■やさしい照明技術■

有色光を特定する波長について

Characteristics Wavelength of Color Light

1934年生．1957年東京都立大学工学部電気工学科卒．1968年工学博士．現在，埼玉大学名誉教授．著書「光の計測マニュアル」など．

名誉会員　中川　靖夫
Yasuo Nakagawa

◀キーワード：有色光，ピーク波長，中心波長，重心波長，帯域波長幅

1．まえがき

発光ダイオード（LED）や希土類活性化蛍光体のような，狭い波長域に発光が集中している，準単色光（Quasi monochromatic light）ともいうべき有色光を利用した照明や光応用が，広く用いられるようになってきている．このような有色光の光色を特定するには，色名だけでは不十分であるため，有色光を特定できるような波長単位（nm）による呼称を併記することが多い．

ところが，このような波長的な呼称（便宜的に「有色光波長」と呼んでおく）にはそれぞれ定義の異なる複数の種類があって，混乱を招きかねないが，これらについて分類・整理された解説としては，LEDを対象としたCIE（国際照明委員会）技術報告書CIE 127[1] 7.2の記述があるが，十分なものではない．本稿では，このような「有色光波長」の定義と特色・適性を述べるとともに，分光エネルギー（パワー）バランスの観点から定義した，従来とは異なる「有色光波長」を提案する．

2．有色光

2.1　有色光とは

有色光を厳密に定義することは非常に難しく，とくに色覚に依存した形で分光的に定義することはほとんど不可能といってよい．本稿では，便宜的に，後述する帯域波長幅が20nmから200nm程度で，帯域内に1つ以上のピークをもった分光分布の光（放射）を有色光と考える．なお，帯域波長幅が20nmより狭い光（放射）は単色光とみなす．

2.2　有色光波長の定義と問題点

通常用いられる，有色光波長には(1) ピーク波長，(2) 中心波長，(3) 重心波長，(4) 主波長（ドミナント波長）などがあり，波長帯域（広がり）を示す帯域（波長）幅としては，(a) 半値（波長）幅，(b) 実効（波長）幅などがある．以下，これらの定義と問題点を示す．

(1)　ピーク波長（peak wavelength λ_p）

有色光の帯域内で分光パワーが最大になる波長である．これが，帯域の中央部にある場合は有色光の属性を示す指標として十分有効であるが，分光パワーの増減がブロードで，ピークが帯域の端に偏している場合などでは，属性の指標としての適性に疑問が生ずる．

また，複数のピークがある場合も問題が起こる．

なお，分光分布を規格化（相対化）するときに，この波長の値で規格化することが多い．

(2)　中心波長（centre wavelength λ_o）

有色光の帯域波長幅の中心波長である．例えば，分光パワーが，分光分布の最大値（つまりピーク波長のパワーレベル）の前後（短，長波長側）でそれぞれ最大値の1/2になる波長$\lambda_{s,1/2}$から，$\lambda_{l,1/2}$の間を帯域波長幅（半値波長幅）としたとき，その中央の波長である$\lambda_o=(\lambda_{l,1/2}-\lambda_{s,1/2})/2+\lambda_{s,1/2}$を中心波長とする．これは，分光分布がピーク値に対して前後対称に近い場合はよいが，非対称のときに光色から考えられる波長との乖離が起こる懸念がある．

(3)　重心波長（centroid wavelength λ_c）

重心波長という概念は分光測光の分野では広く用いられていて，発光の分光分布を$E(\lambda)$としたとき，(1) 式のように定義される．λ_1, λ_2は短波長および長波長側で$E(\lambda)$が実質的にゼロとみなせる波長である．

$$\lambda_c=\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}\lambda\cdot E(\lambda)d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}E(\lambda)d\lambda} \qquad \cdots\cdots(1)$$

これは，後述するように，図形などの重心点（gravity center point）の座標（x, y）の一方を求める式である．しかし，有色光で，この定義による波長が物理的に何を意味しているのかは，実はよく分からない（このことについては後述する）．CIE 127でも物理的意味については記述がされず，分光分布の裾部（フレア）が広く，迷光などが多いと影響が大きい旨の説明があるだけである（(1)式の分子のλ項の効果）．

(4)　主波長（dominant wavelength λ_d）

これは，色度座標と関連付けて定義される波長である．**図2**で有色光の色度座標（CIE x, y 色度図）Cを（x_1, y_1）とするとき，この点と白色点N（x=y=1/3）を結ぶ線分を色度図の外周に向かって延長して，色度図の輪郭（純色軌跡）と交差する点の波長が主波長である．色度図の輪郭は，等色関数（3刺激値スペクトル）を波長幅がゼロであるような線スペクトル（純色光）で，波長目盛に沿って走査したときのx, y座標の軌跡であるから，輪郭の（x, y）値を波長呼称することができる．この波長を用いるわけである．

この波長は，色名との対応はよいが，いくつかの問題

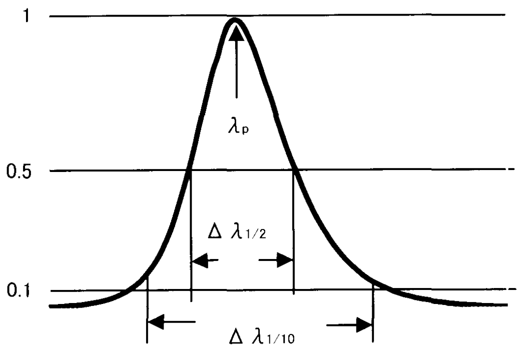

図１　ピーク波長と帯域波長幅
Fig.1　Peak wavelength and bandwidth of color light.

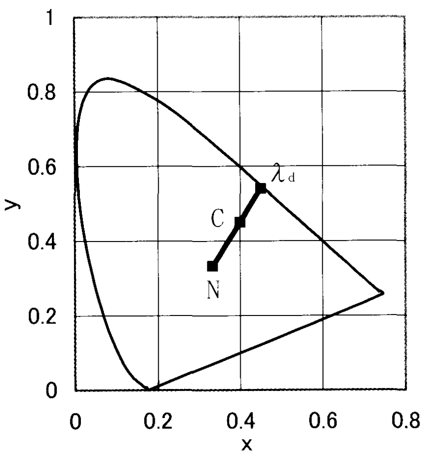

図２　主波長 λ_d（N：白色点，C：有色光色度点）
Fig.2　Dominant wavelength λ_d (white point : N, color light point : C).

がある．まず，使用範囲が可視域に限られること，次に，色度図を見れば分かるとおり，輪郭の波長は緑色域では非常に細かくとれるが，赤，青の域，特に輪郭の馬蹄形の端部では目盛が詰まって波長の違いが出にくくなる．つまり，赤，青と緑での波長精度に差が生じる．さらに，この定義は色度図内のあらゆる場所で成立するから，例えば，白色点の近傍の白色光とみなせるような光色にでも主波長が定義されてしまう．ただし，このことについては，白色点から輪郭の交差点までの距離と白色点から (x_1, y_1) までの距離の比（純度）を求めて，これに制限をつけることで解決できる．これらを**図２**に示す．

このように，どの「有色光波長」にも一長一短があるので，安易な選択をすべきではない．

2.3　帯域波長幅

有色光の波長的な広がりの程度を示す概念で，いくつかの考え方がある．

(1)　半値波長幅（half intensity level bandwidth $\Delta\lambda_{1/2}$）

分光パワーが，分光分布の最大値（つまりピーク波長のパワーレベル）の前後（短，長波長側）でそれぞれ最大値の1/2になる波長 $\lambda_{s,1/2}$ から，$\lambda_{l,1/2}$ の間の波長幅である．

これは，一般に広く用いられている概念であるが，1/2レベルよりも低いレベルでの広がりが大きなときに，帯域を狭く見積もりすぎる危険性がある．

波長幅を1/10レベルで定義した1/10値幅も帯域フィルタの評価などに用いられることがあるが，これは裾部などのフレアが大きいときに半値幅や，実効幅と併記して使用すべきで，単独での使用は避けるべきであろう（**図１**）．

(2)　実効波長幅（effective bandwidth $\Delta\lambda_{eff}$）

有色光の分光分布を $E(\lambda)$，ピークレベルを $E(\lambda_p)$，短波長および長波長側で $E(\lambda)$ が実質的にゼロとみなせる波長を λ_1, λ_2 としたとき，(2) 式の $\Delta\lambda_{eff}$ を実効波長幅とする．

$$\Delta\lambda_{eff} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda)\,d\lambda}{E(\lambda_p)} \quad \cdots\cdots(2)$$

これは，分光分布の囲む面積（全パワー）をピークレベルで除した矩形の幅である．この考え方は，有色光の実質パワーと波長的な広がりを結びつけて考えられるので，便利であるが，ピークが鋭いと，分光測定器の波長分解能力との兼ね合いから，ピークレベルの値の不確かさが，そのまま帯域幅に効いてくることになる（これは半値波長幅でも同様である）．

3．重心波長の分析

3.1　重心とは

物体などで，その周りの質量分布が一様である点が重心である．棒状のものであれば，それを空中で吊るして，水平が保てる点が重心である．模型飛行機を作るときに，主翼をつける位置を決めるために，胴体（棒）に糸を付けた針を刺して重心を探すことはよく知られている．板状の平面物体でも，そこに糸をつけて吊るしたときに水平が保てる点が重心である．平面図形を x-y 座標系上に描いて，図形を x および y に対する関数 f(x), f(y) とするとき，図形の重心の座標は，以下の式で求めた x_g, y_g である（**図３**）．

$$x_g = \frac{\int_{x_1}^{x_2} x \cdot f(x)\,dx}{\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$y_g = \frac{\int_{y_1}^{y_2} y \cdot f(y)\,dy}{\int_{y_1}^{y_2} f(y)\,dy} \quad \cdots\cdots(4)$$

3.2　重心波長は何を意味するか

有色光の分光分布を底辺が波長軸（x 軸）であるような図形と考えて，重心の x 座標を求めて，それから下ろ

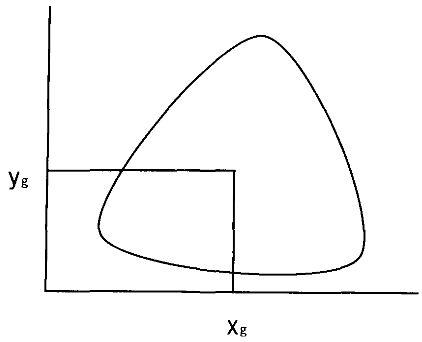

図３　図形の重心（x_g, y_g は(3), (4) 式による）
Fig.3　Gravity center of a figure (see eq. (3) and (4)).

した垂線が波長軸（x 軸）と交差する点が重心波長である（(1) 式，図３）．そうすると，重心の定義を拡大解釈して，重心波長によって２分割された分光分布の短波長側と長波長側のパワー（面積）は等しくなり，重心波長が有色光の波長的なパワー（エネルギー）バランス点になるであろうと考えたくなる．

重心波長の概念の発祥がいつであったかは判然としないが，筆者の記憶では CIE の TC 2あたりで1980年代に提示されたようであり，前述した分光（波長的）パワーバランスの考えに基づいたものと推察される．少なくとも筆者はそのように理解して，この概念を使用し，推奨もしてきた（例えば JIS Z 8724[2]）．

ところが，この考え方は正しくないのである．重心波長は，常に分光パワーバランス点であるとは限らないのである．このことを次項で立証してみよう．

3.3　重心波長の有効性の検証例

図４に示したような，底辺と高さがそれぞれ１で，斜辺が$\sqrt{2}$であるような二等辺三角形について(1) 式で重心波長を求めると0.67となる．この点で三角形を２分割してそれぞれの面積を求めると，0.22445と0.27555となり約14%もの差が生じる．ちなみに，バランス点は0.707106・・（$\sqrt{2}/2$）である．この例は極端と思われるかも知れないが，対称な図形以外では程度の差はあってもこのようなことが起こる．要するに重心波長は対称な分光分布以外では，分光パワーバランス点にはならないのである．

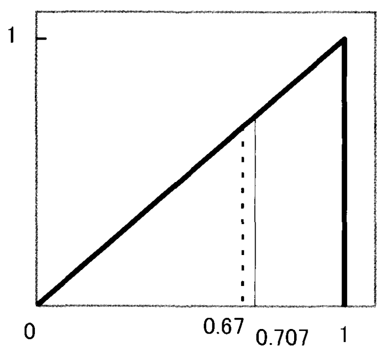

図４　重心の垂線とメジアン
Fig.4　Perpendicular of gravity center and median line.

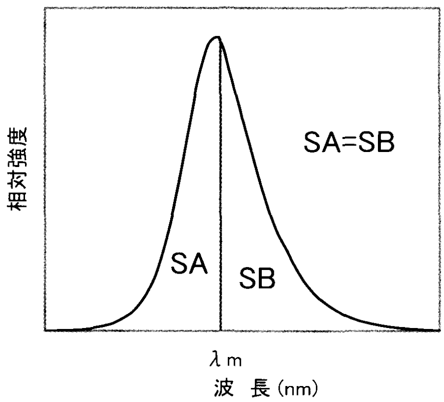

図５　メジアン波長
Fig.5　Median wavelength.

4．分光パワーバランスを満足する波長

前述したように，筆者は重心波長の誤った考え方を無批判に受け入れて，この概念の普及に関わってきた．そこで，その罪滅ぼしとして，重心波長に代わる，分光的にパワーバランスを満足する波長（メジアン波長と仮称する）を提案したい．

4.1　メジアン

図５のような関数の下の面積を，x 軸に沿ってずらして増加させていって（このような操作を統計学では累積度数分布を作るという），その面積 S_A が関数の下の全面積の1/2になるときの x 軸上の値を統計用語でメジアン（中央値 median）と呼ぶ．したがって，有色光の分光分布で，このメジアン点（波長）を求めれば，それが分光的なパワーバランス点になる．

4.2　メジアン波長

有色光の分光分布を E(λ)，短波長および長波長側で E（λ)が実質的にゼロとみなせる波長をλ$_1$, λ$_2$としたとき，(5) 式または(6) 式を満足する波長λ$_m$がメジアン波長である．

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_m} E(\lambda)\,d\lambda = \frac{1}{2}\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda)\,d\lambda \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_m} E(\lambda)\,d\lambda = \int_{\lambda_m}^{\lambda_2} E(\lambda)\,d\lambda \quad \cdots\cdots(6)$$

この波長は，数式あるいは図形上から，直接求めることは難しいが，(5) 式あるいは(6) 式を逐点的に数値計算して求めることは容易にできる（測定値が直接メジアンにならなければ前後の値から補間すればよい）．

メジアン波長の考え方は有色光の評価以外にも，モノクロメータのスリット関数の評価，受光器の分光応答特性の評価などにも適用できる．

5．実際の適用例

今までに述べた５種類の有色光波長と３種類の帯域波

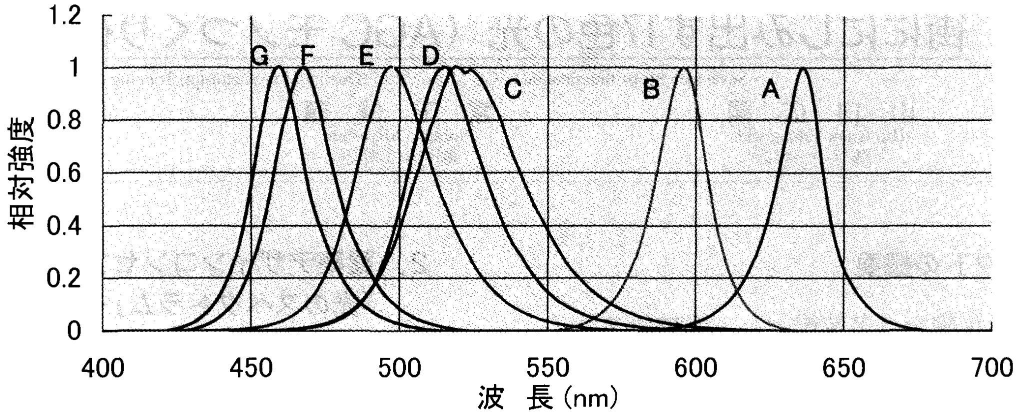

図6　有色LEDの相対分光分布
Fig.6　Relative spectral distribution of color LEDs.

表1　有色光波長をLEDに適用した例（図6参照）
Table 1　Characteristics wavelength of LEDs (see Fig.6).

波長・帯域（nm）		A（赤）	B（黄）	C（緑）	D（緑）	E（青緑）	F（青）	G（青）
ピーク波長	λ_p	636	596	520	515	497	468	460
中心波長	λ_0	635	595	524	517	499	468	459
重心波長	λ_c	634.2	594.6	526.7	519.1	501.2	469.8	461.6
メジアン波長	λ_m	634.4	594.5	524.4	516.7	499.3	468.3	460
主波長	λ_d	626.1	592.8	529.2	519	499.2	470.9	463.5
半値波長幅	$\Delta\lambda_{1/2}$	18.2	20.3	41.3	30.9	31.3	24	21.1
実効幅	$\Delta\lambda_{eff}$	23.0	23.8	46.8	36.2	36.3	28.5	25.6
1/10値波長幅	$\Delta\lambda_{1/10}$	48	46	86	69	72	44	50

長幅を**図6**の有色光（LEDの分光分布）について求めた結果を**表1**に示す．

ここに提示した有色光は帯域波長幅が20〜50nmで，それほどブロードなものではないが，有色光波長はそれぞれ差がみられる．そのなかで，ピーク波長，中心波長，メジアン波長は比較的よく一致しているが，重心波長，主波長は偏りが目立ち，とくに主波長の赤，青波長域での乖離が大きい．これは，前述した色度図の特性によるためである．

帯域波長幅はすべての有色光で，半値波長幅が実効幅よりも狭く，実効幅の0.8〜0.9倍であり，幅が狭いほど開きが大きくなる．これは，分光分布の裾の部分（フレア）の広がりがあるためで，分光分布がガウス関数の近似形であれば必然的に起こることである．

以上の知見から，有色光の分光分布がガウス関数に近似したような対称形であれば，有色光波長として，ピーク波長，中心波長，メジアン波長は相互の差が少ないので，どれで表示しても混乱は少ないと考えられる．分光分布が非対称なときや，複数のピークがあるときは，メジアン波長を使用すべきである．主波長は赤，青波長の確からしさに問題があるので，使用すべきでない．重心波長は物理的な意味に疑念があるので，今後は使用しない方がよいであろう．

帯域波長幅は実効幅を使用すべきで，半値幅は帯域を狭く見積もりすぎる危険性があるので使用を避けるべきである．なお，フレアの状態によっては，1/10値波長幅を実効幅と併記して用いるのがよい．

6．結び

以上，有色光を特定するための波長呼称である，有色光波長について解説するとともに，それらの使用上の問題点を述べた．とくに，重心波長については，その物理的な意味を検討して，本来の意図が達成されていないことを立証した．また，主波長の使用には問題が多いことも指摘した．

重心波長については，筆者が認識不足のまま，その普及を促進した事情もあり，改めてその不明を謝するとともに，代替案として，分光パワーバランスの観点で物理的な意味の明確なメジアン波長の使用を提案した．

また，帯域波長幅についても，考え方を明らかにした．

参考文献

(1)　CIE 127　Measurement of LEDs（2007）．
(2)　JIS Z 8724　色の測定方法－光源色（1996）．