

日本機械学会論文集(A編)  
51巻466号(昭60-6)

## 高速回転円板の起動・停止に伴う 疲労き裂の進展と最終破断\*

白鳥英亮\*\*, 吉田総仁\*\*\*  
Eiryō SHIRATORI, Fusahito YOSHIDA  
橋口哲朗\*\*\*\*, 安藤利治\*\*  
Tetsurō HASHIGUCHI, Toshiharu ANDŌ

**Key Words:** Rotating Disk, Fatigue, Crack Propagation, Fracture, Critical Crack Length, Mean Stress Criterion

### 1. 緒言

超遠心機, ガスタービンディスク等の高速回転体では起動・停止に伴う低サイクル疲労が強度設計上重要である。

き裂があまり進展せず, 主としてサイクリッククリープによって最終破断が起こる, 使用回転数がかなり高い場合の回転体の疲労強度については, 先に著者らが発電機ロータ用軸材 SNCM439製の中空回転円板の繰返し発停疲労試験および単軸引張圧縮による円板中心孔縁に対するシミュレーション疲労試験を行い, 円板のサイクリッククリープ変形が変動応力下のサイクリック構成方程式<sup>(1)(2)</sup>と全ひずみ理論によって十分精確に予測し得ること, およびサイクリッククリープ変形が不安定になる繰返し数として円板の疲労寿命を推定し得ることを示した<sup>(3)</sup>。

しかし, サイクリッククリープ変形をほとんど伴わずに, 繰返し発停によって高応力部に生じた疲労き裂が安定的に大きく成長した後最終破断に至る, 本来の意味での回転体の疲労強度については, 工業的に極めて重要であるにもかかわらず, 多大の労力と時間を要するなどの理由で, 実験的研究がほとんど行われていなかった。

本研究では, 疲労き裂の進展に注目した回転体の低サイクル疲労強度の推定法の確立を目的として, 回転円板の繰返し発停疲労試験および円板と同一材料のコンパクト試験片による疲労試験を実施し, 両試験結果を比較する形で回転体の疲労き裂の進展について実験

的に検討した。また, 最終破断のクライテリオンについて,  $K_{Ic}$  クライテリオン(厳密には, 平面ひずみ状態を満たしていないので  $K_0$  基準であるが, わかりやすいため本論文では  $K_{Ic}$  クライテリオンと呼ぶことにする), 平均応力説, および本研究で導いた剛塑性解析法等の適否を検討した。

### 2. 実験方法

実験に用いた材料は, 超遠心機ロータ用アルミニウム合金 6061-T6 の  $\phi 270$  mm 押し出し材である。表1および表2にはそれぞれ材料の化学成分および機械的性質を示す。円板試験片としては, 図1に示すような対称切欠付中空回転円板(板厚  $t$  は 5, 10, 20, 30 mm の4種類)と片方だけに切欠を付けた非対称切欠付中空回転円板( $t=5$  mm)を用いて回転上昇・下降を繰返す回転疲労試験を行った。図2に実験に用いた回転疲労試験機(日立工機にて試作)の概略図を示す。回転数の上・下限の設定は2点制御デジタル回転計を用いて行い, その変動幅は $\pm 80$  rpmである。上限回転数は, 30 000, 27 000, 25 000, 23 000, 21 000 rpm の5段階とし, 下限回転数は2 500 rpmとした。1~100 サイクルおきに(最終破断繰返し数近くではできるだけ小さい間隔で)試験機を停止して切欠底からの疲労き裂の進展長さを読取顕微鏡で測定した。対称切欠付円

表1 試験片の化学成分(wt%)

Al	Cu	Cr	Mg	Si
97.9	0.25	0.25	1.0	0.6

表2 試験片の機械的性質

Yield stress (MPa)	Tensile strength (MPa)	Hardness (HB)	Elongation (%)
275	304	95	12

\* 昭和57年10月10日 第60期全国大会講演会および昭和58年10月9日 第61期全国大会講演会において講演, 原稿受付 昭和58年12月26日。

\*\* 正員, 埼玉大学工学部(〒338 浦和市下大久保255)。

\*\*\* 正員, 広島大学工学部(〒724 東広島市西条町大字下見)。

\*\*\*\* 学生員, 埼玉大学大学院。

板で板厚を4とおりにしたのは板厚の影響を見るためであり、また非対称切欠付円板も実験したのは切欠きの対称性の影響を調べるためであった。材料の疲労き裂進展特性および破壊じん性値を求めるためにはコンパクト試験片を用いたが、疲労試験条件は完全片振りとし、円板の条件と対応させるために、応力拡大係数範囲は、 $\Delta K \cong 15 \sim 40 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 程度として、試験片厚さ  $B=5, 10, 20, 30 \text{ mm}$  の4種類について実験した。また、破壊じん性値の測定では代表的に  $B=5 \text{ mm}$  について実験を行い、荷重-荷重点変位より5%セカント

法によって破壊じん性値  $K_0$  を求めた。

### 3. 実験結果と考察

**3.1 疲労き裂の進展** 図3は板厚5 mmの対称切欠付中空回転円板を5段階の上限回転数で回転疲労試験した時のき裂長さ  $a$  (切欠きの長さを含む) と繰返し数  $N$  の関係を示したものである。上限回転数が増すと曲線は左方に移るが、曲線の形はほぼ似ている。図4は板厚だけを変えた対称切欠付円板について  $a$  と  $N$  の関係を示したものである。板厚が20 mm以下の円板に関しては、 $a \sim N$  関係に及ぼす円板板厚の影響は小さいとみなされるが、板厚30 mm円板では明らかに寿命が異なっている。しかし、これは従来の板厚効果とは逆の傾向を示しているので、円板の内径に対して板厚が大きくなるような円板形状に対して、さらに検討の余地があろう。図5は切欠きの対称性の影響を調べた実験結果である。上限回転数23000 rpmの場合は対称切欠き(切欠数=2)のデータのほうが非対称切欠き(切欠数=1)のデータより左側に位置しているが、上限回転数27000の場合両者はよく一

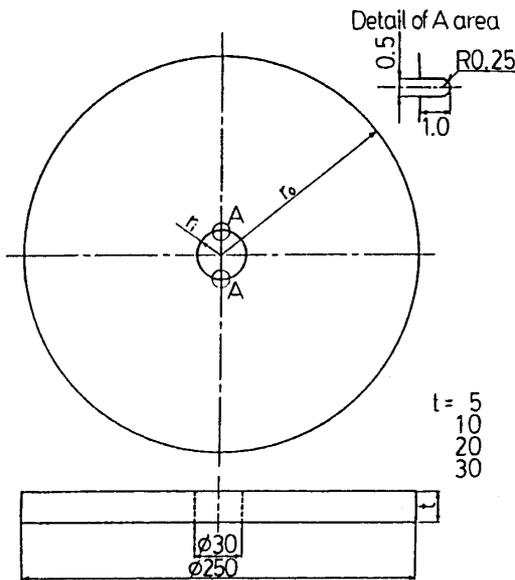


図1 円板試験片の形状 (単位はmm)

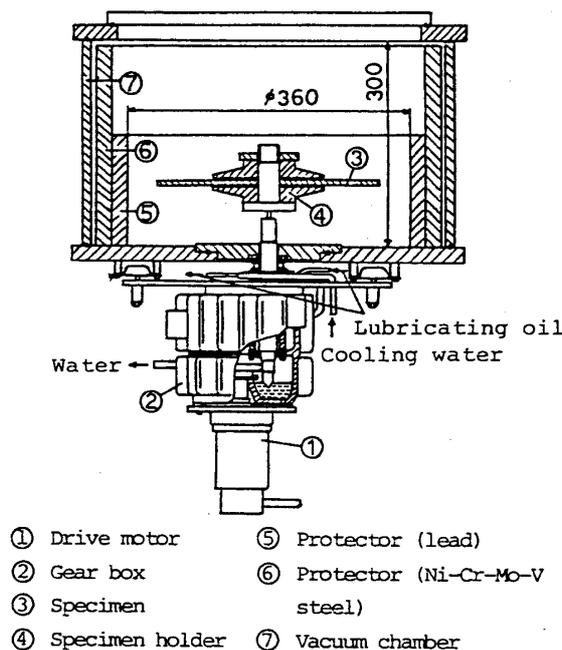


図2 回転疲労試験機概略図

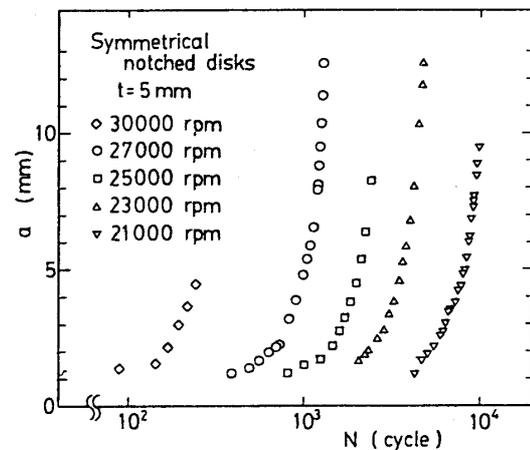


図3 上限回転数を変えた時の  $a$  と  $N$  の関係

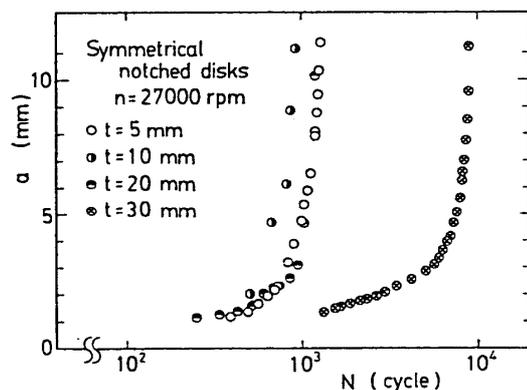


図4 円板板厚の影響

致している。これより、荷重条件が厳しくなると切欠きの対称性の影響はなくなるようである。図6は図3から図5までの結果を一括して応力拡大係数範囲  $\Delta K$  と疲労き裂進展速度  $da/dN$  の関係として表したものである。ここで、円板の  $K$  の計算には村上・西谷の体積力法の結果<sup>(4)</sup>をもとに次式を使った。

$$\left. \begin{aligned} K &= \sigma_0 \sqrt{\pi r_i} \frac{1}{F(\lambda)} \\ \sigma_0 &= \frac{3+\nu}{8} \rho (r_0 \omega)^2 \\ \lambda &= a/r_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし  $F(\lambda)$  の値については、計算結果を与えられていないものは直線補間法によった。なお、 $\rho$  は円板材の単位体積当りの質量（密度）、 $\nu$  はポアソン比、 $\omega$  は回転角速度、 $r_i$  は円板の内半径、 $r_0$  は円板の外半径、 $a$  は切欠きの長さ  $a_0 (=1.0 \text{ mm})$  を含むき裂長さである。図6にはコンパクト試験片を用いた疲労試験結果も併記してあるが、すべての回転疲労試験相互間およびそれらとコンパクト試験片の結果の間にも顕著な差異は認められず、したがって円板の  $\Delta K$  と  $da/dN$  の関係に対する円板板厚および切欠きの対称性の影響はほとんど無視できること、円板の  $\Delta K$  と  $da/dN$  の関係がコンパクト試験片のそれから予想できることがわかる<sup>\*1</sup>。なお、この関係は一義的に次の形で表すことができる。

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \dots\dots\dots (2)$$

本実験における定数  $C$  および  $m$  の値は次のようになる。

$$C = 1.18 \times 10^{-11}$$

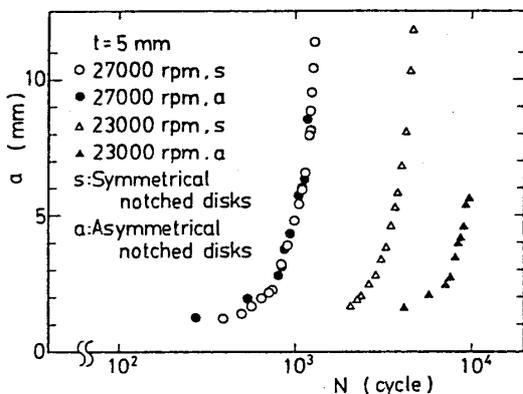


図5 切欠きの対称性の影響

\*1 円板疲労試験（繰返し周波数 0.001~0.006 Hz,  $10^{-1}$  mmHg オーダの真空中）とコンパクト試験片の疲労試験（繰返し周波数 0.1~3 Hz, 大気中）との間の試験環境の違いの影響は実用上無視できると考えた。

$$m = 3.85$$

ただし  $\Delta K$  および  $da/dN$  の単位はそれぞれ  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  および  $\text{m}/\text{cycle}$  で表している。

3.2 最終破断のクライテリオンを検討

3.2.1 平均応力説および  $K_{Ic}$  クライテリオン

いま、回転円板の最終破断のクライテリオンとして平均応力説を適用し、円板の危険断面における弾性円周応力の平均値が円板材の引張強さ  $\sigma_B$  に等しい状態になった時最終破断が起こったとすると、その時の限界き裂長さ  $a_c$  は次式で与えられる。

$$a_c = (r_0 - r_i) - \frac{1}{3} \frac{\rho}{\sigma_B} \omega^2 (r_0^3 - r_i^3) \dots\dots\dots (3)$$

また、ぜい性破壊（低応力不安定破壊）の  $K_{Ic}$  クライテリオンは

$$K = K_{Ic} \dots\dots\dots (4)$$

で表される。

さて、対称切欠付中空回転円板の板厚 5 mm のものについては上限回転数 23 000 rpm と 27 000 rpm について最終破断までのデータが得られており、 $a-N$  曲線および破面観察から、最終破断時の限界き裂長さ  $a_c$  がそれぞれ 58 mm, 41 mm と推定されたので、これをもとに最終破断のクライテリオンについて検討してみた。式(3)から計算される  $a_c$  は 23 000 rpm, 27 000 rpm でそれぞれ 75 mm, 62 mm となり、平均応力説による計算結果は明らかに危険側の予測を与える。次に、式(4)から  $a_c$  を求めると、本材料の板厚 5 mm の破壊じん性  $K_Q$  は  $21.6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  であったので、式(1)から  $a_c$  は 23 000 rpm, 27 000 rpm の場合にそれぞれ 4.3 mm, 1.9 mm となりあまりにも安全な推

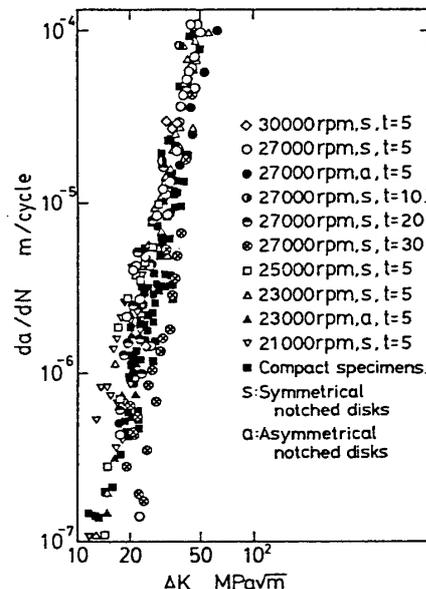


図6  $\Delta K$  と  $da/dN$  の関係

定値を与えた。

なお、最近になって延性材料製の人工き裂付回転円板の回転上昇試験における不安定破壊強度が修正平均応力説によって、あるいはコンパクト試験片から求めた  $R$  曲線と円板の  $J$  積分解析とから予測できることが報告されている<sup>(6)</sup>。この場合と本研究の場合の違いは、き裂進展過程の有無または大小だけであり、同様な考え方は本研究の場合にも適用できるであろう。しかし、き裂付円板の疲労試験の場合は、き裂線を通る直径断面近傍を除いた円板の大部分の領域は弾性変形状態にあり、き裂近傍に生じた塑性変形が円板の巨視的寸法変化に及ぼす影響は小さいので、円板の巨視的変形による遠心力の増加を前提とする修正平均応力説の適用は力学的に無理がある。一方、 $J$  積分解析は理論的にはより合理的であろうが、計算に非常な手数がかかる。そこで、最終破断のクライテリオンとして剛塑性解析法の適否を検討してみた。

3.2.2 剛塑性解析法の検討

(a) 帯板による円板のモデル化に基づくき裂円板の剛塑性解析法 図7に示すように、き裂を有する中空回転円板を帯板によってモデル化する。すなわち、き裂のない中空回転円板の円周応力  $\sigma_\theta$  の分布を簡単化のため線形分布であると仮定し<sup>\*2</sup>、その荷重が幅  $W (= r_o - r_i)$  で片側に長さ  $a$  のき裂を有する帯板に

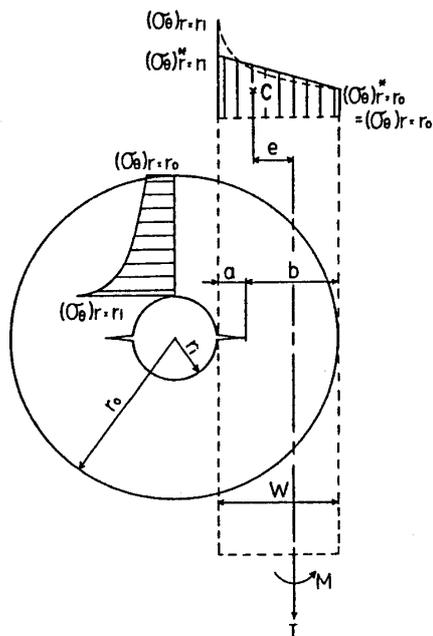


図7 帯板による円板のモデル化

\*2 円周応力分布を線形近似したことによる限界き裂長さの予測値は、実際の円周応力分布を数値積分して求めたものと比べて0.7%未満の差にすぎないので、この近似は差支えないと思われる。

かけられている場合で置き換える。ここで、近似した線形応力分布は次の条件を満たすものとする。(1)実際の円周応力分布を示す図形の面積と近似応力分布の台形の面積は等しい。(2)線形応力分布の外周における値  $(\sigma_\theta)_{r=r_o}^*$  は、実際の円周応力の外周における応力値  $(\sigma_\theta)_{r=r_o}$  に等しい。以上の条件を満たす線形応力分布の内周における応力値は

$$(\sigma_\theta)_{r=r_i}^* = \frac{\rho\omega^2}{12} \{ (5+3\nu)r_o^2 + 8r_o r_i - (1+3\nu)r_i^2 \} \dots\dots\dots (5)$$

となる。

さらに、荷重は帯板の遠方でかけられていると仮定すれば、この帯板は遠方で軸力  $T$  と曲げモーメント  $M$  をかけられている場合に置き換えて考えることができる。ただし、 $T$  と  $M$  は単位厚さ当りの軸力と曲げモーメントとし、リガメントの midpoint に関して定義する。

さて、軸力  $T$  は

$$T = \int_{r_i}^{r_o} \sigma_\theta dr = \frac{\rho\omega^2}{3} (r_o^3 - r_i^3) \dots\dots\dots (6)$$

リガメント部の midpoint に関する曲げモーメント  $M$  は

$$M = eT \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $e$  は近似応力分布の台形の図心  $C$  とリガメント部の midpoint の距離 (図7参照) であり、帯板の板幅  $W$  およびリガメント長さ  $b (= W - a)$  を用いて表すと次のようになる。

$$e = W\xi - (b/2) \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $\xi$  は円板の内半径  $r_i$ 、外半径  $r_o$ 、および円板材のポアソン比  $\nu$  によって決まる定数であり、次式のように表される。

$$\xi = \frac{(13+3\nu)r_o^2 + 16r_o r_i + (7-3\nu)r_i^2}{24(r_o^2 + r_o r_i + r_i^2)} \dots\dots (9)$$

次に、板幅がリガメント長さ  $b$  に等しいき裂のない帯板に、軸力または曲げモーメントが単独に働いた時に全面降伏が生じたとすると、そのときの軸力  $T_0$  と曲げモーメント  $M_0$  は

(平面ひずみ)

$$T_0 = 2kb, \quad M_0 = \frac{1}{2} kb^2 \dots\dots\dots (10)$$

(平面応力)

$$T_0 = \sqrt{3}kb, \quad M_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} kb^2 \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $k$  はせん断降伏応力であり、平面応力状態ではミーゼスの降伏条件を仮定する。いま、帯板の全面降伏時の  $T$  および  $M$  をそれぞれ式(10)または(11)の  $T_0$  および  $M_0$  で割って無次元化すると

(平面ひずみ)

$$T_1 = \frac{T}{2kb}, \quad M_1 = \frac{M}{(1/2)kb^2} \quad \dots\dots\dots(12)$$

(平面応力)

$$T_1 = \frac{T}{\sqrt{3}kb}, \quad M_1 = \frac{M}{(\sqrt{3}/4)kb^2} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 $T_1$  および  $M_1$  はそれぞれ軸力および曲げに対する塑性拘束率を表している。式(12)または(13)によって式(7)を書き直せば

$$M_1 = \frac{4e}{b} T_1 \quad (\text{平面ひずみ, 平面応力}) \quad \dots\dots(14)$$

さて、図7の帯板は、軸力  $T$  と曲げモーメント  $M$  を受けた結果、き裂断面でちょうど全面降伏が生じた状態であるとし、その時の  $T$  と  $M$  の大きさを推定することによって限界き裂長さ  $a_c$  を求めることにする。簡単のために材料は剛塑性であると仮定し、平面ひずみ状態での変形を考えると、全面降伏時の  $T$  と  $M$  の推定法には、[I] 下界法、[II] すべり線場解析、[III] 上界法の三つが、平面応力状態では、[IV] 下界法があるが、これらについては、白鳥・三好<sup>(6)</sup>や岡村ら<sup>(7)</sup>がすでに導いているので、ここではそれらの結果をそのまま、あるいは最小自乗近似して用いることにする。

[I] 下界法 (平面ひずみ)

表3 式(18)および(19)の係数

$\alpha_0=1.88788$	$\beta_0=1.06749$
$\alpha_1=0.753188$	$\beta_1=0.294225$
$\alpha_2=-5.65160$	$\beta_2=-1.94345$
$\alpha_3=11.8451$	$\beta_3=2.34455$
$\alpha_4=-8.82817$	$\beta_4=-1.75539$

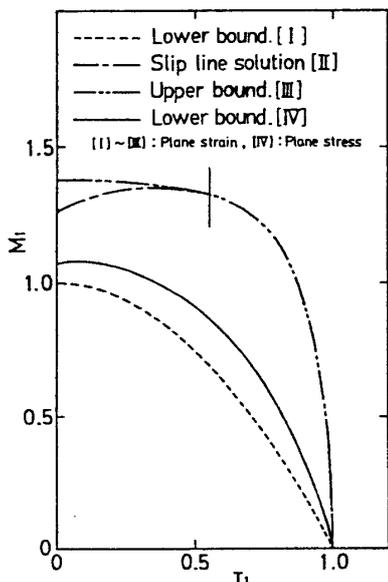


図8 全面降伏曲線

$$M_1 + T_1^2 = 1 \quad \dots\dots\dots(15)$$

[II] すべり線場解析 (平面ひずみ)

$$M_1 + 0.739 T_1^2 - 0.521 T_1 = 1.261 \quad \dots\dots\dots(16)$$

ただし、式(16)の有効範囲は

$$0 \leq T_1 \leq 0.551 \quad \dots\dots\dots(17)$$

[III] 上界法 (平面ひずみ)

$$M_1^2 = \alpha_0 + \alpha_1 T_1 + \alpha_2 T_1^2 + \alpha_3 T_1^3 + \alpha_4 T_1^4 \quad \dots\dots(18)$$

ただし、式(18)は、 $0 \leq T_1 \leq 0.994$  に対して最大誤差 2.8%で、係数  $\alpha_i (i=0 \sim 4)$  は表3の値をとる。

[IV] 下界法 (平面応力)

$$M_1 = \beta_0 + \beta_1 T_1 + \beta_2 T_1^2 + \beta_3 T_1^3 + \beta_4 T_1^4 \quad \dots\dots(19)$$

ただし、式(19)は、 $0 \leq T_1 \leq 0.96$  に対して最大誤差 2.0%で、 $a/W > 0.220$  の帯板に対してのみ有効である。また、係数  $\beta_i (i=0 \sim 4)$  は表3の値をとる。

式(15)、(16)、(18)、(19)より  $T_1$ - $M_1$  関係を計算すると図8の曲線が描かれる。また式(14)は  $T_1$ - $M_1$  平面上では原点を通り、リガメント長さ  $b$  と偏心量  $e$  によって定まる傾きを持つ直線を表す。ここで偏心量  $e$  は帯板の幅  $W$  とリガメント長さ  $b$ 、および定数  $\xi$  に関係するから、式(14)の傾きは無次元化したリガメント長さ  $b/W$  と定数  $\xi$  によって定まることになる。

さて、式(14)で表される直線と図8の全面降伏曲線の交点は、無次元リガメント長さ  $b/W$  と定数  $\xi$  に対する全面降伏時の塑性拘束率  $T_1$ 、 $M_1$  の組合せを与える。これより、式(12)または(13)の第1式によって全面降伏荷重  $T$  が  $b/W$  および  $\xi$  の関数として与えられる。他方、 $T$  は式(6)によって表されるので、両者を組合せて解くことにより限界リガメント長さ  $b_c$  (よって限界き裂長さ  $a_c$ ) を求めることができる。各方法による限界き裂長さ  $a_c$  の予測式を導くと次のようになる。

[I] 下界法 (平面ひずみ) による予測式

$$a_c = (r_0 - r_i) \left\{ 1 + \frac{1}{6} \eta \left( 1 - \sqrt{2 + \frac{24\xi}{\eta}} \right) \right\} \quad \dots\dots(20)$$

ここで

$$\eta = \frac{\rho\omega^2}{k} (r_0^2 + r_0 r_i + r_i^2) \quad \dots\dots\dots(21)$$

[II] すべり線場解析 (平面ひずみ) による予測式

$$a_c = (r_0 - r_i) \left\{ 1 + \frac{1}{6} \eta \left( 1 - 0.891 \times \sqrt{2 + \frac{24\xi}{\eta}} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots(22)$$

ただし

$$1 > \frac{a_c}{r_0 - r_i} > 1 - 0.909 \xi \quad \dots\dots\dots(23)$$

[III] 上限法 (平面ひずみ) による予測式

$$a_c = (r_o - r_i) \left[ 1 + \alpha_0^* \eta + \frac{1}{2} \left( A - \frac{2}{3} B \right)^{1/2} - \left\{ -\frac{1}{4} A - \frac{1}{3} B + \frac{1}{2} C \left( A - \frac{2}{3} B \right)^{-1/2} \right\}^{1/2} \right] \dots\dots\dots (24)$$

ここで

$$A = \left\{ -\frac{q}{2} + \frac{1}{2} (q^2 + 4p^3)^{1/2} \right\}^{1/3} + \left\{ -\frac{q}{2} - \frac{1}{2} (q^2 + 4p^3)^{1/2} \right\}^{1/3}$$

$$B = \alpha_1^* \eta^2, C = \alpha_2^* \eta^3 + \alpha_3^* \eta^2 \xi$$

$$p = \alpha_4^* \eta^4 + \alpha_5^* \eta^3 \xi + \alpha_6^* \eta^2 \xi^2$$

$$q = \alpha_7^* \eta^6 + \alpha_8^* \eta^5 \xi + \alpha_9^* \eta^4 \xi^2$$

ただし,  $\alpha_i^* (i=0\sim9)$ の値は表4に示す.

[IV] 下界法 (平面応力) による予測式

$$a_c = (r_o - r_i) \left[ 1 + \beta_0^* \eta + \frac{1}{2} \left( A^* - \frac{2}{3} B^* \right)^{1/2} - \left\{ -\frac{1}{4} A^* - \frac{1}{3} B^* + \frac{1}{2} C^* \left( A^* - \frac{2}{3} B^* \right)^{-1/2} \right\}^{1/2} \right] \dots\dots\dots (25)$$

ここで

表4 式(24)および(25)の係数

$\alpha_0^* = 0.0166233$	$\beta_0^* = 0.103402$
$\alpha_1^* = -0.143669$	$\beta_1^* = -0.131580$
$\alpha_2^* = 0.0338058$	$\beta_2^* = -0.721128$
$\alpha_3^* = 0.235420$	$\beta_3^* = 0.0384438$
$\alpha_4^* = 0.00321397$	$\beta_4^* = 0.149132$
$\alpha_5^* = 0.00521795$	$\beta_5^* = 0.00466073$
$\alpha_6^* = 0.313893$	$\beta_6^* = -0.0108055$
$\alpha_7^* = 0.000659316$	$\beta_7^* = -0.0577806$
$\alpha_8^* = -0.0144178$	$\beta_8^* = 0.000423586$
$\alpha_9^* = 0.0347711$	$\beta_9^* = 0.00350991$
	$\beta_{10}^* = 0.00779213$
	$\beta_{11}^* = 0.0277781$

$$A^* = \left\{ -\frac{q^*}{2} + \frac{1}{2} (q^{*2} + 4p^{*3})^{1/2} \right\}^{1/3} + \left\{ -\frac{q^*}{2} - \frac{1}{2} (q^{*2} + 4p^{*3})^{1/2} \right\}^{1/3}$$

$$B^* = \beta_1^* \eta^2 + \beta_2^* \eta \xi, C^* = \beta_3^* \eta^3 + \beta_4^* \eta^2 \xi$$

$$p^* = \beta_5^* \eta^4 + \beta_6^* \eta^3 \xi + \beta_7^* \eta^2 \xi^2$$

$$q^* = \beta_8^* \eta^6 + \beta_9^* \eta^5 \xi + \beta_{10}^* \eta^4 \xi^2 + \beta_{11}^* \eta^3 \xi^3$$

ただし,  $\beta_i^* (i=0\sim11)$ の値は表4に示す. また

$$1 \geq \frac{a_c}{r_o - r_i} > 0.220 \dots\dots\dots (26)$$

(b) 実験値との比較検討 式(20), (24), (25)による  $a_c$  の計算値を実験値と比較した結果を表5に示す. なお, 式(22)については式(23)の条件より削除してある. 実験に用いた材料はミーゼス材なので, 降伏応力の評価はミーゼスの条件に従った. さらに, 回転疲労の上限回転数  $n$ (rpm)に対して式(20), (22), (24), (25)から予測される限界き裂長さを無次元化した値  $a_c / (r_o - r_i)$  をプロットすると図9のような

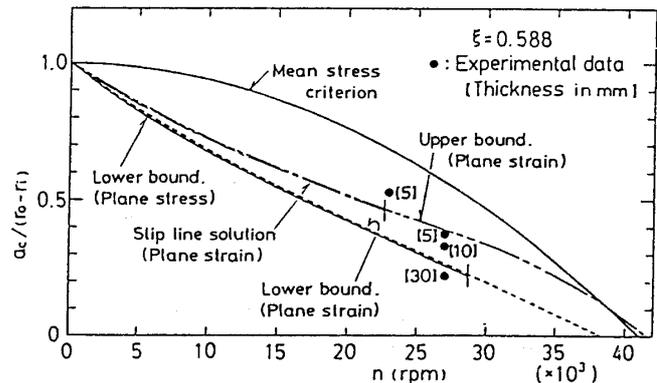


図9 上限回転数と限界き裂長さの関係

表5 各予測法による限界き裂長さおよび破断寿命

Experimental Condition and Experimental Result	Method of Prediction	Critical Crack Length $a_c$ (mm)	Predicted Life $N_{fp}$ (cycle)	Error $(N_{fp} - N_f) / N_f$ (%)
Symmetrical notched disk 23000 (rpm), Thickness=5 (mm) $a_c=58$ (mm), $N_f=5614$ (cycle) $\frac{da}{dN} = 1.09 \times 10^{-11} \Delta K^{4.05}$	Lower bound. (Plane strain)	39.20	6100	8.66
	Upper bound. (Plane strain)	50.62	6169	9.89
	Lower bound. (Plane stress)	38.73	6095	8.57
	Mean stress criterion	75.22	6214	10.69
	Experimental data	58.	6198	10.40
Symmetrical notched disk 27000 (rpm), Thickness=5 (mm) $a_c=41$ (mm), $N_f=1425$ (cycle) $\frac{da}{dN} = 3.05 \times 10^{-13} \Delta K^{5.08}$	Lower bound. (Plane strain)	29.05	1643	15.30
	Upper bound. (Plane strain)	42.93	1664	16.77
	Lower bound. (Plane stress)	28.58	1642	15.23
	Mean stress criterion	62.07	1672	17.33
	Experimental data	41.	1662	16.63
Symmetrical notched disk 27000 (rpm), Thickness=10 (mm) $a_c=36$ (mm), $N_f=1033$ (cycle) $\frac{da}{dN} = 1.73 \times 10^{-13} \Delta K^{5.27}$	Lower bound. (Plane strain)	29.05	1426	38.04
	Upper bound. (Plane strain)	42.93	1443	39.69
	Lower bound. (Plane stress)	28.58	1426	38.04
	Mean stress criterion	62.07	1449	40.27
	Experimental data	36.	1435	38.92
Symmetrical notched disk 27000 (rpm), Thickness=30 (mm) $a_c=24$ (mm), $N_f=9246$ (cycle) $\frac{da}{dN} = 1.93 \times 10^{-13} \Delta K^{4.64}$	Lower bound. (Plane strain)	29.05	9688	4.78
	Upper bound. (Plane strain)	42.93	9895	7.02
	Lower bound. (Plane stress)	28.58	9677	4.66
	Mean stress criterion	62.07	9978	7.92
	Experimental data	24.	9533	3.10

る。ただし、定数 $\xi$ の値は実験にあわせて $\xi=0.588$ としている。図9には参考として式(3)の平均応力説による予測も載せた。これらにより、次のような結果が得られた。(1)回転円板を帯板でモデル化し、その不安定変形を剛塑性解析する時、平面ひずみおよび平面応力の下界法を応用するとほぼ安全側の限界き裂長さの予測を与える。(2)平面応力の下界法によるほうが平面ひずみの下界法よりもわずかに安全側の評価を与える。(3)平面ひずみの上界法およびすべり線場解析は、ほぼ同じ値で実験値に近い値をとる。なお、板厚30mmの実験値だけは、平面応力の下界法を用いてもやや危険側の予測を与えているが、疲労繰返し数の観点からいえば、予測値と実験値の比較的小さなき裂長さの差は最終破断近傍のわずかなサイクル数にしか相当しないので、実用上は本報告による式を用いて最終破断の予測をしても差支えないものと思われる。

(c) 最終破断寿命の検討 限界き裂長さが与えられれば、式(2)より破断寿命 $N_{fp}$ を予測することができる。すなわち

$$N_{fp} = \frac{1}{C} \int_{a_2}^{a_c} (\Delta K)^{-m} da + N_2 \dots \dots \dots (27)$$

ここで、 $N_2$ はき裂発生寿命(き裂が発生したと認められた時のき裂長さはちらばるので、便宜上 $a_2=2$ mmになった時の繰返し数をもってき裂発生とみなした)、 $a_c$ は各予測法より求められる限界き裂長さである。式(27)の計算で、 $N_2$ は実験値を用い、計算と実験の対比をより厳密に行うために $C$ および $m$ の値の決定には個々の円板に対する値を用いた。各予測法による限界き裂長さ $a_c$ を使って式(27)より最終破断寿命 $N_{fp}$ を推定し、実験値と比較した結果を表5に示す。これより、全体的に実際より長めの予測寿命になっているが、定性的には平均応力説を用いて予測したものより剛塑性解析法を用いたほうが実際に近いことがわかる。なお、全体的に長めの予測寿命になった理由は、最終破断近傍における $da/dN$ 対 $\Delta K$ 曲線の激しい立上りが計算では考慮されていないためと考えられる。また、本解析においては、き裂開始までの寿命を実験

値から求めたが、この部分の理論解析がなされれば、円板の全寿命にわたる予測が可能となる。

#### 4. 結 言

超遠心機ロータ用アルミニウム合金6061-T6を用いて、疲労上限回転数、板厚、切欠数を変化させ回転疲労試験を行い、また、回転円板を帯板によりモデル化し、その不安定変形の剛塑性解析を行った結果、次のような結言が得られた。

(1) 回転円板における疲労き裂の成長速度と応力拡大係数範囲の関係は、コンパクト試験片の結果から予想できる。

(2) 切欠きの対称・非対称の違いおよび円板板厚の違いが疲労き裂成長速度に及ぼす影響は小さい。しかし、円板の内径に対して板厚が大きくなるような円板に対しては、まだ検討の余地がある。

(3) 回転円板の低サイクル疲労の最終破断クライテリオンとして、平均応力説は危険側の、また $K_{Ic}$ クライテリオンはあまりにも安全側の予測を与える。

(4) 回転円板を帯板によりモデル化し、その不安定変形を剛塑性解析することにより、限界き裂長さの値に対してほぼ安全側の予測を与える簡便な式を導くことができた。

終わりに本研究は昭和55,56年度文部省科学研究費補助金(一般研究B,課題番号546069)によって行ったものであり、また、実験にあたっては当時埼玉大学工学部学生であった須藤俊一氏、菊池彰浩氏、廣岡達氏らのご協力を得たものであることを記し、謝意を表する。

#### 文 献

- (1) 吉田・ほか2名, 機論, 45-395, A (昭54), 769.
- (2) 吉田・ほか2名, 機論, 46-407, A (昭55), 788.
- (3) 白鳥・吉田, 機論, 46-409, A (昭55), 968.
- (4) 村上・西谷, 機論, 41-348(昭50), 2255.
- (5) 神沢・ほか4名, 材料, 32-360(昭58), 1011.
- (6) 白鳥(正)・三好, 機論, 46-407, A (昭55), 837.
- (7) 岡村・ほか2名, 機論, 49-445, A (昭58), 1081.

## 討 論

〔質問〕 神沢守仁

〔(株)荏原製作所 中央研究所〕

(1) 回転円板の繰返し発停によるき裂成長速度が $K_0$ の2倍程度の $K$ 値までコンパクト試験片による $da/dN$ - $\Delta K$ 関係とほぼ一致しており(図6), それを

$K_0$ の3倍程度のところまで延長して最終破断寿命を予測し安全側かつ実用的精度の結果が得られているが、他の高じん性材料においても同様になるかどうかについてご教示いただきたい。

また、破壊じん性試験において、 $K_0$ に達した時安

定き裂が成長していたかどうかお教え願いたい。

(2) 回転「円板の  $\Delta K$  と  $da/dN$  の関係がコンパクト試験片のそれから予測できる」とされているが、最終破断寿命  $N_{fp}$  の推定にはコンパクト試験片による  $\Delta K$ - $da/dN$  関係および  $N_2$  として個々の円板ごとの実測結果を用いておられる。コンパクト試験片で求めた  $N_2$  を用いた場合  $N_{fp}$  がどうなるかお教え願いたい。

(3) 非対称片側切欠付回転円板の  $K$  値はどのようにして求められたのか。また、同じ長さの切欠きが対称または非対称（片側）にある場合、 $K$  値はどの程度異なるのか。

〔回答〕 (1) コンパクト試験片による  $da/dN$ - $\Delta K$  関係を用いて回転円板の最終破断寿命を予測すると、実際よりいくぶん長めの予測寿命すなわち（安全側ではなくて）多少危険側になる。これは他の高じん性材料の場合でも同様と考えられる。その理由は、用いた  $da/dN$ - $\Delta K$  関係に、円板の最終破断近傍における非常に大きい  $da/dN$  の範囲の、 $da/dN$ - $\Delta K$  曲線の激しい立上りが考慮されないからである。寿命予測の精度を上げるには、非常に大きい  $da/dN$  の範囲まで含めた  $da/dN$ - $\Delta K$  曲線が必要となるが、そうするとコンパクト試験片だけでは間に合わず、回転円板の疲労試験を少なくとも1枚は実際にやらなければならないだろう。なお、 $K_0$  に達した時安定き裂が成長していたかどうかについては、破壊じん性値を求めた時、安定き裂成長の有無に注意しなかったので、残念ながら確答できない。

(2) き裂発生寿命  $N_2$  については現在これを正確に推定できる段階でないので、個々の円板に対する実測値を用いるほかなかった。 $da/dN$ - $\Delta K$  関係についても、計算と実験を対比する上でそのほうがより厳密なので、個々の円板について得られた関係を使用した。

設計の立場からはコンパクト試験片による関係を用いるべきだが、そうすると  $N_{fp}$  の予測値の誤差は表5の値よりいくぶん大きくなる。

(3) 図6において切欠きの対称・非対称の違いの影響はあまり大きくないという実験結果、および非対称切欠付回転円板の  $K$  値の厳密計算は面倒な有限要素法によらなければならないことなどを考慮し、本論

文では非対称切欠付円板の  $K$  値の計算にも近似的に式(1)を用いた。しかし厳密には対称切欠付円板と非対称切欠付円板とでは、後者のほうがやや小さい  $K$  値を示すが、この点については質問者らの研究結果(付1)のほうが詳しい。なお、非対称切欠付円板の  $K$  値に対して有限要素法による値を使用する時は、図6に示した  $da/dN$ - $\Delta K$  関係のデータの散らばりはいくぶん小さくなることが予想される。

〔質問〕 影山 和郎

〔工業技術院機械技術研究所〕

(1) 図4のき裂進展挙動が他と異なる  $t=30$  mm について、内部と表面で進展量に差はなかったのか。

(2) 平面ひずみの下界解に式(15)を用いておられるが、平面ひずみ問題に対しても質問者らによって改善された下界解(付2)が得られているので、限界き裂長さの推定に際しても改善された下界解を用いたほうがより合理的ではないか。

〔回答〕 (1) 最終破断以前の円板について、き裂前縁の進展状況を観測するために、き裂面を開くことは容易でなかったので、き裂の進展量の測定は円板の上下表面だけで行い、内部では行わなかった。それゆえき裂進展量の差について定量的回答はできないが、定性的には内部のほうが大きく、その差は円板の板厚とともに大きくなると考えられる。このため  $t=30$  mm の場合、円板表面にき裂が現れる以前にすでに内部に観測に引っかかり得るき裂が生じていたことも考えられ、この影響も図4の  $t=30$  mm の場合の曲線が  $t=5\sim 20$  mm の場合の曲線より右方にずれていることの理由に含まれていると思われる。しかしずれにはこのほかの影響も考えられるので、さらに大きい板厚での追加実験も含めた詳しい検討が必要であると考えている。

(2) 問題を平面ひずみ状態とするならば、ご質問のとおり、質問者らの改善された下界解を用いるほうがより合理的であり、また計算値は、例えば図9で、実験値にかなり近づくことが予想される。ただ円板のリガメント幅が板厚に比べて相当に大きいので、リガメント部分の取扱いは平面応力状態としたほうがより現実的と考えて、本論文では平面応力状態に対する下界解だけに質問者らの結果を利用した。

(付2) 文献(7)の1076ページ。

(付1) 坂田・ほか4名, 機論, 45-391, A (昭54), 236.