Space-Reflection-Symmetry Violating Generalization of Dirac Equation and Model of B-Matter

埼玉大・理　伊　藤　大　介

1. 空間反転の対称性を破るDirac方程式の5次元的拡張

Dirac方程式を5次元に

$$[\gamma_\mu \partial_\mu + \gamma_5 \frac{\partial}{\partial \chi_5} + m]\psi(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5) = 0 \tag{1}$$

と拡張し，5次元目の運動量 $-i\,\partial/\partial x_5$ は Mass に共役と考え

$$m = M_0^2\, x_5 \tag{2}$$

とおけば，(1) は忽ち空間反転の対称性を破る。しかし，左から $[M_0^2 x_5 - \gamma_\mu \partial_\mu - \gamma_5 \partial_5]$ を Operate すれば (1) は

$$[M_0^4\, x_5^2 - \partial_5^2 - \partial_\mu^2 - M_0^2\, \gamma_5]\psi = 0 \tag{3}$$

となり，これもたしかに空間反転の対称性を質量項で破っているが，本質的には，調和振動子を第5次元目とするK.G.方程式で，対称性の破れはそれ程大きいものではなさそうである。そこで (1) がどの程度空間反転の対称性を破っているか，しらべるため

$$\psi = \frac{1+\gamma_5}{2}\phi + \frac{1-\gamma_5}{2}\chi \tag{4}$$

とおけば，(1) は

$$\left.\begin{aligned} &\gamma\cdot\partial\phi + M B^* \chi = 0 \\ &\gamma\cdot\partial\chi + M B\, \phi = 0 \end{aligned}\right\} M = \sqrt{2}\, M_0 \tag{5}$$

となる。但し，$B \equiv [M_0^2\, x_5 + \partial_5]/\sqrt{2}\, M_0$, $B^* \equiv [M_0^2\, x_5 - \partial_5]/\sqrt{2}\, M_0$ である。ここで更に

$$\left.\begin{aligned} \phi &= (\phi_0 + B^*\phi_1 + \frac{B^{*2}}{\sqrt{2!}}\phi_2 + \cdots)|0> = \phi(x\, B^*)|0> \\ \chi &= (\chi_0 + B^*\chi_1 + \frac{B^{*2}}{\sqrt{2!}}\chi_2 + \cdots)|0> = \chi(x\, B^*)|0> \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

とおけば，(5) は次の方程式の組に分解される：

$$\left.\begin{aligned}\gamma\cdot\partial\phi_0 &= 0\\ \text{なし}&\end{aligned}\right\},\quad \left.\begin{aligned}\gamma\cdot\partial\phi_1+M\chi_0&=0\\ \gamma\cdot\partial\chi_0+M\phi_1&=0\end{aligned}\right\},\quad \left.\begin{aligned}\gamma\cdot\partial\phi_n+\sqrt{n}\,M\chi_{n-1}&=0\\ \gamma\cdot\partial\chi_{n-1}+\sqrt{n}\,M\phi_n&=0\end{aligned}\right\}, \tag{7}$$

第1式はMass Zero，2成分のDirac方程式，第2式以下はそれぞれMass $m=M, \sqrt{2}\,M, \cdots, \sqrt{n}\,M, \cdots$ の4成分Dirac方程式である。従って，ここで空間反転に際しては，(7)で，

$$\vec{r}\to-\vec{r}\ ;\quad \phi_n \rightleftarrows \chi_{n-1}\quad (n=1, 2, \cdots) \tag{8}$$

と仮定するのが自然であろう。そうすれば我々の方程式(1)は、その大部分の成分について空間反転の対称性は保持され，それが破れるのは2成分Neutrino的な，Mass Zeroの場が含まれていることのみによるものであることがわかる。そこで，(6)を

$$\psi(x, B^*)> \equiv \frac{1+\gamma_5}{2}\phi(x, B^*)|0> + \frac{1-\gamma_5}{2}B^*\chi(x, B^*)|0> \tag{9}$$

とまとめ，その B^* についての展開係数を例えば，

$$\psi(x, B^*)> = [\nu_e(x)+p(x)B^*+p'(x)B^{*2}+\cdots]|0> \tag{10}$$

とおけば，$\nu_e(x)$ は2成分Neutrino，$p(x)$ はUp quark，$p'(x)$ はその励起状態と同じDirac方程式を満足することになり，1種のLepton-Hadron統一模型が得られることになる。この際，5次元目の変数，B, B^* はB-Matterの役割を演ずる。何故なら、後に述べるように，若しGluonが $\psi(x, B^*)>$ 中の B^* と強作用するものとすれば，(10)で B^* の雲を伴うquarks; $p(x), p'(x), \cdots$ のみに強作用は許されるが，B^* の雲を伴わないLeptonには強い相互作用が許されぬことになり，B, B^* はLeptonにMassと強作用を与えてHadronならしめるというB-物質の役割を果すことになるからである。

2. 色つきQuarkへの拡張

上の模型を現実のLepton-Quark系に適合させるにはB-物質を3色 B_c $(c=1, 2, 3)$ に拡張し(5)を

$$\left.\begin{aligned}\gamma\cdot\partial\phi^F+M\sum_{c=1}^{3}B_c^*\chi_c^F&=0\\ \gamma\cdot\partial\chi_c^F+MB_c\phi^F&=0\end{aligned}\right\}\quad (F=1, 2, 3, 4=\text{Flavor}) \tag{11}$$

とすべきであろう。これはもはや(5)のように簡単に一つのDirac方程式にまとめることもできないし，空間反転の対称性も一層悪く，破れているように見える。

それにも拘らず(6)と同様

$$\left.\begin{aligned}\phi^F &\equiv (\phi_0^F + \sum_c B_c^* \phi_c^F + \frac{1}{\sqrt{2!}} \sum_{c,c'} B_c^* B_{c'}^* \phi_{c,c'}^F + \cdots)|0> \equiv \phi^F(x,B^*)> \\ \chi_c^F &\equiv (\chi_c^F + \sum_{c'} B_{c'}^* \chi_{c,c'}^F + \cdots\cdots \qquad)|0> \equiv \chi^F(x,B^*)>\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

とおけば，(11) は (5) の場合と全く同様に，

$$\left.\begin{aligned}\gamma\cdot\partial\phi_0^F &= 0 \\ \text{なし}\end{aligned}\right\}, \quad \left.\begin{aligned}\gamma\cdot\partial\phi_c^F + M\chi_c^F &= 0 \\ \gamma\cdot\partial\chi_c^F + M\phi_c^F &= 0\end{aligned}\right\}, \quad \left.\begin{aligned}\gamma\cdot\partial\phi_{cc'}^F + \sqrt{2}\,M\chi_{cc'}^F &= 0 \\ \gamma\cdot\partial\chi_{cc'}^F + \sqrt{2}\,M\phi_{cc'}^F &= 0\end{aligned}\right\}, \quad (13)$$

と 2成分 Spinor， 4成分 Spinor の Dirac 方程式に分解される。ここで，

$$\psi^F(x,B^*)> = \frac{1+\gamma_5}{2}\phi^F(x,B^*)> + \frac{1-\gamma_5}{2}\sum_{c=1}^{3} B_c^* \chi_c^F(x,B^*)> \quad (14)$$

とおき，その B_c^* についての展開を

$$\psi^F(x,B^*)> = [\psi^F(x) + \sum_{c=1}^{3} B_c^* \psi_c^F(x) + \cdots\cdots]|0>$$

即ち，

$$\left.\begin{aligned}\psi^1(x,B^*)> &= [\nu_e(x) + p_1(x)B_1^* + p_2(x)B_2^* + p_3(x)B_3^* + \cdots]|0> \\ \psi^2(x,B^*)> &= [e(x) + n_1(x)B_1^* + n_2(x)B_2^* + n_3(x)B_3^* + \cdots]|0> \\ \psi^3(x,B^*)> &= [\nu_\mu(x) + c_1(x)B_1^* + c_2(x)B_2^* + c_3(x)B_3^* + \cdots]|0> \\ \psi^4(x,B^*)> &= [\mu(x) + \lambda_1(x)B_1^* + \lambda_2(x)B_2^* + \lambda_3(x)B_3^* + \cdots]|0>\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

とおけば，我々は Lepton-Colored Quark の統一的記述を得る。

3. 相互作用

さて Octet Gluon $G_\mu^A(x)$ から，Generator

$$G_\mu(x,B,B^*) \equiv \sum_{A=1}^{8} \sum_{c,c'=1}^{3} (B_c^* \lambda_{cc'}^A B_{c'}) G_\mu^A(x) \quad (16)$$

を作り，Lepton-Quark 系 $\psi^F(x,B^*)>$ と Gluon の相互作用を

$$H'(x) = ig\sum_F <\bar{\psi}^F(x,B^*)\gamma_\mu G_\mu(x,B,B^*)\psi^F(x,B^*)> \quad (17)$$

と定義すれば，

$$
\begin{aligned}
H'(x) = ig \sum_F <0|[\bar{\psi}^F(x) + \bar{\psi}_c^F(x) B_c + \cdots] \gamma_\mu B^*_{c'} \lambda^A_{c'c''} B_{c''} [\psi^F(x) + {} \\
+ B^*_{c'''} \psi^F_{c'''} + \cdots]|0> G^A_\mu(x)
\end{aligned}
$$

$$
= ig \sum_F \bar{\psi}_c^F(x)\ \gamma_\mu\ \lambda^A_{cc'}\ \psi^F_{c'}(x)\ G^A_\mu(x) + \cdots \tag{18}
$$

となる。$\psi^F(x,\ B^*)>$ にはLepton成分は含まれるが，(18) の強作用には Quark Current しか現われないのは § 1.の終りでのべた理由によることがわかる。

次に，

$$
\begin{aligned}
J^0_\mu(x) &\equiv \sum_F <\bar{\psi}^F(x,\ B^*)\ \gamma_\mu \left(\frac{4}{3} B^*_c B_c - 1\right) \psi^F(x,\ B^*)> \\
&= -\sum_F \bar{\phi}^F(x)\ \gamma_\mu \frac{1+\gamma_5}{2} \phi^F(x) + \frac{1}{3} \sum_F \sum_{c=1}^{3} \bar{\psi}^F_c(x)\ \gamma_\mu\ \psi^F_c(x) + \cdots
\end{aligned} \tag{19}
$$

$$
\begin{aligned}
J^p_\mu(x) &\equiv \sum_{FF'} <\bar{\psi}^F(x,\ B^*)\ \gamma_\mu\ \tau^p_{FF'}\ \psi^{F'}(x,\ B^*)> \\
&= \sum_{FF'} \bar{\phi}^F \gamma_\mu \frac{1+\gamma_5}{2} \tau^p_{FF'}\ \phi^{F'} + \sum_{F,F',c} \bar{\psi}^F_c(x)\ \gamma_\mu\ \tau^p_{FF'} \psi^{F'}_c(x) + \cdots
\end{aligned} \tag{20}
$$

を導入すれば，Weak, Electromagnetic Interaction に関係ある電流

$$
J^{\pm}_\mu(x) = \sum_{FF'} \bar{\phi}^F\ \gamma_\mu \frac{1+\gamma_5}{2} \tau^{\pm}_{FF'}\ \phi^{F'} + \sum_{F,F',c} \bar{\psi}^F_c(x)\ \gamma_\mu\ \tau^{\pm}_{FF'}\ \psi^{F'}_c(x) + \cdots \tag{21}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}(J^0_\mu + J^3_\mu) = &- \sum_{FF'} \bar{\phi}^F(x)\ \gamma_\mu \frac{1+\gamma_5}{2} \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 1 & & \\ & & 0 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}_{FF'} \phi^{F'}(x) \\
&+ \sum_{FF'c} \bar{\psi}^F_c(x)\ \gamma_\mu \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & & & \\ & \frac{-1}{3} & & \\ & & \frac{2}{3} & \\ & & & \frac{-1}{3} \end{pmatrix}_{FF'} \psi^{F'}_c(x) + \cdots
\end{aligned} \tag{22}
$$

などが得られる。

以上のようなことについて神戸大学でお話する機会を与えて下さり，　またいろいろ貴重な御教示を頂きました谷川安孝先生に厚く御礼申上げます。