Orear Plot と 90°散乱

伊藤大介
森健寿（埼玉大理工）

最近 p−p の散乱角（C.M.）90° に於ける断面積の精密測定が行われ，その結果が，C.M.Momentum を p (in Gev/c), として

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{90} &= B\,e^{-3.29\,p^2} + C\,e^{-1.51\,p^2}\\ B &\approx 9\times10^3\,\mu b/\mathrm{str}:(\mathrm{Gev}/c)^{-2}\\ C &\approx 20\,\mu b/\mathrm{str}:(\mathrm{Gev}/c)^{-2}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

で表わされることが報告されている。90° 以外でも同様の精密測定が望まれるが，これはまだなされていない。そこで 90°で

$$-t = 2p^2(1-\cos\theta) \rightarrow 2p^2 \qquad (2)$$

であることに注意し，(1)の p^2を $-t/2$ でおきかえることで(1)を 90° 以外に外挿することが許されるなら

$$\frac{d\sigma}{dt} = Be^{\frac{3.29}{2}t} + Ce^{\frac{1.51}{2}t} \qquad (3)$$

が得られる。これが若し $\theta = 90°$ 以外の実験結果をよく再現するなら，(2)が(1)を含む大角度散乱の角分布の実験式であり，その形は，proton が Gauβ 型のタマネギ構造をもつことを示唆することになる。しかし，(1)から(2)への外挿は決して unique ではない。

一方，この領域の大角度散乱に対しては Orearの実験式

$$s\,\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(s\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 e^{-\frac{p_T}{0.15}} \qquad (4)$$

というものがあった。今までの実験結果から見ると，Gauβ 型(3)よりも Orear型(4)の方がよさそうに見えるが，(4)で $\theta = 90°$ とおいたものは

$$\left(s\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{90°} = \left(s\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 e^{-\frac{p}{0.15}} \qquad (5)$$

で，(1)のようなGauβ型がよいかOrear型がよいかは，今後の精密実験験をまたねばならないが，現在の事情を一応尊重し，$\theta=90^\circ$ では(1)が信用に値し，$\theta\fallingdotseq 90^\circ$ ではOrear plot (4)が信用に値するものと仮定するなら，(1)と(4)の相互関係が問題になる。そこで興味があるのは，(1)と(4)を内挿する実験式があるかどうかということである。

ここでは，このような内挿式の一例を作り，$\theta<90^\circ$ でよいと仮定したOrear plotが $\theta=90^\circ$附近で，これからどのようにdeviateして，Gauβ型に近づくかをしらべてみよう。勿論これは一つの試みであって，そのよしあしは将来の精密実験にまたねばならぬことはいうまでもない。

重心系で，$p_T=p\sin\theta$ のほかに $p_\parallel=p\cos\theta$ を導入し，

$$\varphi\equiv\frac{pp_T}{\sqrt{p_\parallel^2+m^2}} \tag{6}$$

なる函数を考える。この函数は，$p_T\ll p$, $p_\parallel\gg m$ で

$$\varphi\to p_T$$

となり，$\theta=90^\circ$ では $p_\parallel=0$, $p_T=p$ であるから

$$\varphi\to p^2/m$$

となる。この事実を使って(1)を次のように一般角に拡張してみよう。

$$\frac{d\sigma}{dt}=A\left[\frac{1}{(p_\parallel^2+m_1^2)^2}e^{-\frac{2app_T}{\sqrt{p_\parallel^2+m_1^2}}}+\varepsilon\frac{1}{(p_\parallel^2+m_2^2)^2}e^{-\frac{2app_T}{\sqrt{p_\parallel^2+m_2^2}}}\right] \tag{7}$$

そうすれば，この式は $\theta=90^\circ$で

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{90}=A\left[\frac{1}{m_1^4}e^{-\frac{2a}{m_1}p^2}+\frac{\varepsilon}{m_2^4}e^{-\frac{2a}{m_2}p^2}\right] \tag{8}$$

となって，Gauβ型実験式(1)にreduceし，また(7)を用いて，

$$s\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{4A}{\pi}\left[\frac{p^2(p^2+M^2)}{(p_\parallel^2+m_1^2)^2}e^{-\frac{2app_T}{\sqrt{p_\parallel^2+m_1^2}}}+\varepsilon\frac{p^2(p^2+M^2)}{(p_\parallel^2+m_2^2)^2}e^{-\frac{2app_T}{\sqrt{p_\parallel^2+m_2^2}}}\right] \tag{9}$$

を作れば，これは $p_T \ll p \to \infty$ で

$$s\frac{d\sigma}{d\Omega} \to \frac{4A}{\pi}(1+\varepsilon)e^{-2ap_T} \tag{10}$$

となって，Orear の実験式(4)に一致する。従って，(7)又は(9)はたしかに Orear plot と 90° 散乱の実験の内挿式である。

この内挿式に含まれるパラメターは次のようにしてきめ得る。先づ(10)が Orear plot (5)と一致するためには

$$2a = \frac{1}{0.15}(\mathrm{Gev/c})^{-1} = 6.7(\mathrm{Gev/c})^{-1} \tag{11}$$

$$\left(s\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \frac{4A}{\pi}(1+\varepsilon) \approx (2 \sim 10) \times 10^2 \mathrm{mb/st:(Gev/c)^2} \tag{12}$$

また(8)と(1)が一致するためには

$$\left.\begin{aligned} \frac{2a}{m_1} &= 3.29(\mathrm{Gev/c})^{-2} \\ \frac{2a}{m_2} &= 1.51(\mathrm{Gev/c})^{-2} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{A}{m_1^4} &= 9000\mu\mathrm{b/str.(Gev/c)^{-2}} \\ \frac{A}{m_2^4} &\approx 20\mu\mathrm{b/str.(Gev/c)^{-2}} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

でなければならない。(13)から

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{3.29}{1.51} = 2.17, \quad \underline{m_2 \approx 2m_1} \tag{15}$$

$$m_1 = \frac{2a}{3.29}(\mathrm{Gev/c})^2 = \frac{6.7}{3.29}\mathrm{Gev/c} = 2.01\ \mathrm{Gev/c}$$

依って

$$\left.\begin{aligned} m_1 &\approx 2\mathrm{Gev/c} \approx 2M \\ m_2 &\approx 4\mathrm{Gev/c} \approx 4M \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

ときまる。(14)から

$$\frac{20}{9000} = \frac{1}{450} = \varepsilon\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^4, \qquad \varepsilon = \frac{1}{450}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^4$$

従って，

$$\varepsilon = \frac{(2.17)^4}{450} \approx 0.049 \approx \frac{1}{20} \qquad (17)$$

これで必要なパラメターは全部きまった。

これらを代入すれば，(9)は，近似的に（近似的パラメターを用いたという意味で）

$$s\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4A}{\pi}\left[\frac{1+\frac{M^2}{p^2}}{\left(1+\frac{4M^2}{p^2}-\frac{p_T^2}{p^2}\right)^2} e^{-\frac{6.27\left(\frac{p_T}{M}\right)}{\sqrt{1+\frac{4M^2}{p^2}-\frac{p_T^2}{p^2}}}}\right.$$

$$\left. + \frac{1}{20}\frac{1+\frac{M^2}{p^2}}{\left(1+\frac{16M^2}{p^2}-\frac{p_T^2}{p^2}\right)^2} e^{-\frac{6.27\left(\frac{p_T}{M}\right)}{\sqrt{1+\frac{16M^2}{p^2}-\frac{p_T^2}{p^2}}}}\right], \qquad (18)$$

とかける。

1例として，$p = 4M$ ($T_{lab} \approx 32\mathrm{Gev.}$) について(18)を plot すれば，Fig. 1 を得る。この図から，内挿式(9)は $0 \leq p_T \lesssim 3.5\,M$ では Orear plot に殆んど一致し，$3.5M \lesssim p_T \lesssim p_{max} (\equiv 4M)$ の区間では Orear plot から 10^{-2} 程度

deviate して90°散乱のGauβ型plotに移ることがわかる。

この内挿には，別に理論的根拠があるわけではないし，将来の精密実験は，これをrejectするかも知れないが，この結果から我々は，見かけのちがった2つの実験式〔90°散乱用の(1)とOrear plot (14)〕が，今まで実験点の少なかった～90°領域で，Orear plot を(僅か？)10^{-2} deform すれば内挿出来るような関係にあることを知ることが出来る。(Mar. 3. 1967)