

不連続性岩盤の調査・解析と評価

4. 不連続性岩盤における調査・解析事例 (応力変形問題) (その2)

鈴木 健一郎 (すずき けんいちろう)
(株)大林組技術研究所土木第一研究室

藤原 康政 (ふじわら やすまさ)
清水建設(株)土木本部技術第二部

小田 匠 寛 (おだ まさのぶ)
埼玉大学工学部建設工学科

征矢 雅 宏 (そや まさひろ)
清水建設(株)土木本部技術第二部

4.2 トンネル

4.2.1 クラックテンソルを適用したトンネルの評価

(1) はじめに

クラックテンソルは、不連続面の幾何学特性に注目したテンソル量であり、次式で定義される¹⁾。

$$F_{ij...k} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{m^{(V)}} S^{(k)} r^{(k)} n_i^{(k)} n_j^{(k)} \dots n_k^{(k)} \quad \dots \dots \dots \quad (4.1)$$

S, r, n_i はそれぞれ、 k 番目の不連続面の面積、それと等面積の円盤の直径、単位法線ベクトルである。 n_i については偶数階のテンソル積をとっている。 V は考える岩盤の体積、 $m^{(V)}$ は体積 V 中に含まれる不連続面の個数である。式(4.1)は、連続性の高い不連続面に関しては適用されるが、切羽や露頭などで二次元的にしか観察できない不連続面に対しては直接的な適用是不可能である。そこで第3章で述べられた測定量を用いた次式が提案されている¹⁾。上式 n_i の座標軸方向の成分 (n_1, n_2, n_3) を用いて2階の三次元クラックテンソルを行列表示すると次式で表される¹⁾。

$$F_{ij} = \frac{3\pi \langle l^2 \rangle}{8 \langle l \rangle h \langle n \cdot q \rangle} N_{ij}$$

$$N_{ij} = \begin{bmatrix} \langle n_1^2 \rangle & \langle n_1 n_2 \rangle & \langle n_1 n_3 \rangle \\ \langle n_2^2 \rangle & \langle n_2 n_3 \rangle & \\ \text{symmetrical} & \langle n_3^2 \rangle & \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (4.2)$$

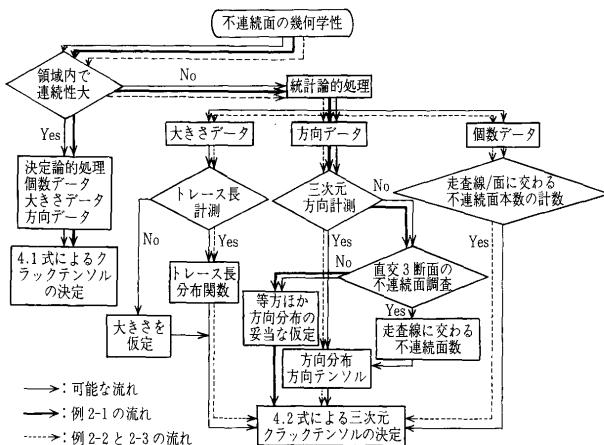


図-4.2.1(a) 不連続面調査からクラックテンソル決定までのフロー

ここで、 l は不連続面のトレース長、 $m^{(L)}$ は、長さ h の走査線と交わる不連続面の本数で、方向 q に依存する。そこで、 q と不連続面の単位方向ベクトル n との内積により $m^{(L)}$ を補正している。記号 $\langle \rangle$ は、集合平均を意味する。また、 N_{ij} は方向テンソルと呼ばれ、対角項の和は 1 となる。 F_{ij} の対角項の和 ($F_{11}+F_{22}+F_{33}$) をクラックテンソルの第一不变量 F_0 と呼ぶ。 F_0 は、岩盤の間隙率に相当するスカラー量である。

岩盤の弾性コンプライアンス D_{ijkl} は4.1節で述べられたように、2階および4階のクラックテンソル、不連続面の垂直剛性とせん断剛性、さらに岩石の弾性係数とポアソン比がパラメーターとなっている¹⁾。ここではこれらパラメーターの決定方法を中心に適用例を紹介する。

図-4.2.1にそれらの決定フローを示す。

(2) 適用例

2-1) トンネル交差部の変形挙動解析例²⁾

a) 概要

新第三紀の安山岩からなる地山中で、図-4.2.2に示すようにアクセストンネルを掘削した後に、分岐トンネルを掘削した。土被りは180 m である。不連続面の状況を図-4.2.3に示す。この例は、不連続面の調査結果から、決定論的に扱える不連続面と統計論的に処理しなければならない不連続面とを分離し、重ね合わせにより岩盤のクラックテンソルを決定した例である。また、不連続面の試験が実施されていない場合の剛性の設定法も

示した。これらは、図-4.2.1の太実線のパスに相当する。

b) 解析

・不連続面のモデル化：図-4.2.3 のようにトンネル掘削部を完全に切断するような連続性の高い不連続面（セット1；実線）と連続性の低い不

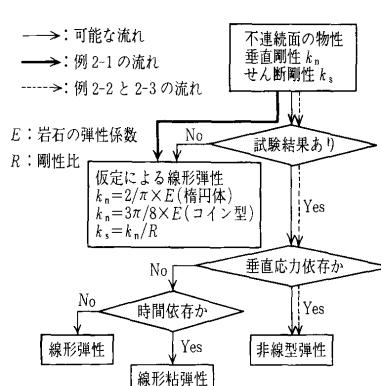


図-4.2.1(b) 不連続面の変形特性の設定フロー

講 座

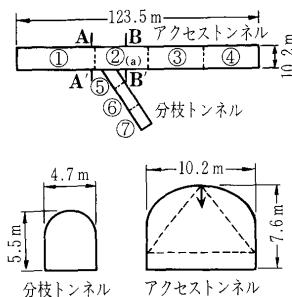
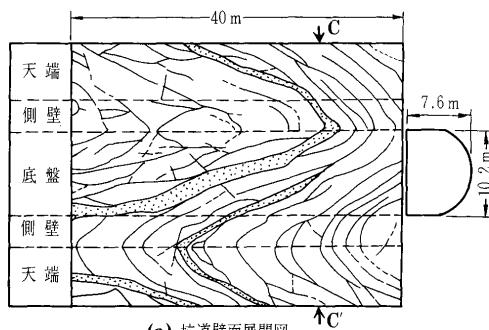
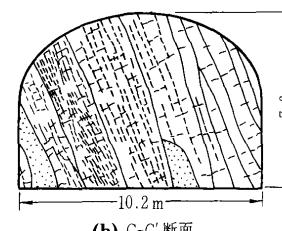


図-4.2.2 アクセストンネルと分岐トンネル



(a) 坑道壁面展開図



(b) C-C'断面

図-4.2.3 不連続面の分布状況

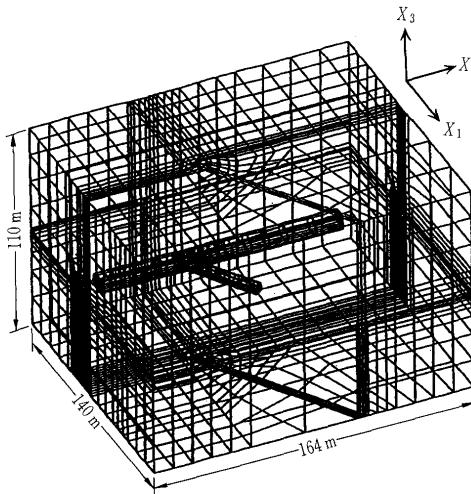
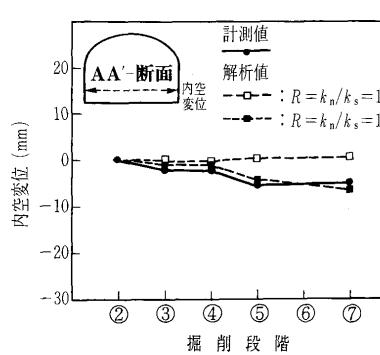
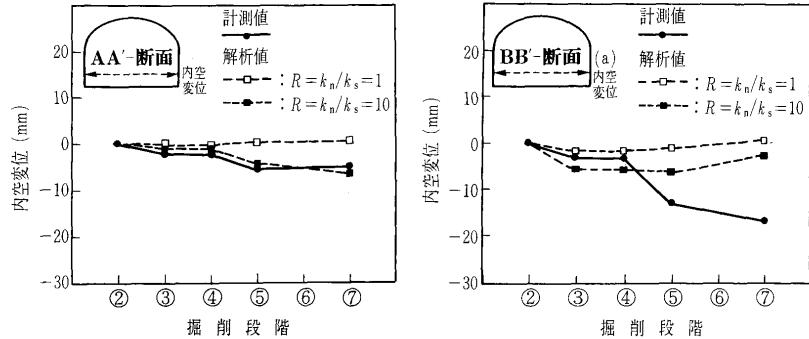


図-4.2.4 解析に用いたメッシュ図

連続面（セット2；破線）が存在する。セット1の各不連続面に関しては、方向および掘削部を切る部分の面積を決定でき、等価な面積を持つ円盤の直径も決まる。したがって、式(4.1)よりトンネルの掘削体積に対して F_{ij} が求まる。セット2については、切羽の不連続面マップから得られた二次元の F_0 を1.5倍³⁾して三次元の F_0 を求めた。これに、式(4.2)中の方向テンソル N_{ij} をセット1と等しいと仮定することによって三次元の F_{ij} の全成分が決定される。両セットの F_{ij} の重ね合わせにより、この岩盤のクラックテンソルが求められる。

- 不連続面の物性評価：岩石の弾性係数とポアソン比を孔内載荷試験から求め、不連続面の垂直剛性を岩石の弾性係数の2/3倍とした。不連続面の物性が未知の場合、垂直剛性の一つの目安としては、この例のように楕円体型の不連続面を想定した場合には、岩石の弾性係数の $2/\pi$ 倍、コイン型の不連続面を想定した場合にはその $3\pi/8$ 倍で考える方法もある⁴⁾。せん断剛性については、垂直剛性との比 $1/R$ (R : 剛性比) を1か、1/10とする二つのケースを想定した。
- 解析結果と評価：解析は、図-4.2.4の領域を考え、土被り圧に等しい鉛直応力とそれに等しい水平応力を各深度において作用させ、底面を鉛直方向変位固定境界として掘削を行った。結果を図-4.2.5に示す。 $R=10$ のケースが計測結果をよく反映しているが、B-B'断面での計測値と解析値の相違は、考慮していない破碎帯の存在によるものと推定された。

図-4.2.5 計測結果と解析結果 ($R=1$ および 10) の比較

2-2) 神岡地下実験場における解析例

a) 概要

神岡鉱山の一角、地下約175 m の岩盤内に既設坑道から分岐するように地下実験場が設けられた。岩盤は花崗岩質岩と片麻岩が主体である。この例では、詳細な不連続面マップを基に、クラックテンソルを計算する場合に、調査すべき不連続面の最小寸法について考察した。次に、不連続面を含むブロックによるせん断試験で得られた物性を用いて不連続性岩盤の変形挙動を解析的に表現できるかどうかの検証を行った。パラメーターの決定方法は、図-4.2.1のフローの点線のパスである。

b) 解析

- 不連続面のモデル化：側壁から天端にわたっての撮影写真から不連続面を抽出し、展開図（図-4.2.6）を得た。通常のカメラを用いた写真上で、抽出できる限りの不連続面を抽出した結果、トレース長の最小寸法は10 cm程度であった。これらのトレースは、曲面上に表れるものであるから、両端点と曲線の極値の3点を結ぶ三角形が空間に描ける。3辺中の最長辺が円盤不連続面の直径の一部であるとして、円盤の直径を推定した⁵⁾。クラックテンソルを決定する場合に考慮すべき最小寸法について考察するため、考慮する最小寸法を変化させてクラックテンソルを算出した。結果を図-4.2.7に示す。横軸が考慮する不連続面の最小寸法、縦軸がすべての不連続面を考慮した場合の F_0 ($F_0^{(0)}$) に対するそれぞれの F_0 の比率である。0.5 m以下の、本数にして70%の不連続面を考慮しない場合は、 F_0 の値はほとんど変化がない。1 m以下を考慮しなかった場合でもすべての不連続面を考慮した場合の95%の値となる。すなわち、

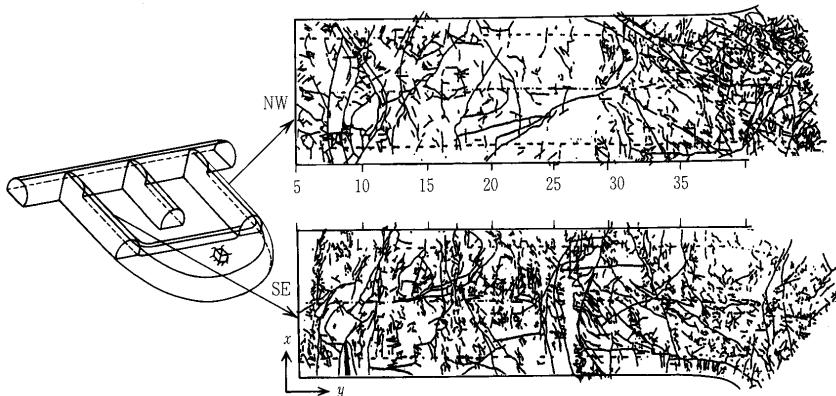


図-4.2.6 坑道壁面展開図

図-4.2.6に示した程度の不連続面密度の場合は、0.5 m 以上の不連続面を対象に調査を実施すれば、ほぼ正しい値が得られるといえる。

- ・不連続面の物性評価：不連続面を含むブロックを採取し、 $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ の面積を持つ不連続面を長辺方向にせん断して、垂直ばねとせん断ばね定数を求めた。試験方法は文献6)を参照されたい。ばね定数は不連続面に作用する垂直応力に依存するが、ここでは簡単に一次関数で近似した。結果は、初期応力状態で、単位長さの不連続面の垂直剛性は岩石の弾性係数の $1/3$ となり、せん断剛性の垂直剛性に対する比は、 $1/8$ となった。
- ・解析結果と評価：円錐孔底ひずみ法を用いて算定された地山応力を全要素に作用させ、初期状態とした。その後、境界変位を固定して掘削を行った。計測結果、解析結果とも数 mm 程度の変形量であり、定量的にも堅硬な岩盤であることが確かめられた。

2-3) ロックボルトを考慮した掘削解析例

a) 概要

対象としたトンネルは、主に新第三紀中新世の石英安山岩質凝灰岩を貫く標準断面の道路トンネルである。熱水変質を受けた弱部が存在し、連続性の高い不連続面は粘土を挟在する。はじめに述べた各パラメーターの決定法は、図-4.2.1の点線のパスによる例である。この例では、トンネル周辺の岩盤を岩石-不連続面-ロックボルトの3者複合体として考え、補強効果を取り込む一つの方法を提案した^{7),8)}。

b) 解析

- ・不連続面のモデル化：上部半断面の切羽写真から、明瞭な不連続面を対象に、トレース長と走査線に交わる不連続面の本数を測定した。方向データは数箇所の切羽において直接測定した。これらのデータを式(4.2)に代入してクラックテンソルを求めた。
- ・不連続面の物性：2-2) の例と同様な試験により物性を求めた。挟在粘土については考慮していない。
- ・解析結果と評価：不連続面の大きさが小さくなれば、弾性コンプライアンスは小さくなる。そこで、ロックボルトの補強効果を不連続面の縮小という幾何学的効果に置換え、3者複合体として表すことを試みた。ロックボルトにより補強された不連続面は、等価な面積を持つ円

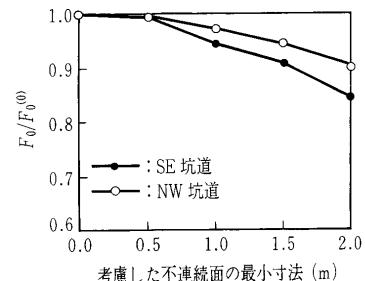


図-4.2.7 クラックテンソル決定のための最小亀裂寸法

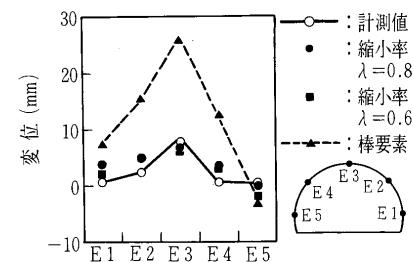
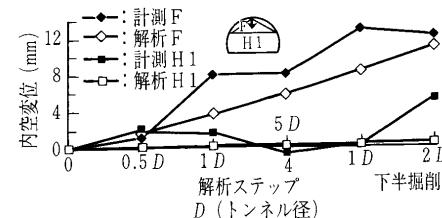
図-4.2.8 計測結果と二次元解析結果（無支保、棒要素、 $\lambda=0.6$ および 0.8 ）の比較

図-4.2.9 計測結果と三次元逐次掘削解析結果の比較

盤の直径が0.7倍程度に減少する⁸⁾として、トンネル周辺3 mの領域（ロックボルト長に等しい）のクラックテンソルの値を求めた。図-4.2.8に、直径の縮小倍率 λ を0.6と0.8とした場合の二次元解析結果を示す。ロックボルトを棒要素として用いる従来の解析法より計測結果を反映している⁷⁾。三次元解析では、地表地形の影響を考慮して自重解析を実施した後、上半を $5D$ 掘削後に下半を $2D$ 掘削した各段階での内空変位を求め、計測結果と比較した。図-4.2.9に掘削の進行に伴う計測断面の変形を示した。天端沈下、内空変位とも過小評価となつた。不連続面の縮小倍率、挟在粘土の影響などを考慮していく必要がある。

(3) おわりに

トンネルにおけるクラックテンソルの適用では、切羽や側壁などでいかに迅速に、合理的に、しかも作業と併行して不連続面の情報を抽出するかが大きな課題となる。そのためには、切羽写真やスケッチなどの有効利用が大きな鍵になるとと考えられる。（鈴木健一郎、小田匡寛）

講 座

4.2.2 キーブロック理論を適用したトンネルの評価

(1) はじめに

キープロック理論は、岩盤に存在する不連続面の幾何学的形状から岩盤の表面（掘削面）に現れる危険な岩塊（ブロック）を判定するものである。また、地下空洞の掘削時に得られる不連続面情報を活用すれば、ブロックの崩落や滑動に対する安全性を照査することができる。そのため、最近、我が国では、地下発電所空洞のように局所的な崩壊が施工の上で大きな問題となる大規模地下空洞の設計や情報化施工にキープロック解析が用いられその有効性が確認されつつある⁹⁾。これについては、本講座の**4.3.3**でも示される。

一方、我が国の山岳トンネル工事でこの手法を適用した例は極めて少ない。しかしながら、最近では大断面トンネルの施工に伴って、大規模地下空洞で採用された手法が注目されるようになっており¹⁰⁾、その一つとして、キープロック解析が、今後、導入される可能性がある。

この節では、施工中のトンネルにキープロック理論を試験的に適用した筆者らの事例を紹介する。なお、筆者らの業務の範囲内で不連続面が発達したトンネルを対象にした結果、トンネル断面は大断面ではなく、通常規模のものとなったこと、また、このトンネルの建設地は海外であることを最初に断っておく。

(2) 適用事例

a) 概要

検討対象としたトンネルは、幅7.7 m、高さ6.7 m、掘削断面積約45 m²の馬蹄形断面を有し、延長が約1 300 mで、その土被りが最大で約350 mある。施工はNATMによる全断面掘削工法によった。支保工（標準支保）は、厚さ10 cmの吹付けコンクリートとロックボルト（D25、長さ2.5 m、打設間隔1.5 m）である。地山は、主に新第三紀中新世の閃緑岩類を基盤としており、全般に砂岩と頁岩の互層を含み、節理や層理が多数存在する。また、一部には断層破碎帯と熱水変質帯も認められる。

図-4.2.10に、坑口からの距離程1120~1190m区

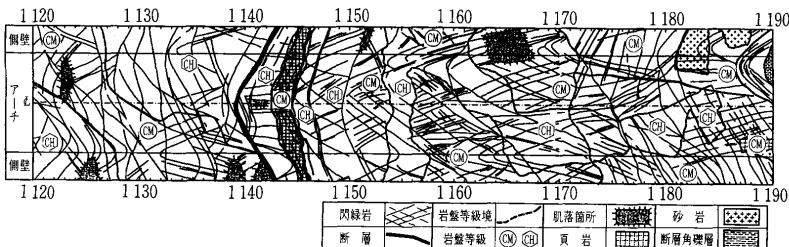


図-4.2.10 1 120 m~1 190 m 区間のトンネル地質展開図

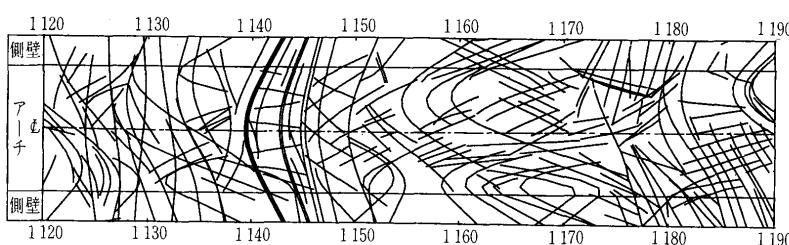


図-4.2.11 モデル化した不連続面のトレース図

間のトンネル地質展開図を示す。この区間の地質は、主に節理の発達した閃綠岩からなり、岩級区分では C_H から C_M 級に分類される。また、1140～1150 m の間に未固結粘土を含む断層破碎帯が存在し、掘削直後にいくつかの箇所で肌落ちが発生した。この距離程1120～1190 m の70 m 区間を対象にキーブロック解析を実施した。

通常、キーブロック解析には、①不連続面データの中からおおむね同じ方向性（卓越方向）を持った不連続面群を抽出し、各不連続面群の代表的な卓越方向を用いてトンネルの周囲に構成され得る最大のキーブロックを求める方法¹¹⁾、②各不連続面群の卓越方向、間隔、寸法等の代表値を用いて確率論的に不連続面を発生させ、それらの不連続面によって構成されるキーブロックを求める方法¹²⁾、および③坑壁において観察された個々の不連続面の位置と方向を具体的に与えて、キーブロックの発生箇所と大きさを個別に特定する方法¹³⁾がある。この例では、①と③の方法を用いた。①の方法では卓越方向のみによる最大のブロックを想定しており、しかもこのブロックは、トンネルのどの区間に出現してもよいため、まず、この方法を用いて設計された標準支保の妥当性を確認した。仮に、支保の耐力が不足するという結果がでたならば、標準支保を見直す。次に、③の方法によって個別にブロックの安定性を評価した。これは、①の方法では卓越方向のみによるブロックを対象にしているため、これ以外の方向の不連続面によって形成されるブロックが安定であるかどうか、確認しているわけではないからである。仮に、不安定なブロックが出現したならば、その箇所に対して増し支保を施す。

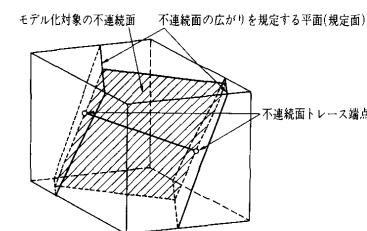


図-4.2.12 不連続面のモデル化

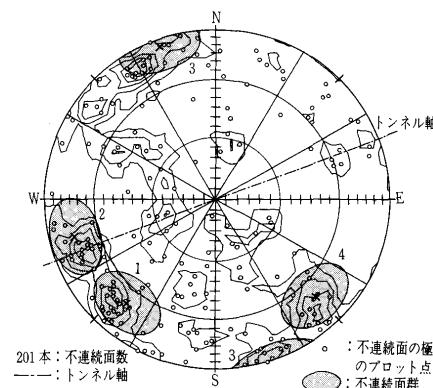


図-4.2.13 シュミットネットによる
下半球投影図

b) 不連続面データの作成

図-4.2.10のトンネル地質展開図を基に、展開図からキープロックに関与する可能性のある主要な不連続面を選び、次に述べる方法でトレースして不連続面データを作成した。すなわち、デジタイザーを用いて不連続面に沿って実長間隔で1~2 mとなるよう点の座標を入力し、これに基準面からの高さを加えて三次元の座標値にする。この後、不連続面の平面性を仮定して最小二乗法により平面方程式の係数を求め、不連続面の方位角と傾斜角を決定した。図-4.2.11に、作成した不連続面データをトンネル展開図上のトレースとして示す。

ブロック理論では、不連続面は解析対象領域内で完全に広がっているものと仮定されているが、実在する不連続面の広がりは有限である。この有限性を考慮するために、トンネル地質展開図上の不連続面が途中で切れている場合、その不連続面は、広がりを規定する別の平面(以下規定面と呼ぶ)によって区切られているものとして扱った。本検討では、一つの試みとして、入力した不連続面トレースの両端点を通る直線に垂直な面を規定面として定義した。図-4.2.12に二つの規定面をもつ不連続面の様子を示す。解析では、規定面によって区切られて残った領域をその不連続面の存在する空間領域とした。

c) 不連続面群の抽出

作成した不連続面の方向密度分布に対して、クラスター分析によって卓越方向の異なる不連続面群を抽出した。クラスター分析には、菊地ら¹⁴⁾が提案する密度探索法を用いた。卓越方向の範囲を設定するクラスターの寸法は、球面上の単位円の中心角で30度とした。

図-4.2.13は、不連続面の方向密度分布とクラスター分析の結果より得られた不連続面群をシュミットネットに表したものである。図中の薄墨を付けた範囲内にその法線ベクトルが入る不連続面は、同一の群に属するものと見なされる。分析の結果、四つの不連続面群が抽出された。それぞれの群に属する不連続面の傾斜はすべて高角である。走向に着目すると、第1の群に属する不連続面はトンネル軸と約60度の角度で交わり、第2の群に属する不連続面はトンネル軸にほぼ直交する。これに対し、第3と第4の群に属する不連続面の走向は、トンネル軸に対して平行に近い。また、一つの群に属する不連続面の数を比べると、第1~第3の群ではほぼ同数であるが、第4の群の場合はこれらに比べ不連続面の数が少ない。

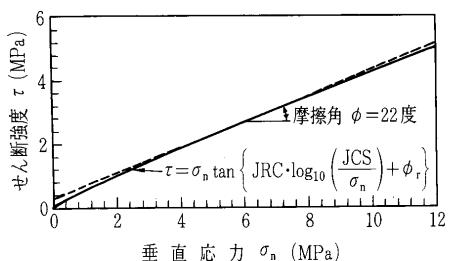


図-4.2.14 不連続面の垂直応力とせん断強度

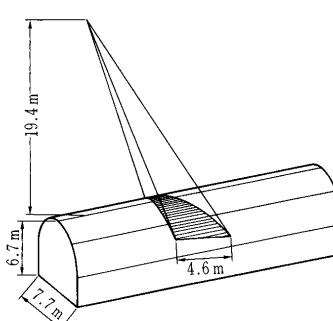


図-4.2.15 卓越方向から求めた最大キープロック

d) 不連続面の強度定数の設定

キープロック解析では、ブロックの安定性を評価するために極限平衡解析を行うので、不連続面のせん断抵抗を表す強度定数、すなわち粘着力と摩擦角が必要になる。本検討では、第3章(その2)の式(3.1)に示された、Barton(バートン)らの提案式¹⁵⁾を直線で近似して、解析に用いる摩擦角の値を設定した。

その結果を図-4.2.14に示す。なお、粘着力はBartonらの提案式に従ってゼロとした。ここで用いた不連続面の粗さ係数(JRC)、壁面強度(JCS)、残留摩擦角(\phi_r)の値は表-4.2.1に示すとおりである。JRCは、目視観察した不連続面の起伏の程度を、第3章(その2)の表-3.20に示されたタイプ3(JRCの値で4~6)であると判断し、その中央値を用いた。JCSは、シュミットハンマー反発度(r)の平均値20から、使用したシュミットハンマーに付属の次式によって換算した。

$$\log_{10}(JCS) = 0.0307\phi_r + 0.3936 \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

\phi_rは、シュミットハンマー試験の結果から第3章(その2)の(3.4)式によって推定した。ただし、その際に必要となる基本摩擦角は、Bartonの示した通常の値の範囲¹⁶⁾25~35°(第3章(その2)の表-3.7参照)を参考のして、35°と仮定した。

e) キープロック解析の適用結果

クラスター分析によって得られた不連続面群の平均的な卓越方向を用いて考え得る範囲で最も大きなキープロックを検出した。解析の結果、図-4.2.13に示した第1~第3群の卓越方向を用いた場合に最大のキープロックが得られた。その結果を図-4.2.15に示す。ブロックの体積は32.1 m³であり、重量は851 kNである。このキープロックの安全率を極限平衡解析で求めて、その安定性を評価した。破壊モードは一面すべりである。ここで、安全率はブロックの自重によるすべり力と抵抗力の比によって定義した。許容安全率は1.0とした。抵抗力には、不連続面上の摩擦抵抗と吹付けコンクリートのせん断抵抗を考慮した。無支保の場合は安全率が0.1であったが、支保として10 cmの吹付けコンクリートを施すと、安全率は1.4に改善された。ここで、吹付けコンクリートのせん断強度は410 kPaとした。また、せん断抵抗力は吹付け面上のブロックの全周長で働くとした。以上の解析の結果、本トンネルの標準支保は、想定し得る最大のブロックを安定させるのに必要な耐力を有している。

表-4.2.1 不連続面物性値

	値
粗さ係数 JRC	5
壁面強度 JCS (MPa)	10.2
残留摩擦角 \phi_r (度)	23

講 座

ると判断した。

次に、図-4.2.11に示したすべての不連続面の位置と方向を与えて、キープロックを個別に抽出し、それについて安全性を評価した。解析結果を図-4.2.16に示す。天端を中心に大小19個のキープロックが見つかった。これらのブロックの自重は、最小2 kN から最大572 kNまでの範囲である。極限平衡解析の結果、無支保の状態ではほとんどのブロックは安全率が1.0に満たない。これに吹付けコンクリートを導入すると、19個のブロックの最小安全率は1.0となり、許容安全率以上となった。実際、この区間では支保工打設後に特に異常は認められず、結果的に増し支保を施していない。

本例の検討対象区間では、支保工打設前に図-4.2.10に示す箇所で小規模の肌落ちが生じた。これらの箇所を図-4.2.16のキープロック発生箇所と比較する。肌落ちの生じた7箇所のうち、1123 mと1142 m付近のアーチ部、および1165 m付近の側壁の3箇所については、キープロックの発生箇所と肌落ち箇所がほぼ一致する。しかしながら、残りの肌落ち箇所に対応するキープロックは求まっていない。これは、当然のことながらキープロックを生じるような不連続面が地質展開図に記載されていたか否かに起因する。すなわち、どの程度の不連続面まで記録すべきかという問題である。

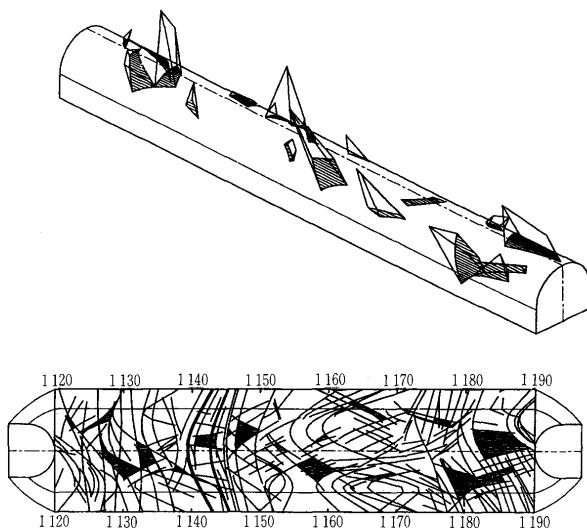


図-4.2.16 201本の不連続面トレース
から求めたキープロック群

(3) 今後の課題

本節では、トンネルにキープロック解析を適用した一例を示した。今後、地圧作用下のブロックの安定性など、解析の信頼性を高めていく必要があるが、それ以外に、実務面で施工サイクルに合わせて解析を遅滞なく行うために、以下のような課題がある。

- ・曲線の線形や横坑との交差部にも対処できるように解

析方法を工夫する必要がある。

- ・限られた時間内により正確で詳細な切羽観察を行う方法と、観察結果を迅速に集成して解析に結び付ける方法を構築しなければならない。

(藤原康政、征矢雅宏)

参考文献

- 1) M. Oda: 7 Modern development in rock structure characterization, pp. 185~200, COMPREHENSIVE ROCK ENGINEERING, Pergamon Press, 1993.
- 2) M. Oda, T. Yamabe, Y. Ishizuka, H. Kumazaka, H. Tada and K. Kimura: Elastic stress and strain in jointed rock masses by means of crack tensor analysis, Rock Mechanics and Rock Engineering, No. 26(2), pp. 89~112, 1993.
- 3) M. Oda: A method for evaluating the representative elementary volume based on joint survey of rock mass, Can. Geotech. J., No. 25, pp. 440~447, 1988.
- 4) M. Oda, K. Suzuki and T. Maeshibu: Elastic compliance for rock-like materials with random cracks, Soils and Foundations, Vol. 24, No. 3, pp. 27~40, 1984.
- 5) 鈴木健一郎・土原久哉・丸山 誠・平間邦興：地下岩盤試験場におけるき裂特性評価（その2），第48回土木学会年次学術講演会，pp. 1372~1373, 1993.
- 6) 鈴木健一郎・土原久哉・丸山 誠・平間邦興：節理面の垂直・せん断剛性に関する実験的研究，第27回土質工学研究発表会，pp. 1289~1290, 1992.
- 7) 土原久哉・鈴木健一郎・丸山 誠・平間邦興：ロックボトルを含む不連続性岩盤のモデル化手法，第24回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp. 181~185, 1992.
- 8) 土原久哉・鈴木健一郎・丸山 誠・平間邦興：クラックテンソルによるロックボルト効果の新しい評価法，大林組技術研究所報，No. 46, pp. 45~52, 1993.
- 9) 大西有三・手塚昌信・田中 誠・西村 毅：地下空洞掘削時におけるキープロック解析の適用について，第28回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp. 58~62, 1997.
- 10) 三浦 克：大断面道路トンネルと山岳トンネル工法の現状と課題，土木学会論文集，No. 516/V-27, pp. 1~13, 1995.
- 11) R. E. グッドマン・G. H. シー(吉中龍之進・大西有三訳)：ブロック理論と岩盤工学への応用，土木工学社，1992.
- 12) Goodman, R. E. and Shi, G. H.: The key blocks of unrolled joint traces in developed maps of tunnel walls, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 13, pp. 131~158, 1989.
- 13) Zhang, Q., Mo, X. T. and Shi, G. H.: Prediction for collapse position in tunnelling excavation, Proceedings of International Symposium on Tunnelling for Water Resources and Power Projects, Vol. 1, pp. 33~36, 1988.
- 14) 菊地宏吉・水戸義忠・本多 真：節理分布性状の確率統計学的モデル化に関する研究（その1），応用地質，33巻4号，pp. 26~33, 1992.
- 15) Barton, N. and Choubey, V.: The shear strength of rock joints in theory and practice, Rock Mechanics, Vol. 10, pp. 1~54, 1977.
- 16) Barton, N.: Review of a new shear-strength criterion for rock joints, Engineering Geology, Vol. 7, pp. 287~332, 1973.