

角運動量射影 Cranked HFB 理論による 3 軸非対称核の解析

埼玉大理 榎並憲一, 田辺孝哉, 吉永尚孝

平成10年 2月 19日

1 導入

Cranked HFB 理論 (以下 CHFb) は回転を通しての核変形の変化を自己無撞着に記述するが、クランキング項のために軸対称性は破れ、0 以外にも様々な K 量子数が混じる特徴があり、このため軸対称核のみならず 3 軸非対称核の解析にも用いられている。変形パラメータ β, γ は、集団模型からの概念であるが、微視的理論である CHFb 理論においても、この類推から変形パラメータを定義して、スピンの変化に伴う核変形の変化の解析に用いることができる。本研究においては、角運動量射影を行ったときの変形パラメータを定義して、典型的な変形核である $^{164,168}\text{Er}$ そして、遷移領域に近い ^{158}Er に対する CHFb 理論によって自己無撞着に決定される変形度の角運動量射影による補正を解析した。

2 変形度

角運動量の固有状態となっている波動関数 $|\Psi_{IM}\rangle$ は、角運動量射影演算子 $\hat{P}_{M,K}^I$ によって、CHFb 解 $|\rangle$ から取り出すことによって得られる。

$$|\Psi_{IM}\rangle = \sum_K F_K^I \hat{P}_{M,K}^I |\rangle \quad (1)$$

ここで、展開係数 F_K^I は、射影エネルギー $E_I = \langle \Psi_{IM} | \hat{H} | \Psi_{IM} \rangle / \langle \Psi_{IM} | \Psi_{IM} \rangle$ を最小にすることによって得られる [1]。

今、我々は核の四重極変形に興味があるわけだが、角運動量射影を行うことによって、実験系における電気四重極モーメントを次のように厳密に与えることができる。

$$\langle \Psi_{IM=I} | \hat{Q}_{2\mu} | \Psi_{IM=I} \rangle = (II, 2\mu | II) \sum_{K,K'} \sum_{\nu} (IK - \nu, 2\nu | IK) \langle \hat{Q}_{2\nu} \hat{P}_{K-\nu,K'}^I \rangle F_K^{I*} F_{K'}^I \quad (2)$$

この電気四重極モーメントに現れる因子を用いて、K-量子数依存内部四重極モーメントを、

$$Q_{2\nu}^{int}(K, K') = \langle \hat{Q}_{2\nu} \hat{P}_{K-\nu,K'}^I \rangle \quad (3)$$

のように与える。変形の大きな場合の近似 (以下 LDA) として、次の 0 次の Kamlah 展開に対応したものを考える。

$$Q_{2\nu}^{int(LDA)}(K, K') = \langle \hat{Q}_{2\nu} \rangle \langle \hat{P}_{K-\nu,K'}^I \rangle \quad (4)$$

ここで、 $\langle \hat{Q}_{2\nu} \rangle$ は、CHFBにおける内部四重極モーメントである。

次に、変形パラメータを定義することを考える。核の変形度を記述するパラメータ β, γ は元々、集団模型からの概念であるが、微視的理論であるCHFBにおいてもその意味を損なわれないよう定義することができる。ここでは、CHFBにおける内部四重極モーメントを用いて次のように定義する。

$$\beta_{CHFB} \propto \sqrt{\langle \hat{Q}_{20} \rangle^2 + 2 \langle \hat{Q}_{22} \rangle^2} \quad (5)$$

$$\gamma_{CHFB} = \arctan \left\{ \sqrt{2} \frac{\langle \hat{Q}_{22} \rangle}{\langle \hat{Q}_{20} \rangle} \right\} \quad (6)$$

β については四重極モーメントからの長さの2乗の次元を消す因子が掛けられるが、ここでは、 ^{164}Er における β を0.3に規格化することにする。角運動量射影を行った時の変形パラメータ β, γ は、このCHFBにおけるものの類推から、上で与えておいたK-量子数依存内部四重極モーメントとハミルトニアンに対角化によって得られる係数 F_K^I を用いて、次のように定義することにする。

$$\beta_{proj} \propto \sqrt{\left\{ \sum_{KK'} Q_{20}^{int}(K, K') F_K^{I*} F_{K'}^I \right\}^2 + 2 \left\{ \sum_{KK'} Q_{22}^{int}(K, K') F_{K-2}^{I*} F_{K'}^I \right\}^2} \quad (7)$$

$$\gamma_{proj} = \arctan \left\{ \sqrt{2} \frac{\sum_{KK'} Q_{22}^{int}(K, K') F_{K-2}^{I*} F_{K'}^I}{\sum_{KK'} Q_{20}^{int}(K, K') F_K^{I*} F_{K'}^I} \right\} \quad (8)$$

ここで、 Q_{22}^{int} に $K-2$ という指標のついた係数 F_{K-2}^{I*} を結合させることによって、LDAの極限でCHFBにおける β, γ にほぼ一致することに注意しておく。

ここに与えた $\beta_{proj}, \gamma_{proj}$ の定義の妥当性について考えると、まず、平均場近似によって生じた角運動量についての余分な成分を角運動量射影によって除外していることに加えて、LDAのもとで実質的にCHFBにおけるものに一致すること、そして、特に、 γ 変形を考える際には本質的であるK-量子数の混合を適切に取り入れていることがあげられる。

3 数値解析

前節に定義した変形パラメータを $^{158,164,168}\text{Er}$ を例にとって数値解析を行った[2]。この計算では $\beta_{proj}, \gamma_{proj}$ が十分に収束するまで異なるK-量子数状態を順次考慮に入れたが、実際にはCHFB解の主要成分となっている0から2程度の小さなK-量子数成分さえ考慮すれば十分である事が分かった。結果は(図1)に示される。

まず、 β 変形から見ると、 $^{158,164,168}\text{Er}$ いずれにおいても全スピン領域を通して、 β_{proj} 、そして、 β_{CHFB} もほとんど変化はなく、 β 変形に関しては角運動量射影からの補正は小さくCHFBのみでもよく記述されているということができ、特に、良い変形核であると考えられる $^{164,168}\text{Er}$ に対して非常に良い一致をみせている。又、慣性モーメントにバックベンディングを示す $^{158,164}\text{Er}$ については、そのスピン領域において若干の補正を受けている。

γ 変形については、 $^{164,168}\text{Er}$ に関しては、いずれも、低スピンにおいて γ_{proj} の値は γ_{CHFB} におけるものより小さい値が得られ、高スピンになるにつれて両者の一致が良くなっていく。このことは、 γ_{proj} と γ_{CHFB} の比(図2)を見ることによって明確に示される。

これより、低スピンにおいて γ_{proj} は、 γ_{CHFB} の50%程度しかなく、スピンの増加とともにこの比は1に近づいていく。一方、 ^{158}Er に対しては、スピン10近傍で γ_{proj} の値は収束せず(図1- ^{158}Er)のような異常が起きる。これは、バックベンディングのためというより、中性子数90を持つ核は γ 変形に対してソフトであるために、 γ の値の揺らぎがかなり大きくなるためであると考えられる。

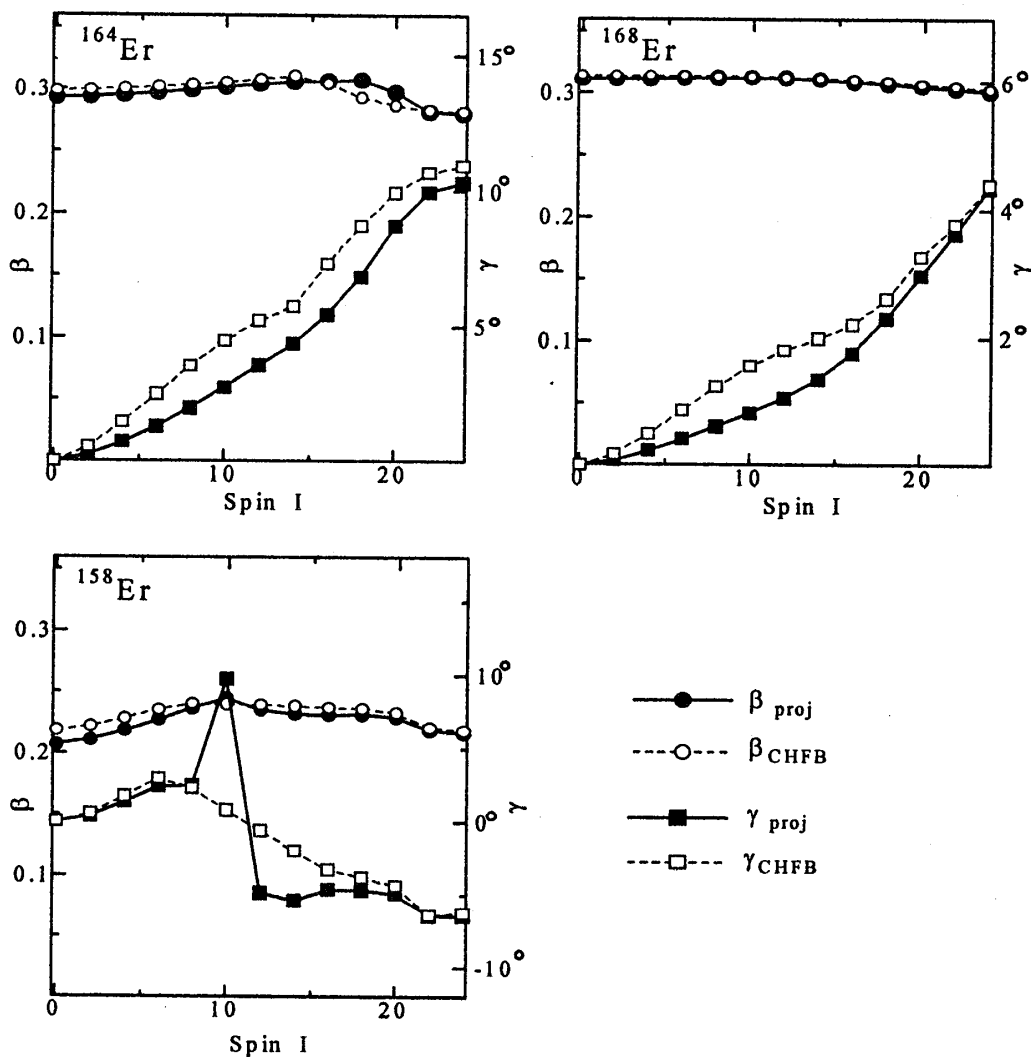


図 1: $^{158,164,168}\text{Er}$ に対する変形

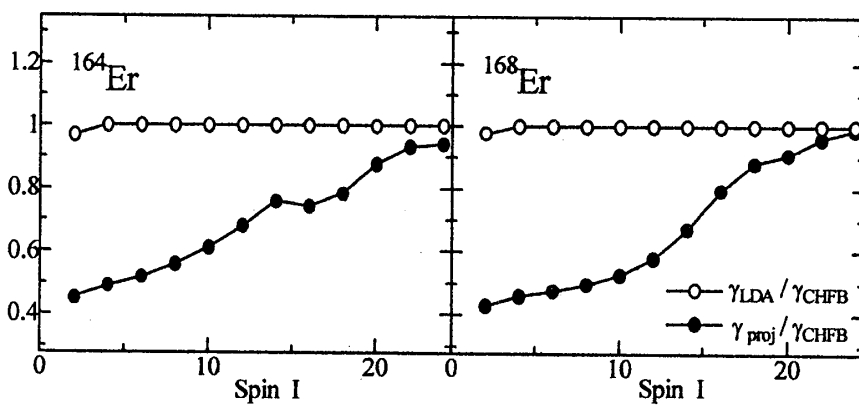


図 2: γ_{proj} と γ_{CHFB} の比

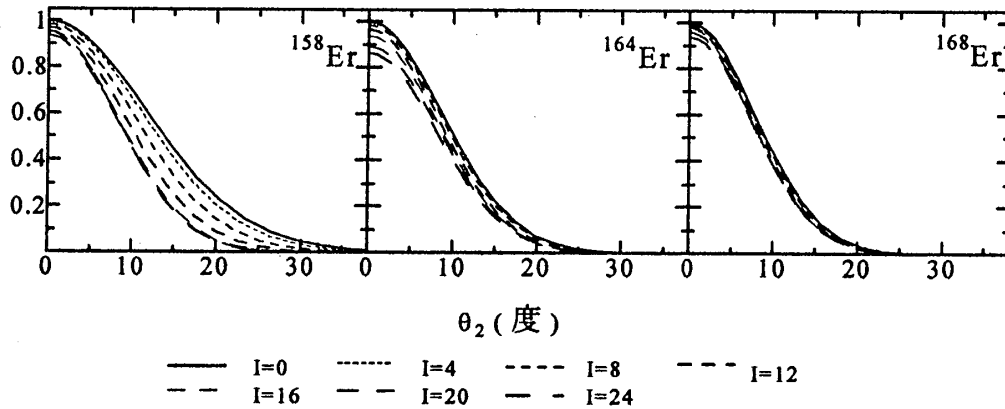


図 3: オーバーラップ関数 $\langle \hat{R}(0, \theta_2, 0) \rangle$

^{158}Er に対する γ_{proj} 以外の $\beta_{proj}, \gamma_{proj}$ の振る舞いは、オーバーラップ関数、つまり、回転オペレータの CHF B 真空期待値 $\langle \hat{R}(\Omega) \rangle = \langle \hat{R}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \rangle$ を見ることによって定性的に理解できる。CHF B のような平均場理論は強い対称性の破れ(今の場合、回転対称性の破れ)に対応した良い変形領域の核の記述に特に有効であることが知られている。この強い対称性の破れに対応して、オーバーラップ関数はオイラー角 $\Omega = 0^\circ$ の近傍のみに集中して分布する。このことを踏まえて、まず β 変形に関連して、 y 軸周りのオーバーラップ関数 $\langle \hat{R}(0, \theta_2, 0) \rangle$ を各拘束条件スピンについてプロットした(図 3)を見ると、いずれの Er 同位核に対してもスピンに依らず $\theta_2 = 0^\circ$ を中心にして回転角 10° 程度の幅の非常に鋭いオーバーラップとなっている。又、遷移領域に近い ^{158}Er から良い変形領域の核 ^{168}Er に移るに従ってオーバーラップが更に鋭くなっていくことが分かる。このことから、スピンに依らず強い回転対称性の破れが起きており、 β 変形は CHF B 理論のみでかなり良くを記述されると考えられる。このために、全スピン領域を通して角運動量射影からの補正は主要な役割を果たさないために、 β_{proj} が $\beta_{CHF B}$ とほぼ同じ値をとることが説明される。

これと同じ視点から γ 変形についても考える。今度は対称軸つまり量子化の軸である z 軸周りのオーバーラップ関数 $\langle \hat{R}(0, 0, \theta_3) \rangle$ を ^{164}Er について、各拘束条件スピンについてプロットした(図 4)を参照する。 $^{158}, ^{168}\text{Er}$ においてもほぼ同様の振る舞いを示す。

ここで、スピン 0 に対する CHF B 解は、軸対称であるため、このオーバーラップ関数は常に 1 となることに注意しておく。しかし、スピンの増加とともに、軸対称性が破れていき、徐々にではあるが、回転角 $\theta_3 = 0^\circ$ あるいは、 360° の周りに鋭いピークをもつような分布に移行していく。そして、スピン 20 程度になって、 β 変形に関連した y 軸周りのオーバーラップ関数のような強い対称性の破れに対応したオーバーラップ関数になる。対称軸周りのオーバーラップが高スピンにおいて、このような非常に鋭いオーバーラップとなることは、直感的には理解し難いが、回転子の核物質の静的分布についてのオーバーラップを見ているのではなく、単一粒子の軌道まで含めたオーバーラップを見ているからである。このことから、低スピンにおいて γ_{proj} と $\gamma_{CHF B}$ に差が生じるが、高スピンに移るにつれて両者が一致していくことが説明できる。

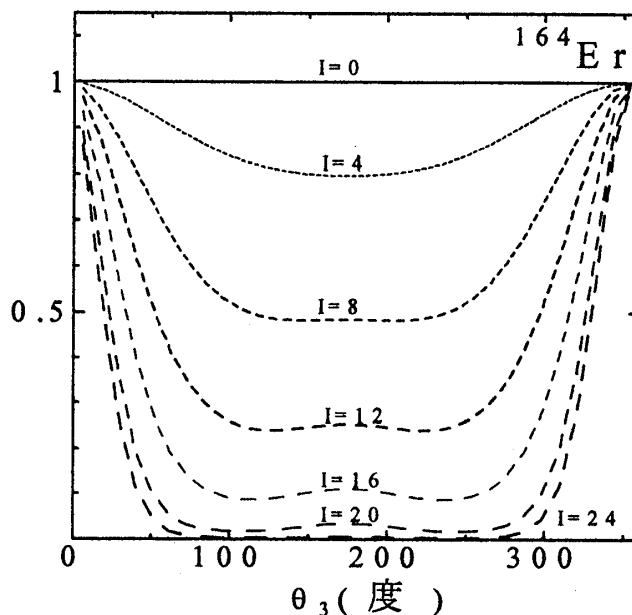


図 4: ^{164}Er に対するオーバーラップ関数 $\langle \hat{R}(0, 0, \theta_3) \rangle$

4 結論

角運動量射影を行った場合の変形パラメータを定義し、 $^{158,164,168}\text{Er}$ の3つの核に対して解析を行った。この結果、 β 変形については、特に、良い変形核に関しては、CHF(平均場近似)だけで十分良く記述され、遷移領域に近い核でさえも角運動量射影からの補正は小さいと考えられる。一方、 γ 変形については、CHFだけでEnergy Surfaceも含めて、十分良く記述されるのは、 γ 変形に対して固く、ある程度高スピンの場合だけである。以上の結果だけからでも、 γ 変形は β 変形よりも角運動量射影によって補正を受けるように思われる。有限の3軸非対称変形を持った核は物理的に非常に興味深い、 γ 変形に対して柔らかい核に関する変形パラメータ γ を正確に、そして、微視的に決定するためには γ 変形に拘束条件を課し、角運動量射影を行った上で、変形度に対するEnergy Surfaceを調べる方法が考えられる[3]。しかし、角運動量射影を考慮した数値解析にこの方法を適用すると計算量が膨大なものとなる。このため、現実的な方法として、 γ 変形に対する揺らぎに相当するような量を定義し、この量を計算することが考えられる。最後に、この研究に計算機VPP500を使用させていただいた理化学研究所に感謝する。

参考文献

- [1] P.Ring and P.Schuck: The Nuclear Many-Body Problem (Springer, New York,1980)
- [2] K.Tanabe and K.Sugawara-Tanabe: Phys.Lett.**135B**(1984)353
- [3] A.Hayashi et al: Phys.Rev.Lett.**53**(1984)337