞれ 2~4 枚の薄片が作られた。また、封圧の増加に伴う破壊時の応力・歪みの変化を知るため、0 から 140 MPa までの間における数段階の封圧下で実験を行った。

Fig. 4 に、三軸圧縮試験から得られた軸差応力 ($\sigma_1 - \sigma_3$)、軸歪み ε_a 、横歪み ε_l 、体積歪み ε_v の関係を示した。図中の点は H-0, 5, 7, 8 の荷重終了時の歪みである。Brace et al. (1966) が報告している応力-歪み関係と異なるものではないが、多少の説明が本研究の理解にとって必要であろう。 $\sigma - \varepsilon_a$ の関係 (Fig. 4.a) は、破壊応力付近を除けばおおむね線形的であるが $\sigma - \varepsilon_v$ の関係 (Fig. 4.b) には、特に軸差応力で 50% 過ぎあたりから際立った非線形性が認められる。すなわち体積歪みは、最初ほぼ線形弾性的な圧縮 (+) であるが、軸差応力 50% あたりで非弾性のダイレタンスが顕著となり、膨張 (-) に大きくシフトしている。この場合、非弾性の体積歪み $\varepsilon_v^{(p)}$ は、初期の線形関係からのずれで定義する。後で

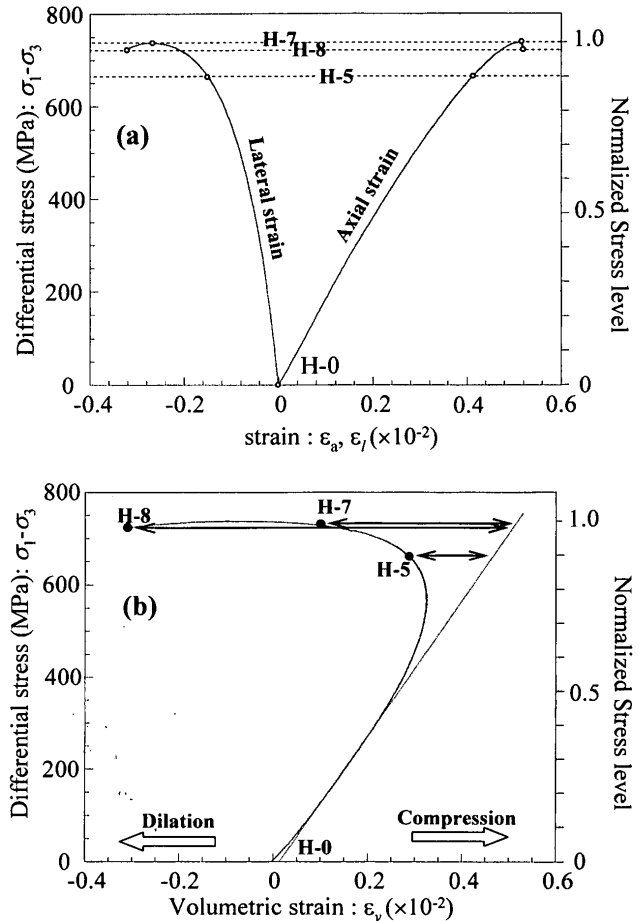


Fig. 4. Stress-strain curves showing the stress history of each sample: (a) stress-axial and -lateral strain curves and (b) stress-volumetric strain curve. Broken line indicates elastic volumetric strain, and horizontal lines indicate inelastic volumetric strain.

も述べる通り、 $\varepsilon_v^{(p)}$ はマイクロクラックの生成・成長を量的に表している。

2. マイクロクラックの観察

変形前の試料 H-0 から作られた薄片を光学顕微鏡下 ($\times 40$) で観察してマイクロクラックのトレース図を作成した (Fig. 5.a)。マイクロクラックか否かの判断は、顕微鏡下の観察で明らかに開口していること、0.5 mm 以上のトレース長さを有することの2つの基準を設けて行った。また、流体包有物についてはその大部分が 0.5 mm 以下であるため除外した。マイクロクラックの開口や連続性が不明瞭な場合、さらに倍率を 100 倍まで上げて確認をした。

マイクロクラックは石英内クラック、長石内クラックと粒界クラックの3つに分類して整理した。一部に粒間クラックも存在するが、その大部分は石英と石英の境界を貫いているため、粒内クラックとして扱った。また長石内クラックは斜長石と正長石の粒内クラックであり、一部に開口したへき開を含んでいる。マイクロクラックと判断されれば、そのトレースを直線で近似し、ステレオロジーの方法によりクラックテンソル $N_{ij}^{(s)}$, $F_{ij}^{(s)}$, $F_0^{(s)}$ を計算した。更に、直交する3面の薄片で認められるマイクロクラックについて、その走

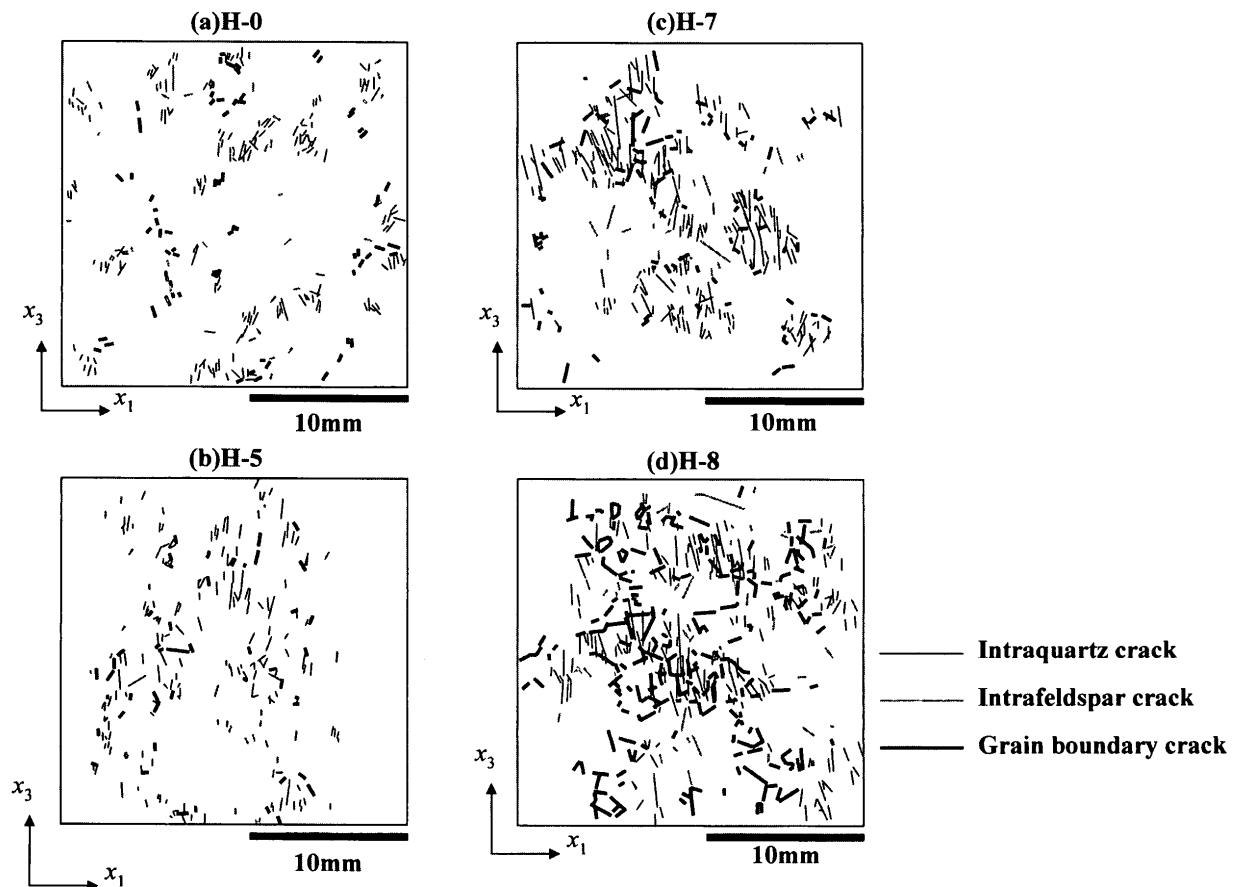


Fig. 5. Trace map of microcracks on thin section. Thin sections are parallel to x_2 -plane.

行, 傾斜 ($b^{(k)}, \beta^{(k)}$) を全てユニバーサルステージ付き顕微鏡で測定し, その結果を(4)式に用いて $N_{ij}^{(U)}$ を計算した. これらの構造解析に用いた薄片の観察領域は, 各面毎に約 628 mm² である. なお今後, 上付きの添え字 (S) と (U) は, それぞれ計算手法の違いを表している.

変形を受けた供試体 (H-5, H-7, H-8) から作られた薄片についても, 同様な基準と方法にしたがって, マイクロクラックのトレース図を作成した (Figs. 5.b, 5.c, 5.d). ただしこの場合, ユニバーサルステージによる測定は行わなかった. 3つの面で同じ観察面積を確保するために, x_1 -と x_2 -面で2枚, x_3 -面で4枚の薄片を作成した. その結果, 各面の観察領域は各面で 700 mm² 以上である.

3. マイクロクラックの構造解析とその結果

1. 未変形供試体

直交する3つの面で計測された全てのマイクロクラックの法線ベクトル $n^{(k)}$ を1つにコンパイルし, 全クラック, 石英内クラック, 長石内クラック, 粒界クラックに分けて π ダイアグラムを作成した (Fig. 6). 全クラックの π ダイアグラムは, x_1, x_2, x_3 軸の順にその集中度を増しており, 明らかな構造異方性を示している. この集中する傾向は x_1 -, x_2 -, x_3 -面の順に石目が発達する採石場での観察と整合的である.

花崗岩質岩石が異方性を呈することは, 過去の研究からも明らかである (Douglass and Voight, 1969; Thill et al.,

1973). この異方性のために, 3つの面でカウントしたマイクロクラックの面密度 $\rho^{(A)}$ (マイクロクラックの総延長々さを観察面積で除した値) は, x_3 -面で最大となり, x_1 -面で最小となる (Table 1). その比は, 本研究では 0.70 であったが, 長田ほか (1999) の 0.68 や 陳ほか (1997) の 0.64 とほぼ一致している. これはいずれも顕微鏡下での観察結果によるものであり, 観察者が異なっても, 再現性のある結果が得られることを示している.

石英内クラックの方向分布は全クラックとはほぼ同じ傾向を示している. この結果は, 稲田花崗岩中のマイクロクラックの約 70% が石英内クラックであるためであるが, 花崗岩質岩石の強度・変形をクラックの視点から論ずる際, 石英内クラックが極めて重要であることを示唆している. 粒界クラックは x_2 方向に弱い集中が見られるが, 3つの軸にそれぞれ均等に集中している. また石英・長石内クラックの平均長さは 0.78~1.06 mm である (Table 1). 平均粒径が 2 mm 程度であることを考えると, 大部分の石英・長石内クラックは鉱物間を貫いていないと言える.

マイクロクラックの走行・傾斜から求めたファブリックテンソル $N_{ij}^{(U)}$ をステレオロジーにより求めた $N_{ij}^{(S)}$ と比較すると, 明らかに若干の差 $\Delta N_{ij} (= N_{ij}^{(U)} - N_{ij}^{(S)})$ が認められる (Table 2). 構造空間で考えると, 相対的な差の大きさを次式で見積もることができる (Oda, 1988).

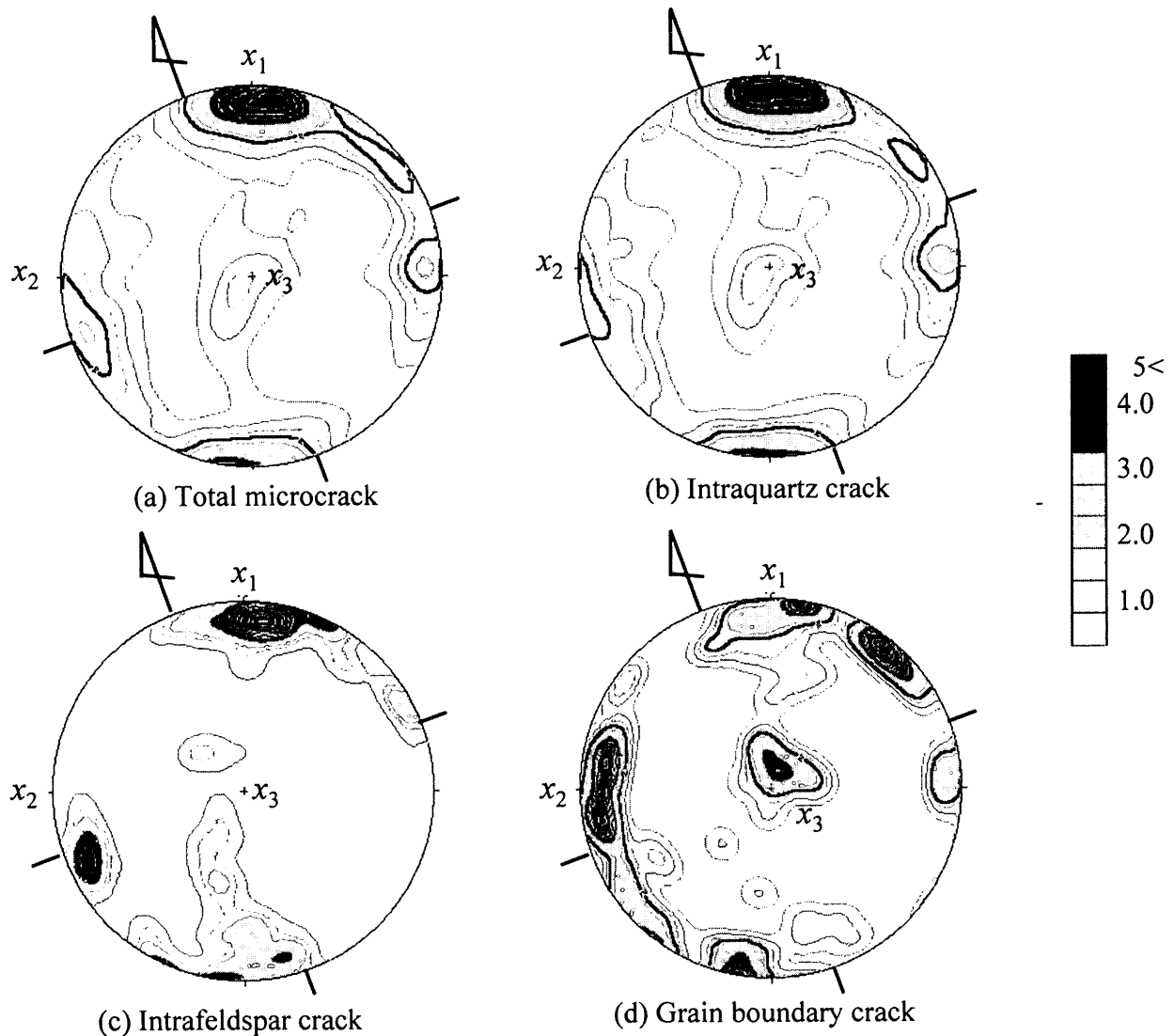


Fig. 6. Contour plots of poles to microcracks observed by using a universal-stage in undeformed Inada granite for (a) total microcracks ($N=1868$), (b) intraquartz cracks ($N=1314$), (c) intrafeldspar cracks ($N=300$) and (d) grain boundary cracks ($N=254$). All diagrams are Schmidt's equal area net projection (lower hemisphere) of poles to planes.

$$RE = \sqrt{\Delta N_{ij} \Delta N_{ij}} / \sqrt{N_{kl}^{(U)} N_{kl}^{(U)}} \quad (13)$$

全クラックと石英内クラックの計算結果によれば、相対的な誤差 RE はいずれも 0.2 以内に収まっていて、ステレオロジーによる推定がユニバーサルステージによる実測とほぼ一致していることを示している (Table 2)。一方、長石内クラックと粒界クラックの推定値と実測値の相対誤差は 0.38, 0.25 とやや高めであるが、対象となるマイクロクラックが少ないことを考えれば、当然の結果といえよう。

以上の結果から次の結論が得られる。観察領域の大きささえ正しく設定できれば、ステレオロジーの方法は岩石構造を推定する手段として有効である。ただし、クラック密度が非常に低い場合、できるだけ観察領域を大きくする等の対策が必要である。

2. 変形供試体

封圧 80 MPa 下での花崗岩質岩石の三軸圧縮試験では、最

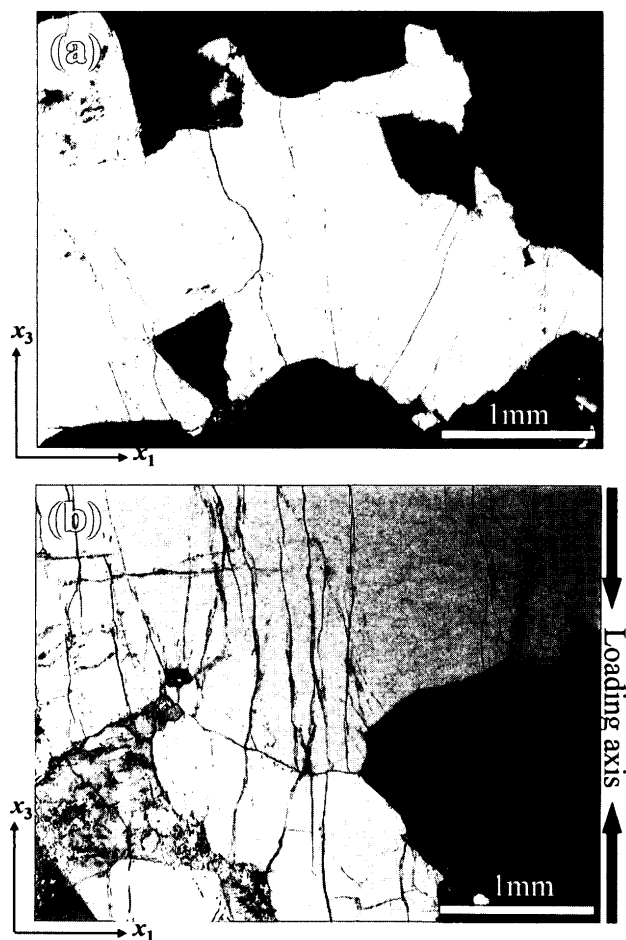
Table 1. Mean length of microcrack trace and crack densities of Inada granite.

		Mean length(mm)				Crack density (mm/mm ²)			
		Qz*	Fl [†]	Gf [‡]	Total	Qz*	Fl [†]	Gf [‡]	Total
H-0	x ₁ -plane	0.94	0.93	1.13	1.00	0.53	0.12	0.15	0.80
	x ₂ -plane	0.95	0.78	0.94	0.89	0.72	0.11	0.12	0.95
	x ₃ -plane	1.06	0.88	1.02	0.99	0.82	0.18	0.15	1.14
H-5	x ₁ -plane	3.65	2.68	3.64	3.32	1.83	0.28	0.45	2.56
	x ₂ -plane	2.90	2.61	3.25	2.92	1.37	0.29	0.64	2.29
	x ₃ -plane	3.34	3.55	3.56	3.48	1.84	0.34	0.79	2.96
H-7	x ₁ -plane	4.90	3.96	3.53	4.13	2.11	0.29	0.80	3.21
	x ₂ -plane	3.84	4.33	3.55	3.91	1.89	0.25	0.70	2.84
	x ₃ -plane	4.14	4.67	3.83	4.21	2.79	0.44	0.83	4.05
H-8	x ₁ -plane	7.11	6.61	6.68	6.80	3.43	1.03	3.12	7.58
	x ₂ -plane	6.55	7.12	6.81	6.82	3.20	0.69	3.65	7.54
	x ₃ -plane	5.84	6.91	7.75	6.83	4.16	1.21	4.36	9.73

* Intraquartz crack, † Intrafeldspar crack, ‡ Grain boundary crack

Table 2. Comparison of fabric tensor obtained by the method of stereology, $N_{ij}^{(S)}$, and universal-stage, $N_{ij}^{(U)}$.

	$N_{ij}^{(S)}$ estimated by stereology	$N_{ij}^{(U)}$ measured by universal-stage	RE
Total	$\begin{pmatrix} 0.47 & 0.05 & 0.06 \\ & 0.30 & -0.01 \\ \text{Symm} & & 0.23 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.47 & -0.05 & 0.03 \\ & 0.34 & 0.01 \\ \text{Symm} & & 0.19 \end{pmatrix}$	0.20
Intraquartz crack	$\begin{pmatrix} 0.50 & 0.06 & 0.07 \\ & 0.30 & -0.01 \\ \text{Symm} & & 0.19 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.48 & -0.05 & 0.04 \\ & 0.33 & 0.00 \\ \text{Symm} & & 0.19 \end{pmatrix}$	0.20
Intrafeldspar crack	$\begin{pmatrix} 0.43 & 0.06 & 0.02 \\ & 0.29 & -0.01 \\ \text{Symm} & & 0.29 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.52 & -0.10 & 0.01 \\ & 0.33 & 0.04 \\ \text{Symm} & & 0.15 \end{pmatrix}$	0.38
Grain boundary crack	$\begin{pmatrix} 0.37 & 0.00 & 0.03 \\ & 0.30 & 0.00 \\ \text{Symm} & & 0.33 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.38 & 0.00 & 0.03 \\ & 0.40 & 0.00 \\ \text{Symm} & & 0.22 \end{pmatrix}$	0.25

**Fig. 7.** Photomicrographs of thin section (cross nicole): (a) intraquartz cracks in undeformed sample H-0; (b) microcracks growing up and going through quartz grains in deformed sample H-8. Scale bar is 1 mm.

大圧縮主応力方向に成長するマイクロクラックが非弾性歪みの大部分を占め、鉱物の塑性変形の寄与は小さいといわれている (Paterson, 1978). H-5, H-7, H-8 の薄片観察でも、既往の研究結果を追認した。Moore and Lockner (1995) は Westerly 花崗岩のマイクロクラックは黒雲母を中心に放射状に成長しているとしているとしている。しかし本研究で用

Table 3. Results of fabric analysis in Inada granite.

	F_0	$N_{ij}^{(S)}$			$F_{ij}^{(S)}$			AI	
H-0	Total	1.41	0.47	0.05	0.06	0.67	0.08	0.08	0.34
			Symm.		0.23	Symm.		0.32	
	Intraquartz crack	0.70	0.50	0.06	0.07	0.35	0.04	0.05	
			Symm.		0.19	Symm.		0.14	
Intrafeldspar crack	0.30	0.43	0.06	0.02	0.13	0.02	0.01	0.22	
		Symm.		0.29	Symm.		0.09		
Grain boundary crack	0.40	0.37	0.00	0.03	0.15	0.00	0.01	0.09	
		Symm.		0.33	Symm.		0.13		
H-5	Total	4.84	0.50	-0.02	0.04	2.42	-0.09	0.19	0.37
			Symm.		0.23	Symm.		1.29	
	Intraquartz crack	2.97	0.55	-0.02	0.07	1.63	-0.07	0.20	
			Symm.		0.23	Symm.		0.68	
	Intrafeldspar crack	0.64	0.43	-0.01	-0.01	0.28	-0.01	-0.01	
			Symm.		0.30	Symm.		0.19	
	Grain boundary crack	1.23	0.41	-0.01	-0.01	0.51	-0.01	-0.01	
			Symm.		0.34	Symm.		0.42	
H-7	Total	8.06	0.51	-0.04	-0.03	4.13	-0.33	-0.28	0.42
			Symm.		0.00	Symm.		2.26	
	Intraquartz crack	5.61	0.55	-0.05	-0.05	3.06	-0.26	-0.30	
			Symm.		0.28	Symm.		1.55	
Intrafeldspar crack	0.68	0.42	0.02	0.00	0.29	0.02	0.00	0.39	
		Symm.		0.41	Symm.		0.28		
Grain boundary crack	1.77	0.47	-0.05	0.00	0.83	-0.09	-0.01	0.31	
		Symm.		0.25	Symm.		0.44		
H-8	Total	17.31	0.50	-0.01	-0.02	8.70	-0.15	-0.40	0.40
			Symm.		0.31	Symm.		5.40	
	Intraquartz crack	7.47	0.59	-0.01	-0.01	4.44	-0.07	-0.06	
			Symm.		0.30	Symm.		2.27	
	Intrafeldspar crack	2.47	0.47	-0.05	-0.06	1.16	-0.12	-0.15	
			Symm.		0.35	Symm.		0.86	
	Grain boundary crack	7.36	0.41	0.00	-0.03	3.05	0.02	-0.21	
			Symm.		0.31	Symm.		2.28	

いた稲田花崗岩では、そのようなマイクロクラックは、ほとんど観察されなかった。

マイクロクラックのトレースの平均長さ $\langle l \rangle$ は、H-5 で 2.92~3.48 mm, H-7 で 3.91~4.21 mm, H-8 で 6.80~6.83 mm である (Table 1). H-0 の平均長さ 0.89~1.00 mm と比べても明らかな通り、マイクロクラックの成長が確認できる。平均粒径が約 2 mm であることより、破壊応力の 90% を超えて載荷した供試体では、鏡下でも確認できるように、多くのマイクロクラックは鉱物粒界を貫いて成長している (Fig. 7).

クラックテンソル $F_{ij}^{(S)}$ とそれに関連する情報を Table 3 にまとめて示した。既に述べたように、上付き添え字 (S) は、ステレオロジーの方法で得られたクラックテンソルを意味している。今後、(S) のみを付す場合、全てのマイクロクラックを対象とするのに対し、例えば (S, grain) や (S, quartz) 等の添え字は、粒界クラックや石英中のマイクロクラックをそれぞれ取り出して計算していることを意味している。 $F_{ij}^{(S)}$ の非対角成分は、対角成分と比較すると小さく、ほ

ば零と見なせる。この結果は、構造の主軸（同じことであるが異方性の主軸）が変形後も x_i ($i=1, 2, 3$) 軸となることを示している。また $F_{ij}^{(S)}$ の対角成分について見ると、いずれの供試体も $F_{11}^{(S)} > F_{22}^{(S)} > F_{33}^{(S)}$ となっている。特に H-5, H-7 の $F_{33}^{(S)}$ は、 $F_{11}^{(S)}$, $F_{22}^{(S)}$ と比べてその増加率が非常に小さい。この結果は、マイクロクラックの成長が主に x_1 -, x_2 -面に平行な面で起こっており、 x_3 -面に平行なマイクロクラックの成長は少ないことを示している。 x_3 -面に平行なマイクロクラックの成長が無いことは、 x_3 -面に垂直な方向 (x_3 -軸に平行) に圧縮されていることを考えれば、当然の結果である。また $F_{11}^{(S)} > F_{22}^{(S)}$ は、 x_2 -面より x_1 -面に平行なマイクロクラックがより成長したことを示しているが、変形前の花崗岩質岩石に既に x_1 -面に平行なマイクロクラックが多く存在していた結果と考えられる。すなわち、非弾性変形に伴うマイクロクラックの進展は、既存のマイクロクラックの成長によることを示唆する事実である。

破壊応力を超えて2%の応力降下を経験した H-8 供試体では、 $F_{33}^{(S)}$ にも顕著な増加が見られ、マイクロクラックは x_3 -面にも平行に成長している。顕微鏡下の観察によると、 x_3 -面に成長したマイクロクラックの多くが粒界クラックである点である。このことから、破壊応力後の不安定なマイクロクラックの進展 (Warwersik and Brace, 1971) は、粒界クラックの成長を促し、また非弾性体積歪みを大きく増加させていると考えられる。

クラックテンソルの視点から見た花崗岩質岩石の脆性破壊

1. クラック密度

脆性破壊の進行に伴い発生・成長したマイクロクラックは、今までにも SEM (Sprunt and Brace, 1974; Kranz, 1980; Kranz, 1983) や光学顕微鏡 (Moore and Lockner, 1995) により観察・記載されている。定性的には、彼等の観察に新しく加えるべき内容は無い。ここでは定量的な議論的を絞って、花崗岩質岩石の破壊現象を論ずることとする。

Homand et al. (2000) は、5 MPa の封圧下での Vienne 花崗岩の三軸圧縮試験において、脆性破壊に至る4つの段階を区分し、各段階のクラック面密度 $\rho^{(A)}$ を顕微鏡下で計測している。破壊応力時のクラック面密度は、初期状態の3.62倍に増加したと報告している。また長田 (1999) は、100 MPa の封圧下で稲田花崗岩の三軸圧縮試験を行い、3倍程度に増加したと報告している。本研究の結果によると、それぞれの面での2次元のクラック面密度 $\rho^{(A)}$ は、破壊時 (H-7) に2.84-4.05 mm/mm²まで増加している (Table 1)。しかしこのクラック面密度 $\rho^{(A)}$ は、本研究でも明らかなように、観察面の方向により変わることには注意しなければならない。クラック面密度 $\rho^{(A)}$ によって、異方性のある花崗岩質岩石のクラックの密度変化を一般的に表現することはできない。しかしこの制約にもかかわらず、破壊応力時のクラック面密度 $\rho^{(A)}$ が初期のその3-4倍程度に収まっている点は、注目に値しよう。すなわち、破壊現象とクラック密度との因果関係を示唆していると考えられる。

無次元の F_0 は、(10) 式の通りクラックの間隙率と等価であ

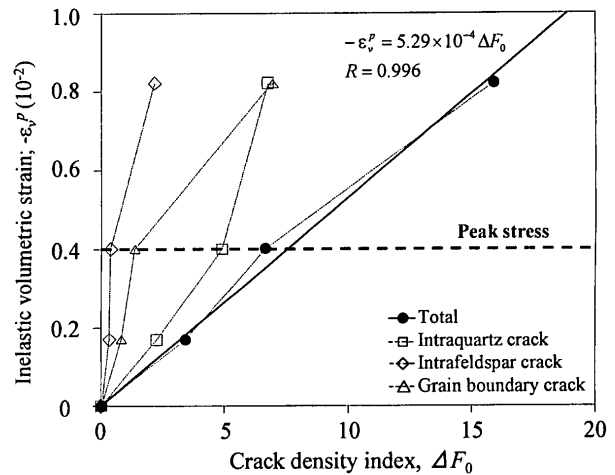


Fig. 8. Inelastic volumetric strain versus crack density.

The straight line is drawn by least squares fitting to the points of total microcracks. Inelastic volumetric strain at the peak (failure) stress is 0.4×10^{-2} , and it is shown with a broken line.

り、またパーコレーション理論でもクラックの連結性を評価するパラメータとして使われていることから、一般性の高いクラック密度の指標であると考えられる (以後、クラックテンソルで定義された密度 F_0 をクラック密度と呼ぶ)。単位体積当たりのクラックの総面積 S をクラック密度として選択することも可能である。しかし S は面密度 $\rho^{(A)}$ と同じく次元を持ち、図形上同じに見えても、図形の寸法に依存する量であることに注意しなければならない。本研究でのマイクロクラックの観察は薄片を用いて顕微鏡下で40倍の倍率で行った。一方、Oda et al. (2002) は本研究で行った観察領域と同じ領域でレプリカフィルムを用いて顕微鏡下5.5倍の倍率で行った。前者と後者の全クラック密度は観察方法・倍率が異なるにもかかわらず、ほぼ同じ値を得ることができた。このことより、クラックの寸法に重みを付けているクラック密度 F_0 は、5.5~40倍の範囲で見える限り観察スケールに対する依存性は小さいと考えられる。

2. 破壊基準

全クラック密度 F_0 (S) は、Table 3にあるように、H-0の1.41からH-8の17.31へと着実に増加している。この増加は、Fig. 8に示す通り非弾性体積歪みの累積と関係付けられる。Fig. 8には三軸圧縮試験中の非弾性体積歪み $\varepsilon_v^{(p)}$ が、次式で定義する全クラック密度の増分 $\Delta F_0^{(S)}$ に対してプロットされている。

$$\Delta F_0^{(S)} = F_0^{(S, H-i)} - F_0^{(S, H-0)} \quad (14)$$

ここで $F_0^{(S, H-i)}$ の添え字 H-i ($i=0, 5, 7, 8$) は、供試体 H-i ($i=0, 5, 7, 8$) の $F_0^{(S)}$ を表している。図の関係から明らかなように、全クラック密度の増加は非弾性体積歪み (ダイレタンシー) の大きさに比例している。また非弾性体積歪みは圧縮試験中の間隙率の増加 $\Delta \phi$ であることに注意すれば、この関係は次のように表せる (Oda et al., 2002)。

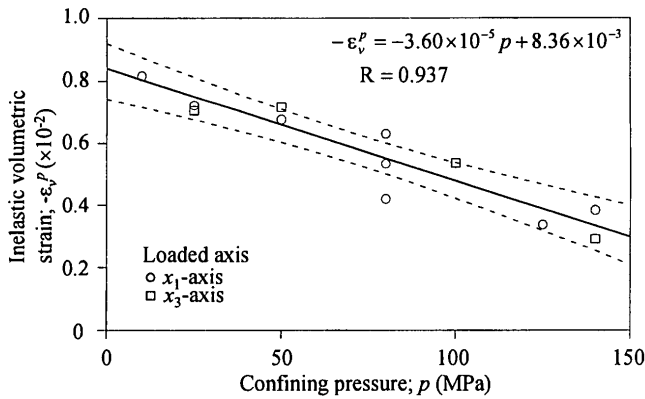


Fig. 9. Inelastic volumetric strain at peak stress versus confining pressure is plotted for the samples, of which loading axes are parallel to x_1 -axis (open circle) or x_3 -axis (open square).

The straight line is drawn by least squares fitting to the points, and the broken lines are loci of the 95% confidence limit.

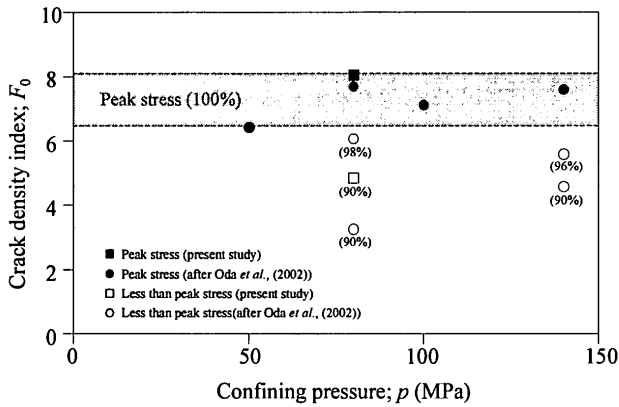


Fig. 10. Effect of confining pressure on the crack density index F_0 of various stress levels.

It is shown that F_0 at failure stress is plotted between 6.42 and 8.06.

$$-\varepsilon_v^{(p)} = \Delta\phi = \eta \Delta F_0 \quad (15)$$

ここで、 η はマイクロクラックのアスペクト比と呼ばれ、三軸圧縮変形中に発生・進展するマイクロクラックの開口幅 t がその寸法 r に比例するとした時の比例定数である。 η の値はマイクロクラックの開口幅を推定する上できわめて重要な役割を担い、 Fig. 8 から $\eta = 5.28 \times 10^{-4}$ の結果が得られる。低封圧下では横方向から拘束される応力が小さいため、幅の広いマイクロクラックが発生・進展し、その非弾性体積歪みを増加させる。その一方で、高封圧下では横方向からの拘束圧が大きいため、幅の狭いマイクロクラックが発生・進展し、非弾性体積歪みをそれほど増加させない。したがって、先に求めた η の値は封圧に依存すると考えられるが、このことについては別の機会に報告することにする。

圧縮応力場における脆性材料のクリープ破壊基準の1つとして、非弾性体積歪み $\varepsilon_v^{(p)}$ 一定説がある (e.g. Scholz, 1968 ;

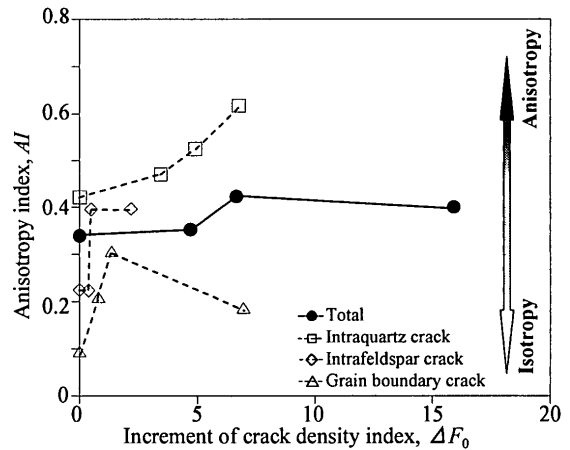


Fig. 11. Anisotropy index AI versus increment of crack density index ΔF_0 .

Kranz and Scholz, 1977).

$$\varepsilon_v^{(p)} = C \quad (16)$$

ここで C は材料によって決まる定数である。この破壊基準は、封圧を一定に保った三軸圧縮試験に限れば、その強度を説明するのに極めて有力である。しかし封圧 p が変化する場合、(17)式は次のように変更されなければならない (Fig. 9).

$$-\varepsilon_v^{(p)} = C_1 p + C_2 \quad (17)$$

ここで C_1, C_2 は定数であり、稲田花崗岩の場合 $C_1 = -3.60 \times 10^{-5}$ (MPa^{-1}), $C_2 = 8.36 \times 10^{-3}$ であった (本研究では圧縮を正としているため、体積歪みの値が小さくなることは体積が膨張していることを意味する)。このように、破壊時の非弾性体積歪みは封圧に依存することがわかる。

一方 Oda et al. (2002) は、140 MPa までの様々な封圧の三軸圧縮条件下で破壊させた稲田花崗岩のマイクロクラックを解析して、破壊時のクラック密度 $F_0^{(S)}$ には閾値があり、およそ 7 に等しいと主張している。 Fig. 10 には、破壊時のクラック密度 $F_0^{(S)}$ が封圧 p に対してプロットされており、破壊時のクラック密度は封圧によらず一定となることを示している。この結果は、脆性材料の破壊基準として次式を示唆している。

$$F_0^{(S, H-i)} = F_0^{(S, H-0)} + \Delta F_0^{(S)} = C' \quad (18)$$

ここで、 C' は稲田花崗岩の場合約 7~8 であり、封圧に依存しない定数である。(18)式の破壊基準は、非弾性体積歪のように封圧に依存することなく、(17)式を一般化していると考えられる。また、(18)式に $F_0^{(S, H-0)}$ があることは、花崗岩質岩石の脆性破壊において、初期のクラック密度が重要であることを意味している。このことは、岩石・岩盤の破壊 (地震) の発生機構を考える上で、造構応力の履歴を考慮する必要があることを示している。

3. 破壊後の内部構造

臨界クラック密度に達した供試体はその後体積歪みを増加させ、内部構造にも大きな変化が見られる。すなわち、破壊

応力を超えて約2%の応力降下を経験したH-8供試体では、既に指摘したように、圧縮方向に垂直な x_3 -面にもマイクロクラックは成長し、その多くが粒界クラックである。粒界クラック密度 $F_0^{(S, grain)}$ は、破壊応力後に急激に増加することから、破壊応力後の不安定なマイクロクラックの成長や非弾性体積歪みの急激な増加と密接な関係を持つと考えられる。また、破壊応力までは圧縮軸方向に成長するマイクロクラックの増加により異方性を強めるが、破壊後は、圧縮軸に垂直に成長する粒界クラックによって異方性を失い、等方性を強めている (Fig. 11)。一方Lajtai (1998) は、粒界クラックの成長を、載荷軸に垂直な粒界が載荷中に圧潰を受け、除荷の過程に開口して形成すると説明している。しかしこの考えでは、H-5, H-7がH-8と同じ軸応力を受けているにもかかわらず、なぜ粒界クラックがH-8にだけ顕著に表れるかを説明できない。開口した粒界クラックの大部分は、トレース図 (Fig. 5) より石英-石英, 石英-長石類, と石英の周辺に集中していることがわかる。石英粒子及びそのクラスターは、大きな粒界クラックにより分割され、ブロック状に見える。破壊後に粒界クラック密度 $F_0^{(S, grain)}$ が増加する一方で、石英内クラック密度 $F_0^{(S, quartz)}$ の増加は収束に向かっていて (Fig. 7)、石英内でクラックの成長が鈍っていることを意味している。

以上の事実から、破壊 (破壊応力到達) 後に形成された粒界クラックは、ただ単なる圧潰によるものではなく、細片化された石英のブロックの変形または回転に誘発されて形成されていると考えられる。少なくとも、破壊応力後の破壊プロセスに積極的に係わっていると見なければならぬ。

おわりに

本研究では、封圧下における稲田花崗岩の脆性破壊の進行に伴い発生・進展した全クラック、粒内クラック、粒界クラックの構造解析を行い、破壊時およびその後の岩石内部構造について検討を行った。その結果をまとめると、以下のようになる。

- 1) ユニバーサルステージとステレオロジーの2つの方法で決定されたファブリックテンソルの相対誤差は0.2と小さかった。したがって、ステレオロジーは3次元のマイクロクラックの構造を推定する手段として有効であることが示された。
- 2) 脆性破壊の進行に伴い発生・進展するマイクロクラックの方向は、既存のマイクロクラックの方向を維持しながら進展していく。これは、初期マイクロクラックの異方性がダイラタンシーや破壊面の異方性に決定的な影響を及ぼしていることを示唆している。
- 3) 破壊時の非弾性体積歪は封圧に依存するが、クラック密度 F_0 には臨界値が存在する。この臨界値を構成するマイクロクラックの多くは石英内クラックである。
- 4) 石英内クラック密度は脆性破壊の進行に伴い収束に向かう。一方で、粒界クラックは破壊応力到達後、等方性を増加させ、急激に増加している。これは、非弾性体積歪みの増加と対応している。また、粒界クラックの形成は細片化された石英粒子の変形・回転等の新たな変形モードに起因するものと考えられる。

謝 辞

本研究の一部は笹川科学研究助成によったことをここに付記し謝辞を表す。

文 献

- Anders, M.H. and Wiltschko, D.V., 1994. Microfracturing paleostress and the growth of faults. *Jour. Struct. Geol.*, **16**, 795-815.
- Brace, W.F., Paulding, B.W. Jr. and Scholz, C., 1966. Dilatancy in the fracture of crystalline rocks. *Jour. Geophys. Res.*, **68**, 3709-3713.
- 陳 友晴・西山 孝・喜多治之・佐藤稔紀 (1997): 微小クラックの分類による稲田花崗岩と栗橋花崗岩の力学的弱面について。応用地質, **38**, 196-204.
- Douglass, P.M. and Voight, B., 1969. Anisotropy of granite: a reflection of microscopic fabric. *Géotechnique*, **19**, 376-398.
- Hadley, K., 1976. Comparison of calculated and observed crack densities and seismic velocities in Westerly granite. *Jour. Geophys. Res.*, **81**, 3484-3494.
- 平野昌繁, 1971, 側圧をうけた花崗岩層中に期待される断裂系。地質学雑誌, **77**, 171-182.
- Homand, F., Hoxha, D., Belem, T., Pons, M.-N. and Hoteit, N., 2000. Geometric analysis of damaged microcracking in granites. *Mech. Materials*, **32**, 361-376.
- Kanatani, K., 1984. Distribution of directional data and fabric tensors. *Int. Jour. Engrg. Sci.*, **22**, 149-164.
- Kanatani, K., 1985. Procedure for stereological estimation of structure anisotropy. *Int. Jour. Engrg. Sci.*, **23**, 587-598.
- Kranz, R.L., 1980. The effects of confining pressure and stress difference on static fatigue of granite. *Jour. Geophys. Res.*, **85**, 1854-1866.
- Kranz, R.L., 1983. Microcracks in rocks: a review. *Tectonophysics*, **100**, 449-480.
- Kranz, R.L. and Scholz, C.H., 1977. Critical dilatant volumetric of rocks at the onset of tertiary creep. *Jour. Geophys. Res.*, **82**, 4893-4898.
- Lajtai, E.Z. 1998. Microscopic fracture process in a granite. *Rock Mech. Rock Engrg.*, **31**, 237-250.
- Lockner, D.A., Byerlee, J.D., Kuksenko, V., Ponomarev, A. and Sidorin, A., 1991. Quasi-static fault growth and shear fracture energy in granite. *Nature*, **350**, 39-42.
- Moore, D.E. and Lockner D.A., 1995. The role of microcracking in shear-fracture propagation in granite. *Jour. Struct. Geol.*, **17**, 95-114.
- Oda, M., 1982. Fabric tensor for discontinuous geological materials. *Soils and Foundations*, **22**, 96-108.
- Oda, M., 1984. Similarity rule of crack geometry in statistically homogeneous rock masses. *Mech. Materials*, **3**, 119-129.
- Oda, M., 1988. An experimental study of the elasticity of mylonite rock with random cracks. *Int. Jour. Rock Mech. Min. Sci. Geomech., Abstr.*, **25**, 59-69.
- Oda, M., Katsube, T. and Takemura, T. 2002. Microcrack evolution and brittle failure of Inada granite in triaxial compression tests at 140 MPa. *Jour. Geophys. Res.* (印刷中).
- 長田昌彦・山辺 正・吉中龍之進, 1999, 稲田花崗岩の初期マイクロクラック。応用地質, **39**, 500-510.
- 長田昌彦, 1999, 岩石の変形挙動と破壊進展のプロセス。埼玉大学博士學位論文, 153 pp.
- Paterson, M.S., 1978. Experimental rock deformation-the brittle field. Springer, Berlin, 254 pp.
- Robinson, P.C., 1984. Connectivity, flow and transport in network models of fractured media. Ph. D. dissertation, Oxford Univ., Oxford, 1984.
- Scholz, C.H., 1968. Microfracturing and the inelastic deformation of rock in compression. *Jour. Geophys. Res.*, **73**, 1417-1432.

- Simmons, G., Todd, T. and Baldrige, W. S., 1975, Toward a quantitative relationship between elastic properties and cracks in low porosity rocks. *Am. Jour. Sci.*, **275**, 318-345.
- Sprunt, E. S. and Brace, W. F., 1974, Direct observation of microcavities in crystalline rocks, *Int. Jour. Rock. Mech. Min. Sci. Geomech., Abstr.*, **11**, 139-150.
- Suzuki, K., Oda, M., Yamazaki, M. and Kuwahara, T., 1998, Permeability changes in granite with crack growth during immersion in hot water. *Int. Jour. Rock. Mech. Min. Sci. Geomech., Abstr.*, **35**, 907-921.
- 鈴木清史・高橋 学, 1994, レプリカフィルムを用いた空隙, 亀裂の可視化法. *応用地質*, **35**, 77-78.
- Thill, R. E., Bur, T. R. and Steckley, R. C., 1973, Velocity anisotropy in dry and saturated rock spheres and its relation to rock fabric. *Int. Jour. Rock. Mech. Min. Sci. Geomech., Abstr.*, **10**, 535-557.
- Topponnier, P. and Brace, W. F., 1976, Development of stress-induced microcracks in Westerly granite, *Int. Jour. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, **13**, 103-112.
- Vermilye, J. M. and Scholz, C. H., 1998, The process zone: A microstructural view of fault growth. *Jour. Geophys. Res.*, **103**, 12,237-12, 237.
- Warwersik, W. R. and Brace, W. F., 1971, Post-failure behavior of granite and diabase. *Rock Mech.*, **3**, 61-85.
- Wong, T.-F. 1982, Shear fracture energy of Westerly granite from post-failure behavior. *Jour. Geophys. Res.*, **87**, 990-1000.
- Yukutake, H., 1992, Fracturing process of granite inferred from measurements of spatial and temporal variations in velocity during triaxial deformation. *Jour. Geophys. Res.*, **94**, 6, 840-6, 858.

Appendix

クラックを直径 $r^{(k)}$ の円盤で表し, かつ方向 $\mathbf{n}^{(k)}$ と寸法 $r^{(k)}$ とが統計的に独立であると仮定すれば, (6) 式のクラックテンソルは更に次式のように改められる.

$$F_{ij} = \frac{1}{2m^{(v)}} \sum_{k=1}^{2m^{(v)}} (\rho_s(k)r(k)) n_i^{(k)} n_j^{(k)}$$

$$= \left[\frac{\rho}{m^{(v)}} \sum_{k=1}^{m^{(v)}} \frac{\pi}{4} (r^{(k)})^3 \right] \left[\frac{1}{2m^{(v)}} \sum_{k=1}^{2m^{(v)}} n_i^{(k)} n_j^{(k)} \right] \quad (A1)$$

$$= \frac{\pi}{4} \rho <r^3> N_{ij} \equiv F_0 N_{ij}$$

ただし, (5), (8) 式を利用した. ここで, 3次元量である $\rho <r^3>$ と N_{ij} を求めるためには多少の工夫が必要である (N_{ij} はユニバーサルステージでも測定可能である).

単位ベクトル \mathbf{q} で表される方向に十分な長さの走査線を引きクラックとの交差点をカウントすれば, 単位長さの走査線との交点数 $m(\mathbf{q})$ は安易に計測される. 一方 Oda (1984) による統計幾何学的な検討によると, $m(\mathbf{q})$ は次式で与えられる.

$$m(\mathbf{q}) = \frac{\pi}{4} \rho <r^2> <|\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}|> \quad (A2)$$

$$\text{ただし } <|\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}|> = \frac{1}{m^{(v)}} \sum_{k=1}^{m^{(v)}} |\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}^{(k)}|$$

$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}$ はベクトル \mathbf{q} と \mathbf{n} との内積 (スカラー積) を, また $|\cdot|$ はその絶対値である. クラックの方向 (α, β) が知られていれば, $<|\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}|>$ は容易に計算できる. $m(\mathbf{q})$ は測線の

方向 \mathbf{q} に依存するが, 同じく方向に依存する $<|\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}|>$ でそれを除すことで, その方向依存性は失われる. またその大きさ $m(\mathbf{q}) / <|\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}|>$ は単位体積中に含まれるクラックの面積 S に等しい.

次に, 切断面上で観察されるクラックとの交線の長さを l (トレース長さ) とし, その頻度分布を密度関数 $g(l)$ と表す. すると $g(l)$ はクラックの寸法 r の密度関数 $f(r)$ と以下の関係にある (Oda, 1984).

$$g(l) = \frac{1}{<r>} \int_0^\infty \frac{l f(r) dr}{\sqrt{r^2 - l^2}} \quad (A3)$$

(この関係は球の直径分布 $f(r)$ と, それをある断面で切断した時に現れる円の直径分布 $g(l)$ との関係に等しい). (A3) 式はアーベルの式として知られており, 次の関係を導ける.

$$<l^n> = \int_0^\infty l^n g(l) dl = \frac{<r^{n+1}>}{<r>} \int_0^{\pi/2} \sin^{n+1} \theta d\theta \quad (A4)$$

上式は, 断面上でトレース長さ l の頻度分布さえ計測していれば, その n 次のモーメント $<l^n>$ は容易に計算できることを意味している. (A1), (A4) 式を使えば, $\rho <r^3>$ は計測可能な S と $<l^n>$ とで表せ, 最終的にクラックテンソル F_{ij} は次式となる.

$$F_{ij} = \frac{3\pi}{8} \frac{<l^2>}{<l>} S N_{ij} \quad (A5)$$

ユニバーサルステージ付き顕微鏡を用いれば, N_{ij} は求められる. しかし, その計測には多大な労力と時間を要し, 実際的ではない. そこで本研究では Kanatani (1985) による近似的推定法を併せて用いることにする.

クラックの法線ベクトル \mathbf{n} の3次元分布を密度関数 $E(\mathbf{n})$ で表す. $E(\mathbf{n})$ は, 2次元のフーリエ級数と同じように, 次の級数に展開できる.

$$E(\mathbf{n}) = \frac{1}{4\pi} (1 + D_i n_i + D_{ij} n_i n_j + D_{ijk} n_i n_j n_k + \dots) \quad (A6)$$

ただし, 奇数項の係数テンソル (例えば D_i や D_{ijk}) の全ての成分は, $E(\mathbf{n}) = E(-\mathbf{n})$ の関係から恒等的に零になる (1つのクラックに \mathbf{n} と $-\mathbf{n}$ が割り当てられていることによる). また偶数項の係数 $D_{ij\dots k}$ は (6) 式で定義する $N_{ij\dots k}$ と関係があり, 例えば D_{ij} は N_{ij} と次の関係にある.

$$D_{ij} = \frac{15}{2} \left(N_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \quad (A7)$$

更に重要な点は, 単位長さ当たりの走査線と交わるクラック交点数 $m(\mathbf{q})$ が (A6) 式と類似な多項式で展開できることである (Kanatani, 1985).

$$m(\mathbf{q}) = \frac{c}{4\pi} (1 + D_{ij} q_i q_j + \dots) \quad (A8)$$

この結果は, クラック交点数 $m(\mathbf{q})$ の計測から $D_{ij\dots k}$ が, また (A6) 式から $E(\mathbf{n})$ が決定できることを意味している.

今、簡単のため級数の最初の2項のみで $E(\mathbf{n})$, $m(\mathbf{q})$ を近似するとすれば、 D_{ij} のみが必要となり、その成分は $m(\mathbf{q})$ を

$$\begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ & D_{22} & D_{23} \\ \text{symm.} & & D_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{16}{3c}(-2m^{(x1)} + m^{(x2)} + m^{(x3)}) & \frac{32}{c}m_{12}^{(x2)} & \frac{32}{c}m_{31}^{(x2)} \\ & \frac{16}{3c}(m^{(x1)} - 2m^{(x2)} + m^{(x3)}) & \frac{32}{c}m_{23}^{(x2)} \\ \text{Symm.} & & \frac{16}{3c}(m^{(x1)} + m^{(x2)} - 2m^{(x3)}) \end{pmatrix} \quad (\text{A9})$$

ただし

$$c = \frac{2}{3}(m^{(x1)} + m^{(x2)} + m^{(x3)})$$

$$m^{(x_i)} = \frac{2\pi}{n} \sum_{a=0}^{n-1} m^{(x_i, q^{(a)})} \quad ((i, j, k) = (1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2))$$

$$m_{ij}^{(x_k)} = \frac{\pi}{n} \sum_{a=0}^{n-1} m^{(x_k, q^{(a)})} \sin\left(\frac{2a\pi}{n}\right) \quad ((i, j, k) = (1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2))$$

ここでの座標系は、右手系の直交座標軸 (x_i, x_j, x_k) を選んでいる。また、 (i, j, k) は、 $(1, 2, 3)$, $(2, 3, 1)$, $(3, 1, 2)$ のいずれかとなる。(A9)式で得られた D_{ij} を(A8)式に用いることで N_{ij} を得ることができる。

しかしながら、本手法の信頼性を確認するには交点数 $m(\mathbf{q})$ から得られた N_{ij} が、クラックの方向を直接測って得られた N_{ij} と許容誤差の範囲で一致することを確認しなければならない。

(要 旨)

竹村貴人・小田匡寛, 2002, マイクロクラックの3次元構造解析による花崗岩質岩石の脆性破壊機構. 地質雑, 108, 453-464. (Takemura, T. and Oda, M., 2002, Three-dimensional Fabric Analysis of Microcracks associated with Brittle Failure of Granitic Rocks. *Jour. Geol. Soc. Japan*, 108, 453-464.)

マイクロクラックの構造はステレオロジーとクラックテンソルにより定量的に評価することができる。花崗岩質岩石(稲田花崗岩)の脆性破壊をマイクロクラックの視点から議論するため、クラックテンソル解析を行った。脆性破壊に伴い発生・進展するマイクロクラックは初期マイクロクラックの方向性を維持しており、その多くは石英内クラックである。マイクロクラックの開口幅が封圧に依存していることから、破壊応力時の非弾性体積歪は封圧の増加に伴い減少する傾向にある。一方、破壊応力時のクラック密度 F_0 (クラックテンソルの第一不変量) は封圧に依存せず一定であり、脆性破壊はクラック密度がある閾値に到達した時に起こることを示唆している。破壊後に起こるクラック密度の急激な増加は非弾性体積歪みを大きく増加させている原因と考えられる。また、増加するマイクロクラックの多くはクラック密度の高い石英周辺の粒界クラックである。このことより、粒界クラックは断層形成過程において重要な役割を担っていると考えられる。