

構造物の回転自由度に関する周波数応答関数の推定* (相互 FRF 推定法の提案と 6 自由度 FRF の推定)

細 矢 直 基^{*1}, 吉 村 卓 也^{*2}

Estimation of Frequency Response Function on Rotational Degrees of Freedom of Structures (Cross FRFs Estimation and Measurement of 6-DOF FRFs)

Naoki HOSOYA^{*3} and Takuya YOSHIMURA

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

Rotational FRFs have not been measured in experimental modal analysis even though the importance of rotational FRFs have been recognized recently. Consequently it is difficult to utilize the FRFs on the basis of vibration testing for the structure modification analysis. The authors have proposed an estimation of the auto FRFs in rotation of structures. In the method a T-shaped rigid block whose inertia properties were known was attached to the measurement point on the structure. The estimation of three-degree-of-freedom (3-DOF) FRFs (one DOF in rotation and two DOFs in translation) of the beam structure using the T-shaped rigid block was demonstrated. The effect of estimated rotational FRFs against the random noise of measured FRFs were evaluated as a Reliability Factor. In this paper the estimation method of the cross FRFs in rotation and the reliability of the estimated FRFs are presented. A new rigid block whose overview is the cross-shape is designed for measuring 6-DOF FRFs. The 6-DOF FRFs of the beam structure is estimated. The structure modification analysis of 3D-rahmen structure based on experimental data is carried out.

Key Words: Experimental Modal Analysis, Cross Frequency Response Function, Rotational Degrees of Freedom, Impact Testing, Rigid Body Dynamics

1. 結 論

実験モード解析法とは、振動試験により測定された構造物の周波数応答関数(Frequency Response Function: FRF, 以下 FRF と略記)を用いて、構造物の動特性をモード特性としてモデル化し、様々な動的設計に応用する基本的な解析技術として広く普及している。従来の実験モード解析法における測定対象自由度は並進自由度のみに限られており、回転自由度は測定対象とされていない。このため、実験モデルどうし、あるいは実験モデルと解析モデルの結合系の動特性予測においては、力のモーメントの伝達や角変位の連続性を考慮することができないために予測精度が低下することが知られている。このことが、実験モード解析法の適用範囲に制約を与える一因となっていた。

上述の問題点を解決するための方法として、著者らは前報告において、構造物の回転自由度に関する自己 FRF の推定方法を提案した^{(1),(2)}。提案法は、構造物の測定点に質量、及び慣性モーメントの特性が既知である

剛体ブロックを取り付け、その測定点に作用する力と応答の関係から回転自由度 FRF を推定する方法である。提案法は、剛体ブロックと従来のインパクトハンマ、及び加速度センサのみを用いるため測定が容易であり、取り付けられた剛体ブロックの質量、慣性モーメントの影響を受けないという特徴を有する。前報告においては、はり構造物の 3 自由度(並進 2 自由度、回転 1 自由度)の FRF 推定に提案法を適用し、その有効性を示した。また、得られた回転自由度 FRF を部分構造合成法による結合系の動特性予測に適用し、提案法による回転自由度 FRF の推定が予測精度の向上に寄与することを示した。さらに、推定された回転自由度 FRF のランダム誤差に対する信頼性を評価する指標として信頼性係数を提案し、その妥当性を検証した。しかし、提案法の適用範囲をさらに拡大するためには、回転自由度に関する相互 FRF (入力点と出力点が異なる点間の FRF) の推定、並びに並進 3 自由度、回転 3 自由度を含んだ 6 自由度の FRF の推定が必要であると考えた。

実験モード解析法においては、回転自由度を含む FRF 測定の重要性が認識されており、いくつかの測定方法が報告されている。これらの中には、直接的に回転自由度 FRF を推定する方法^{(3),(4)}、及び並進自由度 FRF

* 原稿受付 2003 年 10 月 20 日。

^{*1} 正員, 埼玉大学工学部(☎ 338-8570 さいたま市桜区下大久保 255)。

^{*2} 正員, 東京都立大学大学院工学研究科(☎ 192-0397 八王子市南大沢 1-1)。

E-mail: hosoya@mech.saitama-u.ac.jp

を測定し、それより回転自由度FRFを間接的に推定する方法^{(4),(6)}がある。しかし、これらの研究報告においては、回転自由度に関する相互FRFの推定方法は報告されていない。

そこで、本論文においては、構造物の回転自由度に関する相互FRF推定法を示し、推定された回転自由度FRFのランダム誤差に対する信頼性の評価方法を説明する。また、はり構造物のFRF推定に提案法を適用し、回転自由度に関する相互FRFを推定する。さらに、6自由度測定用の剛体ブロックを設計し、はり構造物の6自由度FRFの推定を行い、立体骨組構造物における結合系の動特性予測を試みる。

記号の説明

- x_k, y_k, z_k : 剛体ブロック上の任意の点 k における変位
 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$: 剛体ブロックの角変位
 x_G, y_G, z_G : 剛体ブロック重心の変位
 p : 剛体ブロック上の測定点数
 \mathbf{V} : 剛体ブロック上の加速度ベクトル($3p \times 1$)
 \mathbf{U}_G : 剛体ブロック重心の加速度ベクトル(6×1)
 $[\mathbf{R}]$: 剛体ブロックの変位変換行列($3p \times 6$)
 $[\mathbf{I}_M]$: 剛体ブロックの質量行列(6×6)
 $[\mathbf{T}]$: 剛体ブロック内の力変換行列(6×6)
 \mathbf{F}_G : 剛体ブロック重心に対する力ベクトル(6×1)
 \mathbf{F}_i : 結合点 i の内力ベクトル(6×1)
 \mathbf{F}_h : インパクトハンマの加振力ベクトル(6×1)
 $[\mathbf{H}_{ii}]$: 結合点 i に関する自己FRF行列(6×6)
 $[\mathbf{H}_{ij}]$: 結合点 i, j に関する相互FRF行列(6×6)

2. 相互FRF推定法の説明

本論文で提案する推定法は、構造物上の複数測定点間に関する相互FRFを推定する方法である。本方法はまず、構造物の複数個の測定点にそれぞれ質量、及び慣性モーメントが既知である剛体ブロックを取り付ける。それらに対してインパクトハンマで加振力を作用させ、その出力を剛体ブロック上に取り付けられた複数個の加速度センサにより測定し、これらの入出力関係からそれぞれの剛体ブロックの重心運動を推定する。各剛体ブロックの剛体運動方程式を解くことにより、剛体ブロックの結合点に作用する力（構造物に作用する加振力）と結合点における加速度（構造物からの応答）を推定する。各測定点間の回転自由度に関する相互FRFは、この結合点内力と結合点応答の関係より推定される。

ここで、提案法は、剛体ブロックの結合点内力と結合点応答を用いてFRF推定を行うため、取り付けられた剛体ブロックの質量、慣性モーメントの影響を受けないという

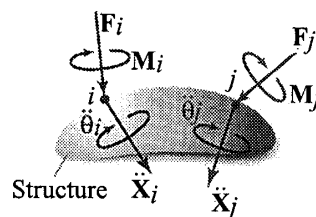


Fig. 1 Inputs and outputs on a structure

特徴を有する。また、提案法は、原理的には任意の測定点数に対する6自由度の相互FRFを推定することが可能である。さらに、質量、慣性モーメントが異なる複数個の剛体ブロックをFRF推定に用いることができる。しかし、本論文においては説明の簡単化のため、測定点数を2とし、取り付けられた剛体ブロックの質量、慣性モーメントなどの諸元は同一とした場合について説明する。

2.1 構造物に対する入出力関係

ここでは、構造物の2つの測定点 i, j の回転自由度に関する相互FRFを推定することを考える。図1に構造物の測定点 i, j に関する入力と出力の関係を示す。これをFRFで表すと次式のように表すことができる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_i \\ \mathbf{U}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ii} & H_{ij} \\ H_{ji} & H_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_j \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、

$$\mathbf{U}_i = \{\dot{x}_i \quad \dot{y}_i \quad \dot{z}_i \quad \dot{\theta}_{xi} \quad \dot{\theta}_{yi} \quad \dot{\theta}_{zi}\}^T \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_i = \{F_{ix} \quad F_{iy} \quad F_{iz} \quad M_{ix} \quad M_{iy} \quad M_{iz}\}^T \quad (3)$$

$$[\mathbf{H}_{ij}] = \begin{bmatrix} H_{i_xj_x} & H_{i_xj_y} & \cdots & H_{i_xj_{\theta_z}} \\ H_{i_yj_x} & H_{i_yj_y} & \cdots & H_{i_yj_{\theta_z}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{i_{\theta_z}j_x} & H_{i_{\theta_z}j_y} & \cdots & H_{i_{\theta_z}j_{\theta_z}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、添字 i, j は構造物の各測定点を表す。また、 \mathbf{U}_i (6×1)は構造物の測定点 i における応答ベクトル、 \mathbf{F}_i (6×1)は構造物の測定点 i に作用する力ベクトル、 $[\mathbf{H}_{ii}]$ (6×6)は測定点 i に関する自己FRF行列、 $[\mathbf{H}_{ij}]$ (6×6)は測定点 i, j に関する相互FRF行列をそれぞれ表している。

提案法では、測定点 i, j に対して同時に剛体ブロックを取り付け、それらをインパクトハンマで順次加振し、回転自由度に関する相互FRFを推定する。今、点 i に取り付けられた剛体ブロックにインパクトハンマで加振力を作用させた場合を考える。点 i の剛体ブロックの結合点には力と力のモーメントが作用する。それと同時に点 j の剛体ブロックの結合点には、剛体ブロックの運動により生じた慣性力(力と力のモーメント)が構造物に作用する。従って、式(1)は以下のように表すことができる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_i & \mathbf{U}_j \\ \mathbf{U}_j & \mathbf{U}_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ii} & H_{ij} \\ H_{ji} & H_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_i & \mathbf{F}_j \\ \mathbf{F}_j & \mathbf{F}_i \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここに、

$$\mathbf{U}_{ij} = \{\ddot{x}_{ij} \quad \ddot{y}_{ij} \quad \ddot{z}_{ij} \quad \ddot{\theta}_{xij} \quad \ddot{\theta}_{yij} \quad \ddot{\theta}_{zij}\}^T \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_{ij} = \{F_{ijx} \quad F_{ijy} \quad F_{ijz} \quad M_{ijx} \quad M_{ijy} \quad M_{ijz}\}^T \quad (7)$$

ここで、 \mathbf{U}_{ij} (6×1) は点*j*に加振力を作用させたときの点*i*の応答ベクトル、 \mathbf{F}_{ij} (6×1) は点*j*側を加振したときの点*i*の結合点に作用する力ベクトルである。ここでは、式(5)における回転自由度に関する自己FRFと相互FRFを含む行列 $[H]$ (12×12)を推定することを考える。

2.2 相互FRFの推定 本論文においては、構造物に取り付けられた剛体ブロックは剛に結合されると仮定する。本節では、まず結合点内力の推定方法、及び結合点応答の推定方法を説明する。次に、得られた結合点内力と結合点応答の関係を用いた回転自由度に関する相互FRFの推定方法について述べる。

2.2.1 重心運動の決定 剛体ブロックの重心の加速度ベクトル $\mathbf{U}_{G_i}^{(l)}$ は、剛体ブロック上に取り付けられた複数の加速度センサの応答より得られる。ここで、右肩の“*l*”は点*i*の剛体ブロック上の点*l*を加振することにより得たものであることを表している。今、剛体ブロック上には*p*個の3軸加速度センサが取り付けられているとすると、重心の加速度ベクトルは、次式のようになる。

$$\mathbf{U}_{G_i}^{(l)} = [R_i]^T [R_i]^{-1} [R_i]^T \mathbf{V}_i^{(l)} = [R_i]^+ \mathbf{V}_i^{(l)} \quad (8)$$

ここに、

$$\mathbf{V}_i^{(l)} = \{\ddot{x}_{li} \quad \ddot{y}_{li} \quad \ddot{z}_{li} \quad \cdots \quad \ddot{x}_{pi} \quad \ddot{y}_{pi} \quad \ddot{z}_{pi}\}^T \quad (9)$$

$$[R_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_l & -y_l \\ 0 & 1 & 0 & -z_l & 0 & x_l \\ 0 & 0 & 1 & y_l & -x_l & 0 \\ & & & \vdots & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & z_p & -y_p \\ 0 & 1 & 0 & -z_p & 0 & x_p \\ 0 & 0 & 1 & y_p & -x_p & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、 x_p, y_p, z_p は剛体ブロックの重心*G*を原点としたときの点*p*の座標を表す。また、 $\mathbf{V}_i^{(l)}$ ($3p \times 1$)は剛体ブロック上の応答ベクトル、 $[R_i]$ ($3p \times 6$)は剛体変換行列をそれぞれ表している。また、 $[R_i]^+$ は $[R_i]$ の擬似逆行列を表している。

同様に、点*j*の剛体ブロック上の点*m*を加振したときの点*i*の剛体ブロックの重心応答 $\mathbf{U}_{G_i}^{(m)}$ は、次式より得られる。

$$\mathbf{U}_{G_i}^{(m)} = [R_i]^+ \mathbf{V}_i^{(m)} \quad (11)$$

2.2.2 結合点内力の推定 まず、点*i*に作用する結合点内力を推定する。点*i*に取り付けられた剛体ブロック上の点*l*を加振した場合、点*i*の剛体ブロックに関する運動方程式は、次式のようになる。

$$[I_{M_i}] \mathbf{U}_{G_i}^{(l)} = -[T_i] \mathbf{F}_i^{(l)} + [T_i] \mathbf{F}_i^{(n)} \quad (12)$$

また、 $[I_{M_i}]$ (6×6)は点*i*の剛体ブロックの質量、慣性モーメントの行列、 $\mathbf{U}_{G_i}^{(l)}$ (6×1)は剛体ブロックの重心に

おける加速度ベクトル、 $\mathbf{F}_i^{(l)}$ (6×1)は測定点*i*に働く内力ベクトル、 $\mathbf{F}_i^{(n)}$ (6×1)はインパクトハンマによる加振力ベクトル、 $[T_i]$ (6×6)、 $[T_i]$ (6×6)は力変換行列である。

結合点*i*に働く結合点内力は、式(12)に式(8)を代入し、この剛体運動方程式を $\mathbf{F}_i^{(l)}$ について解くことにより得られる。

$$\mathbf{F}_i^{(l)} = -[T_i]^{-1} \left[[I_{M_i}] [R_i]^+ \mathbf{V}_i^{(l)} - [T_i] \mathbf{F}_i^{(n)} \right] \quad (13)$$

次に、点*j*の剛体ブロックを加振することを考える。このとき点*i*の結合点に働く内力 $\mathbf{F}_i^{(m)}$ は、次式のようになる。

$$\mathbf{F}_i^{(m)} = -[T_i]^{-1} [I_{M_i}] [R_i]^+ \mathbf{V}_i^{(m)} \quad (14)$$

2.2.3 結合点応答の推定 剛体ブロック上の任意の点*k*の応答を重心応答により表すと、次式のようになる。

$$\mathbf{U}_k = [T_k]^T \mathbf{U}_G \quad (15)$$

結合点応答は、式(8)により得られる重心応答と式(15)の関係より導かれる。点*i*の剛体ブロックを加振したときの点*i*の結合点応答は、以下のようになる。

$$\mathbf{U}_i^{(l)} = [T_i]^T [R_i]^+ \mathbf{V}_i^{(l)} \quad (16)$$

次に、点*j*の剛体ブロックを加振したときの点*i*の結合点応答も、同様に求められる。

$$\mathbf{U}_i^{(m)} = [T_i]^T [R_i]^+ \mathbf{V}_i^{(m)} \quad (17)$$

2.2.4 FRFの推定 提案法においては、式(13)、(14)で得られた結合点内力と式(16)、(17)で得られた結合点応答を用いて、回転自由度に関する相互FRFを推定する。式(5)は点*i*、*j*に関する入力と出力の関係をFRFで表現したものである。ここで、式(5)に式(8)、(11) (重心応答)、式(13)、(14) (結合点内力)、式(16)、(17) (結合点応答)をそれぞれ代入し、剛体ブロック上の加振点数が*n* ($l=1 \sim n, m=1 \sim n$)であることを考慮して式を整理すると、次のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} T_i^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_j^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_i^+ & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R_j^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H_{ii} & H_{ij} \\ H_{ji} & H_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_i^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & T_j^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} I_{M_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_{M_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_i^+ & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & R_j^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & F_j \end{bmatrix}$$

ここで、

$$V_{ij} = \{V_i^{(l)} \quad \cdots \quad V_j^{(n)}\} \quad (19)$$

$$F_{ij} = \{F_i^{(l)} \quad \cdots \quad F_j^{(n)}\} = \{[T_i] \mathbf{F}_i^{(l)} \quad \cdots \quad [T_n] \mathbf{F}_n^{(n)}\} \quad (20)$$

式(18)において、FRF行列 $[H]$ (12×12)を推定するためには、点*i*、*j*各々の剛体ブロックに対して、少なくとも独立な加振点、測定点がそれぞれ6以上が必要となる。ここで、FRF測定時のランダム誤差は、剛体ブロック上で測定されたFRF $[V]$ に含まれる。式(18)においてはランダム誤差は両辺に含まれており、このような式に対

して、ランダム誤差が左辺のみに含まれると仮定し最小二乗法を行うと、推定精度が低下することが知られている⁹⁾。そこで、式(18)を前報告⁹⁾と同様に次式のよ

$$[U_G] = [A_G][F_T] \quad (21)$$

ここに、

$$[U_G] = [R]^+ [V] \quad (22)$$

$$[A_G] = [[I] + [H_G][I_M]]^{-1} [H_G] \quad (23)$$

$$[H_G] = [T]^T [H][T]^{-1} \quad (24)$$

ここで、 $[U_G]$ ($6 \times 2n$) は点 i, j の剛体ブロックの重心応答を表しており、誤差を含む測定値は左辺のみに含まれていることがわかる。式(21)は加振点数、測定点数が増えているものの、前報告⁹⁾において提案した回転自由度に関する自己FRFの推定式と同じ形である。従って、同様に式(21)に対して最小二乗法 (H1 推定法) を適用し $[A_G]$ を求める。

$$[A_G] = [U_G][F_T]^T [[F_T][F_T]^T]^{-1} = [U_G][F_T]^+ \quad (25)$$

式(23)、(24)、(25)より、 $[H]$ について解くと、

$$[H] = [T]^T [A_G] [[I] - [I_M][A_G]]^{-1} [T] \quad (26)$$

式(26)により測定点 i, j に関する回転自由度の自己FRF、及び相互FRFを含む行列 $[H]$ (12×12) が得られた。

2.3 信頼性係数の推定 著者らは過去に、推定された回転自由度に関する自己FRFに含まれるランダム誤差の影響を信頼性係数として評価する方法を提案した⁹⁾。ここでは、相互FRF推定法における信頼性係数の推定方法を説明する。

信頼性係数は、測定されたFRF $[V]$ の分散 σ_V^2 を求め、誤差伝播⁹⁾を考慮することにより回転自由度FRF $[H]$ の分散 σ_H^2 を推定し、この分散から得ることができる。

回転自由度の自己FRFの推定式⁹⁾と相互FRFの推定式(式(26))は同じ形であることから、過去に示した提案法と同様に式を整理することで、回転自由度の自己FRF、及び相互FRFの分散を求めることができる。

$$\sigma_H^2(q, r) = \sum_i \sum_j |X_{qi}|^2 |Y_{rj}|^2 \sigma_V^2(t, s) \quad (27)$$

ここに、

$$[X] = [T]^T [H_G][A_G]^{-1} [R]^+ \quad (28)$$

$$[Y] = [F_T]^+ [A_G]^{-1} [H_G][T] \quad (29)$$

ここで、 σ_V^2 ($6p \times 2n$) は点 i, j の剛体ブロック上で測定されたFRFの分散、 σ_H^2 (12×12) は回転自由度の自己FRF、相互FRFの分散である。

次に、得られた回転自由度FRFの分散から信頼性係数を求める。FRF測定におけるコヒーレンス関数とFRFの分散には次式のような関係がある⁹⁾。

$$\sigma_H^2 = \frac{1}{N-1} |H|^2 \frac{1-\gamma_H^2}{\gamma_H^2} \quad (30)$$

ここで、 N はFRF測定における平均化回数、 H (1×1) は測

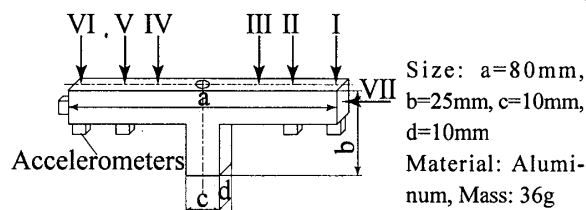


Fig. 2 Configuration of the T-block

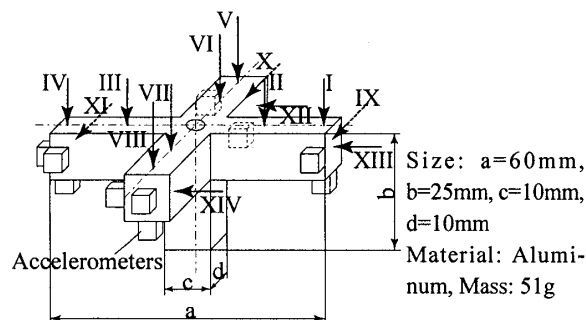


Fig. 3 Configuration of the T²-block

定されたFRF、 σ_H^2 (1×1) はFRFの分散、 γ_H^2 (1×1) はFRFのコヒーレンス関数である。本論文においては、推定されたコヒーレンス関数を信頼性係数 R^2 として定義する。信頼性係数は $0 \leq R^2 \leq 1$ であり、1に近いほど信頼性が高いことを意味する。

3. はり構造物のFRF推定への適用

本論文では、最も単純な構造物であるはり構造物を測定対象としたFRF測定に提案法を適用し、3自由度(並進2自由度、回転1自由度)に関する相互FRF、及び6自由度(並進3自由度、回転3自由度)に関する自己FRFの推定を行う。相互FRFの推定では、著者らの過去の報告⁹⁾でその有効性が確認されている3自由度測定用のT型の剛体ブロック(以下、Tブロックと呼ぶ)を用い、相互FRF推定法の有効性を検討する。また、6自由度FRFの推定では、本報告において新たに設計した十字型の剛体ブロック(以下、T²=T-squareブロックと呼ぶ)による6自由度の自己FRFの推定を行い、剛体ブロックの形状、推定精度などについて検討を行う。

本報告におけるFRF測定では、これらの剛体ブロックの取り付けを簡素化するために、結合ボルトの本数を1本とした。

3.1 Tブロック 図2にTブロックを示す。これは、アルミニウム製で質量は36g(加速度センサの質量を含む)である。このTブロックの加振点は点I-VIIの計7点、測定点は点I, II, V, VI, VIIの計5点である。これらの測定点には1軸の加速度センサ(PCB M352C65/C66)をそれぞれ加振面の反対側に取り付ける。Tブロックは構造物に対してM5のボルト1本で結合される。

3.2 T²ブロック 図3に本報告において新たに設計したT²ブロックを示す。これは、Tブロックと同様に

アルミニウム製で質量は51g(加速度センサの質量を含む)である。このT²ブロック上には14個の加振点(点I-XIV)と10個の測定点(点I, IV, V, VIII, IX, X, XI, XII, XIII, XIV)がある。これらの測定点には1軸の加速度センサ(PCB M352C65/C66)をそれぞれ加振面の反対側に取り付ける。T²ブロックもTブロックと同様に、構造物に対してM5のボルト1本で結合される。

3.3 FRFの測定方法 図4に実験装置の概略図を示す。はりの材質は黄銅製、長さは660mm、断面形状は16×6mmのものを用いた。図4に示すように、はりは紐(長さは600mm)による自由支持とした。

3.3.1 相互FRFの測定 相互FRF推定においては、はりの点1, 2の計2点にそれぞれTブロックを取り付けた。これらのTブロック上の加振点I-VIIの計7点に対してインパクトハンマにより逐次加振力を作用させ、測定点I, II, V, VI, VIIの計5点に取り付けられた加速度センサより応答を測定した。ここでは測定された入力と出力より計35個の並進自由度FRFを測定した。FRF測定における平均化回数は10回とした。相互FRF推定では、はり構造物の3自由度(x方向, y方向, θ_z 方向)に関する回転自由度FRFを推定した。

3.3.2 6自由度FRFの測定 はり構造物の6自由度FRFの推定では、はりの点1にのみT²ブロックを取り付け、6自由度の自己FRF推定を行った。このT²ブロック上の14個の加振点(点I-XIV)に対してインパクトハンマにより加振力を入力し、10個の測定点(点I, VI, V, VIII, IX, X, XI, XII, XIII, XIV)に取り付けられた加速度センサにより応答を測定した。このT²ブロックを用いたFRF測定では計140個の並進自由度FRFを測定した。相互FRF推定と同様に、FRF測定における平均化回数は10回とした。

3.4 はり構造物の相互FRF 図5にはりの点1, 2に関する回転自由度の相互FRFとその信頼性係数を示す。このFRFは、入力として点1に力のモーメント M_{z1} を作用させ、出力として点2において角加速度 $\ddot{\theta}_{z2}$ を測定したときのFRF ($H_{2\theta_z, 1\theta_z}$) であり、これは従来の実験モード解析法では測定困難とされてきたFRFである。図5においては、比較のため(a)提案法により推定されたFRF, (b)FEMにより得られたFRFを重ねて示す。また、推定された(a)のFRFの相反性を確認するために $H_{2\theta_z, 1\theta_z}$ と $H_{1\theta_z, 2\theta_z}$ を重ねて示した。図5を見ると、300Hz以下の周波数域においては(a)のFRFと(b)のFRFは良く一致しており、信頼性も高いことがわかる。また、図5に示した(a)のFRFの $H_{2\theta_z, 1\theta_z}$ と $H_{1\theta_z, 2\theta_z}$ を比較すると、全周波数域において両者は良く一致していることがわかる。このことから、線形系の仮定を満足していることが

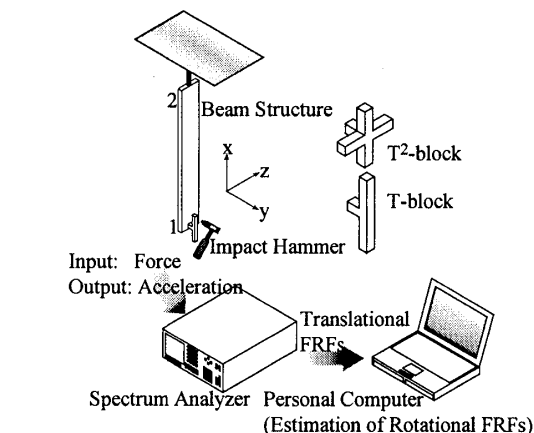


Fig. 4 Measurement System of Rotational FRF

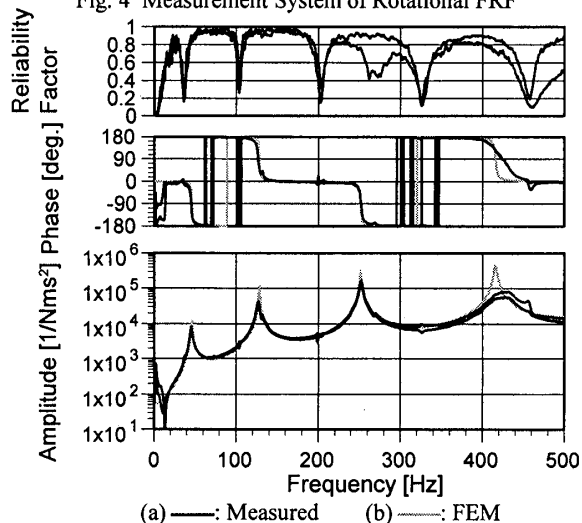


Fig. 5 Cross FRFs (2-1) of rotational DOF ($H_{2\theta_z, 1\theta_z}$, $H_{1\theta_z, 2\theta_z}$)

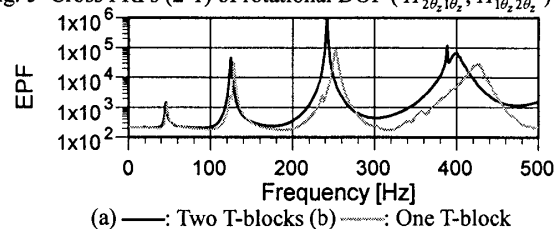


Fig. 6 Error Propagation Function of the rotational FRFs

わかる。しかし、300Hz以上の周波数域においては、(a)のFRFと(b)のFRFには若干の差が生じ、信頼性係数も低下している。これは、回転自由度FRF推定に用いるTブロックの重心位置、質量、及び慣性モーメントに誤差が含まれることが原因の一つとして考えられる。Tブロックには複数個の加速度センサとそのケーブルが取り付けられる。Tブロックの重心位置、質量、慣性モーメントを精確に求めるためには、加速度センサとケーブルの影響を考慮する必要があるが、このケーブルの影響を考慮することが困難であるため、Tブロックの重心位置、質量、慣性モーメントに誤差が含まれることになる。このことは誤差伝播関数⁽²⁾(Error Propagation Function: EPF, 以下EPFと略記)により示すことができる。EPFとは、測定されたFRFに含まれるランダム誤差が回転自由度FRFにどのように伝播するかを示し

たものであり、この値が大きいほど測定されたFRFに含まれるランダム誤差を回転自由度FRFに伝播しやすいことを意味する。図6にTブロック数とEPFの関係を示す。図6は、はりの点1の回転自由度FRF($H_{1\theta_2,1\theta_2}$)のEPFであり、(a)Tブロックが2つの場合、(b)Tブロックが1つの場合を示している。図6に示すように測定に用いるTブロック数の増加に伴い、誤差の伝播率が大きくなり、推定精度により大きな影響を及ぼすことがわかる。また、支持方法による影響も若干ではあるが原因として考えられる。

3.5 はり構造物の6自由度FRF 図7~9にはりの点1の回転自由度に関する自己FRFとその信頼性係数を示す。それぞれ、はりのねじりに関する回転自由度FRF($H_{1\theta_x,1\theta_x}$)、はりの面内に関する回転自由度FRF($H_{1\theta_y,1\theta_y}$)、はりの曲げに関する回転自由度FRF($H_{1\theta_z,1\theta_z}$)を示している。また、それぞれの図においては、(a)提案法により推定されたFRF、(b)FEMにより得られたFRFを比較のため重ねて示す。

図7~9を見ると、反共振点の周波数が若干ずれているものの、全周波数域において、(a)のFRFと(b)のFRFは良く一致していることがわかる。また、FRF($H_{1\theta_x,1\theta_x}$) (図7)とFRF($H_{1\theta_y,1\theta_y}$) (図8)の信頼性係数を見ると、ほぼ全周波数域において信頼性は高く、回転自由度FRFに含まれるランダム誤差は小さいことがいえる。FRF($H_{1\theta_z,1\theta_z}$) (図9)の信頼性係数は200Hz以下の周波数域で大きく低下しているが、これはFRF($H_{1\theta_z,1\theta_z}$)の絶対値が図7, 8に比べて小さいために、相対的にSN比が低くなったことが原因として考えられる。反共振点においては、推定された(a)のFRFの信頼性係数は若干低下しているが、これは測定されたFRFに含まれるランダム誤差が大きく信頼性が低いこと、反共振点におけるSN比が相対的に低下することが原因と考えられる。

次に、点1に関する回転自由度(θ_y)と並進自由度(z)に関する自己FRF($H_{1\theta_y,1z}$, $H_{1z,1\theta_y}$)とその信頼性係数を図10に示す。図では、(a)提案法により推定されたFRF、(b)FEMにより得られたFRFを重ねて示している。図より(a)のFRFと(b)のFRFは、全周波数域において良く一致していることがわかる。また、(a)のFRFの $H_{1\theta_y,1z}$ と $H_{1z,1\theta_y}$ とは良く一致していることから、線形系の仮定を満たしている。

3.6 FRF数と推定精度の関係 実際のFRF測定においては、必要最小限のFRF数で精度の良い結果が要求される。前報告においては、FEMモデルによる数値シミュレーションから剛体ブロック上で測定されたFRF数と推定された回転自由度FRFの精度の関係を信頼性係数とEPFより検討した。そこで、本報告では実

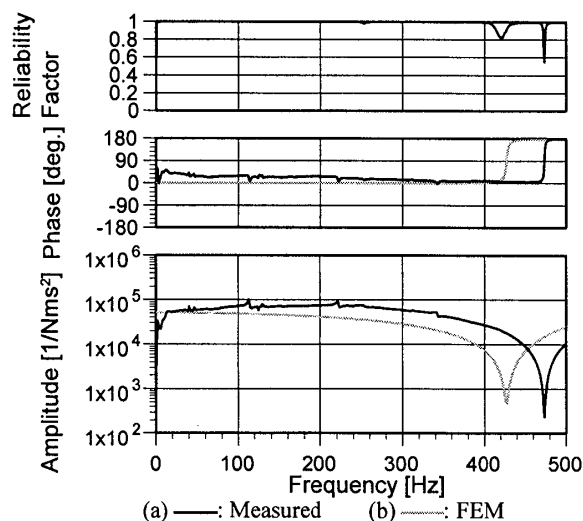


Fig. 7 Auto FRFs of rotational DOF ($H_{1\theta_x,1\theta_x}$)

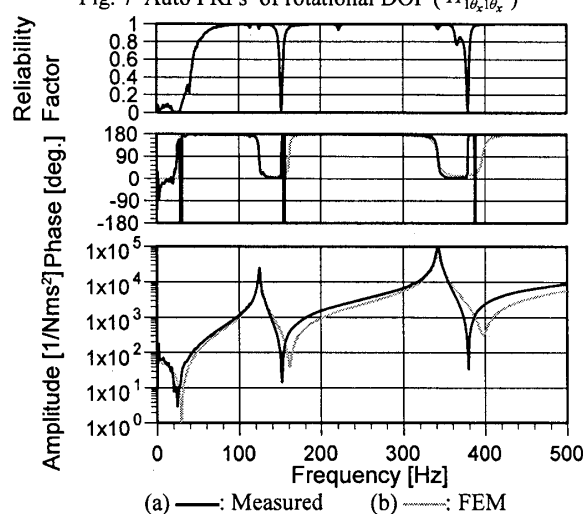


Fig. 8 Auto FRFs of rotational DOF ($H_{1\theta_y,1\theta_y}$)

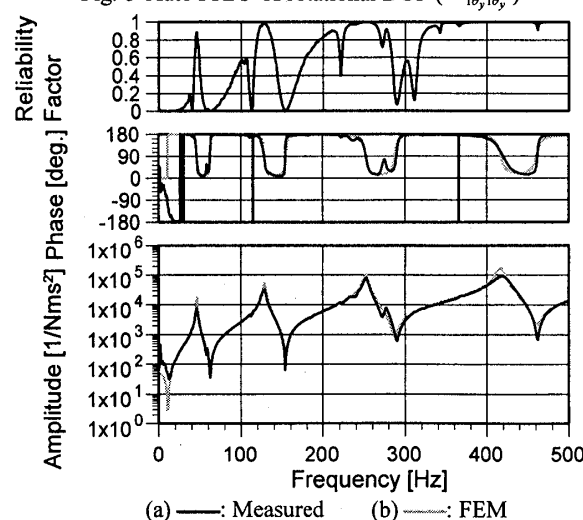


Fig. 9 Auto FRFs of rotational DOF ($H_{1\theta_z,1\theta_z}$)

験により測定されたFRFに基づき、推定に用いるFRF数と推定精度の関係を信頼性係数より検討する。

本実験においては、推定精度を向上させるために、測定対象自由度より多くのFRFを測定した。3自由度測定用のTブロックでは35個のFRF (必要最小限のFRF数

は9個), 6自由度測定用のT²ブロックでは140個のFRF (必要最小限のFRF数は36個)をそれぞれ測定した. 提案法のようにインパクトハンマを用いたFRF測定では, FRF数を増加させる場合には, 測定点数の増加に比べて加振点数の増加の方が格段に容易であることがいえる. これらのことを踏まえ, 本報告では表1に示す3種類の計算条件, (a)36個のFRF (6入力6出力), (b)84個のFRF (14入力6出力) ((a)で加振点数のみを増加させた場合), (c)140個のFRF (14入力10出力)でそれぞれ推定した場合について検討する.

図11に, はりの点1の回転自由度FRF($H_{1\theta_y, 1\theta_y}$)の信頼性係数を示す. 図11においては, (a), (b), (c)の条件における信頼性係数を示している. 図11を見ると, (c)の信頼性が最も高く, 次に(b), (a)の順に信頼性が高いことがわかる. しかし, 36個のFRF (条件(a))を用いた場合でも, 見た目のFRFは, 140個のFRF (条件(c))を用いた場合と比べて殆ど変わらなかった. このことから, 6自由度FRFを推定するためには36個のFRF (条件(a))で基本的には十分な精度を有しているが, 加振点数や, 測定点数を増やすことで推定精度のさらなる向上が可能であることを示している.

4. 立体骨組構造物における動特性予測

3章においては, はり構造物を対象とした相互FRFの推定例, 及び6自由度FRFの推定例を示し, その有効性を検証した. ここでは, 立体骨組構造物における動特性予測に対して提案法を適用し, その有用性を示す.

骨組構造物においては, 部材どうしの節点は剛に結合されていると仮定されている. そのため, その節点においては, 6自由度の入力と出力の関係が存在する. 従来, このような構造物に対しては, 実験データに基づいた動特性予測は困難とされてきた. ここでは, 図12に示すような立体骨組構造物に対する結合系の動特性予測を行い, 本手法の有用性を検証する.

4.1 動特性予測の方法 今, 図12の立体骨組構造物の一部分に対する動特性予測を考える. 図13に結合モデルを示す. 図13のように仕様が同じはりA, B, C (A=B=C)を結合点cで剛に結合した. それぞれのはりなす角度は90度とした. 境界条件は, 周辺自由として解析を行った. 提案法により推定されたはりの6自由度の自己FRF (6入力6出力, 計36個)を用いて, 伝達関数合成法⁹⁾により結合応答予測を行った. ここでは, 結合点cに力のモーメント(M_{θ_z})を作用させたときの応答を予測した.

4.2 特性予測結果 図14, 15に特性予測結果を示す. それぞれ, 結合点cに関する回転自由度FRF, $H_{c\theta_z, c\theta_z}$ と $H_{c\psi, c\theta_z}$ を示しており, 従来の実験データ

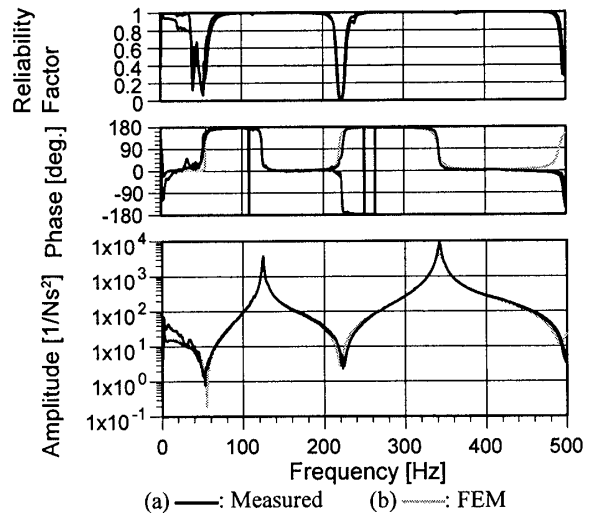


Fig. 10 Auto FRFs of rotational DOF ($H_{1z1\theta_y}, H_{1\theta_y, 1z}$)

Table 1 Calculation conditions

	Excitation points	Measurement points	FRFs
(a)	I, IV, V, X, XVII, XIV: 6	I, IV, V, X, XVII, XIV: 6	36
(b)	All: 14	I, IV, V, X, XVII, XIV: 6	84
(c)	All: 14	All: 10	140

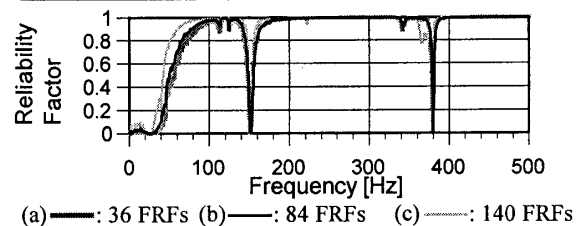


Fig. 11 Reliability Factor of the rotational FRFs ($H_{1\theta_y, 1\theta_y}$)

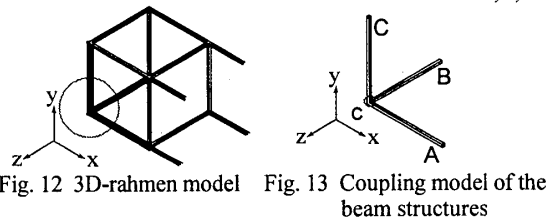


Fig. 12 3D-rahmen model Fig. 13 Coupling model of the beam structures

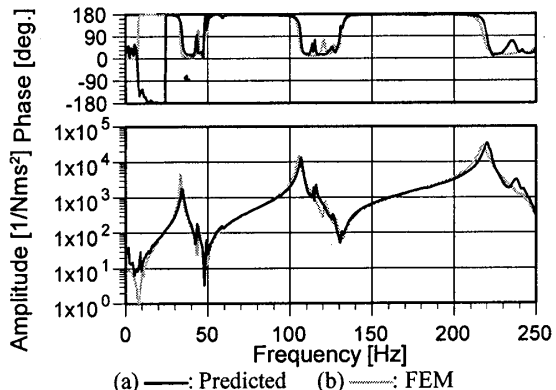


Fig. 14 Prediction of rotational FRF ($H_{c\theta_z, c\theta_z}$)

を用いた動特性予測においては予測困難とされてきたものである. これらの図においては, (a)提案法により推定されたFRFと(b)FEMにより得られたFRFを比較のため重ねて示してある. 図14を見ると, (a)のFRFと(b)のFRFは全周波数域において良く一致していること

がわかる。図における小さな共振峰は局所的な振動モードを表したものであり、提案法によりこの局所的な振動モードまで推定できることが確認できた。図15を見ると、図14に比べ(a)のFRFと(b)のFRFには差があるものの全周波数域において一致していることがわかる。

3章では、回転自由度FRF推定に用いるFRF数と推定精度の関係を検討した。ここでは、FRF数が動特性予測精度へ及ぼす影響を検討する。図16に動特性予測結果を示す。これは、図14(図14, 15は140個のFRFから予測)と同様のFRFを示しており、(a)36個のFRFから予測したFRF、(b)FEMにより得られたFRFを比較のため重ねて示してある。図を見ると、(a)のFRFは40Hz, 120Hz付近で予測精度が低下しているものの、それ以外の周波数域においては、ほぼ一致していることがわかる。36個のFRFでも定性的には正しいFRFが予測されているが、より多くのFRFを用いることが推定精度の向上には有効であることがわかる。

5. 結 論

本論文では、回転自由度FRF推定の適用範囲をさらに拡大するために、相互FRFの推定、並びに6自由度FRFの推定を試み、以下の結論を得た。

- (1) 相互FRF推定法を提案し、はり構造物の3自由度FRF推定に適用することにより、その有効性を確認した。また、相互FRFのランダム誤差に対する影響を評価する方法として、信頼性係数を導入した。
- (2) T^2 ブロックを用いてはり構造物の6自由度FRFを推定し、 T^2 ブロックが6自由度のFRF推定において有効であることを示した。
- (3) 立体骨組構造物の動特性予測に対して、提案法を適用した。従来では困難とされてきた、実験的に得られた6自由度FRFを用いた結合系の動特性予測が、可能となったことを示した。

以上のことから、回転自由度FRF推定法の適用範囲を拡大し、推定法の有用性を示すことができた。

謝 辞

本論文は文部科学省科学研究費(課題番号: 12650232)の援助を受け遂行したものである。ここに感謝の意を表す。また、本論文を遂行するにあたり、多大な御協力をいただいた東京都立大学大学院鈴木浩平教授、三森友彦助手に、御礼申し上げる。

参考文献

- (1) 細矢直基, 吉村卓也, 構造物の回転自由度に関する周波数応答関数の推定(自己FRF推定法の提案と基

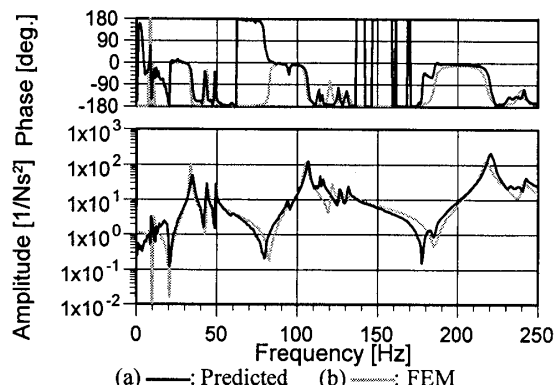


Fig. 15 Prediction of rotational FRF (H_{cycl})

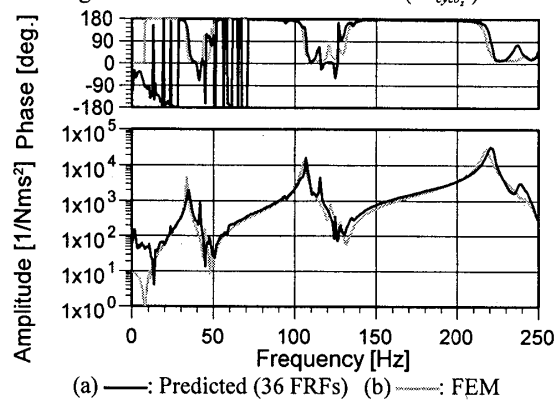


Fig. 16 Prediction of rotational FRF (H_{cycl})

礎的検討), 機論, 67-657, C(2001), 1470-1477.

- (2) 細矢直基, 吉村卓也, 構造物の回転自由度に関する周波数応答関数の推定(第2報, ランダム誤差に対する推定精度の向上), 機論, 68-668, C(2002), 1140-1148.
- (3) Ziaei-Rad, S., Martarelli, M., Ewins, D. J., *Measuring RDOFs Using Laser Doppler Vibrometer*, Proc. of the 25th International Seminar on Modal Analysis, 2000.
- (4) B. Bill, A.L. Wicks, *Measuring Simultaneously Translational and Angular Acceleration with the New Translational-Angular-Piezobeam(TAP) System*, Sensors and Actuators, A21-A23, (1990), 282-284.
- (5) Bregant, L. and Casagrande, D., *Rotational Degrees of Freedom Data Synthesis based on Force Excitation*, Proc. of the 25th International Seminar on Modal Analysis, 2000.
- (6) Silva, J. M. M., Maia, N. M. M., and Ribeiro, A. M. R., *Indirect Estimation of Rotational Frequency-Response-Functions*, Proc. of the 19th International Modal Analysis Conference, 2001.
- (7) 栗屋隆, データ解析, 学会出版センタ, 1987, p.96.
- (8) 吉村卓也, 長松昭男, モード解析に関する研究(第7報, 周波数応答関数の分散の推定方法), 機論, 54-507, C(1988), 2514-2521.
- (9) 長松昭男, モード解析, 培風館, 1985, p.203.