Production Probability of ψ (3100)

伊 藤 大 介（埼玉大・理工）

前論文で ψ (3100) の相互作用を Weak Interaction の Order と推定したが，若しそうなら $p+p \to e^{+}+e^{-}+X$ の断面積は逆 β 過程の程度（$\lesssim 10^{-44}$ cm²）となるであろう。ところが実験では 10^{-34} cm² の程度と推定されている。ここではこの矛盾について考える。前回と同じ S－行列の要素

$$\langle f, qq' | S-1 | p_1 p_2 \rangle = -g^2 \int d^4x\, d^4y \langle qq' | \mathbf{J}_\lambda(x) | 0 \rangle \int \frac{\triangle'(k) e^{-ik\cdot(x-y)}}{(2\pi)^4 i} d^4k \langle f | \mathbf{J}_\lambda(y) | p_1 p_2 \rangle$$

$$= \frac{i g^2}{(2\pi)^2} \langle qq' | \mathbf{J}_\lambda(0) | 0 \rangle \langle f | \mathbf{J}_\lambda(0) | p_1 p_2 \rangle \triangle'(q+q') \delta^4 (P_f + q + q' - P_i) \tag{1}$$

から断面積を求めれば

$$\sigma = \frac{g^4}{(2\pi)^2 v} \int d^3q\, d^3q'\, dJ_f\, \delta^4 (P_f + q + q' - P_i) | \triangle'(P_i - P_f) |^2 \langle 0 | \mathbf{J}_\lambda(0) | qq' \rangle$$
$$\times \langle qq' | \mathbf{J}_\mu(0) | 0 \rangle \langle p_1 p_2 | \mathbf{J}_\lambda(0) | f \rangle \langle f | \mathbf{J}_\mu(0) | p_1 p_2 \rangle$$

$$= \frac{g^4}{(2\pi)^2 v} \int d^4k \frac{\langle 0 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}-k) \Pi_e \mathbf{J}_\mu(0) | 0 \rangle \langle p_1 p_2 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}+k-P_i) \mathbf{J}_\mu(0) | p_1 p_2 \rangle}{(E_\kappa^2 - k_0^2)^2 + (M\Gamma)^2} \tag{2}$$

となる。但し $\Pi_e \equiv | qq' \rangle \langle qq' |$ は e^+e^-－Pair State への射影演算子である。幅 Γ が小さいので k_c の積分を近似的に実行し，

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 \frac{F(k_0)}{(E_\kappa^2 - k_0^2)^2 + (M\Gamma)^2} \approx \frac{\pi}{2E_\kappa M\Gamma} F(E_\kappa) \tag{3}$$

とし，$\langle 0 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}-k') \Pi_e \mathbf{J}_\mu(0) | 0 \rangle = \left(\delta_{\lambda\mu} - \frac{k'_\lambda k'_\mu}{k'^2} \right) \frac{1}{3} \langle 0 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}-k') \Pi_e \mathbf{J}_\lambda(0) | 0 \rangle$

を用いれば，

$$\sigma \approx \frac{\pi g^4}{(2\pi)^2 v M\Gamma} \frac{1}{3} \int \frac{d^3k}{2E_\kappa} \langle 0 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}-k') \Pi_e \mathbf{J}_\lambda(0) | 0 \rangle$$
$$\times \langle p_1 p_2 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}+k'-P_i) \mathbf{J}_\lambda(0) | p_1 p_2 \rangle \tag{4}$$

となる。但し $k' \equiv (\mathbf{k}, E_\kappa)$ である。

次のこの被積分関数を ψ の崩壊幅や Production Cross Section で表わすことを考えよう。ψ の崩壊幅は

$$\langle qq' | S-1 | k', \alpha\rangle = -2\pi i \delta^4 (q+q'-k') g \langle qq' | \mathbf{J}_\lambda(0) \varepsilon_{\kappa\lambda}^{\alpha} | 0\rangle / (2\pi)^{3/2} \sqrt{2E_\kappa}, \quad (5)$$

から

$$\Gamma_e(k') = \frac{g^2}{3(2\pi)^2 2E_\kappa} \langle 0 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}-k') \Pi_e \mathbf{J}_\lambda(0) | 0\rangle \quad (6)$$

となり、従って

$$3g^{-2}(2\pi)^2 2E_\kappa \Gamma_e(k') = 3g^{-2}(2\pi)^2 2M\Gamma_e = \langle 0 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}-k') \Pi_e \mathbf{J}_\lambda(0) | 0\rangle \quad (7)$$

これを(4)に代入して

$$\sigma = \frac{\pi g^2}{v} \frac{\Gamma_e}{\Gamma} \int \frac{d^3k}{E_\kappa} \langle p_1 p_2 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}+k'-P_i) \mathbf{J}_\lambda(0) | p_1 p_2\rangle \quad (8)$$

が得られる。また $p_1 + p_2 \to \psi +$ anything の断面積は

$$\langle f.k'\alpha | S-1 | p_1 p_2\rangle = -2\pi i \delta^4(P_f + k' - P_i) g \langle f | \mathbf{J}_\lambda(0) \varepsilon_{\kappa\lambda}^{\alpha} | p_1 p_2\rangle / (2\pi)^{3/2} \sqrt{2E_\kappa} \quad (9)$$

から

$$\sigma_{prod} = \frac{\pi g^2}{v} \int \frac{d^3k}{E_\kappa} \langle p_1 p_2 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}+k'-P_i) \mathbf{J}_\lambda(0) | p_1 p_2\rangle \quad (10)$$

従って

$$E_\kappa \frac{\partial \sigma_{prod}}{\partial^3 k} = \frac{\pi g^2}{v} \langle p_1 p_2 | \mathbf{J}_\lambda(0) \delta^4(\bar{P}+k'-P_i) \mathbf{J}_\lambda(0) | p_1 p_2\rangle \quad (11)$$

が得られる。これを(8)に代入すれば

$$\sigma = \frac{\Gamma_e}{\Gamma} \int \frac{d^3k}{E_\kappa} \left(E_\kappa \frac{d\sigma_{prod}}{d^3k} \right) = \frac{\Gamma_e}{\Gamma} \sigma_{prod} \quad (12)$$

となる。

さて(10)で $g^2/4\pi$ を Strong interaction の Coupling Const $g^2(\text{strong})/4\pi \sim 1$ でおきかえたものは Strong Interaction による $p_1 + p_2 \to$ (Vector Hadron) + anything の Production Cross Section σ_{prod} (strong) である。前回の推定 $g^2/4\pi \sim 10^{-5}$ を用いれば

$$\sigma_{prod} \approx \frac{g^2/4\pi}{g^2(\mathrm{strong})/4\pi}\,\sigma_{prod}(\mathrm{strong}) \approx 10^{-5}\,\sigma_{prod}(\mathrm{strong}) \tag{13}$$

で，$\sigma_{prod}(\mathrm{strong})$ は mb $= 10^{-27}$ cm² の order，前回の推定では $\Gamma_e/\Gamma \approx 10^{-1} \sim 10^{-2}$ であったから(12)から

$$\sigma \approx (10^{-1} \sim 10^{-2}) \times 10^{-5} \times 10^{-27}\,\mathrm{cm}^2 \approx (10^{-33} \sim 10^{-34})\,\mathrm{cm}^2 \tag{14}$$

となり，実験が示す程度の値が得られる。予想に反してこのような大きな値が得られるのは Production は $g^2/4\pi$ の order で起るが崩壊は高次近似の効果により Γ_e/Γ で記述され，小さな Coupling Const $g^2/4\pi$ はこの比では約分されてしまうことによる。

いろいろ教えて頂いた森健寿氏に感謝致します。

(Dec. 12. 1974)