

Gluon, String and Oscillator Model (1)

埼玉大理工 伊藤大介

1. Introduction

GluonはQuark間の束縛力を媒介する場と想像されるものであるが、Weisskopf等¹⁾がこれを導入したときはそのPartonとしての機能だけが強調され、その正体やそれがどのような機構でQuarkを振動的にBoundするかについては特に考えなかったようである。Gluonに限らず、Quark Oscillator Modelに於けるSpring Forceの起源、Stringの正体、Quark ModelとMeson Cloud Modelの関係などについては現在殆んど不明といってよいのではなからうか？ここではこれらの問題について臆測を逞しうしてみたい。

Meson内の2個のQuarkが深いPotentialの底にBoundされているとすれば、これらを距離ξだけ引き離すには図1のように非常に大きな仕事V(ξ)を要するであろうが、その際図2-aのようにq, q̃間に多くのQuark Pairを生じ、各PairがMesonの如く振舞うなら、同じξだけ引き離すにも遙かに少いEnergy

$$V(\xi) = \omega \langle n(\xi) \rangle \tag{1-1}$$

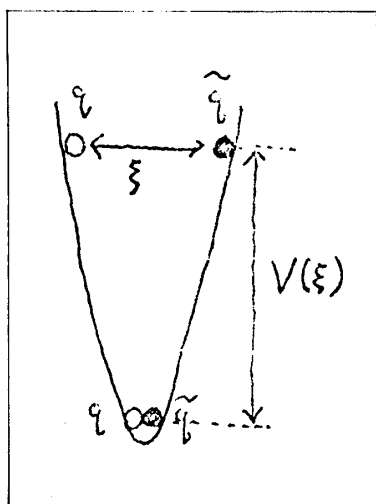


図 1

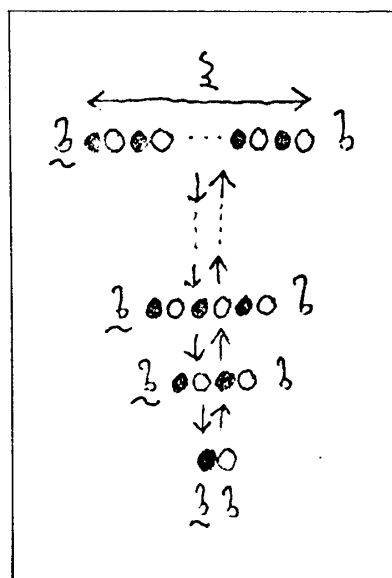


図 2-a

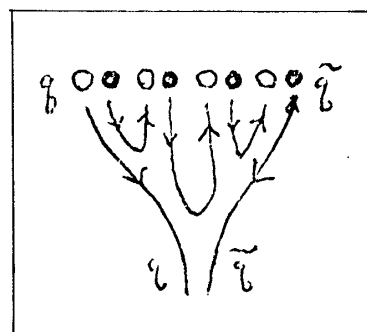


図 2-b

で済むであろう。ここで $\langle n(\xi) \rangle$ は生じたPair (= Meson)の数、 ω はその平均のエネルギーを表わす。線物理的には π 内のq, q̃をゆるやかに引き離すことにより、図2-bのようなVirtual Mesonを生ずる方がエネルギー的に起りやすく、生じたMesonは元の π のBound Mesonと考えられる。(衝突などで衝撃的に引き離せばReal Mesonを生ずるのはいうまでもない)簡単のため(或は ρ -Meson, p-波の

π を予想し) Bound Pairを Neutral Vector Mesonで近似し, Wentzel朝永流に Bound Mesonは一つの Mode $f_0(\vec{r})$ しかもたぬものとし

$$U_\lambda(\vec{r}) = \frac{a_\lambda + a_\lambda^*}{\sqrt{2}} f_0(\vec{r}) + \dots \quad (1-2)$$

としよう。

さて, \tilde{q} が距離 ξ_λ だけ偏った Meson の状態は

$$\Pi_\alpha^\beta(x, \xi) \rangle = e^{i\xi_\lambda(a_\lambda + a_\lambda^*)} / 1_0 | 0 \rangle \psi_\alpha^\beta(x, \xi) \quad (1-3)$$

で記述されるものと仮定してみよう。(この状態が満足する方程式などについては次節で詳述する)このとき

$$\langle \Pi_\alpha^{*\beta}(x, \xi), \Pi_\alpha^\beta(x, \xi) \rangle = |\psi_\alpha^\beta(x, \xi)|^2 \quad (1-4)$$

は \tilde{q} が ξ だけ偏っている確率を与え, $\xi=0$ で (1-3) は

$$\Pi_\alpha^\beta(x, 0) \rangle = | 0 \rangle \psi_\alpha^\beta(x) \quad (1-5)$$

なる Local Fieldに Reduceする。また ξ だけ偏った Meson に含まれる Bound Pair (= Meson) の数の期待値は

$$\begin{aligned} \langle n(\xi) \rangle &= \frac{\langle \Pi_\alpha^\beta(x\xi)^* a_\lambda^* a_\lambda \Pi_\alpha^\beta(x\xi) \rangle}{\langle \Pi_\alpha^{*\beta} \Pi_\alpha^\beta \rangle} \\ &= \langle 0 | e^{-i\xi_\lambda(a+a^*)} / 1_0 a_\lambda^* a_\lambda e^{i\xi_\lambda(a+a^*)} / 1_0 | 0 \rangle \end{aligned}$$

で与えられるが

$$\begin{aligned} e^{-i\xi_\lambda(a_\lambda + a_\lambda^*)} / 1_0 a_\lambda e^{i\xi_\lambda(a_\lambda + a_\lambda^*)} / 1_0 &= a_\lambda + i \frac{\xi_\lambda}{1_0} \\ e^{-i\xi_\lambda(a_\lambda + a_\lambda^*)} / 1_0 a_\lambda^* e^{i\xi_\lambda(a_\lambda + a_\lambda^*)} / 1_0 &= a_\lambda^* - i \frac{\xi_\lambda}{1_0^2} \end{aligned}$$

であるから, これは

$$\langle n(\xi) \rangle = \langle 0 | (a_\lambda^* - i \frac{\xi_\lambda}{1_0}) (a_\lambda + i \frac{\xi_\lambda}{1_0}) | 0 \rangle = \frac{\xi_\lambda^2}{1_0^2} \quad (1-6)$$

となり, 偏極に要するエネルギー (1-1) は

$$V(\xi) = \omega \frac{\xi_\lambda^2}{1_0^2} \quad (1-7)$$

となる。これは $q^\alpha, \tilde{q}^\beta$ 間に生ずる Bound Pair (これを Gluonと呼べば) の数は ξ_λ^2 に比例して増大し,

この Pair Creation の Energy が偏りの復元力として働くことを示していると共に、 $q^\alpha, \tilde{q}_\beta$ 間に生ずる Quark Pairの列が $q^\alpha, \tilde{q}_\beta$ を結ぶゴム紐 (string) の如く振舞うことを示している。

次に偏極している Meson の内部エネルギーの期待値 E は

$$E = \langle q, \tilde{q} \text{の相対運動エネルギー} \rangle + \langle \text{発生した Bound Pair (Meson) の全エネルギー} \rangle$$

$$= \langle \Pi_\alpha^{*\beta} \left[\frac{p_\xi^2}{M} + \omega a_\lambda^* a_\lambda \right] \Pi_\alpha^\beta \rangle / \langle \Pi_\alpha^{*\beta} \Pi_\alpha^\beta \rangle \quad (1-8)$$

と考えられるが (相互作用を含めた定式化は次節以下参照)

$$e^{-i\xi_\lambda(a+a^*)_\lambda/l_0} p_{\xi\lambda} e^{i\xi_\lambda(a+a^*)_\lambda/l_0} = p_{\xi\lambda} + \frac{a_\lambda + a_\lambda^*}{l_0}$$

及び (1-7) からこれは

$$E |\psi_\alpha^\beta(x\xi)|^2 = \psi_\alpha^{*\beta}(x\xi) \left[\frac{p_\xi^2}{M} + \frac{3}{M l_0^2} + \omega \frac{\xi^2}{l_0^2} \right] \psi_\alpha^\beta(x\xi) \quad (1-9)$$

となり、 q, \tilde{q} は (1-7) を復元力とする調和振動を行うことがわかる。

さて、ここで注意しておくことは、この Model で Quark 間に Hook の力が現われたのは 単なる Gluon の Exchange という機構によるものではないことである。 Quark の振動は、以上の所論から明らかなように、 $\xi=0$ で Quark 系が有する運動エネルギー p_ξ^2/M が、 ξ の増大と共に、逐次発生する quark pair (= Bound Meson) のエネルギーに転化し、遂に反帰点 $p_\xi=0$ に達し、以後 Bound Meson の消滅によって発生するエネルギーが Quark の運動エネルギーに転化するという過程の反復によって起こるものと考えられる。云わば quark pair をリアクタンス、又は弾性エネルギーとする振動で、古典電気振動や、弾性振動に似たものと云えよう。従って、この Model では Quark の振動の背後には Bound Meson の振動が潜在し、Oscillator Energy

$$E = \frac{p_\xi^2}{M} + \omega \frac{\xi^2}{l_0^2} = \omega \frac{\xi_{\max}^2}{l_0^2} = \omega \langle n(\xi_{\max}) \rangle = \alpha(0) + \alpha'(0)J$$

の増大、即ち Trajectory の直線的上昇は Bound Meson 数 $\langle n(\xi_{\max}) \rangle$ の増大を意味する という Mandelstam の描像に自然な解釈を与える。 事実 §4 で示すように、この Model では Quark の振動と Bound Meson の振動は等価であって、唯表示が異なるだけである。

この Model の動力学的な面は別に述べる予定であるが、図 3 のような高エネルギー Meson-Meson 衝突で q, \tilde{q} 間に衝撃的作用があるときは前にも述べたように自由 Meson の Model (朝永の $f_s(\vec{r})$ -Mode) が励起され、多重発生を起すことになるが、図 2-b はそれが Multi-peripheral 的であることを物語っている。

また第 3 図は最初から存在した Quark が Valence Quark の役割を演ずると共に Parton の数が衝突のエネルギー (string ののび) と共に増大する可能性を示しているように思われる。

この考察は Sao Paulo 滞在中²⁾にはじめられたものである。Sao Paulo 理論物理研究所長 Paulo Leal Ferreira 教授の御討論に感謝する次第である。

2. 仮定の定式化

前節で行った本質的な仮定は中間子の Quark q , \tilde{q} をゆるやかに ξ_λ だけ偏極させるのに要した Energy は Bound Meson $U_\lambda(\vec{r})$ の Static Energy として貯えられ, それが ξ_λ^2 に比例すること,

$$\langle \Pi(x\xi) | \frac{1}{2} \int dV [(\nabla U_\lambda(r))^2 + m^2 (U_\lambda(\vec{r}))^2] | \Pi(x\xi) \rangle = \frac{K}{2} \xi_\lambda^2 \quad (2-1)$$

或は

$$U_\lambda(\vec{r}) = U_\lambda f_0(\vec{r}) + \dots, \quad \int dV f_0^2 = 1, \quad \int (\nabla f_0)^2 dV = \omega_0^2 - m^2$$

とおけば

$$\langle \Pi | U_\lambda^2 | \Pi \rangle = \frac{K}{\omega_0^2} \xi_\lambda^2 \equiv \alpha^2 \xi_\lambda^2 \quad (2-2)$$

としたことである。この仮定を力学的に取扱うには Quark を ξ_λ だけを引き離すとき如何なる機構で Quark Pair を生ずるかを明らかにしなければならぬが, これは荷電が如何なる機構で Coulomb 場を作るのか明らかにせよというのと同じくらいの難題である。量子電気力学では $\text{div } \mathbf{E} = \rho$ を $|\Psi\rangle$ に対する附加条件 $(\text{div } \mathbf{E} - \rho) |\Psi\rangle = 0$ と考えることによって, この難題を回避しているように思われるので我々もこれにならぬ (2-2) を $|\Pi\rangle$ に対する附加条件

$$(U_\lambda^2 - \alpha^2 \xi_\lambda^2) |\Pi\rangle = (U_\lambda + \alpha \xi_\lambda)(U_\lambda - \alpha \xi_\lambda) |\Pi\rangle = 0 \quad (2-3)$$

或は更に単純に

$$(U_\lambda - \alpha \xi_\lambda) |\Pi\rangle = 0 \quad (2-4)$$

と考えて進むことにしよう。次にこの附加条件と矛盾しない $|\Pi\rangle$ の運動方程式を求めなければならない。それは

$$\left(\frac{P_\lambda^2}{M} + H \right) |\Pi(x\xi)\rangle = 0, \quad \text{又は} \quad H |\Pi\rangle = \frac{-P_\lambda^2}{M} |\Pi\rangle = \lambda |\Pi\rangle \quad (2-5)$$

なる形を有するものとしよう。ここで P_λ は重心座標 x_λ に共役な運動量, H は内部運動の Hamiltonian で, これは

$$H = p_\xi^2 + \frac{\beta}{2} (H_\lambda^2 + \omega_0^2 U_\lambda^2) + H_{\text{int}}, \quad [H_\lambda, U_\mu] = \frac{1}{i} \delta_{\lambda\mu} \quad (2-6)$$

なる形をもつものとしよう。但し第1項は q, \tilde{q} の相対運動エネルギー, 第2項は Bound Meson の振動エネルギー, 第3項は相互作用を表わす。運動方程式 (2-5) が附加条件 (2-4) と Compatible であるためには

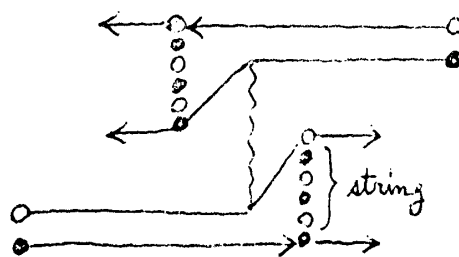


図 3

$$[U_\lambda - \alpha \xi_\lambda, H] = i(BH_\lambda - 2\alpha p_{\xi\lambda} + \frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial H_\lambda} - \alpha \frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial p_{\xi\lambda}}) = 0 \quad (2-7)$$

でなければならぬが、それには H_{int} を

$$\frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial H_\lambda} = 2\alpha p_{\xi\lambda}, \quad \frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial p_{\xi\lambda}} = \frac{\beta}{\alpha} H_\lambda \quad (2-8)$$

が満足されるように選べばよい。これは

$$H_{\text{int}} = 2\alpha H_\lambda p_{\xi\lambda}, \quad \beta = 2\alpha^2 \quad (2-9)$$

によって満足されるから、附加条件と矛盾しない運動方程式は

$$[p_{\xi\lambda}^2 + \alpha^2(H_\lambda^2 + \omega_0^2 U_\lambda^2) + 2\alpha H_\lambda p_{\xi\lambda}] |H\rangle = \quad (2-10)$$

$$[(p_{\xi\lambda} + \alpha H_\lambda)^2 + \alpha^2 \omega_0^2 U_\lambda^2] |H\rangle = \lambda |H\rangle$$

となる。

3. Quark Oscillation の起源

残る問題は附加条件(2-4)を消去した上で(2-10)を解くことである。

$$|H\rangle = e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} e^{iH_\lambda U_\lambda} |\psi'\rangle \equiv S' |\psi'\rangle \quad (3-1)$$

とおけば、 $|\psi'\rangle$ の如何にかかわらず

$$(U_\lambda - \alpha \xi_\lambda) |H\rangle = e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} U_\lambda e^{iH_\lambda U_\lambda} |\psi'\rangle = e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} e^{iH_\lambda U_\lambda} (U_\lambda - U_\lambda) |\psi'\rangle = 0$$

となるから、(3-1)を(2-10)に代入すれば附加条件を消去した $|\psi'\rangle$ に対する運動方程式が得られる。このとき

$$\left. \begin{aligned} (p_{\xi\lambda} + \alpha H_\lambda) e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} e^{iH_\lambda U_\lambda} &= e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} e^{iH_\lambda U_\lambda} p_{\xi\lambda} \\ U_\lambda e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} e^{iH_\lambda U_\lambda} &= e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} (U_\lambda + \alpha \xi_\lambda) e^{iH_\lambda U_\lambda} = e^{-i\xi_\lambda H_\lambda \alpha} e^{iH_\lambda U_\lambda} \alpha \xi_\lambda \end{aligned} \right\} \quad (3-1a)$$

であるから、 $|\psi'\rangle$ については(2-10)は

$$[p_{\xi\lambda}^2 + \alpha^2 \omega_0^2 \xi_\lambda^2] |\psi'\rangle = \lambda |\psi'\rangle$$

となる。これは q, \tilde{q} が基本振動数

$$\omega = 2\alpha^2 \omega_0 = \frac{2K}{\omega_0} \quad (3-3)$$

で調和振動を行うことを表わしている。即ち Quark と固有場の相互作用を記述する運動方程式から、附加条件(2-4)を用いて固有場の変数を消去すれば、Quark の振動方程式(3-2)が得られるのである。

4. Quark 振動模型と Meson Cloud 振動模型の同等性

附加条件(2-4)は変換

$$|H\rangle = e^{-iU_\lambda p_{\xi\lambda}/\alpha} e^{i\xi_\lambda p_\lambda} |\psi''\rangle = S'' |\psi''\rangle \quad (4-1)$$

によって消去される。何故なら

$$\begin{aligned} (U_\lambda - \alpha\xi_\lambda) |H\rangle &= e^{-iU_\lambda p_{\xi\lambda}/\alpha} (-\alpha\xi_\lambda) e^{i\xi_\lambda p_\lambda} |\psi''\rangle = e^{-iU p_{\xi}/\alpha} e^{i\xi p_\xi} \alpha(\xi_\lambda - \xi'_\lambda) |\psi''\rangle = \\ &= 0 \end{aligned}$$

となるからである。この場合

$$\left. \begin{aligned} (p_\xi + \alpha H)_\lambda S'' &= S'' \alpha H_\lambda \\ U_\lambda S'' &= S'' U_\lambda \end{aligned} \right\} \quad (4-1a)$$

であるから、(4-1)を(2-10)に代入すれば $|\psi''\rangle$ について

$$\alpha^2 (\Pi_\lambda^2 + \omega_0^2 U_\lambda^2) |\psi''\rangle = \lambda |\psi''\rangle \quad (4-2)$$

が得られる。これは Bound Meson Cloudの振動方程式に他ならない。この場合にも固有値 λ の間隔は(3-3)に一致する。前節では附加条件(2-4)によって固有場の変数を消去したのに対して、今回は同じ附加条件を用いて Quark の変数を消去したことにあたる。同じ附加条件を消去するのに2様の変換(3-1)(4-1)が可能なのはそのためである。以前、Linear Trajectoryを Bound Mesonの振動として理解出来ることや重心を中心とする球内に閉じこめられた Bound Vector Meson場(1種の Bag)と重心にある粒子の相互作用から Veneziano Model(従って String Model)が導かれることを示したが³⁾ §1で述べた物理的描像に基き(2-4)(2-10)で定義される Quark(一般には粒子の偏極)と固有場の相互作用模型では、場を消去した遠隔作用像として Quark Oscillator Modelが得られると共に、粒子(Quark)変数を消去した場の描像として Cloud Meson Oscillation Modelが得られ、両者は同一問題の異なる表現として得られることになる。従って Bound Pair(Meson)-Formationを Stress Energyとする弾性変形可能な粒子を仮定すればバネで結ばれた Quark系が Hadron Levelを再現するという一見突飛な理論も、湯川理論から出発する Wentzel 朝永流 Cloud Mesonの描像からさほど遠いものではないことになろう。(July. 20. 1974)

1) J. Kuti and V. F. Weisskopf: Phys. Rev. D4 3418 (1971)

2) Preprint: I. F. T. 133/72 (1972)

3) 伊藤, 素研 41 C5 (1970): Baryon内の quark振動や Veneziano Modelのように, Quark系, 又は固有場が多くの Normal Modeを有する場合にこの Modeを拡張することは後に述べる予定である。