

有効体積率分布を考慮したレベル 2.5 相当の κ - ε モデル

正会員 ○足永靖信*1

正会員 ヴタンカ*2

正会員 浅枝隆*3

レベル 2.5、有効体積率、ヒートアイランド

1 はじめに

本研究は、環境工学で幅広く用いられている k - ε モデルをヒートアイランド現象の数値予測へ適用することを目的として、1) 建物抗力および有効体積率分布の取り扱い、2) 成層大気におけるモデル係数 C_μ 、乱流プラントル数 P_μ のリチャードソン数による調整方法を検討したものである。

2 有効体積率分布を考慮した空間平均化

運動方程式の場合、圧力とせん断応力の空間平均化が必要であるが、流体積分式において圧力 p と有効体積率 G の積、 Gp を計算にそのまま用いると、 G 値の小さい都市キャノピー層に向かって周囲から風が吹き込む不当な結果がもたらされる。よって有効体積率の分布により形成され実質上は抗力に預からない見かけ上のベクトル成分と建物前後の不連続な圧力変化により抗力として作用する成分の二者を分離した取り扱いが必要である。図 1 は x_i 方向に有効体積率分布を有する流体の圧力バランスを示したものである。図中の圧力が不連続になっている箇所に抗力が作用すると考え圧力勾配を空間平均化する。

$$-\left\langle \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle = \left\{ \left(\frac{\overline{p_A}}{V_a} - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \left(G - \frac{\partial G}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \overline{\alpha x_i} \overline{\alpha x_k} / V_a \right. \\ \left. - \left(\frac{\overline{p_B}}{V_a} + \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \left(G + \frac{\partial G}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \overline{\alpha x_i} \overline{\alpha x_k} / V_a \right. \\ \left. + \frac{1}{V_a} \int \overline{p n_i} dS \right\} \Big|_{(\overline{\alpha x_i}, \overline{\alpha x_j}, \overline{\alpha x_k} \rightarrow 0)} = -\frac{\partial \langle \overline{p} \rangle}{\partial x_i} - (\overline{p_B} - \overline{p_A}) / \overline{\alpha x_i} \quad (1)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は空間平均、 $\overline{}$ はアンサンブル平均を意味する。 V_a は任意体積 V_0 中の空気の体積であり、有効体積率 $G = V_a / V_0$ である。圧力とせん断応力により作用する実質的な抗力については式(2)を適用する²⁾。式(2)の左辺第 1 項は圧力、第 2 項はせん断応力による抗力である。

$$(\overline{p_B} - \overline{p_A}) / \overline{\alpha x_i} + \frac{1}{V_a} \int \overline{\tau_{ik} n_k} dS = a C_\mu \overline{u_i} \left(\overline{u_k}^2 \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$+ \left(\frac{\overline{p_A}}{V_a} - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \left(G - \frac{\partial G}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \overline{\alpha x_i} \overline{\alpha x_k} - \left(\frac{\overline{p_B}}{V_a} + \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \left(G + \frac{\partial G}{\partial x_i} \frac{\overline{\alpha x_i}}{2} \right) \overline{\alpha x_i} \overline{\alpha x_k}$$

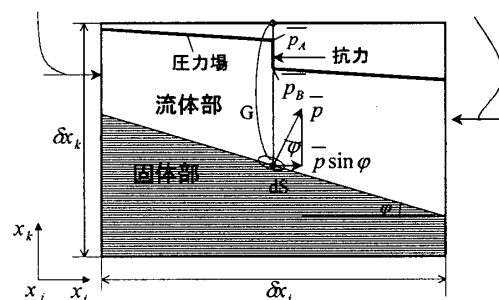


図 1 有効体積率分布を有する流体の圧力バランス

乱流エネルギーとエネルギー消散率の輸送方程式については、中立時のモデルが既に平岡らにより提示されている³⁾が、温度成層下の適用を考え仮温位による乱流エネルギーの生成効果を新たに組み込んだ。最終的に得られた都市大気境界層の 3 次元乱流モデルの方程式を図 2 に一覧する。

3 浮力影響の κ - ε モデルへの組み込み

Launder⁴⁾は圧力歪相関項および圧力温度変動勾配相関項の rapid term に IP 理論を適用し、レイノルズ応力と熱フラックスを次のように表した。

$$-\overline{u_1' u_3'} = \phi \frac{k u_3'^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \overline{u_1} \rangle}{\partial x_3} - \phi \beta \frac{g k u_1' \overline{\theta'}}{\varepsilon} \quad (3)$$

$$-\overline{u_1' \theta'} = \phi_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{u_1' u_3'} \frac{\partial \langle \overline{\theta} \rangle}{\partial x_3} + \frac{1}{2} \overline{u_3' \theta'} \frac{\partial \langle \overline{u_1} \rangle}{\partial x_3} \right) \quad (4)$$

$$-\overline{u_3' \theta'} = \phi_\theta \frac{k u_3'^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \overline{\theta} \rangle}{\partial x_3} + 0.8 \phi_\theta \beta \frac{g k^2 u_3' \overline{\theta'}}{\varepsilon^2} \frac{\partial \langle \overline{\theta_v} \rangle}{\partial x_3} \quad (5)$$

これらの数式を渦粘性形式に整理することで Yamada ら⁵⁾と同様に、渦動粘性係数と渦熱拡散係数について水平方向と鉛直方向の各値を分離した取り扱いが可能になる。本論は k - ε モデルの浮力効果は鉛直方向の渦粘性モデル係数 C_μ と乱流プラントル数 P_μ に

連続方程式

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_i} = 0$$

運動方程式

$$\frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{u}_i \rangle \langle \bar{u}_k \rangle}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(G \nu_i \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_k} \right) - \beta g_i \delta_{i3} (\langle \bar{\theta} \rangle - \theta_{v0}) - \varepsilon_{ikt} \Omega_k \bar{u}_i - a C_{\beta} \left(\langle \bar{u}_k \rangle^2 \right)^{0.5} \bar{u}_i$$

エネルギー輸送方程式

$$\frac{\partial \langle \bar{\theta} \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{u}_i \rangle \langle \bar{\theta} \rangle}{\partial x_i} = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(G \frac{\nu_i}{P_n} \frac{\partial \langle \bar{\theta} \rangle}{\partial x_k} \right) + \frac{\langle \bar{H}_a \rangle + \langle \bar{H}_s \rangle}{G C_p \rho_0}$$

水蒸気輸送方程式

$$\frac{\partial \langle \bar{q} \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{u}_i \rangle \langle \bar{q} \rangle}{\partial x_i} = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(G \frac{\nu_i}{P_n} \frac{\partial \langle \bar{q} \rangle}{\partial x_k} \right) + \frac{\langle \bar{Q}_a \rangle + \langle \bar{Q}_s \rangle}{G \rho_a}$$

$$\text{乱流エネルギー輸送方程式} \quad \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{u}_i \rangle k}{\partial x_i} = D_k + P_k - \varepsilon + G_k + F_k$$

$$\text{粘性消散率輸送方程式} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G \langle \bar{u}_i \rangle \varepsilon}{\partial x_i} = D_\varepsilon + \frac{\varepsilon}{K} (C_{1\varepsilon} P_k - C_{2\varepsilon} \varepsilon + C_{3\varepsilon} G_k + C_{\rho\varepsilon} F_\varepsilon)$$

$$D_k = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(G \frac{\nu_i}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \right), \quad P_k = \nu_i \left(\frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle \bar{u}_k \rangle}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_k}$$

$$G_k = g_i \beta \frac{\nu_i}{P_n} \frac{\partial \langle \bar{\theta} \rangle}{\partial x_k} \delta_{i3}, \quad F_k = a C_{\beta} \left(\langle \bar{u}_k \rangle^2 \right)^{3/2}$$

$$D_\varepsilon = \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(G \frac{\nu_i}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right), \quad F_\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L_0}$$

図2 都市大気境界層の3次元乱流モデルの方程式

集約されると考え、これらをフラックスリチャードソン数 R_f の関数として以下に整理し、レベル 2.5 相当の改善を施した。

$$C_\mu = \frac{0.8\phi\gamma - 0.5\gamma(\phi_\theta - \gamma)}{0.8\gamma + \phi(\phi_\theta - \gamma)} \frac{0.53 - 0.94R_f}{1 - R_f} \quad (6)$$

$$P_n = P_{n0} \frac{1.59 - R_f(1.5\phi_\theta + 2.82)}{1.59 + R_f(3\phi - 5.22)} \quad (7)$$

$$\gamma = \phi_\theta \frac{1.59 - 5.22R_f}{1.59 - 2.82R_f} \quad (8)$$

4 都市キャノピー層への適用 レベル 2.5 相当の改善を施したモデル（以降、本モデルと称する）を都市キャノピー層に適用する。計算領域は水平方向に 16km 四方、高さを 2000m とし、一辺 16m の立方体建物が建ぺい率 50% で均一に配置された単純な

土地利用形態を考える。境界条件として側面はゼロ勾配、上端面では一定値とした（ディレクレ； $u=2.0\text{m/s}$ 、 $\theta=303\text{K}$ 、 $q=0.0114\text{kg/kg}$ ）。夏季の日射条件を勘案し、昼間の地面温度 T_s として 324~326K、壁面温度 $T_w=312\text{K}$ 、屋上面温度 $T_r=321\sim 323\text{K}$ を設定し不安定成層における本モデルと標準 $k-\varepsilon$ モデルの比較を行った。両モデルは建物抗力、有効体積率を考慮したものとし、壁面等からの対流成分はバルク式で算出する方法による。図 3 にレイノルズ応力、図 4 に熱フラックスの鉛直分布を示す。レイノルズ応力、熱フラックスは、ともに鉛直方向に分布が認められ、特に都市キャノピー層の内部では急激に変化することから Constant Flux Layer とは見なせないことが分かる。また、本モデルと標準 $k-\varepsilon$ モデルの計算結果はキャノピー層およびその上空で大きく異なることが示された。

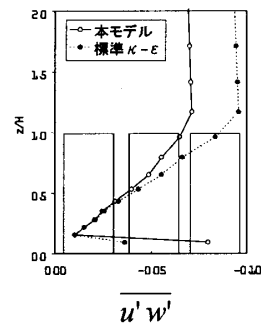


図4 不安定時のレイノルズ応力の鉛直分布

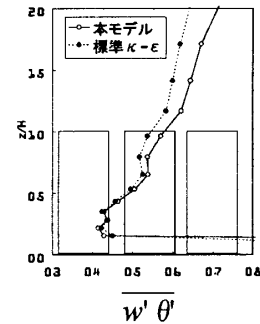


図5 不安定時の熱フラックスの鉛直分布

5 結語

建物抗力および有効体積率分布を考慮してアンサンブル・空間平均を施した三次元の $k-\varepsilon$ モデルを定式化し、数例の数値解析を行った。その結果、都市キャノピー層においてはレイノルズ応力および熱フラックスが大きく変化するため Constant Flux Layer と見なせないこと、標準 $k-\varepsilon$ モデルとの比較により都市キャノピー層の解析においてはレベル 2.5 相当の改善が必要であることが示された。

参考文献 1) Craspite, G.H. et al., Chemical Engineering Science, 41-2, 1986 2) Wilson, J. D., Boundary-Layer Meteorol., 42, 1988, 3) 平岡久司ら、日本建築学会計画系論文集 (第 406 号)、1989.12 4) Launder, B. E., J. Fluid Mech., 67, part 3, 1975 5) Yamada, T., J. Atmos. Sci., 40, 1983

*1 建設省建築研究所 主任研究員・工博 Chief Researcher, Building Research Institute, Dr. Eng.

*2 埼玉大学建設工学科 助教授・PhD Assoc. Prof., Department of Civil and Environmental Engineering, Saitama University, PhD

*3 埼玉大学大学院理工学研究科 教授・工博 Prof., Graduate School of Science and Engineering, Saitama University, Dr. Eng.