

漸近自由相互作用を赤外領域に 外挿する一つの試みについて

埼玉大・理 伊藤大介

QCD の Renormalized Coupling Constant

$$\alpha_s(Q) = \frac{\alpha_s(\Lambda)}{1 + \alpha_s(\Lambda) \frac{33 - 2N_f}{12\pi} \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \quad (1)$$

は漸近自由性をよく記述し、赤外領域へ向っての増大は、Colorの閉ぢこめの可能性を示唆しているが、この式は $Q^2 \lesssim \Lambda^2$ 附近で発散し、これを越えて $Q^2 \rightarrow 0$ まで適用することはできない。この領域はいわゆる非摂動効果に支配され、(1)を導くのに用いた摂動法の適用限界外にあるものと考えられている。従って多くの努力にも拘らず、この領域についてはあまりよくわかっていないようである。このようなとき、漸近自由性をよく記述する現在の相互作用が、将来どのように赤外領域まで延長され、Colorをとじこめる強い相互作用に接続されるであろうか、ということについて考えてみることも必ずしも無意味ではあるまい。

ここでは発散を除くため(1)の Q^2/Λ^2 を $1 + Q^2/\Lambda^2$ でおきかえて得られる

$$\alpha_s(Q) = \frac{b}{\frac{b}{\alpha_s(0)} + \ln\left(1 + \frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \quad b \equiv \frac{12\pi}{33 - 2N_f} \quad (2)$$

を用いて、 $Q^2 \rightarrow 0$ まで外挿してみよう。このおきかえによって $\alpha_s(Q)$ の漸近性に変化はないが、(2)は $0 \lesssim Q^2 < \Lambda^2$ で

$$\alpha_s(Q) \approx \alpha_{\text{inf}}(Q) = \frac{b\Lambda^2}{\frac{b\Lambda^2}{\alpha_s(0)} + Q^2} \quad (3)$$

と近似される。 $\alpha_{\text{inf}}(Q)$ は $Q^2 \rightarrow \infty$ で $b/\ln(Q^2/\Lambda^2)$ より速く減少するから

$$\alpha_s(Q) = \alpha_{\text{inf}}(Q) + \alpha_{\text{as}}(Q) \quad (4)$$

と分けることができる。漸近領域では $\alpha_{\text{as}}(Q)$ は $\alpha_s(0)$ によらないが、 $\alpha_{\text{inf}}(Q)$ の方は強結合の極限 $\alpha_s(0) \gg 1$ で soft gluon に対してのみ大きな値をとる。(4)に対応して quark 間力も

$$V(r) = V_{\text{inf}}(r) + V_{\text{as}}(r) \quad (5)$$

とわけて考えることができる。

$$V_{\text{inf}}(r) = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int \frac{\alpha_{\text{inf}}(Q)}{Q^2} e^{i\vec{Q}\cdot\vec{r}} d^3Q \quad (6)$$

に(3)を代入して計算すれば

$$V_{\text{inf}}(r) = \frac{\alpha_s(0)}{r} \left(1 - \exp \left[-\frac{bA^2}{\sqrt{\alpha_s(0)}} r \right] \right) \quad (7)$$

となる。強結合の極限 $\alpha_s(0) \rightarrow \infty$ で、quark-antiquark 間引力は

$$V_{\text{q}\bar{\text{q}}}(r) \sim -V_{\text{inf}}(r) \doteq -\sqrt{\alpha_s(0)} bA^2 + \frac{bA^2}{2} r \quad (8)$$

となる。これは非常に(無限に)深い "String 型" potential である。このように(1)を僅かに変更した(2)は、漸近自由性を損わずに、赤外領域では String Potential に接続することがわかる。

若しこれが Scalar Interaction であるならば、(8)の Potential の深さは quark, antiquark の mass と相殺させることにすれば、漸近自由性を特徴づける parameters b, A と Regge Trajectory の勾配 $\alpha'(0)$ を関係づけることができる。このような方法によって

$$\alpha'(0) A^2 = 2 / \left[b \sum_{\alpha=1}^8 \lambda_{\alpha}^2 \right] \quad (9)$$

が得られた。 $N_f = 3$, $\sum_{\alpha=1}^8 \lambda_{\alpha}^2 = 16/3$, $\alpha'(0) = 1 \text{ GeV}^{-2}$ として(9)から A を求めると

$$A = 0.518 / \sqrt{\alpha'(0)} \approx 0.5 \text{ GeV} \quad (10)$$

が得られるが、不幸にして(8)は Vector interaction であるために、折角の string potential は Color Confining Potential として十分に機能しないことがわかった。¹⁾ 従って外挿自身もその意味を失うかも知れないが、赤外異変や Color Confinement の考察に或は役立てばと思い報告した次第である。

1) この点を注意して下さった宮沢弘成氏に厚く御礼申し上げます。既に配布したプリントでは、この辺の記述は正しくありませんので、謹んで訂正させていただきます。