

子どもの数感覚を育む（3）

話題提供者 中塚みゆき（江戸川短期大学）
高垣マユミ（横浜国立大学）
石田 淳一（横浜国立大学）
指定討論者 小野寺淑行（東北大学）
藤村 宣之（埼玉大学）
企画・司会者 多鹿 秀継（愛知教育大学）

【企画の趣旨】

子どもは、日常生活での様々な活動や学校における授業を通して、数の理解を深める。子どもが数を理解する場合に、数感覚が数の理解の基礎を構成する重要な概念であることが、数理解の研究に認知心理学的アプローチをとる心理学者や算数・数学教育学者によって、徐々に指摘されるようになってきた。

しかしながら、子どもの数感覚の重要性が指摘されたとしても、現在のところ、それらの研究者の間で、数感覚に関する概念や研究内容に関して、必ずしも共通認識を得ていない状況にある。ましてや、子どもの数感覚の育成に関しては、数感覚の理論に裏打ちされた報告は殆ど認められないといえる。

このような状況に鑑み、「子どもの数感覚を育む」と冠したシンポジウムを昨年までに2回実施した。数理解に関わる認知心理学的アプローチを行っている研究者と算数・数学教育学者との議論を通して、数感覚の概念並びに数感覚の育成に関して、次のような一致を見た。

（1）数感覚とは多様な意味をもち、人が数や演算に関して考える際のある種の「思考の方法」と捉える研究が多いこと。

（2）数感覚の獲得には、四則演算手続きの機械的な反復練習だけでなく、演算の方法や演算のもつ意味の論理的な理解を必要とすること。

（3）数感覚を育成する場合、子どものもつインフォーマルな知識を考慮することの必要性。

（4）数感覚の発達を知るためにも、数感覚の発達に関する国際比較の必要性。

今回で3回目となる「子どもの数感覚を育む」のシンポジウムでは、数感覚の概念を拡大し、子どもの空間理解の感覚や図形概念の理解感覚をも含めて子どもの数感覚並びに数感覚の育成を議論する予定である。シンポジウムでは、空間理解、図形理解、並びに従来から議論している数計算や文章題解決の理解に関する諸研究結果を紹介する過程で、それらの数概念の感覚を育成・支援する方策を討論する。

【話題提供】

平面 ー子どものつまずきの分析からみた空間の指導

中塚みゆき（江戸川短期大学）

空間認識に関わる現行教科に、小学校算数の「図形」領域がある。この特徴は、図形（平面図形・立体図形）に重点が置かれ、対象（図形）をのせる「空間」の取り扱いが軽いことにある。

これを裏付けるかのように、高学年でも、つまずきがしばしば観察された。図形の平行・対称移動や面積の縮小・拡大では、図形の変換どころか、方眼上の図形の位置を誤るものがいた。

そこで、高学年児のつまずきの原因を低学年児の空間の指導にもとめ、方眼上の空間関係の数量化の認知発達に関する調査を行った。研究法の特徴は、子どもの内的世界の実態を明らかにするため、第一に、実践的なアプローチを試みたことである。

（1）操作の発達の視点で扱われなかった側面を取り上げた。具体的には、

- 1）子どものつまずきの分析
- 2）子どもは方眼をどう受け止めているかの分析

である。次に、

（2）方眼の教材や教具としての扱いをみるため教科書分析を、比較文化的・歴史的な視点から行った。

第二に、方眼上の対象の空間関係の認知に必要な操作はどのようなものを明らかにするため、空間関係の認知に分析単位を導入し、研究対象を彼らが実際に行っている空間の構成「行為」として、行為形成アプローチを行った。

この立場から空間認知課題の客観的条件を分析し、これと子どものつまずきを対応させた。その結果、方眼上の対象の空間関係の数量化の認知の困難さは、基準点（原点）固定条件で、次の知識と3つの行為が見出された。

- 1）方眼のマス目と交点の区別、とりわけ交点の数学的な数量化の意味づけの理解とその

知識

- 2) 「もともになるところ」の意識化
- 3) 「もともになるところ」の数値化
- 4) 「もともになるところ」から他の対象までの横・縦の空間の2次元乗法操作による数量化

である。基準点（原点）移動条件では、新しい対象を「もともになるところ」にして、これら3つ行為を捨象し、新たに意識化・数値化・数量化によって、空間の再構成をする困難さが見出された。

これらのアプローチの結果、具体的な教材内容との関わりを保ちながらも、

- 1) 空間認知の研究
- 2) 空間の指導

に関する、新しい知見が得られた。

子どもの図形概念の理解について

高垣マユミ（横浜国立大学）

子どもが教室で授業を受ける場合、日常生活の中でとりたてて意図的な教育を受けることなく構成してきた知識が、授業で教授される体系的な知識に関与することの重要性が指摘されてきている。算数教育の「数と計算」の分野においては、そうした知識を、インフォーマル算数の知識（丸山・無藤,1997）、素朴な知識（Saxe,1988）等と呼び、従来、このような知識が問題解決を促進したり、障碍になる場合もあることを示している。

一方、「図形」の分野においては、この観点からの研究例は少ないように思われる。現在までのところ、子どもの頭の中に表象されている概念は、数学的な意味での図形概念とは結びついておらず、日常経験（Jaime,1996; 前田,1995）、イメージ（Vinner & Hershkowitz,1980）、プロトタイプ（Tennyson,Chao & Youngers,1981）等と結びつけられていることを示唆する一連の研究が行われてきている。しかし、このような研究例は数少ないため、実証的データの蓄積が不十分である。

こうした現状を踏まえて、ここでは、図形の属性である「高さ」の概念を取り挙げてみたい。具体的には、「小学生は、高さをどのようにとらえているのだろうか」という問題について考える。日常生活の中では、山の高さやビルの高さなどの言葉を見聞きしたり、背の高さを測ったりする等のさまざまな経験をしていることであろう。そのような経験があるとすれば、改めて学校教育で数学的な高さの概念が教授されたとき、「日常的経験から得た高さ」の概念と「数学的な高さ」の両者の概念は、どのように関連づけられるのであろうか。

本発表では、以下の諸点を取り上げて検討したいと考えている。

（1）算数の授業で「平面図形における高さの概念」を教授される以前に、高さの概念はどのように表象されているのだろうか。

（2）算数の授業で教授された場合、教授前から表象されている高さの概念と、教授される高さの概念とはどのように関連づけられるのだろうか。

数感覚を育てる算数指導

石田 淳一（横浜国立大学）

1. 数感覚を育てるとは？

数の構成的見方（加法的構成や乗法的構成）、数の相対的見方ができるようにすることは、数感覚の育成に関わる。これ以外にも、計算の性質に対する感覚や計算見積もりのために数を柔軟に丸めること、計算見積もり方略を工夫したり活用したりできることがある。

2. 新学習指導要領における数感覚指導の位置づけ

第1学年と第2学年の目標および第1学年から第4学年までの内容としての記述が見られる。第1、2学年の目標には、「具体物を用いた活動などを通して、数についての感覚を豊かにする」がある。内容としての記述として、第1学年で「一つの数をほかの数の和や差としてみる」、第2学年で「一つの数をほかの数の積としてみる」、第3、4学年で「数の相対的な大きさについて理解を深める」がある。

3. 実際の教科書に見られる教材例

第1学年の10の数までの合成分解の指導場面や第2学年の九九の指導場面では、数の構成的見方の指導も意図されている。また、第3学年の万の位までの大きな数を、十、百、千を単位としてそのいくつ分とみることや、第4学年で小数を0.1や0.01を単位としてそのいくつ分とみるものが指導される。

4. 数感覚を生かした計算の仕方を考える指導

新学習指導要領では、「計算の仕方を考えること」が一層重視されている。計算の仕方を考える場面でも、低学年からの数感覚の指導を生かすことが可能である。