

複数のモードを同時に不可観測とする空間フィルタの設計*

松村 雄一^{*1}, 細矢 直基^{*2}

Spatial Filter Design for Observation Spillover Suppression

Yuichi MATSUMURA^{*3} and Naoki HOSOYA^{*3} Department of Mechanical Systems Engineering, University of Shiga Prefecture,
2500 Hassaka, Hikone-shi, Shiga, 522-8533 Japan

This paper addresses the design method of spatial filter for suppressing modal observation spillover. To eliminate the several selected modal amplitudes from structural vibration responses, a kind of modal filter is introduced. This filtering methodology can be realized by a small number of sensors, relative to the number of dominant modes in target frequency range. Proposed filter may be designed by using sensor placement to realize that the two subspaces, which are respectively spanned by a spatial filter vector and the selected target modal vectors, are orthocomplementary. Then observation spillover associated with these selected modes is suppressed. Effectiveness of proposed filter is verified numerically for a cantilever beam. Simulation results have shown its robustness for measurement error and estimation error in modal vectors, and its potential in suppressing the spillover in vibration control and health monitoring.

Key Words: Modal Analysis, Filter, Measurement, Modal Filter, Observeability

1. 結 言

機械の振動を測定する際に、モードの節にポイントセンサを配置すれば、そのモードを不可観測にして、センサ出力に含まれるモード数を減少させることができる⁽¹⁾⁽²⁾。この手法は、観測スピルオーバーの回避や、低次元物理モデルの作成に有用であり、簡単に実現できる。しかしながら、一般にモードの節はモード次数によって異なる位置にあることから、この手法で複数のモードを同時に不可観測にすることは困難である。

センサ出力に含まれる複数のモードを同時に不可観測にするには、モーダルフィルタを利用して応答をモード分解し、所望のモードだけを選択して観測する方法が考えられる。モードの直交性を利用した空間フィルタであるモーダルフィルタを実現するには、分布定数系センサとポイントセンサを用いる2通りの手法が提案されている⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾。分布定数系センサを利用する場合には、モード関数が既知で、モード形状にセンサを整形できるような比較的単純な構造物にしか適用できない。ポイントセンサを利用すれば、複雑な

構造物においても、モーダルフィルタリングが実現できる。しかしながら、対象とする周波数帯域に含まれるモードと同数以上のセンサが必要であるという課題や、すべてのモードベクトルを高精度に同定しておかなければならないという課題がある。

一方、分布定数系モーダルフィルタを規範として、モードの節やモードの対称性なども考慮に入れたセンサ配置を行うことで、従来にない少数のポイントセンサで実現できるモーダルフィルタリング法が提案されている⁽⁶⁾。しかしながら、この手法においても、すべてのモードのモード関数が既知でなければならないという課題は変わらない。

本論文では、構造物の振動をポイントセンサで測定する際に、センサ出力に含まれる多数のモードの中から、任意に選択された複数のモードを同時に不可観測とする空間フィルタの設計法について検討する。不可観測とするモードに対してのみ直交なフィルタを設計することで、所望のフィルタを実現するのに必要なセンサ数を減らす。また、不可観測とするモードのモードベクトルだけを用いてフィルタを設計することで、モードベクトルの同定に要する負担を減らす。以下では、このような空間フィルタの設計法を述べた後、センサ数が2個の場合を例に、詳細なフィルタ設

* 原稿受付 2004年9月21日。

^{*1} 正員, 滋賀県立大学工学部機械システム工学科(☎522-8533 彦根市八坂町2500)。^{*2} 正員, 埼玉大学工学部機械工学科(☎338-8570 さいたま市桜区下大久保255)。

E-mail: matsu@mech.usp.ac.jp

計法を述べる。また、数値例として、片持ちはり上の 2 点にセンサを配置して測定された振動から、任意に選択された複数のモードを不可観測とする。

2. 複数のモードを不可観測とする空間フィルタ

はじめに、提案する空間フィルタの設計法について述べる。次に、この空間フィルタで濾波して得た信号の物理的意味や、その利用例について述べる。

2.1 多点応答 構造物上に配置された複数のポイントセンサの出力を、モード座標で表現する。\$N\$ 個のポイントセンサを用いて、サンプリング間隔 \$\tau\$ [s] で振動を測定する場合について示す。対象とする周波数範囲で支配的なモード数は \$Q\$、モードベクトルは実数で表せると仮定する。このとき、\$n\$ 番目のセンサ位置 \$x_n\$ で時刻 \$t_k = k\tau\$ に測定されたセンサ出力 \$z(x_n, t_k)\$ は、次式で表せる。

$$z(x_n, t_k) = \sum_{q=1}^Q \phi_q(x_n) \eta_q(t_k) \quad (1)$$

ここに、\$q\$ 次モードベクトル \$\phi_q\$ の位置 \$x_n\$ に対応する要素を \$\phi_q(x_n)\$、時刻 \$t_k\$ における \$q\$ 次モードのモード振幅を \$\eta_q(t_k)\$ と表した。以上より、構造物上の \$N\$ 点で時刻 \$t_k\$ に測定された多点応答の列ベクトル \$\mathbf{z}(t_k) \equiv [z(x_1, t_k) \ z(x_2, t_k) \ \cdots \ z(x_N, t_k)]^T\$ とモード座標応答の関係は、次式で表せる。

$$\mathbf{z}(t_k) = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1) & \phi_2(x_1) & \cdots & \phi_Q(x_1) \\ \phi_1(x_2) & \phi_2(x_2) & \cdots & \phi_Q(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(x_N) & \phi_2(x_N) & \cdots & \phi_Q(x_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1(t_k) \\ \eta_2(t_k) \\ \vdots \\ \eta_Q(t_k) \end{bmatrix} \equiv \Phi \boldsymbol{\eta}(t_k) \quad (2)$$

ここに、\$\Phi\$ はモード行列、\$\boldsymbol{\eta}(t_k)\$ はモード座標応答の列ベクトルである。

2.2 従来する方法 任意のモードを不可観測とするために利用できる代表的な 2 つの方法について概説する。

2.2.1 モードの節にセンサを配置する手法 任意の \$s\$ 次モードを不可観測とする場合には、\$s\$ 次モードの節 \$x_{n_s}\$ にセンサを配置すればよい。例えば、センサ数 1 の場合、\$s\$ 次モードの節において \$\phi_s(x_{n_s}) = 0\$ となるので、\$s\$ 次モードの情報は不可観測となり、センサ出力 \$z(x_{n_s}, t_k)\$ は次式で表せる。

$$z(x_{n_s}, t_k) = \sum_{q \neq s} \phi_q(x_{n_s}) \eta_q(t_k) \quad (3)$$

本手法を用いて、複数のモードを同時に不可観測にするには、不可観測の対象とする複数のモードの節が、

すべて一致する位置が構造物上に存在しなくてはならない。しかしながら、モードの節は、モードごとに異なるのが一般的であり、モードの節を利用するだけで、任意に選択された複数のモードを同時に不可観測にするのは困難である。

2.2.2 モーダルフィルタを利用する手法 センサ数とセンサ出力に含まれる支配的なモード数が等しい場合 (\$N = Q\$)、モード行列の逆行列 \$\Phi^{-1}\$ を式 (2) の前から乗じて、モード座標応答を算出できる。また、\$N > Q\$ である場合には、モード行列の疑似逆行列 \$\Phi^\dagger\$ を式 (2) の前から乗じて、モード座標応答を算出できる。

$$\boldsymbol{\eta}(t_k) = \Phi^\dagger \mathbf{z}(t_k) \quad (4)$$

このようにモード分解して得たモード座標応答の中で、必要なモード成分だけを観測することは、所望のモードを不可観測にすることに等しい。しかしながら、この手法で精度よくモード分解するには、多くのポイントセンサを用いて \$\Phi^\dagger\$ を計算する必要がある⁽⁶⁾。また、疑似逆行列の計算という斜め射影を用いる結果、モードベクトルの同定誤差がモード分解の精度に大きく影響するという課題もある⁽⁷⁾。一般に、モードベクトルの同定精度は共振周波数などに比べて低く、すべてのモードベクトルを正確に求めておくことは困難である。

2.3 フィルタ設計法 概念 所望のモードを不可観測とする空間フィルタ設計法の概念を示す。はじめに、\$s_1, s_2, s_3\$ 次モードを不可観測とする場合を例に、センサ数が 2 個と 3 個の場合について説明する。次に、この概念をセンサ数 \$N\$ の場合へ拡張して一般化する。以下、簡単のため、不可観測の対象とするモード次数の組を、ベクトル \$\mathbf{s} = [s_1, s_2, s_3]\$ で表記する場合がある。

センサ数が 2 の場合のフィルタ設計法を図 1(a) に示す。はじめに、不可観測の対象とするモードのモードベクトル \$\phi_{s_\ell}\$ (\$\ell = 1, 2, 3\$) が、2 次元空間の中で同一の直線上に存在するようにセンサを配置する。

$$\phi_{s_1} = \lambda_1 \phi_{s_2} = \lambda_2 \phi_{s_3} \quad (5)$$

ここに \$\lambda_1, \lambda_2\$ は 0 でない任意の実数である。いま、\$\phi_{s_1}\$ に直交なベクトルとして、空間フィルタベクトル \$\boldsymbol{\psi}_s\$ を求めると、次式の関係が成り立つ。

$$\boldsymbol{\psi}_s^T \phi_{s_\ell} = 0, \quad \forall \ell \quad (6)$$

このとき、不可観測の対象でないモードに対し、この空間フィルタベクトルは直交しないと仮定する。

$$\boldsymbol{\psi}_s^T \phi_q \neq 0, \quad \forall q (\neq s_1, s_2, s_3) \quad (7)$$

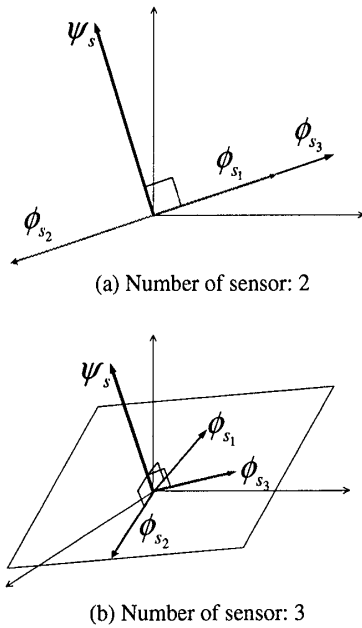


Fig. 1 Concept of proposed spatial filter

式 (6), (7) の関係が成り立つセンサ配置が実現できるとき, 多点応答の列ベクトル $z(t_k)$ の前から, 空間フィルタベクトル ψ_s の転置を乗じて得た信号において, s_1, s_2, s_3 次モードだけが不可観測となる.

$$\psi_s^T z(t_k) = \sum_{q \neq s_1, s_2, s_3} \psi_s^T \phi_q \eta_q(t_k) \quad (8)$$

センサ数が 3 の場合のフィルタ設計法を図 1(b) に示す. 3 次元空間において, 不可観測の対象とするモードのモードベクトルが, すべて同一の平面上に存在するようにセンサを配置する. この平面の法線ベクトルを空間フィルタベクトル ψ_s とすることで, センサ数が 2 の場合と同様に, 式 (6) が成り立ち, 所望のフィルタリングを実現できる.

センサ数が N 個の場合へ図 1 の概念を拡張する. M 個のモード s_1, s_2, \dots, s_M を不可観測の対象とする. いま, 不可観測の対象とするモード数 M は, センサ数と同数以上 ($M \geq N$) とする. このとき, モードベクトル ϕ_{s_ℓ} ($\ell = 1, 2, \dots, M$) の存在する部分空間 V の次元が $N - 1$ となるようにセンサを配置する.

$$\dim V = N - 1 \quad (9)$$

行列 $[\phi_{s_1} \ \phi_{s_2} \ \dots \ \phi_{s_M}]$ の階数が $N - 1$ となればよい. 次に, 空間フィルタベクトル ψ_s が V の直交補空間 $W = V^\perp$ を張るように, フィルタ係数を設計する. N 次元モードベクトル全体の集合 E^N が, 部分空間 V と W の直交直和に分解される.

$$E^N = V \oplus W \quad (10)$$

このフィルタ設計法では, 不可観測の対象とするモードのモード関数またはモードベクトルだけが既知であればよい. モーダルフィルタのように, 対象とする周波数帯域で支配的なすべてのモードに対して, モードベクトルを精度よく同定しておく必要はない.

2.4 フィルタの設計 センサ数が 2 個の場合を具体例として, 空間フィルタの設計法を示す. 不可観測の対象とするモード数がセンサ数と同数以上の場合について述べる.

2.4.1 不可観測モード数 2 不可観測とするモードが s_1, s_2 次の 2 個ある場合のフィルタ設計法について述べる. s_1, s_2 次のモードベクトルが, 1 次従属になるセンサ配置を行うことで, 所望のフィルタを設計する. いま, s_1, s_2 次のモードベクトルを列要素とする行列の行列式を計算するために, 次式の関数を定義する.

$$W_{s_1, s_2}(x_1, x_2) \equiv \phi_{s_1}(x_1)\phi_{s_2}(x_2) - \phi_{s_1}(x_2)\phi_{s_2}(x_1) \quad (11)$$

所望のセンサ配置は, 各センサが同位置にないという条件下で, 次式を満たす解の組 (x_1, x_2) を求める問題に帰着する.

$$W_{s_1, s_2}(x_1, x_2) = 0, \quad x_1 \neq x_2 \quad (12)$$

求めたセンサ配置 (x_1, x_2) において, モードベクトル ϕ_{s_1}, ϕ_{s_2} を算出し, これらのベクトルに共に直交な空間フィルタベクトル ψ_s を求める. 具体的には, s_1 次モードを用いて, 次式のように算出する.

$$\psi_s = \begin{bmatrix} \phi_{s_1}(x_2) \\ -\phi_{s_1}(x_1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

式 (12) は, s_1, s_2 次モードのいずれか一方あるいは両方の節の位置が, 2 つのセンサ位置と同位置である場合にも満たされる. 従って, 式 (12) は, モードの節を利用して, 任意のモードを不可観測とする手法を包含したものとも考えることもできる. いずれかのモードの節にセンサが配置されるとき, 残るモードのモードベクトルに直交なベクトルを空間フィルタベクトルとすればよい. 両方のモードの節にセンサが配置できる場合には, 空間フィルタベクトルを用いる必要はなく, センサ出力そのものにおいて, 所望のモードは不可観測である.

2.4.2 不可観測モード数 3 以上 不可観測とするモードが s_1, s_2, s_3 次の 3 個ある場合のフィルタ設計法について述べる. 式 (12) を満たすセンサ配置の中で, s_3 次モードも 1 次従属となるセンサ配置を求める. これは, 式 (12) と同時に次の 2 式を満たすセ

ンサ配置を求めることに等しい.

$$W_{s_1, s_3}(x_1, x_2) = 0 \quad (14)$$

$$W_{s_2, s_3}(x_1, x_2) = 0 \quad (15)$$

不可観測の対象とするモード数が 4 以上の場合には, 同様に条件式を追加していくだけでよい.

2.5 利用例 提案する手法でフィルタリングを行うと, 1 次元の時間領域信号を得る. 本項では, 1 次と 2 次のモードを不可観測にする場合を例に, この 1 次元の時間領域信号の物理的意味と, 具体的な利用例について述べる. いま, フィルタリング後の時間領域信号は次式で表せる.

$$\psi_S^T z(t_k) = \sum_{q=3}^Q \psi_S^T \phi_q \eta_q(t_k) \quad (16)$$

センサ出力に含まれる支配的なモード数 Q が 3 個の場合には, 提案する手法によるフィルタリングは, モーダルフィルタリングに等しい. 式 (16) から, $Q = 3$ であれば, 3 次モードのモード座標応答 $\eta_3(t_k)$ が直接計算できることがわかる.

$$\psi_S^T z(t_k) = \psi_S^T \phi_3 \eta_3(t_k) \quad (17)$$

係数 $\psi_S^T \phi_3$ はフィルタ設計段階で既知であり, 式 (17) の両辺をスカラー量 $\psi_S^T \phi_3$ で除して, $\eta_3(t_k)$ を得る.

$$\eta_3(t_k) = \psi_S^T z(t_k) / (\psi_S^T \phi_3) \quad (18)$$

これは, 3 次モードのモーダルフィルタリングである.

センサ出力に含まれる支配的なモード数が 4 個以上の場合を例に, フィルタリングによって得た 1 次元の時間領域信号の物理的意味について述べる. 式 (16) において, 係数 $\psi_S^T \phi_q$ を架空のセンサ位置 x_p でのモードベクトル $\phi_q(x_p)$ と見る.

$$\phi_q(x_p) \equiv \psi_S^T \phi_q \quad (19)$$

このとき, フィルタリング後の時間領域信号は, 1, 2 次モードの節に位置する架空のセンサ位置 x_p において測定されたセンサ出力 $z(x_p, t_k)$ として扱うことができる.

$$z(x_p, t_k) \equiv \psi_S^T z(t_k) = \sum_{q=3}^Q \psi_S^T \phi_q \eta_q(t_k) \quad (20)$$

この信号は, 異常検知などで, 近接モードの影響を消去して, モード成分ごとに信号を監視する場合などに有用であると考えられる⁽⁸⁾.

3. 数 値 例

片持ちはりの曲げ振動を対象として, 提案するフィルタ設計法が実現できることを, 数値的に検証した. 2 個のポイントセンサを用いて測定したはりの振動応答から, 複数のモードを同時に不可観測にする.

3.1 対象 はりは SUS304 製で, 長さ 300mm, 幅 30mm, 厚さ 3mm, 縦弾性係数 197GPa, 横弾性係数 75.8GPa, 密度 8000kg/m³ とした. 有限要素モデルを用いて数値的に応答を算出し, 模擬実験データとする. 有限要素モデルは, 601 節点, 600 要素として作成し, 0.5mm おきにセンサ配置が行えるようにした. また, 比例粘性減衰 $C = 1 \times 10^{-5} K$ を有すると仮定した. ここに, C は減衰行列, K は剛性行列である. センサは, 図 2 に示すように, はりの固定端から x_1 mm, x_2 mm の 2 箇所 ($x_1 < x_2$) に設置する. はりの自由端を加振した場合の各センサ位置での単位衝撃応答⁽⁹⁾を算出し, これをセンサ出力とした. センサ出力には, 曲げ振動の 4 次モードまでが含まれるとする. 提案するフィルタ設計法では, 応答に含まれるモード数によらず, 任意に選択された複数のモードを同時に不可観測にできるが, 結果の判断を簡単にするため, 4 次までに限定した. 解析解⁽¹⁰⁾と, 有限要素モデルから算出したモード特性を表 1 に示す. これらのモード特性はほぼ一致している.

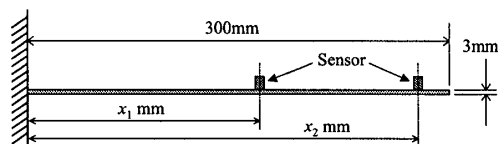


Fig. 2 Cantilever beam

Table 1 Modal property of bending mode

Mode	Analytical	Simulated Experimental	
	Ω_q [Hz]	ω_{dq} [Hz]	ζ_q [%]
1st	26.72	26.72	0.084
2nd	167.5	167.5	0.526
3rd	468.9	468.9	1.473
4th	918.8	918.8	2.887

3.2 不可観測モード数 2 任意に選択された 2 つのモードを同時に不可観測とするフィルタを設計する. 式 (12) を満たすセンサ配置を図 3 に●印で示す. 図中では, ●印が重なり, 太実線となっている. 固定端側のセンサ位置 x_1 を, はりの先端から固定端側へ 0.5mm ずつ移動させて固定した場合に, 式 (12) を満たすもう一方のセンサ位置 x_2 を, MATLAB 関数 `fzero` を用いて求めた. ここに, センサ位置 x_2 の探索の初期値は, はりの自由端とした. このようにして求めたセンサ位置 x_2 は, 必ずしも 0.5mm 間隔とならない.

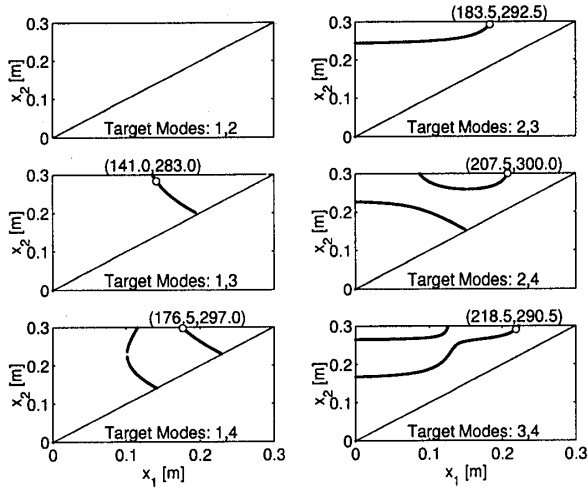


Fig. 3 Selected sensor placement for two modes suppression by using two sensors

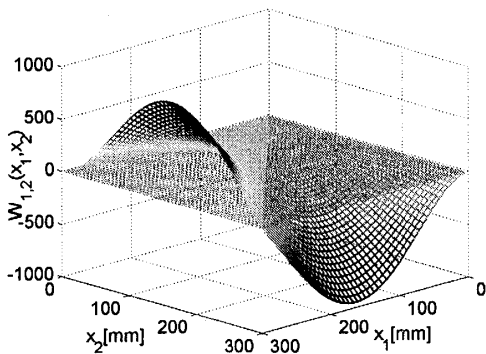


Fig. 4 Value of function $W_{12}(x_1, x_2)$

図 3 から、1 次と 2 次のモードを同時に消去するセンサ配置は存在しないが、他のモードの組に対しては、式 (12) を満たすセンサ配置が存在することがわかる。1 次と 2 次のモード成分を同時に消去するセンサ配置が存在しないことを確認するため、任意のセンサ配置に対して $W_{1,2}(x_1, x_2)$ を計算した結果を図 4 に示す。図 4 から、 $x_1 \neq x_2$ の条件下で $W_{1,2}(x_1, x_2) = 0$ を満たすセンサ配置は実現しないと考えられる。

図 3 の○印は、0.5mm おきにしかセンサを配置できないという制約の中で、●印に比較的近い位置の中から、式 (12) をほぼ満たすことを確認して人為的に選ばれたセンサ配置である。○印の上側の数字の組は、センサ位置を示す。2 個のモードを同時に不可観測にするには、●印に示す最適なセンサ配置が必要であるが、様々な誤差要因が存在する場合でも、ほぼ理論通りに 2 個のモードが同時に不可観測になることを確認するため、○印に示す準最適なセンサ配置を用いて提案するフィルタの有効性を検証する。図 5 には、図 3 に○印で示したセンサ配置において有限要素モデル

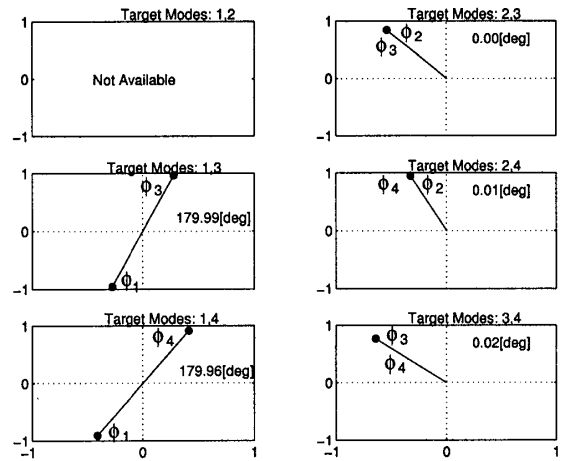


Fig. 5 Angle between simulated experimental modal vectors for selected sensor location

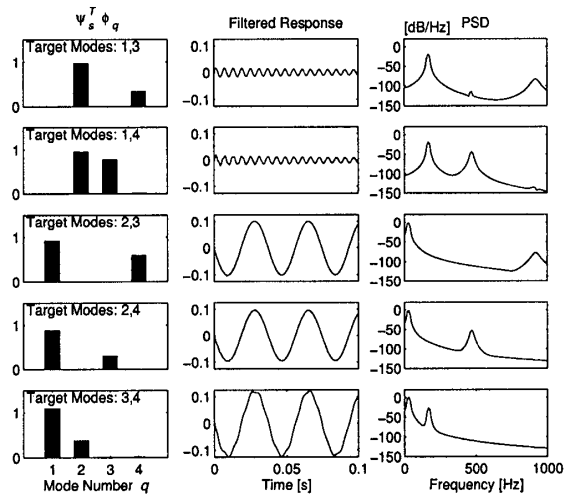


Fig. 6 Orthogonality checks and filtered results

から算出されたモードベクトルと、そのなす角度を示す。モードベクトルは、準最適なセンサ配置でもほぼ同一の直線上にあることがわかる。

図 6 は、図 3 に○印で示したセンサ配置で測定された単位衝撃応答に対して、低次側の s_1 次モードに直交な空間フィルタを用いてフィルタリングした結果を示す。このとき、図 5 の関係から、 s_2 次モードは完全に不可観測にならないことを注記しておく。

$$\psi_s^T \phi_{s_1} = 0 \quad (21)$$

$$\psi_s^T \phi_{s_2} \approx 0 \quad (22)$$

図 6 左列はモード座標応答の重み係数 $\psi_s^T \phi_q$ ($q = 1, 2, 3, 4$)、中央列は空間フィルタを適用して得た信号、右列はフィルタリング後の信号のパワースペクトルである。図 6 左列において、低次側の s_1 次モードの重み係数が完全に 0 となるのは当然として、 s_2 次モー

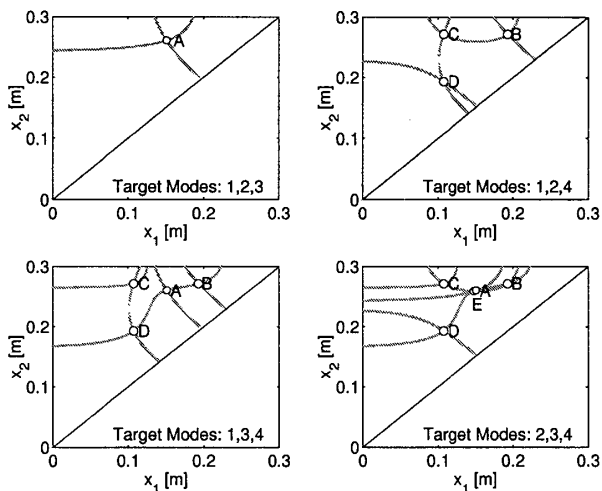


Fig. 7 Selection of sensor placement for three modes suppression with two sensors

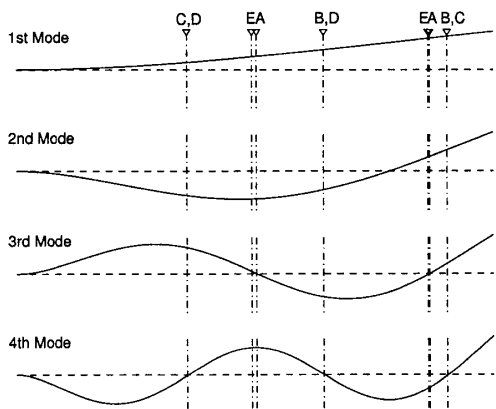


Fig. 8 Relation between mode shapes and sensor placement

ドの重み係数もほぼ0となっている。この結果、図6の中央列、右列に見られるフィルタリング後の信号においても、残る2つのモード成分が支配的となり、 s_1 次モードを完全に不可観測にすると共に、 s_2 次モードをほぼ不可観測にできた。

3.3 不可観測モード数3 任意に選択された3つのモードを同時に不可観測とするフィルタを設計する。式(12), (14), (15)を同時に満たすセンサ配置を求める。図3の曲線を重ね描きして交点を求めることで、所望のセンサ配置を求める。図7に不可観測の対象とするモードの組み合わせごとに、図3の曲線を重ね描きした結果を示す。図中に○印で示した点A~Eは、曲線の交点である。これらの交点のセンサ配置を、振動モード形上に重ねて描いた結果を図8に示す。図中に、「C, D」のようにカンマで区切った位置は、点Cと点Dの両者に共通するセンサ位置であることを表す。図

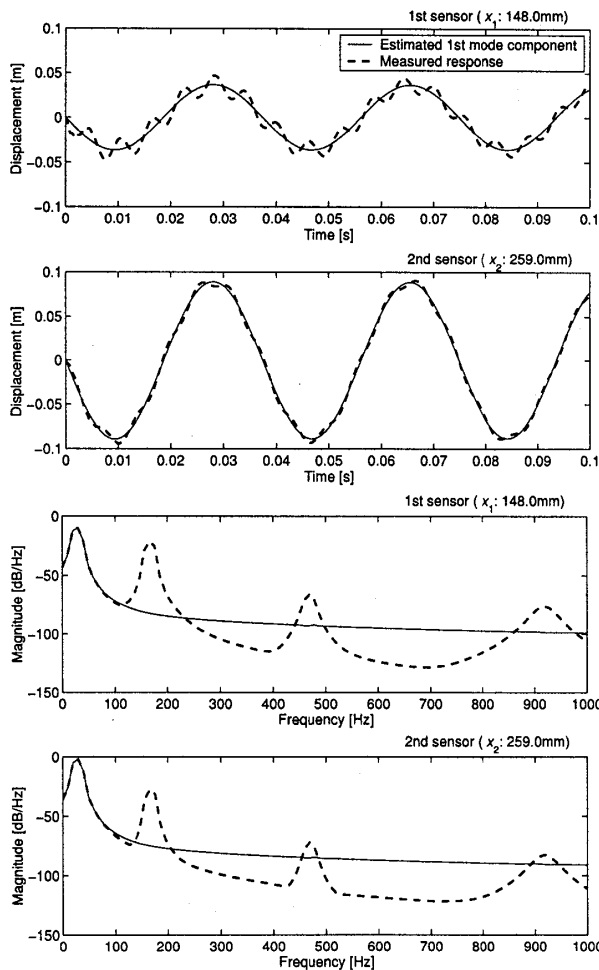


Fig. 9 Impulse responses and estimated first mode components at E-set sensor location

8から、点A~Dは2曲線の交点であり、モードの節に対応したセンサ配置であることがわかる。例えば、点Aのように $W_{13}(x_1, x_2) = 0$ と $W_{23}(x_1, x_2) = 0$ を満たすセンサ配置において、 $W_{12}(x_1, x_2) \neq 0$ の場合、センサは3次モードの節に配置されており、1次と2次のモードベクトルは1次独立な関係にあると考えられる。従って、1次と2次のモードベクトルの両者に直交する空間フィルタベクトルは設計できない。2曲線だけの交点にセンサを配置しても、3つのモードを同時に不可観測にできない。

点Eは、3曲線の交点である。ここに、点Eのあたりに、厳密な意味で、式(12), (14), (15)が同時に満たされる3曲線の交点が存在することは確認していない。しかしながら、目視による確認で、3曲線が交わっているとして得た点Eのセンサ配置 $x_1=148.0\text{mm}$, $x_2=259.0\text{mm}$ において、式(12), (14), (15)はほぼ満たされている。このとき、2, 3, 4次モードのモードベクトルは、ほぼ同一の直線上にあり、この直線に直交

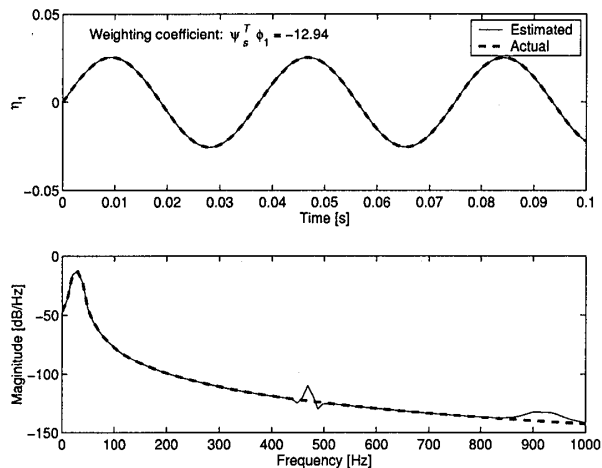


Fig. 10 Filtered response for E-set sensor placement (modal filtering of first mode)

する方向に空間フィルタベクトルを設計することで、これらのモードを近似的に不可観測にできる。その結果、1次モード成分だけを抽出するモーダルフィルタリングが実現する。

点 E のセンサ配置において測定された振動変位とそのパワースペクトルを図 9 の破線に示す。センサ出力には、1次から4次までのモードすべてが含まれることがわかる。この2次元信号に対して、2次モードに直交として設計した空間フィルタを適用した結果を図 10 に示す。図 10 の上段は、重み係数 $\psi_s^T \phi_1$ を用いて、式 (18) のスケールリングを行って得た1次のモード座標応答の推定値 $\hat{\eta}_1(t_k)$ を、有限要素モデルから計算される真値と比較した結果である。推定値と真値は、周波数、振幅、位相ともによく一致している。また、図 10 の下段は、図 10 上段の信号のパワースペクトルである。準最適なセンサ配置においても、2,3,4次のモードを不可観測にして、1次のモードを抽出するモーダルフィルタリングが、ほぼ実現されている。

図 10 に示した $\hat{\eta}_1(t_k)$ に、モードベクトルを乗じて、各センサ位置での1次モード成分を推定した結果を図 9 の実線に示す。それぞれのセンサ位置において、1次のモード成分だけが精度よく推定できた。

4. 結 論

機械構造物の振動を測定する際に、センサ出力に含まれる多数のモードの中から、任意に選択された複数のモードを同時に不可観測とする空間フィルタの設計法を提案した。得られた知見を以下にまとめる。

(1) モードの節にセンサを配置する手法よりも多数のモードを同時に不可観測にでき、モーダルフィルタ

を利用する手法より少数のセンサで実現できる。

(2) 不可観測の対象とするモードのモード関数、またはモードベクトルを精度よく求めておくだけで、所望のフィルタが設計できる。

(3) 片持ちはりを用いた数値例を通して、提案するフィルタリングが実現できることを示した。センサ数(2個)より多くのモード(3個)を同時に不可観測にするフィルタリングを実現した。

今後は、より多くのセンサを用いた場合の具体的な空間フィルタ設計法を明らかにすると共に、実データへの適用や、有限要素モデルから算出されたモードベクトルによるフィルタ設計など、種々の検証を行うことで本手法の一般性について検討していく予定である。

文 献

- (1) 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男, MATLAB による制御系設計, 東京電気大学出版局, (1998), 10-11.
- (2) 背戸一登, 松本幸人, パソコンで解く振動の制御, 丸善, (1999), 12-16.
- (3) Balas, M. J., Active Control of Flexible Structures, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 25, No. 3, (1978), 415-437.
- (4) Meirovitch, L. and Baruh, H., Control of Self-Adjoint Distributed Parameter Systems, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 5, No. 1, (1982), 60-66.
- (5) Shelly, S. J., Freudinger, L. C. and Allemang, R. J., Development of an On-Line Parameter Estimation System Using the Discrete Modal Filter, *Proceedings of 10th International Modal Analysis Conference*, (1992), 173-183.
- (6) 田中信雄, 菊島義弘, 黒田雅治, 分布定数系モーダルフィルタリングを規範とするポイントセンサによるモーダルフィルタリング手法について, *機論*, 63-609, C(1997), 1559-1567.
- (7) Matsumura, Y., Uncertainty in Cross Orthogonality Checks, *JSME International Journal*, Series C, Vol. 46, No. 2, (2003), 692-698.
- (8) Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B. and Shevitz, D. W., Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review, *Los Alamos National Laboratory Technical Report*, LA-13070-MS, (1996).
- (9) 長松昭男, モード解析, 培風館, (1985), 64-76.
- (10) 入江敏博, 機械振動学通論(第2版), 朝倉書店, (1981), 122-126.