

低温度差スターリングエンジンの性能解析* (作動ガスの流動損失が図示出力に及ぼす影響)

戸田 富士夫*¹, 岩本 昭一*¹

Performance Analysis for Low-Temperature-Difference Stirling Engine (Effect of Gas Flow Losses on Indicated Power)

Fujio TODA and Shoichi IWAMOTO

In this paper, new expressions are sought which will allow the rapid and accurate calculation of pressure variation, flow velocities, flow friction losses in crank-driven Stirling engine. The compression and expansion spaces of the Stirling engine are assumed to be isothermal and their volumes are assumed to vary sinusoidally. New expressions are deduced for the amplitude and phase of these variations. Using the expressions so deduced, these formula are derived for frictional losses inside the three heat exchangers (heater, regenerator and cooler), taking into account the variation in mass flow rate, fluid resistance, gas flow and shaft torque over the cycle. By comparing these expressions with the results of calculations using the quasi-steady flow model, it was found that confirmed coincide roughly with the low-temperature-difference Stirling engine.

Key Words: Engine, External Combustion Engine, Stirling Engine, Engine Performance, Energy Saving

1. ま え が き

前報⁽¹⁾においては、シュミット理論にメカニズム効率なる概念を導入し、エンジンの損失仕事は、ピストンリングや軸シール等のしゅう動部分の摩擦による仕事のみと考えて性能解析を行い、どのような因子が、エンジンの出力特性に大きな影響を及ぼすかについて検討した。そして、低温度差スターリングエンジンにおいては、温度比(=低温側作動ガス温度/高温側作動ガス温度)、圧縮比(=作動空間内最大容積/作動空間内最小容積)およびメカニズム効率のそれぞれの間には、出力を最大とさせるような最適条件が存在することを指摘し、低温度差スターリングエンジンの基本的特性について考察した。

一方、作動ガスが密封されている作動空間内で、往復動するガスの流動抵抗による圧力損失は、当然のことながら存在するが、特に熱交換器の部分における圧力損失は、かなり大きいことが予想される。したがって、作動ガスの圧力損失をできる限り正確に予測することは、エンジンの設計・製作に当たって、きわめて重要なことである。そのため、これまでにいろいろな

解析法が提案されているが⁽²⁾⁻⁽⁴⁾、いずれも確実に普遍的な手法とはなっていない。

本研究においては、シュミット理論をベースとして、加熱器、再生器および冷却器で構成される熱交換器内のガスの圧力損失および流動損失仕事を求め、これより、出力特性についての解析を行い、エンジンの主要目より、図示出力を精度よく推定する手法を確立させることを目的としている。さらに、質量、運動量およびエネルギーの各保存則の式、ならびに壁面からの熱伝達を考慮して、これら全部の式を連立させて解く、準定常流モデル⁽⁵⁾による手法と、本研究の解析手法との比較検討を行い、本研究の妥当性について考察する。

2. 熱交換器の流動損失

2・1 解析モデル 図1はスターリングエンジンの作動ガスが密封されている作動空間内の解析モデルである。すなわち、図1の左側より低温空間 V_{DC} 、高温空間 V_e 、加熱器 V_h 、再生器 V_r 、冷却器 V_c および低温空間 V_{PC} の六つの空間に分割され配置されている。このモデルは γ 形(ディスプレイサ形)と呼ばれる形式を想定しているが、ディスプレイサの低温空間容積 V_{DC} が無い($V_{DC}=0$)場合には、 α 形(2ピストン

* 原稿受付 1996年5月9日。

¹ 正員, 埼玉大学工学部(☎ 338-8570 浦和市下大久保 255)。

形)と呼ばれる形式のものとなる。作動ガスはこの作動空間内を往復動するが、高温空間および低温空間の容積は、通常、熱交換器の容積と比較してかなり大きい。したがって、高温空間および低温空間の圧力損失は、熱交換器のそれと比較して小さく、無視できるので、作動ガスの流動損失の解析は、熱交換器内のみについて行うこととする。ここで、熱交換器とは、加熱器、再生器および冷却器の三つの要素で構成されているものをいう。そして、加熱器および冷却器はシェルアンドチューブ式、再生器は金網を積層したものを想定している。

作動空間内の温度分布は、等温モデルを基本とするため、高温側ガス温度 T_H 、再生器内ガス温度 T_R および低温側ガス温度 T_C の三つの空間内温度を対象として、 $T_H = T_e$ (高温空間内ガス温度) = T_h (加熱器内ガス温度)、 $T_R = T_r$ (再生器内ガス温度)、 $T_C = T_k$ (冷却器内ガス温度) = T_c (低温空間内ガス温度)、と考える。また再生器内ガス温度 T_r は、高温側温度 T_h と低温側温度 T_k との平均温度 $T_r = (T_h + T_k)/2$ に保たれるとする。ガスの流れは高温空間から低温空間に流れる方向を(-)とし、各空間での質量流量を \dot{m} で定義する。そしてクランク角 θ はパワーピストン P_p の上死点を基準とし、ディスプレイサピストン D_p はパワーピストンに対して $\Delta\theta$ 進んでいるとする。

2.2 作動ガスの流速 熱交換器内での流動損失

を求めるには、熱交換器内の各要素における作動ガスの流速が、求められなければならない。図1を参照して、各要素における質量変化は連続の式より、

$$\text{高温空間: } \frac{dM_e}{dt} = \dot{m}_{eh} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{加熱器: } \frac{dM_h}{dt} = \dot{m}_{hr} - \dot{m}_{eh} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{再生器: } \frac{dM_r}{dt} = \dot{m}_{rk} - \dot{m}_{hr} \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{冷却器: } \frac{dM_k}{dt} = \dot{m}_{kc} - \dot{m}_{rk} \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{低温空間: } \frac{dM_c}{dt} = -\dot{m}_{kc} \dots\dots\dots (5)$$

と表すことができる。また、熱交換器の各要素内の中間点を通過する平均質量流量 \dot{m} は近似的に

$$\text{加熱器: } \dot{m}_h = \frac{\dot{m}_{eh} + \dot{m}_{hr}}{2}$$

$$\text{再生器: } \dot{m}_r = \frac{\dot{m}_{hr} + \dot{m}_{rk}}{2}$$

$$\text{冷却器: } \dot{m}_k = \frac{\dot{m}_{rk} + \dot{m}_{kc}}{2}$$

で与えられるものとする。したがって、各要素における質量流量 \dot{m} は次のようになる。

$$\text{加熱器: } \dot{m}_h = \frac{1}{2} \left(2 \frac{dM_e}{dt} + \frac{dM_h}{dt} \right) \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{再生器: } \dot{m}_r = \frac{1}{2} \left(-\frac{dM_h}{dt} - \frac{dM_c}{dt} + \frac{dM_h}{dt} + \frac{dM_e}{dt} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{冷却器: } \dot{m}_k = \frac{1}{2} \left(-\frac{dM_k}{dt} - 2 \frac{dM_c}{dt} \right) \dots\dots\dots (8)$$

ここで、質量変化は $p v = M R T$ より、

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{p v}{R T} \right)$$

として与えられ、

- p : 圧力
- v : 容積
- M : ガスの質量
- R : ガス定数
- T : ガス温度

である。作動空間内の圧力 p および v はシュミットモデル⁽¹⁾により、次のようになる。

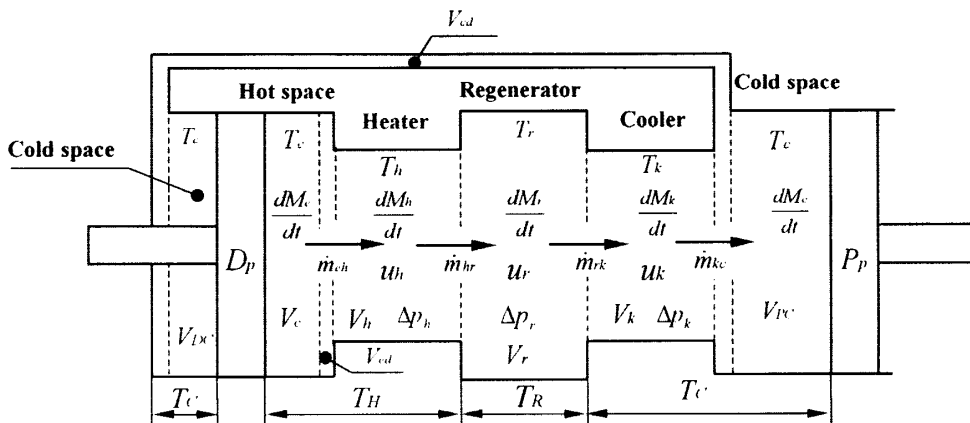


Fig. 1 Analysis model for engine performance

圧力：

$$p = \frac{MRT_H}{A - D \cos(\theta - \phi)} = \frac{EP_m}{A - D \cos(\theta - \phi)} \dots\dots\dots (9)$$

高温空間の容積：

$$v_e = \frac{V_e}{2} \{1 - \cos(\theta + \Delta\theta)\} + V_{ed} \\ = \frac{V_e}{2} \{1 - \cos(\theta + \Delta\theta) + 2X_{ed}\} \dots\dots\dots (10)$$

低温空間の容積：

$$v_c = v_{PC} + v_{DC} = \frac{V_{PC}}{2} (1 - \cos \theta) \\ + \frac{V_{DC}}{2} \{1 + \cos(\theta + \Delta\theta)\} + V_{cd} \\ = \frac{V_e}{2} [\kappa (1 - \cos \theta) \\ + X_D \{1 + \cos(\theta + \Delta\theta)\} + 2X_{cd}] \dots\dots\dots (11)$$

ここで

$$A = \frac{V_e}{2\tau} \left\{ \tau + 2\tau X_{ed} + 2\tau X_h + \frac{4\tau}{1+\tau} X_r + \kappa \right. \\ \left. + X_D + 2X_h + 2X_{cd} \right\}$$

$$B = \frac{V_e}{2\tau} \{(\tau - X_D) \cos \Delta\theta + \kappa\}$$

$$C = \frac{V_e}{2\tau} \{(X_D - \tau) \sin \Delta\theta\}, \quad D = \sqrt{B^2 + C^2}$$

$$E = \sqrt{A^2 - D^2}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{C}{B}$$

また、 X は高温側行程容積 V_e を基準とした死容積比であって、

$$X_{ed} = \frac{V_{ed}}{V_e}, \quad X_h = \frac{V_h}{V_e}, \quad X_r = \frac{V_r}{V_e}, \quad X_k = \frac{V_k}{V_e},$$

$$X_{cd} = \frac{V_{cd}}{V_e}, \quad \kappa = \frac{V_{PC}}{V_e}, \quad X_D = \frac{V_{DC}}{V_e}$$

さらに、

$\tau = T_c/T_H$ ：温度比

P_m ：平均圧力

である。そして、 $X_D=1$ の場合は、 γ 形、 $X_D=0$ の場合は、 α 形となるが、ここでは γ 形を対象として論ずる。

一方、シュミット理論による低温側および高温側空間の図示仕事 W_{is} は、それぞれ次のようになる。

低温空間：

$$W_{isc} = \int_0^{2\pi} p dv_{PC} = V_{PC} \pi P_m \frac{C}{D^2} (A - E) \dots\dots\dots (12)$$

高温空間：

$$W_{ise} = \int_0^{2\pi} p dv_e = V_{De} \pi P_m \frac{1}{D^2} (A - E) \\ \times (C \cos \Delta\theta + B \sin \Delta\theta) \dots\dots\dots (13)$$

そして、 γ 形の図示仕事は低温側のパワーピストン

P_p のみで行われるので、

$$\gamma \text{ 形の場合 } W_{is} = W_{isc} \dots\dots\dots (14)$$

となる。また、 α 形は高温空間での仕事と低温空間での仕事との和となるので、

$$\alpha \text{ 形の場合 } W_{is} = (W_{isc} + W_{ise}) \dots\dots\dots (15)$$

として求まる。

したがって、作動空間内の各要素での単位クランク角当たりの質量流量の変化は、状態方程式より、次のようになる。

(i) 高温空間：

$$\frac{dM_e}{d\theta} = \frac{-MRT_H D \sin(\theta - \phi)}{RT_H \{A - D \cos(\theta - \phi)\}^2} \\ \times \left[\frac{V_e}{2} \{1 - \cos(\theta + \Delta\theta)\} + V_{ed} \right. \\ \left. - \frac{A - D \cos(\theta - \phi)}{D \sin(\theta - \phi)} \cdot \frac{V_e}{2} \sin(\theta + \Delta\theta) \right] \dots\dots\dots (16)$$

(ii) 加熱器：

$$\frac{dM_h}{d\theta} = \frac{-MRT_H D \sin(\theta - \phi)}{RT_H \{A - D \cos(\theta - \phi)\}^2} V_h \dots\dots\dots (17)$$

(iii) 再生器：

$$\frac{dM_r}{d\theta} = \frac{-MRT_H D \sin(\theta - \phi)}{RT_r \{A - D \cos(\theta - \phi)\}^2} V_r \dots\dots\dots (18)$$

(iv) 冷却器：

$$\frac{dM_k}{d\theta} = \frac{-MRT_H D \sin(\theta - \phi)}{RT_k \{A - D \cos(\theta - \phi)\}^2} V_k \dots\dots\dots (19)$$

(v) 低温空間：

$$\frac{dM_c}{d\theta} = \frac{-MRT_H D \sin(\theta - \phi)}{RT_c \{A - D \cos(\theta - \phi)\}^2} \left[\frac{V_{PC}}{2} (1 - \cos \theta) \right. \\ \left. + \frac{V_{DC}}{2} \{1 + \cos(\theta + \Delta\theta)\} + V_{cd} \right. \\ \left. - \frac{A - D \cos(\theta - \phi)}{D \sin(\theta - \phi)} \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{V_{PC}}{2} \sin \theta - \frac{V_{DC}}{2} \sin(\theta + \Delta\theta) \right\} \right] \dots\dots\dots (20)$$

また、単位時間当たりの質量変化は

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dM}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{dM}{d\theta}$$

と表すことができるので、これより各熱交換器内の質量流量を求めることができる。さらに次の関係式

$$\dot{m} = \rho \cdot F_A \cdot u \dots\dots\dots (21)$$

によって、加熱器、再生器および冷却器内での作動ガスの流速は、以下のように整理される。ここで、

ρ ：作動ガスの密度

F_A ：熱交換器各要素のガスの通路面積

u ：作動ガスの流速

ω ：回転の角速度

である。

(1) 加熱器内のガス流速 u_h :

$$u_h = \frac{\omega}{2F_{Ah}} \left\{ \frac{A_h + B_h \cos \theta + C_h \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \dots (22)$$

ここで

$$A_h = -\frac{V_e}{2\tau} (2\tau B \sin \Delta\theta + 2\tau C \cos \Delta\theta)$$

$$B_h = \frac{V_e}{2\tau} \{2\tau A \sin \Delta\theta + 2\tau C(1 + X_h + 2X_{ed})\}$$

$$C_h = -\frac{V_e}{2\tau} \{-2\tau A \cos \Delta\theta + 2\tau B(1 + X_h + 2X_{ed})\}$$

である。

(2) 再生器内のガス流速 u_r :

$$u_r = \frac{\omega}{2F_{Ar}} \left\{ \frac{A_r + B_r \cos \theta + C_r \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \dots (23)$$

ここで、

$$A_r = -\frac{V_e}{2\tau} \{\tau(B \sin \Delta\theta + C \cos \Delta\theta) - \kappa C + X_D(B \sin \Delta\theta + C \cos \Delta\theta)\}$$

$$B_r = \frac{V_e}{2\tau} \{A \sin \Delta\theta(1 + \tau) - \kappa C - X_D C(1 - \tau) - 2C(X_{cd} + X_k - \tau X_{hd} - \tau X_h)\}$$

$$C_r = -\frac{V_e}{2\tau} \{\tau(B - A \cos \Delta\theta) + \kappa(A - B) - X_D(A \cos \Delta\theta + B) + 2B(\tau X_{ed} + \tau X_h - X_k - X_{cd})\}$$

である。

(3) 冷却器内のガス流速 u_k :

$$u_k = \frac{\omega}{2F_{Ak}} \left\{ \frac{A_k + B_k \cos \theta + C_k \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \dots (24)$$

ここで、

$$A_k = \frac{V_e}{2\tau} \{-2\tau \kappa C + X_D(2\tau B \sin \Delta\theta - 2\tau C \cos \Delta\theta)\}$$

$$B_k = \frac{V_e}{2\tau} \{X_D(2\tau A \sin \Delta\theta - 2\tau C) - 2\tau C(\kappa + 2X_{cd} + X_k)\}$$

$$C_k = -\frac{V_e}{2\tau} \{2\tau \kappa(A - B) - X_D(2\tau A \cos \Delta\theta + 2\tau B) - 2\tau B(X_k + 2X_{cd})\}$$

である。

2.3 圧力損失 熱交換器内を流れる作動ガスの圧力は、流動抵抗によって圧力降下が生ずるので、この流動抵抗による圧力損失を熱交換器の前後の圧力差 ΔP で評価することとし、壁面摩擦以外の項を無視すれば、運動量の式より次のようになる。

$$\Delta p_r = \frac{C_{r1} n_r \mu_r \omega}{4F_{Ar} l_r} \left\{ \frac{A_r + B_r \cos \theta + C_r \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} + \frac{C_{r2} n_r E \cdot P_m \omega^2}{8R \cdot F_{Ar}^2 T_r} \left[\frac{(A_r + B_r \cos \theta + C_r \sin \theta) |A_r + B_r \cos \theta + C_r \sin \theta|}{\{A - D \cos(\theta - \phi)\}^3} \right] \dots (31)$$

$$\Delta P = F \frac{1}{2} \rho u |u| \dots (25)$$

ここで、 F は加熱器あるいは冷却器においては、管径 d により、また再生器においては、金網の枚数 n により次式で定義される。

$$\text{加熱器および冷却器} : F_{h,k} = f_{h,k} \frac{l_{h,k}}{d_{h,k}} \dots (26)$$

$$\text{再生器} : F_r = f_r n \dots (27)$$

ここに、

f : 壁面摩擦係数

d : 管径

l : 管の長さ

n : 金網の枚数

であって、添字の h は加熱器、 k は冷却器、そして r は再生器を表している。

(1) 加熱器内の圧力損失 Δp_h : 加熱器内の作動ガスの流れを層流とすれば、壁面摩擦係数 f_h は、

$$f_h = \frac{c_h}{Re_h} \dots (28)$$

で与えられる。ここで、

$Re_h = |u_h| d_h / \nu_h$: レイノルズ数

$\nu_h = \mu_h / \rho_h$: 作動ガスの動粘度

μ_h : 作動ガスの絶対粘度

であって、 c_h は円管内の層流摩擦係数として $c_h = 64$ が与えられている。また μ_h は温度のみの関数として取扱われる。したがって、加熱器内における圧力損失 Δp_h は、式(25)、(26)および式(22)より

$$\Delta p_h = \frac{c_h l_h \mu_h \omega}{4F_{Ah} d_h^2} \left\{ \frac{A_h + B_h \cos \theta + C_h \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \dots (29)$$

と表すことができる。

(2) 再生器内の圧力損失 Δp_r : 壁面摩擦係数 f_r は

$$f_r = \frac{C_{r1}}{Re_r} + c_{r2} \dots (30)$$

と表示され、例えば、田中⁽⁶⁾は $c_{r1} = 50.5$ 、 $c_{r2} = 0.39$ を与えている。

ここで、

$Re_r = |u_r| l_r / \nu_r$: レイノルズ数

l_r : メッシュの目開き

である。したがって、再生器内における圧力損失 Δp_r は、式(25)、(27)および式(23)より

と表すことができる。

(3) 冷却器内の圧力損失 Δp_k : 冷却器内での圧力損失 Δp_k は加熱器と同様に式(25), (26)および式(24)より,

$$\Delta p_k = \frac{c_k l_k \mu_k \omega}{4 F_{A_k} d_k^2} \left\{ \frac{A_k + B_k \cos \theta + C_k \cos \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

となる。

(4) 全圧力損失 Δp : 熱交換器内での全圧力損失 Δp は次の式で求められる。

$$\Delta p = \Delta p_h + \Delta p_r + \Delta p_k \dots\dots\dots (33)$$

以上の式により, 時々刻々変化するクランク角 θ に対する熱交換器における圧力損失 Δp を計算することができる。

2・4 流動損失仕事 圧力損失を考慮した図示仕事 W_i は次式で計算される。

$$W_i = \int_0^{2\pi} (p - \Delta p) dv = \int_0^{2\pi} p dv - \int_0^{2\pi} \Delta p dv = W_{is} - W_{loss} \dots\dots\dots (34)$$

この式で第1項めの W_{is} はシュミット理論による図示仕事であり, 第2項の W_{loss} が熱交換器内を通るガスの流れによって, 引き起こされる圧力降下による損失仕事である。

ここで, この仕事を単に流動損失 W_{loss} と呼び

$$W_{loss} = \int_0^{2\pi} \Delta p \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta \dots (35)$$

として表示する。

ここで,

S_{DP} : ディスプレーサピストンの断面積

r_{DP} : ディスプレーサのクランク半径

である。したがって, 熱交換器内各要素における流動損失は, 次のようになる。

(1) 加熱器内の流動損失 $W_{loss,h}$: 式(29)と式(35)とより

$$W_{loss,h} = \int_0^{2\pi} \frac{c_h l_h \mu_h \omega}{4 F_{A_h} d_h^2} \left\{ \frac{A_h + B_h \cos \theta + C_h \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta = Y_h \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \cdot \int_0^{2\pi} G_h(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta \dots\dots\dots (36)$$

となる。ここで

$$Y_h = \frac{c_h l_h \mu_h \omega}{4 F_{A_h} d_h^2}, \quad G_h(\theta) = \frac{A_h + B_h \cos \theta + C_h \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)}$$

である。

そこで, 式(36)の定積分を求めれば, $W_{loss,h}$ は次のようになる。

$$W_{loss,h} = Y_h S_{DP} r_{DP} \left[\frac{\pi A_h (1 - \lambda)^2}{\lambda D} \sin(\phi + \Delta\theta) + \frac{2\pi \lambda B_h \sin \Delta\theta}{A + D} + \pi D_h \left\{ \frac{(D - A)(\lambda - 1)^2}{D^2} \sin(2\phi - \phi_h + \Delta\theta) + \frac{2\lambda \sin \phi}{A + D} \cos(\phi - \phi_h + \Delta\theta) \right\} \right] \dots\dots\dots (37)$$

ただし

$$\lambda^2 = \frac{A + D}{A - D}, \quad D_h = \sqrt{B_h^2 + C_h^2}, \quad \phi_h = \tan^{-1} \frac{C_h}{B_h}$$

である。

(2) 再生器内の流動損失 $W_{loss,r}$: 式(31)と式(35)とより,

$$W_{loss,r} = Y_{r1} S_{DP} r_{DP} \int_0^{2\pi} G_{r1}(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta + Y_{r2} S_{DP} r_{DP} \int_{\phi_1}^{\phi_2} G_{r2}(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta$$

となる。ここで

$$Y_{r1} = \frac{c_{r1} n_r \mu_r \omega}{4 F_{A_r} l_r}, \quad Y_{r2} = \frac{c_{r2} n_r E \cdot P_m \omega^2}{8 R F_{A_r}^2 T_r}$$

$$G_{r1}(\theta) = \frac{A_r + B_r \cos \theta + C_r \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)}, \quad G_{r2}(\theta) = \frac{(A_r + B_r \cos \theta + C_r \sin \theta) | A_r + B_r \cos \theta + C_r \sin \theta |}{\{ A - D \cos(\theta - \phi) \}^3}$$

である。

したがって, $W_{loss,r}$ は, 次のようにして求めることができる。

$$W_{loss,r} = Y_{r1} \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \cdot I_1(\theta) + Y_{r2} \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \cdot I_2(\theta) \dots\dots\dots (39)$$

ここで

$$I_1(\theta) = \int_0^{2\pi} G_{r1}(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta = \frac{\pi A_r (1-\lambda)^2}{\lambda D} \sin(\phi + \Delta\theta) + \frac{2\pi\lambda B_r \sin \Delta\theta}{A+D} + \pi D_r \left\{ \frac{(D-A)(\lambda-1)^2}{D^2} \sin(2\phi - \phi + \Delta\theta) + \frac{2\lambda \sin \phi}{A+D} \cos(\phi - \phi_r + \Delta\theta) \right\} \dots (40)$$

$$I_2(\theta) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} G_{r2}(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta = -(A_r^2 + B_r^2) \zeta_1 - 2A_r D_r \zeta_2 - D_r^2 \zeta_3 - D_r^2 \sin \Delta\theta \sin(2\phi_r) \zeta_4 - 2A_r B_r I_3 \sin \Delta\theta \dots (41)$$

さらに、式(41)において

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= -\frac{1}{D} \{ H_2 \cos(\phi + \Delta\theta) + (I_2 - AI_3) \sin(\phi + \Delta\theta) \} \\ \zeta_2 &= \frac{1}{D^2} \left[\cos(2\phi - \phi_r + \Delta\theta) \cdot (2H_1 - AH_2) + D^2 \sin \phi \cdot \cos(\phi - \phi_r + \Delta\theta) \cdot I_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \{ \sin(2\phi - \phi_r + \Delta\theta) \cdot (2DJ_2 - AI_2) \} \right] \\ \zeta_3 &= \frac{1}{D^3} \left[\cos(3\phi - 2\phi_r + \Delta\theta) \cdot \left\{ 2AH_1 + 2 \ln \left| \frac{A-D \cos(\phi_1 - \phi)}{A-D \cos(\phi_2 - \phi)} \right| \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{D} \left\{ \sin(3\phi - 2\phi_r + \Delta\theta) \cdot \left(\frac{AJ_2 - 3J_1}{D} - \frac{4\phi_B - 2\pi}{D^2} - \frac{I_2}{2} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{H_2}{D} \{ 2 \sin \phi \sin(2\phi_r - \Delta\theta) + 3 \sin^2 \phi \cos \phi \sin(\phi - 2\phi_r + \Delta\theta) \} - \frac{1}{D} \{ (AI_3 - I_2) \sin^2 \phi \sin(\phi - 2\phi_r + \Delta\theta) \} \right] \\ \zeta_4 &= -\frac{1}{D} \{ H_2 \cos \phi + (I_2 - AI_3) \sin \phi \} \\ \phi_1 &= \pi + \phi_r + \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{D_r^2 - A_r^2}}{A_r} \right), \quad \phi_r = \tan^{-1} \frac{C_r}{B_r}, \quad \phi_2 = \pi + \phi_r - \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{D_r^2 - A_r^2}}{A_r} \right), \quad D_r = \sqrt{B_r^2 + C_r^2} \\ \phi_A &= \pi + \phi_r - \phi, \quad \phi_B = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{D_r^2 - A_r^2}}{A_r} \right), \quad I_2 = \frac{2DJ_1}{A^2 - D^2}, \quad I_3 = \frac{1}{A^2 - D^2} \left(DJ_2 + \frac{3AI_2}{2} \right) \\ H_1 &= -\frac{1}{L} 2D \sin \phi_A \sin \phi_B, \quad H_2 = -\frac{1}{L^2} 4D \sin \phi_A \sin \phi_B \cdot (A - D \cos \phi_A \cos \phi_B) \\ J_1 &= \frac{1}{L} (2A \cos \phi_A \sin \phi_B - D \sin 2\phi_B), \\ J_2 &= -\frac{1}{L^2} [2AD \sin 2\phi_B + \cos \phi_A \sin \phi_B \cdot \{ D^2 (\cos \phi_A - \cos \phi_B) - 2(A^2 + D^2) \}] \\ L &= A^2 + (D^2 - A^2) \cos^2 \phi_B - D^2 \sin^2 \phi_A \end{aligned}$$

である。

(3) 冷却器内の流動損失 $W_{\text{loss},k}$: 式(32)と式(35)とより、 $W_{\text{loss},k}$ は

$$\begin{aligned} W_{\text{loss},k} &= \int_0^{2\pi} \frac{c_k l_k \mu_k \omega}{4 F_{A_k} d_k^2} \left\{ \frac{A_k + B_k \cos \theta + C_k \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)} \right\} S_{DP} \cdot r_{DP} \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta \\ &= Y_k S_{DP} r_{DP} \int_0^{2\pi} G_k(\theta) \sin(\theta + \Delta\theta) d\theta \dots (42) \end{aligned}$$

となる。ここで

$$Y_k = \frac{c_k l_k \mu_k \omega}{4 F_{A_k} d_k^2}, \quad G_k(\theta) = \frac{A_k + B_k \cos \theta + C_k \sin \theta}{A - D \cos(\theta - \phi)}$$

である。

そこで、式(42)の定積分を求めれば $W_{\text{loss},k}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} W_{\text{loss},k} &= Y_k \cdot S_{DP} \cdot r_{DP} \left[\frac{\pi A_k (1-\lambda)^2}{\lambda D} \sin(\phi + \Delta\theta) + \frac{2\pi\lambda B_k \sin \Delta\theta}{A+D} \right. \\ &\quad \left. + \pi D_k \left\{ \frac{(D-A)(\lambda-1)^2}{D^2} \sin(2\phi - \phi_k + \Delta\theta) + \frac{2\lambda \sin \phi}{A+D} \cos(\phi - \phi_k + \Delta\theta) \right\} \right] \dots (43) \end{aligned}$$

ただし、

$$D_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}, \quad \phi_k = \tan^{-1} \frac{C_k}{B_k}$$

である。

(4) 全流動損失 熱交換器での全流動損失 W_{loss} は次式で求まる。

$$W_{loss} = W_{loss,h} + W_{loss,r} + W_{loss,k} \dots\dots\dots (44)$$

3. 計算結果および考察

2・3節のように、スターリングエンジンの熱交換器内の圧力損失および流動損失を求めるための解析解が得られたので、計算例によってエンジン性能特性を検討する。低温度差スターリングエンジンは、ローコスト、メンテナンスフリーおよび環境問題を考えて、作動ガスには空気を用い、バッファ圧力は大気圧で運転されるので、適当な低温度差スターリングエンジンの対象にシミュレーション計算を行って、性能予測をする。エンジンの主要目ならびに計算条件は表1に示すとおりである。

図2は、熱交換器の各要素において、式(22)、(23)および式(24)より求められるガス流速を、クランク角 θ に対して求めたものである。また図2の中には参考のため、簡易的な方法としてガス流速はディスプレイサ断面積と通路面積との比に従うものとして、次の式で計算される再生器内のガス流速 u_{Dr} も図示されている。

$$u_{Dr} = \frac{S_{DP}}{F_{Ar}} r_{DP} \omega \sin(\theta + \Delta\theta) \dots\dots\dots (45)$$

Table 1 Calculated conditions

Piston	Power Piston		Displacer Piston		
Bore × Stroke m	0.1 × 0.08		0.33 × 0.04		
Stroke Volume m ³	628 × 10 ⁻⁶		3346 × 10 ⁻⁶		
Dead Volume Ratio	X _{cd}	X _H	X _R	X _K	X _{cd}
	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Temperature T °C	Hot Side T _H			Cool Side T _c	
	100			20	
Phase Angle Δθ deg	90				
Pressure P kPa	Mean Pressure P _m			Buffer pressure P _b	
	101.3			101.3	
Engine Speed rpm	100				
Working Gas	Air				
Heat Exchanger	Heater	Regenerators		Cooler	
Flow Area F _A m ²	29.2 × 10 ⁻⁴	23.3 × 10 ⁻⁴		41 × 10 ⁻⁴	
Pipe Length l m	1.38 × 10 ⁻³			7.0 × 10 ⁻³	
Pipe Diameter d m	4.36 × 10 ⁻³			3.0 × 10 ⁻³	
Sheet Number n	30				
Length l _r m	0.328 × 10 ⁻³				
Viscous Friction μ Pa · s	0.3065 × 10 ⁻⁶ × T ^{0.7214}				

図2からガス通路面積が比較的小さい再生器における流速が最も大きく、ついで加熱器、冷却器の順で小さくなっているのがみられる。また、冷却器内流速が他の要素でのそれと比較して小さいのは、通路面積が大きいからであり、式(45)で計算される流速と式(23)で求められるそれとの差は、あまり大きくないことがわかる。

図3は式(29)、(31)、(32)および式(33)より求められる熱交換器各要素における圧力損失ならびに全圧力損失を、クランク角 θ に対して図示したものである。図3より、再生器での圧力損失が最も大きく、加熱器および冷却器での圧力損失は、再生器のそれと比較してかなり小さいことがわかる。したがって、低温度差スターリングエンジンの熱交換器における圧力損失は、再生器における圧力損失が支配的である、ということがわかる。よって、熱交換器の設計に際しては、再生器(金網を使用する場合)メッシュ、枚数、通路面積等については細心の注意を払わなければならない。

図4は、熱交換器の各要素における圧力損失を、エンジントルクに換算したものである。すなわち、式(29)、(31)および式(32)よりトルクを求め、これをク

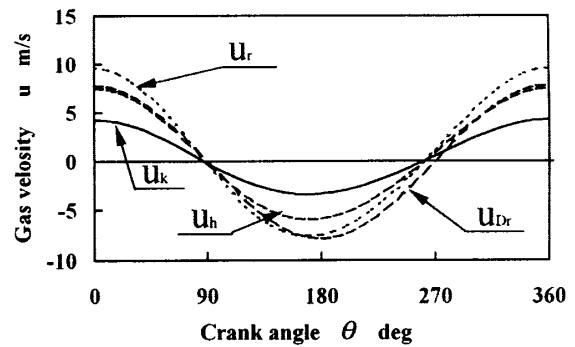


Fig. 2 Gas velocity inside a heat exchanger

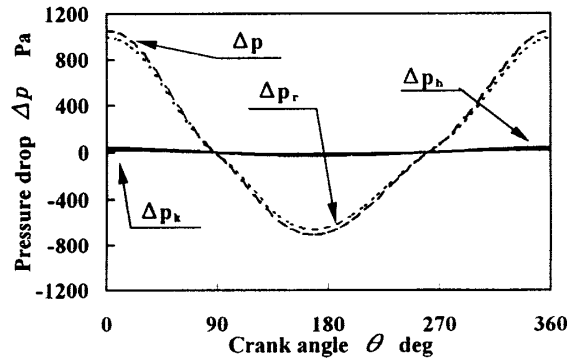


Fig. 3 Pressure drop inside a heat exchanger

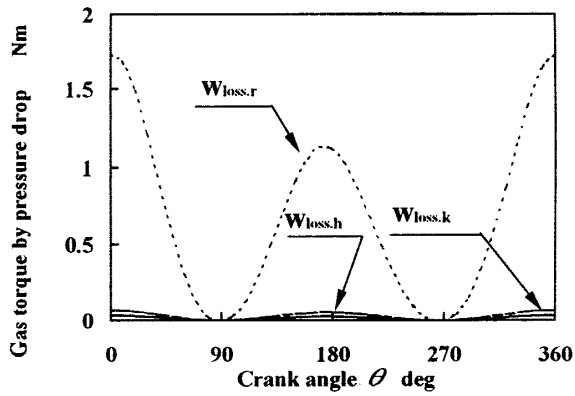


Fig. 4 Gas torque diagram by pressure drop inside a heat exchangers

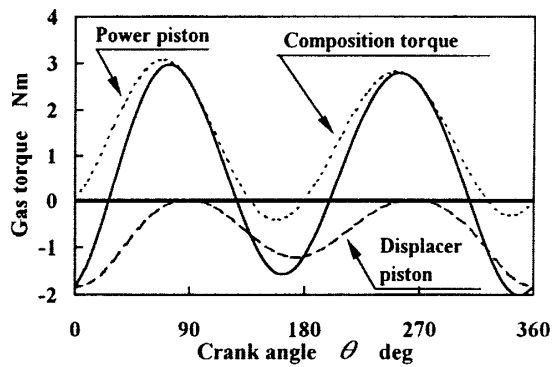


Fig. 5 Gas torque diagram of engine

ランク角 θ に対して図示したものである。このトルク曲線と横軸(クランク角 θ)とによって囲まれる面積が、ガスの流動によって引き起こされる流動損失を表している。また、図4より $\theta=0$ と $\theta=\pi$ との位置でトルクのピーク値があり、再生器の流動損失によるトルクは、加熱器および冷却器のそれと比較して非常に大きいので、熱交換器の流動損失は再生器の流動損失が支配的である、ということがわかる。

図5は高温側および低温側それぞれの空間内のガス圧力より求められるトルク、すなわち、パワーピストン側およびディスプレーサ側それぞれのガス圧トルクとその合成トルクをクランク角 θ に対して図示したものである。ディスプレーサ側のトルクは負の仕事となるため、図5の中では負側に示されており、また、正側のトルクはパワーピストンがクランク軸になす仕事 $W_{(+)}$ 、そして、負側のトルクは、はずみ車が作動ガスに与える仕事 $W_{(-)}$ に対応している。図5より、パワーピストン側のガス圧トルクは、クランク角 $\theta=140\sim 180^\circ$ および $\theta=320\sim 360^\circ$ の範囲を除いては正であり、そのピーク値は、合成トルクのそれとほぼ同じとなっている。またトルクの最大と最小との変動幅

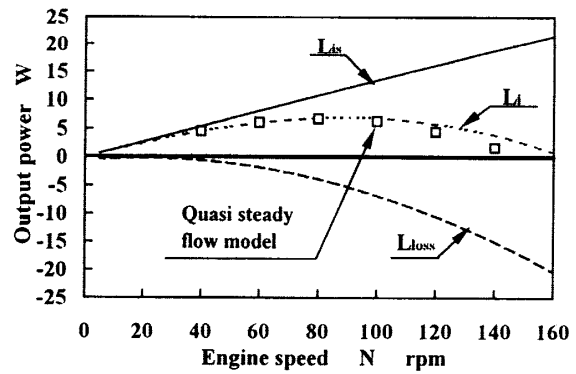


Fig. 6 Prediction of engine performance

もかなり大きいので、それに従って回転変動も大きくなるため、低温度差スターリングエンジンにおいては、大きなはずみ車が必要になる、ということが予想される。

図6は、式(35)で求まる流動損失 W_{loss} より算出した流動損失出力 L_{loss} 、式(34)に示されている図示仕事 W_i 、 W_{is} から算出した図示出力 L_i 、 L_{is} および準定常流モデルで算定される図示出力(図中□印でプロット)をエンジン回転数に対して図示したものである。ここで、準定常流モデル⁽⁵⁾とは、加熱器および冷却器それぞれの壁温を与えて、ガスの流動損失を計算していく手法であるため、高温側および低温側それぞれの空間内のガス温度は、エンジンの回転数とともに変化するが、ここでの計算例では、平均ガス温度が、本計算条件と一致するようにそれぞれの壁温を調整設定して計算を行っている。なお、準定常流モデルによるシミュレーション計算の結果は、低温度差スターリングエンジンの性能特性を精度よく予測できる手法であることを確認している⁽⁶⁾。そして、図6より、式(34)から得られる図示出力と準定常流モデルによるそれとはきわめてよい一致を示しており、そして、熱交換器の流動損失出力は、エンジン回転数の増大とともに大きく増加しているのがみられる。したがって、高回転域での流動損失出力はきわめて大きく、これによって低温度差スターリングエンジンの最高回転数は決まってしまう、ということがわかる。またエンジン回転数に対して、図示出力を最大にさせるような条件が存在するという事もわかった。したがって、エンジンの設計初期の段階においては、その条件について検討されなければならないが、これについては次報で実測結果と対比させて論じられる。

4. 結 言

スターリングエンジンの簡易的な性能解析法の一つ

であるシュミット理論に、熱交換器内を通過する作動ガスの圧力損失を考慮した性能解析を行い、次の結果を得た。

(1) 圧力損失、流動損失仕事および図示出力を求めるための解析解が得られた。これによってエンジンの主要目が決まれば、エンジンの性能特性を容易に推定することができるばかりでなく、エンジンの出力を支配する諸因子の影響についても検討することができる。

(2) γ 形低温度差スターリングエンジンに対して、本解析法によって算定された図示出力と準定常流モデルによるそれとは、比較的良好一致した。これより本解析法は、エンジンの性能特性を精度よく予測するための方法の一つであることが確認された。

(3) 本解析手法によって、図示出力を支配する因子の因果関係を知ることができるので、図示出力を最大とする最適条件を容易に推測することができる。

本研究を遂行するに当たり、石川知朗 [ホンダ技研(株)]、市川雄一 [日産ディーゼル(株)] および八

洋次 [メイテック(株)] 各君の労に負うところが大きい。記して感謝の意を表す。

文 献

- (1) 岩本昭一・ほか1名, 低温度差スターリングエンジンの性能解析, 機論, 63-611, B(1997), 318-326.
- (2) 吉識晴夫・ほか2名, スターリング機関の性能予測に関する研究, 機論, 50-455, B(1980), 1753-1760.
- (3) Jones, J.D., Flow Losses in Stirling Engine Heat Exchangers, *Trans. ASME*, 110 (1988), 58-62.
- (4) Rahmatallah, S., Analysis and Design of Stirling Engines for Waste-Heat Recovery, The Degree of Doctor of Philosophy at the Massachusetts Institute of Technology, June, (1981), 287299.
- (5) Urieli, I., *Stirling Cycle Engine Analysis*, (1984), 99-109, Adam Hilger Ltd, Bristol.
- (6) 機械学会 RC110 研究協力部会, 地球環境及び多種熱利用に適合したスターリングサイクル機器の最適要素設計手法に関する研究, 研究成果報告書, (1994), II-40-50.
- (7) 戸田富士夫・ほか2名, 低温度差スターリングエンジンの性能解析, 機講論, No. 940-30 (1994-8), 470-472.
- (8) 岩本昭一・ほか2名, 低温度差スターリングエンジンの性能解析法, 第56回日本船用機関学会講演前刷集, (1996), 134-139.