World Picture of Composite System (1)

伊藤大介、森　健寿（埼玉大理工）
Edward W.Carriere　（ルイジアナ州立大）

1. Introduction

素粒子や共鳴状態の性質を複合系の定常又は準定常状態として記述しようとするとき、その相対論的定式化が重要にして困難な問題である。正統的には、系の構造と不変な力学を仮定して、相対論的に固有状態を求めることであろうが、現在構成要素自身や、それらの相互作用の法則については未知の要素が多く、むしろ、これらを現象論的に探索する段階である。若し相対論的固有値問題が容易に解けるものなら、構造や力学を仮定して、その結果と実験とを比較し乍ら探索を進めることが望ましいが、これがまた非常に困難な問題で、B-S方程式による２体問題の解法にも一般的方法が確立されていない。まして多体問題になれば、N.R. でも困難なことは原子核の例からも明らかである。しかし原子核理論では、要素的相互作用から出発して理論を構成しようという正統的方法は、むしろ後廻しにされ、開発的段階では単純な模型的方法や運動学的方法が有数であつた。我々の対象に対しても相対論の枠内で、このような方法の開発が望ましいわけである。ここでは、複合系の定常状態が時空に描く世界像（線）を手掛りにしながらこのような現象論的方法の可能性を探ることを試みたい。

2. 複合系定常状態の世界線

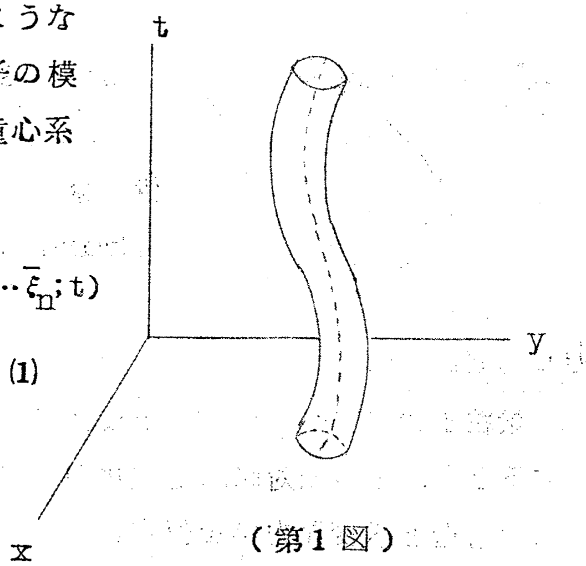
古典相対性力学では、構造ある系の世界像（線）として第１図のような、筒状の図が描かれる。系のひろがりが零の極限では、この系を代表する（重心）点の世界線にReduceするものである。運動方程式がこのような筒状図形を４次元空間に確定するならば、その図形の幾何学的性質は座標の選定に無関係であるから、これが系の不変な解を表わすことになる。

それでは量子力学系についてもこのような描像が存在しないだろうか？　安定粒子の模型になるような複合系の状態は、その重心系で、Schrödinger 方程式

$$i\frac{\partial}{\partial \bar{t}}\psi(0;\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2,\cdots\bar{\xi}_n;\bar{t})=H\psi(0;\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2,\cdots\bar{\xi}_n;\bar{t}) \tag{1}$$

の束縛状態に対する一つの固有解

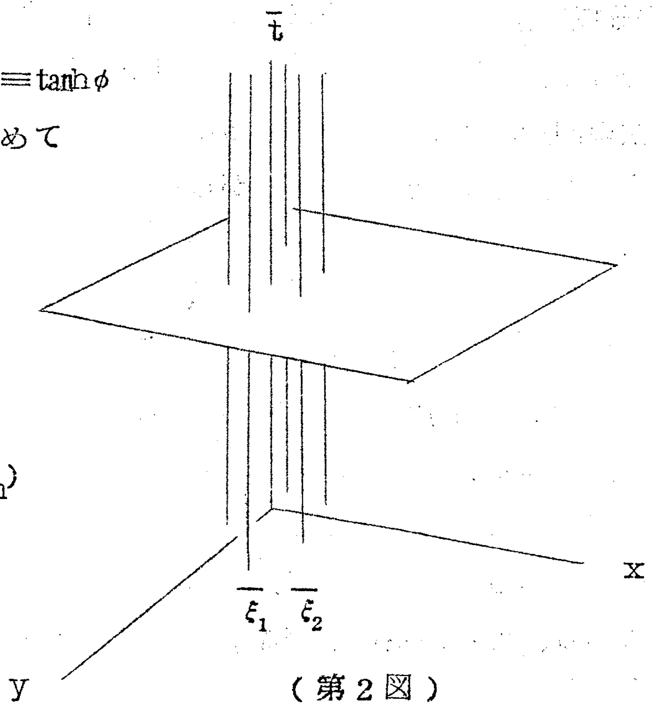
$$\psi_N(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)e^{-iM_N\bar{t}} \tag{2}$$



（第1図）

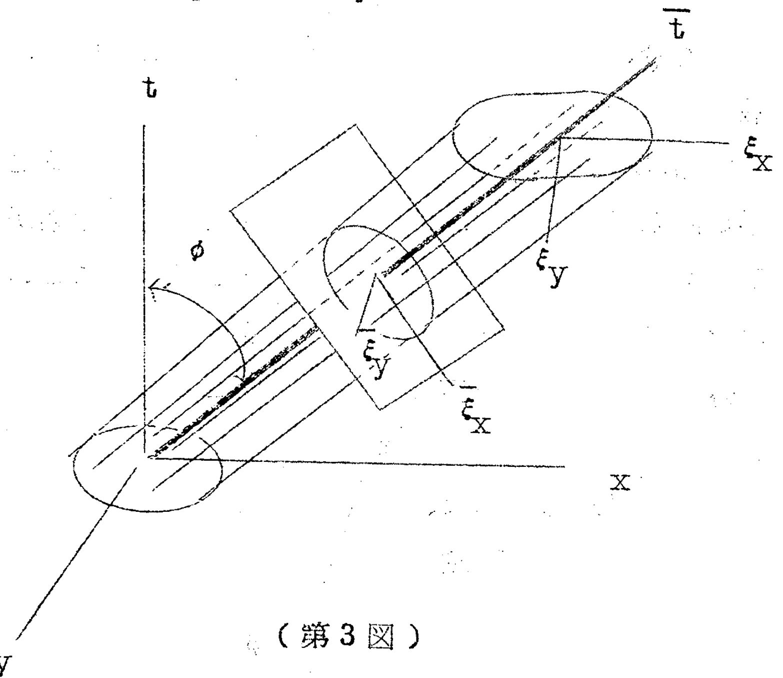
で与えられるであろう。この解を4次元空間で図示してみよう。第2図のように $\bar{\xi}_1,\ \bar{\xi}_2\cdots\bar{\xi}_n$ を通り時間軸 $\bar{t}$ に平行な束縛を考えれば、$\psi_N(0;\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2,\cdots,\bar{\xi}_n)$ は時間を含まず、あらゆる時刻で同じであるから、これは、この線束の函数と考えられ、線束が時空に分布する確率は $|\psi_N(0;\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2\cdots)|^2$ で与えられることになる。重心が原点に静止する束縛状態では、線束は時間軸 $\bar{t}$ のまわりに筒状の確率分布を示すであろう。我々はこの筒状分布が古典相対性力学に於ける系の筒状分布に対応するものと考えようというわけである。

次に静止系に対して、速度 $v\equiv\tanh\phi$ で運動する系からこの線束を眺めてみよう。このとき、我々の線束は、第3図に示すように、時間軸 t に対して ϕ だけ傾いた $\bar{t}$− 軸に平行な分布をとるであろう。$\bar{t}$− 軸に直交する $\bar{\xi}$− 面上では同一の $\psi_N(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)$ が対応するという意味でこれは線束の函数であるが、問題は、新しい時間軸 t に垂直な面上



（第2図）

での系の固有函数 $\phi_N(\phi;\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_n)$ が与える線束の確率分布が、$\bar{t}$－軸に垂直な面上での系の固有函数 $\phi_N(0;\bar{\xi}_1,\bar{\xi}_2,\cdots,\bar{\xi}_n)$ が与える確率分布と同等であるかどうか？ということである。線束の確率分布が古典相対性力学に於ける筒状世界像に対応するためには、重心静止系での



（第３図）

線束の確率分布のちがいだけでなければならない。それがためには

$$\psi_N(\phi;\xi_1^x,\xi_1^y,\xi_1^z,\xi_2^x,\xi_2^y\xi_2^z,\cdots)=\psi_N(0;\xi_1^x\cosh\phi,\xi_1^y,\xi_1^z\xi_2^x\cosh\phi,\xi_2^y,\xi_2^z\cdots) \tag{3}$$

でなければならない。

このconjecture が正しければ、速度ｖで運動する系から固有解(2)をみれば

$$\psi_N\left(\phi;\frac{\xi_1^x}{\sqrt{1-v^2}},\xi_1^y,\xi_1^z,\frac{\xi_2^x}{\sqrt{1-v^2}}\ \xi_2^y,\ \xi_2^z,\cdots\cdots\right)e^{i(\vec{p}\cdot\vec{r}-Et)} \tag{4}$$

で表わされることになる。但し

$$p=M_N\sinh\phi=\frac{M_N v}{\sqrt{1-v^2}},\qquad E=M_N\cosh\phi=\frac{M_N}{\sqrt{1-v^2}} \tag{5}$$

すなわち、静止系に於ける固有解の時間的振動は、運動系では重心運動の平面波となり、運動系での内部波動函数は、函数形は静止系に於けるそれと同じであるが、唯重心運動の方向にLorentz 収縮している。ψ_N が内部角運動量を

もつ場合、つまり固有函数に偏りがある場合には、偏りに対するLorentz変換を必要とするが、これについては次節以下でのべる。

問題は、上のConjecture をJustify することである。それには内部力学が問題になるので、我々はむしろ系の定常状態が不変な意味をもつためのPostulateとして進みたいのであるが、次にこの予想があまり途方もないものでなさそうなことを示してみよう。

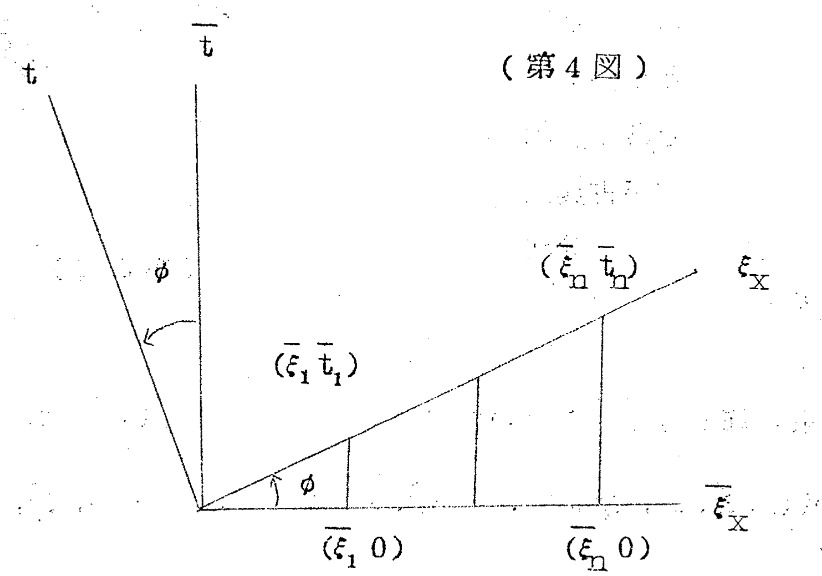
縛束が運動系での空間面(ξ− 面)を切る点を静止系からみれば、第4図のように、時刻の異る点

$(\bar\xi_1\bar t_1),(\bar\xi_2\bar t_2),\cdots(\bar\xi_n\bar t_n)$

となり

$\bar t_1 = \bar\xi_1^x \tanh\phi,\ \cdots\cdots,$

$\bar t_n = \bar\xi_n^x \tanh\phi,$ (6)



(第4図)

である。このように時刻が異る諸点まで固有解を延長するため、これを多時間理論の確率振巾の同時極限

$$\psi_N(0;\bar\xi_1,\ \bar\xi_2,\ \cdots\cdots)\equiv\psi_N(0;\ \bar\xi_1,\ 0;\ \bar\xi_2,\ 0;\cdots\cdots) \tag{7}$$

と考えれば、ξ− 面上での振巾は

$$\psi_N(\phi;\xi_1,\cdots,\xi_n)\equiv\psi_N(0;\bar\xi_1,\ \bar t_1;\ \bar\xi_2,\ \bar t_2;\ \cdots;\ \bar\xi_n\ \bar t_n) \tag{8}$$

で与えられ、これは多時間理論のSchrödinger 方程式

$$i\frac{\partial}{\partial\bar t_m}\psi_N(0;\bar\xi_1\bar t_1;\cdots;\bar\xi_n\bar t_n)=H(\bar\xi_m\bar t_m)\psi_N(0;\bar\xi_1\bar t_1;\cdots)\ (m=1,2,\cdots n) \tag{9}$$

を満足する。$\bar t_m$ が(6)で与えられることを考慮すれば(8)は

$$\psi_N(\phi;\xi_1,\cdots,\xi_n)=e^{-i\tanh\phi\sum_m\bar{\xi}_m^x H(\bar{\xi}_m,0)}\psi_N(0;\bar{\xi}_1\,0;\bar{\xi}_2\,0;\cdots;\bar{\xi}_n\,0) \quad (10)$$

となる。多時間理論によれば

$$\sum_m i\frac{\partial}{\partial\bar{t}_m}\psi_N\Big|_{\bar{t}_1=\cdots=\bar{t}_n=T}=i\frac{\partial\psi_N}{\partial T}=\sum_m H(\bar{\xi}_m,T)\psi_N(0;\bar{\xi}_1T,\cdots\cdots) \quad (11)$$

は普通の Schrödinger 理論と同等で

$$\sum_m H(\bar{\xi}_m,0)\psi(0;\bar{\xi}_1\,0;\bar{\xi}_2\,0;\cdots\cdots)=M_N\psi(0;\bar{\xi}_1\,0;\bar{\xi}_2\,0;\cdots) \quad (12)$$

であるから

$$\sum_m\bar{\xi}_m H(\bar{\xi}_m\,0)=M_N\bar{\xi}_{C.M.} \quad (13)$$

によつて重心の座標 $\bar{\xi}_{C.M.}$ を定義するのが自然であろう。そうすれば (10) は

$$\psi_N(0;\xi_1\cdots\xi_n)=e^{-iM_N\bar{\xi}^x_{C.M.}\tanh\phi}\psi_N(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)=e^{-iM_N\bar{t}_{C.M.}}\psi_N(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n). \quad (14)$$

とかける。但し $\bar{t}_{C.M.}=\bar{\xi}^x_{C.M.}\tanh\phi$ は ξ- 面と $\bar{\xi}$- 面上の重心の時間の差に相当する。従つて、これを重心の推進として(2)の $\exp(-iM_N\bar{t})$ にくりこんでしまうか、はじめから ξ- 面と $\bar{\xi}$- 面上の重心を一致するようにしておけば、(14) 式に現われる $\exp(-iM_N\bar{t}_{C.M.})$ は省いてもよい。そうして (14) 式の右辺に幾何学的関係 $\bar{\xi}^x_m=\xi^x_m\cosh\phi$, $\bar{\xi}^y_m=\xi^y_m$, $\bar{\xi}^z_m=\xi^z_m$ を代入すれば

$$\psi_N(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)=\psi_N(0;\xi_1^x\cosh\phi,\xi_1^y,\xi_1^z;\xi_2^x\cosh\phi,\xi_2^y,\xi_2^z;\cdots\cdots)$$

が得られる。これは予想した関係(3)に他ならない。

3. 内部角運動量

次に重心静止系で全角運動量がJの固有状態

$$M_N J\psi_{NJM}(0;\bar{\xi}_1,\cdots,\bar{\xi}_n)=H\psi_{NJM}(0;\bar{\xi}_1,\cdots,\bar{\xi}_n) \quad (15)$$

について考えよう。座標系を軸$\vec{n}$のまわりに$\vec{\theta}=\vec{n}\theta$だけ空間廻転したときの固有函数を

$$\psi_{NJM}(\vec{\theta};\bar{\xi}_1'\cdots\bar{\xi}_n') \tag{16}$$

とすれば、ψ_{NJM}は球函数$Y_{JM}(\vec{\theta})$と同じ変換をうけるので、空間廻転について

$$\sum_M Y^*_{JM}(\vec{\theta})\psi_{NJM}(\vec{\theta};\bar{\xi}_1'\cdots\bar{\xi}_n')=\sum_M Y^*_{JM}(0)\psi_{NJM}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)=\text{不変} \tag{17}$$

である。内部角運動量Jは系のスピンを与え、内部のひろがりを無視する近似で、この系がスピンJの素粒子の模型となることを予想しているから、一般に高階スピンの素粒子との関係が問題になる。高階スピンの素粒子の運動方程式は通常高階スピノル場の方程式として与えられているから、これとの関連をよくするには、我々の固有函数もスピノル型式に書き改めておくのが好都合である。そこで先づ、球函数Y_{JM}のスピノル表示

$$Y^*_{JM}(\vec{\theta})=\frac{u_1^*(\vec{\theta})^{J+M}u_2^*(\vec{\theta})^{J-M}}{\sqrt{(J+M)!(J-M)!}}\equiv\sum_{\rho_1\cdots\rho_{2J}}u^*_{\rho_1}(\vec{\theta}_1)\cdots u^*_{\rho_{2J}}(\vec{\theta})<\rho_1\cdots\rho_{2J}|JM> \tag{18}$$

を導入する。ここで、$<\rho_1\cdots\rho_{2J}|JM>$は右辺の和が左辺に一致するように選ばれた$\rho_1\cdots\rho_{2J}$について対称な係数である。これを(17)に代入すれば

$$\begin{aligned}&\sum_{M,\rho}u^*_{\rho_1}(\vec{\theta})\cdots u^*_{\rho_{2J}}(\vec{\theta})<\rho_1\cdots\rho_{2J}|JM>\psi_{NJM}(\vec{\theta};\bar{\xi}_1'\cdots\bar{\xi}_n')\\&=\sum_{M,\rho}u^*_{\rho_1}(0)\cdots u^*_{\rho_{2J}}(0)<\rho_1\cdots\rho_{2J}|JM>\psi_{NJM}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)\\&=\text{不変}\end{aligned} \tag{19}$$

であるから、$\sum_{M,\rho}<\rho_1\cdots\rho_{2J}|JM>\psi_{NJM}$はスピノルの変換

$$\begin{aligned}&\sum_M<\rho_1\cdots\rho_{2J}|JM>\psi_{NJM}(\vec{\theta};\bar{\xi}_1'\cdots\bar{\xi}_n')=\\&=\sum_{\rho'}\left(e^{i\frac{n\cdot\sigma}{2}\theta}\right)_{\rho_1\rho_1'}\cdots\left(e^{i\frac{n\cdot\sigma}{2}}\right)_{\rho_{2J},\rho_{2J}'}\sum_M<\rho_1'\cdots\rho_{2J}'|JM>\psi_{NJM}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n).\end{aligned} \tag{20}$$

をうけることになる。従つて、

$$\psi_{N\rho_1\cdots\rho_{2J}}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)\equiv\sum_M\langle\rho_1\cdots\rho_{2J}|JM\rangle\,\psi_{NJM}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n) \qquad (21)$$

によつて、対称スピノル化された固有函数を定義することが出来る。

さて、このスピノル固有函数のローレンツ変換を知るためには、スピノル指標$\rho_1\cdots\rho_{2J}$について、「有点」「無点」の別を知らなければならない。しかし、これは運動学的考察のみから決まらない。唯、内部の構造模型が与えられ、内部角運動量の合成経過が与えられているなら、知ることが出来るであろう。例えば、系を構成する素粒子の相対論的性質が与えられておれば、そのスピノル表示$\chi^{\bar{j}\bar{j}_3}_{jj_3}$が与えられることになり、それらの軌動函数$Y_{lm}(\theta,\varphi)$が若し$Y^{\bar{l}/2,\ \bar{m}/2}_{l/2,\ m/2}$で与えられるものとすれば、これらの合成経過

$$\psi^{\bar{\Gamma}\bar{J}\bar{M}}_{N\Gamma JM}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)=\sum R_N{}^{\bar{\Gamma}\bar{J}\bar{M}}_{\Gamma JM}(0;\bar{\xi}^r_1,\cdots,\bar{\xi}^r_n)\times$$

$$\times\left(\begin{array}{c|c}\bar{\Gamma}\,\bar{J}\,\bar{M} & \bar{j}^1\bar{j}^1_3;\ \bar{j}^2\bar{j}^2_3;\cdots;\ \overline{\ell_1/2},\ \overline{m_1/2};\ \overline{\ell_2/2},\ \overline{m_2/2};\cdots\\ \Gamma JM & j^1j^1_3;\ j^2j^2_3;\cdots;\ \ell_1/2,\ m_1/2;\ \ell_2/2,\ m_2/2;\cdots\end{array}\right)\chi^{\bar{j}^1\bar{j}^1_3}_{j^1j^1_3}\chi^{\bar{j}^2\bar{j}^2_3}_{j^2j^2_3}\cdots$$

$$\times\ Y^{\overline{\ell_1/2}\,\overline{m_1/2}}_{\ell_1/2\,m_1/2}(\vec{\theta}_1)\ Y^{\overline{\ell_2/2}\,\overline{m_2/2}}_{\ell_2/2,\,m_2/2}(\vec{\theta}_2)\cdots \qquad (22)$$

から、固有函数の$JM,\bar{J}\bar{M}$,依存がきまる。但し$\left(\begin{array}{c|c}\bar{\Gamma}\bar{J}\bar{M} & \cdots\\ \Gamma JM & \cdots\end{array}\right)$はC-G 係数、$\bar{\Gamma},\Gamma$は合成の順序などを指定する。これがきまれば、前と同じ論法により

$$\psi_N{}^{\bar{\Gamma}S\,\dot{\sigma}_1\cdots\dot{\sigma}_{2\bar{J}}}_{\Gamma S_3;\,\rho_1\cdots\rho_{2J}}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)\equiv\sum_M\frac{\langle\sigma_1\cdots\sigma_{2\bar{J}}|\bar{J},S_3-M\rangle}{\langle\rho_1\cdots\rho_{2J}|J,M\rangle}\psi_{N\Gamma J}{}^{\bar{\Gamma}\bar{J}\ S_3-M}{}_{M}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n),$$

(23)

はLorentz 変換に対してスピノル変換

$$\psi_N{}^{\sigma_1\cdots\sigma_{2J}}_{\rho_1\cdots\rho_{2J}}(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)=(e^{\frac{n\cdot\sigma}{2}\phi})_{\rho_1\rho_1'}\cdots(e^{\frac{n\cdot\sigma}{2}\phi})_{\rho_{2J}\rho_{2J}'}(e^{-\frac{n\cdot\sigma}{2}\phi})_{\sigma_1\sigma_1'}\cdots$$

$$\cdots(e^{-\frac{n\cdot\sigma}{2}\phi})_{\sigma_{2J}\sigma_{2J}'}\psi_N{}^{\sigma_1'\cdots\sigma_{2J}'}_{\rho_1'\cdots\rho_{2J}'}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)\quad(24)$$

をうけることがわかる。

4　重心の運動方程式

上に得たスピノル化された固有函数 $\psi_{N\Gamma S_3;\rho_1\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\sigma_2\cdots\sigma_{2J}}(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)$ に $(e^{-n\cdot\sigma\phi})_{\alpha\rho_1}$ を作用させたもの

$$(e^{-\sigma\cdot n\phi})_{\alpha\rho_1}\psi_N{}^{\bar{\Gamma}S;\sigma_2\cdots\sigma_{2J}}_{\Gamma S_3;\rho_1\cdots\rho_{2J}}(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)=(e^{-\frac{\sigma\cdot n}{2}\phi})_{\alpha\rho_1'}(e^{+\frac{\sigma\cdot n}{2}\phi})_{\rho_2\rho_2'}\cdots(e^{+\frac{\sigma\cdot n}{2}\phi})_{\rho_{2J}\rho_{2J}'}$$

$$\times(e^{-\frac{\sigma\cdot n}{2}\phi})_{\sigma_2\sigma_2'}\cdots\cdots(e^{-\frac{\sigma\cdot n}{2}\phi})_{\sigma_{2J},\sigma_{2J}'}\psi_N{}^{\bar{\Gamma}S;\sigma_2'\cdots\sigma_{2J}'}_{\Gamma S_3;\rho_1'\cdots\rho_{2J}'}(0;\bar{\xi}_1\cdots\bar{\xi}_n)\quad(25)$$

は、ϕ の変化と共に $\psi^{\alpha}{}^{\sigma_2,\cdots,\sigma_{2J}}_{\rho_2,\cdots,\rho_{2J}}(\phi;\cdots\cdots)$ と同じ変換をうけるのでこれを

$$(e^{-\sigma_1 n\phi})^{\alpha\rho_1}\psi_{N\rho_1}{}^{\sigma_2\cdots\sigma_{2J}}_{\rho_2\cdots\rho_{2J}}(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)=\chi_N{}^{\alpha}{}^{\sigma_2\cdots\sigma_{2J}}_{\rho_2\cdots\rho_{2J}}(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)\quad(26)$$

とおけば、これに対して

$$(e^{+\sigma n\phi})_{\alpha\sigma_1}\chi_{N,\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_{2J}}(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)=\psi_{N,\alpha}{}^{\sigma_2\cdots\sigma_{2J}}_{\rho_2\cdots\rho_{2J}}(\phi;\xi_1\cdots\xi_n)\quad(27)$$

が得られる。ここで $v=\tanh\phi$ は複合系の重心の速度、$\vec{n}$ はその方向を表わし

$$e^{\pm\sigma\cdot n\phi}=\cosh\phi\pm\sigma\cdot n\sinh\phi=\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}\pm\frac{\sigma\cdot\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2}} \tag{28}$$

であるから、(26), (27) は

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}-\frac{\sigma\cdot\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2}}\right)_{\alpha\rho_1}\psi_{N\,\Gamma S_3;\,\rho_1\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{v};\xi_1\cdots)=\chi_{N\,\Gamma S_3;\,\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\alpha\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{v};\xi_1\cdots)\\
&\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}+\frac{\sigma\cdot\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2}}\right)_{\alpha\sigma_1}\chi_{N\,\Gamma S_3;\,\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{v};\xi_1\cdots)=\psi_{N\,\Gamma S_3;\,\alpha\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{v};\xi_1\cdots)
\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

とかける。両辺に M_N をかけ

$$\frac{M_N}{\sqrt{1-v^2}}\equiv E\,,\qquad \frac{M_N\,\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2}}\equiv\mathbf{p} \tag{30}$$

によつて、重心運動のエネルギー運動量を導入すれば (29) は

$$\left.\begin{aligned}
&(E-\sigma\cdot\mathbf{p})_{\alpha\rho_1}\psi_{N\,\Gamma S_3;\,\rho_1\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{p};\xi_1\cdots)=M_N\,\chi_{N\,\Gamma S_3;\,\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\alpha\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{p};\xi_1\cdots)\\
&(E+\sigma\cdot\mathbf{p})_{\alpha\sigma_1}\chi_{N\,\Gamma S_3;\,\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\sigma_1\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{p};\xi_1\cdots)=M_N\,\psi_{N\,\Gamma S_3;\,\alpha\rho_2\cdots\rho_{2J}}^{\bar{\Gamma}S;\,\sigma_2\cdots\sigma_{2\bar{J}}}(\mathbf{p};\xi_1\cdots)
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

となる。系のひろがりが小さく、線束がすべて重心の世界線のまわりにあつまつてしまう極限では(点近似)(31) 式は高階スピノル場に関する Dirac-Fierz 方程式に一致する。従つて (31) は我々が考えている固有解の線束の重心運動を記述する方程式を与えるものである。

重心運動の方程式が求まれば、重心波の Green 函数を求めることは容易である。また線束が逐次 Lorentz 変換によつて屈曲する場合を考えると、物理的にはこの屈曲は系の加速を意味するので、逐次 Lorentz 廻転の角速度は系

に作用している力のPotential によつてきまることになる。また系が外場内を通過すると場のPotential ϕによつて固有値が、Shift し、その結果 M_N は ϕ の函数 $M_N(\phi)$ となる。このようにして、我々の系はMass を通しての相互作用をもつことも出来る。また固有値 M_N が縮退しているときは、よく知られているように縮退固有函数の間にUnitary 変換が許される。このUnitary 変換をPoint Limitでみると、対応する粒子群がUnitary 群を許すことになる。またContractした内部波動函数をもつ核子が振り落す多重発生中間子の横運動は一定の切断をうけ、内部波動函数が特に調和振動子の基底状態の場合、横運動量分布が $e^{-a^2 k_T^2} k_T dk_T$ の分布になることを示すことが出来る。しかし、あまり長くなつたので、これらは次の機会に譲ることにしたい。

(Sept. 10. 1967).