Gluon, String and Oscillator Model (2)

埼玉大理工　伊　藤　大　介

前論文では Pair (又は Vector Meson) が唯一つの Bound Mode $f_0(r)$ で生ずる場合を考えたが，これを無限に Bound Mode がある場合 (Bag) に拡張し，その遠隔 (Quark) 表示では Veneziano, (固有) 場表示では string model になるような場合について考える。

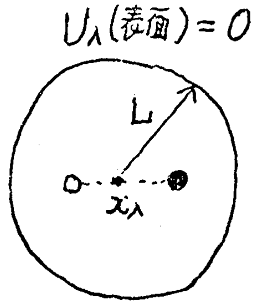

図　4

5．無限の Mode を有する固有場 (Bag)

Veneziano と String Model を目標とするので，固有場 $U_\lambda(\vec{r})$ が系の重心 x_λ を中心とし半径 L の球内に閉じこめられ境界条件 U_λ (表面) $=0$ を満足する Bag を考えよう。この場合 2 つの quark q, $\tilde{q}$ を ξ_λ だけ偏らせたとき固有場は球内で可能ないろいろな Mode

$$U_\lambda(\vec{r}) = \sum_n U_\lambda^n \; f_n(\vec{r}) \;\; , \;\; \Pi_\lambda(\vec{r}) = \sum_n \Pi_\lambda^n \, f_n(\vec{r}) \tag{5-1}$$

で発生するであろう。これらの Mode はいろいろな振動数で振動するので，それに強制される Quark の振動も，いろいろな振動数の Vibration の重ね合せ

$$\xi_\lambda = \sum_n \xi_\lambda^n \, , \qquad p_{\xi\lambda} = \sum_n p_\lambda^n \tag{5-2}$$

で表わされるであろう。そこで (2—4) を拡張して

$$(U_\lambda^n - \alpha\xi_\lambda^n)\,|\Pi(x,\xi)\rangle = 0 \tag{5-3}$$

と仮定しよう。これと矛盾しない内部運動の方程式は

$$M\sum_n \left[(p_\lambda^n + \alpha\Pi_\lambda^n)^2 + \alpha^2\omega_n^2 (U_\lambda^n)^2\right] |\Pi(x,\xi)\rangle = -P_\lambda^2 |\Pi\rangle \tag{5-4}$$

で与えられる。さて散乱の際に内部励起が起るためには重心運動と内部場の相互作用を導入しなければならない。電磁場の場合にならい，それは

$$2g_0 P_\lambda U_\lambda(\vec{r}=0) \equiv 2g_0 P_\lambda U_\lambda(0) \tag{5-5}$$

で与えられるものとしよう。この系とスカラー場 $\phi(x_\lambda)$ との散乱振幅を考えるため局所相互作用 $G\phi(x)$ を導入すれば (5—4) は

$$\left(ZP_\lambda^2 + 2g_0 P_\lambda U_\lambda(0) + M\sum_n \left[(p_\lambda^n + \alpha\Pi_\lambda^n)^2 + \alpha^2\omega_n^2 (U_\lambda^n)^2\right] + G\phi(x)\right) |\Pi(x,\xi)\rangle = 0 \tag{5-6}$$

と拡張される。（Zはベクトル相互作用導入に伴うくりこみを考慮するZ一因子）

さて球内の Mode $f_n(\vec{r})$ で原点で零でないのは s一波

$$f_s(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi L}}\,\frac{\sin k_s r}{r}\ ,\quad k_s\equiv\frac{\pi}{L}s\ ,\quad (s=0,1,2\cdots),\qquad \int dv\,|f_s|^2=1$$

だけであり

$$f_s(0)=\frac{k_s}{\sqrt{2\pi L}}=\sqrt{\frac{2\pi}{L^3}}\,s \tag{5−7}$$

である。（5−6）からわかるように散乱で励起されるのはこの内部 s一波のみであり，他は $\Pi>$ の Mass を変えるだけで散乱に本質的影響を与えないから，以下 s−Mode のみについて考える。これにより（5−6）は

$$\left[ZP_\lambda^2+2gP_\lambda\sum_s sU_\lambda^s+M\sum_s[(p^s+\alpha\Pi^s)^2+\alpha^2\omega_s^2U_\lambda^{s2}]+G\phi(x)\right]|\Pi>=0 \tag{5−8}$$

となる。（但し $g=g_0(2\pi/L^3)^{1/2}$）

6. Veneziano Model

附加条件（5−3）を消去するため（3−1）に相当する変数

$$|\Pi>=e^{-i\sum_s\xi^s\cdot\Pi^s\alpha}\,e^{i\Pi^s\cdot U^s}|\psi'>\equiv S'|\psi'> \tag{6−1}$$

を行えば，（3−1 a）と同様

$$(p^s+\alpha\Pi^s)S'=S'p^s\ ,\qquad U^sS'=S'\alpha\xi^s \tag{6−2}$$

となるので，$|\psi'>$ について（5−8）は

$$\left[ZP_\lambda^2+2g\alpha P_\lambda\sum_s\xi_r^s+M\sum_s(p_\lambda^{s2}+\alpha^4\omega_s^2\xi_\lambda^{s2})+G\phi(x)\right]|\psi'>=0 \tag{6−3}$$

或は

$$\left[\left(Z-\frac{g^2}{M\alpha}\sum_s\frac{s^2}{\omega_s^2}\right)P_\lambda^2+M\sum_s\left\{p_\lambda^{s2}+\alpha^4\omega_s^2\left(\xi_\lambda^s+\frac{g_s}{M\alpha^3\omega_s^2}P_\lambda\right)^2\right\}+G\phi(x)\right]|\psi'>=0 \tag{6−4}$$

となる。ここで

$$Z=1+\frac{g^2}{M\alpha}\sum_s(s/\omega_s)^2\ ,\quad \psi'>=e^{i\frac{g}{M\alpha^3}\sum_s\frac{s}{\omega_s^2}p_\lambda^s p_\lambda}|\Omega>=e^{ib_\lambda p_\lambda}|\Omega> \tag{6−5}$$

とおけば

$$e^{-iP_\lambda b_\lambda}\phi(x)\,e^{iP_\lambda b_\lambda}=\phi(x_\lambda-b_\lambda) \tag{6−6}$$

であるから（6−4）は

$$\left[P_\lambda^2+M\sum_s\left(p_\lambda^{s2}+\alpha^4\omega_s^2\xi_\lambda^{s2}\right)+G\phi\left(x_\lambda-\sum_s\frac{g}{M\alpha^3\omega_s^2}s\,p_\lambda^s\right)\right]|\Omega>=0 \qquad (6-7)$$

となる。ここで

$$p_\lambda^s=\alpha\sqrt{\frac{\omega_s}{2}}\,\frac{a_{s\lambda}-a_{s\lambda}^*}{i} \qquad \xi_\lambda^s=\frac{a_{s\lambda}+a_{s\lambda}^*}{\sqrt{2\omega_s}\,\alpha} \qquad (6-8)$$

とおき

$$\omega_s^2=\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 s^2+m^2$$

で Pair Mass m=0 と仮定すれば (6−7) は

$$\left[P_\lambda^2+M\alpha^2\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\sum_s s\,a_{\lambda s}^*a_{\lambda s}+G\phi\left(x_\lambda-r\sum_s\frac{a_{s\lambda}-a_{s\lambda}^*}{i\sqrt{s}}\right)\right]|\Omega>=0 \qquad (6-9)$$

となる。(但し $r\equiv(g/M\alpha^2)(L/\pi)^{3/2}/\sqrt{2}$) これは相互作用まで含めて, Veneziano振幅に導く方程式[*]に一致している。

7. String Model

次に (4−1) に対応する変換: $|\Pi>=S''|\Psi''>$ (7−1)

によって附加条件を消去すれば

$$U_\lambda^s S''=S''U_\lambda^s \quad , \quad (p_\lambda^s+\alpha\Pi_\lambda^s)S''=S''\alpha\Pi_\lambda^s \qquad (7-2)$$

であるから (5−6) は (s一波のみとり)[**]

$$\left[ZP_\lambda^2+2g_0P_\lambda U_\lambda(0)+M\alpha^2\sum_s\left(\Pi_\lambda^{s2}+\omega_s^2U_\lambda^{s2}\right)+G\phi(x)\right]|\Psi''>=0 \qquad (7-3)$$

となる。これは (m=0 として)

$$\left[ZP_\lambda^2+2g_0P_\lambda U_\lambda(0)+M\alpha^2\int dv\left(\Pi_\lambda(r)^2+(\nabla\cdot U_\lambda)^2\right)+G\phi(x)\right]|\Psi''>=0 \qquad (7-4)$$

とかけるが

$$U_\lambda(r)=\frac{u_\lambda(r)}{r} \qquad (7-5)$$

とおけば

*) Y. Miyamoto: Prog. Theor. Phys. Also see. foot note(3) in prerious paper

**) s一波と Stringについては内山龍雄:基礎物理学の展望 (基研 1973) p27 参照

$$\left.\begin{aligned}&\int(\nabla U_\lambda)^2\,dv=-\int U_\lambda\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}r^2\frac{dU_\lambda}{dr}\,dv=-4\pi\int_0^L u_\lambda u''_\lambda\,dr=4\pi\int_0^L dr\,(u'_\lambda)^2\\&U_\lambda(0)=\sum_s\frac{k_s}{\sqrt{2\pi L}}U^s_\lambda=\frac{d}{dr}\sum_s\frac{U^s_\lambda}{\sqrt{2\pi L}}\sin k_s r\Big|_{r=0}=u'_\lambda(0)\end{aligned}\right\}\quad(7-6)$$

であるから (7−4) は

$$[ZP_\lambda^2+2g_0P_\lambda u'_\lambda(0)+4\pi\alpha^2M\int_0^L dr\,\{(\frac{\partial u_\lambda}{\partial t})^2+(\frac{\partial u_\lambda}{\partial r})^2\}+G\phi(x)]\,|\Psi''>=0 \qquad (7-7)$$

となる。(ここで Π_λ を形式的に $\partial u_\lambda/\partial t$ とかいた) これは一端で相互作用を行っている String の系と同等である。