Linear Trajectory and Oscillation of Cloud Mesons

伊　藤　大　介　（埼玉大理工）
E.W.Carriere（ルイジアナ州立大）

(1)　BaryonのExcited StatesのTrajectoryが驚く程Linearであることには、当然深い物理的理由があるにちがいない。現在までにもいろいろな考察がなされている。例へば、Bootstrapなどの方法で、Resonance StatesのMassを次々に決め、結果に於てlinearityを出そうという試みや、Regge Parameterを決定することによつて一挙にlinearityを示そうという考へも行われており、またquark modelではone particle excitationの仮説によつてExcited statesのLevelを計算することや、更に一般的に3次元調和振動子のTrajectoryがlinearであることから、粒子の内部に振動子を仮定し、構造模型の問題として、linear Trajectoryに説明を与えようとする試みなどが行われている。我々も大角散乱の分析に示唆されてこの問題を調和振動子の立場から考えて来た。その根拠は、一般に剛体的でない力学系が内部的釣合い状態があるとき、平衡点附近の微小振動が可能であり、Baryonなどの粒子も、それがquarkの複合系であるにせよ、Cloud的な構造をもつにせよ、剛体的でない限り、このような微小振動があつてよいはづであり、そのExcited statesが、この振動の励起状態に対応すると考えるならば、それらのTrajectoryは当然linearであろうと考えたからである。　それではBaryonにこのような振動があるとすれば、一体何が振動しているのだろうか？先づ考えられることは、quarkのように強く束縛されていると思われるものよりは比較的ゆるく束縛されている
Cloud Mesonsが振動しやすいだろうと思われることである。
ところが、Wentzel，Tomonaga，Pauli等の強結合理論以来よく知られているように、Meson CloudによるMass Formulaは剛体的で　あつた。事実Tomonagaによつて美事に示されたように強結合理論でのcloudの運動はコマの運動と全く同じである。従つて、Cloud mesonの振動は一見可能性が

ないように思われる。しかし、Strongではあつても、今日実験的に知られているCoupling の強さは、Cloudの廻転半径を凍結してしまう程Strongではないし、元来Baryonのexcited statesは高エネルギー衝突の中間状態に現われるものであるから、励起されたMeson 場を伴ういわば、フヤケタ、振動を起しやすい状態にあるだろうと想像されるので、改めて、この可能性を検討してみる価値があるように思はれる。

(2)　1個のBaryonとMeson よりなる系のSchrödinger方程式は

$$\left[r_{\mu}\partial_{\mu}+M+\frac{1}{2}\int dv\left\{ \pi(\vec{r})^{2}+\phi(\vec{r})(\mu^{2}-\Delta)\phi(\vec{r})\right\} -\int v(\vec{x}-\vec{r})\phi(\vec{r})^{2}\right]\psi(\kappa;\phi)=0. \qquad (1)$$

で与えられる。ここでV$(\vec{x}\rightarrow\vec{r})$ はBaryonとMeson の間に働く引力のPotential を表わす。この力はBaryon Exchange の力であつてもよいし、heavy meson exchange の力であつてもよい。その詳しい形は後の議論にあまり重要でない。また、Meson の数を変えるような相互作用があつても、強結合理論の対象になる程強くない限り、結論に大きな影響はないし、Meson-Meson 相互作用も考えるべきであるが、あまり強くないので省略することにした。

さて(1)から出発すべきであるが、これから出発すると、後にBaryonのMass 自身が角運動量の一次函数という結果が得られ、実験はMass の一次函数だから、稍々技巧的であるが、(1)の代に、

$$\left[r_{\mu}\partial_{\mu}+M\quad 1+\frac{1}{M}\int dv\left\{ \pi(\vec{r})^{2}+\phi(\vec{r})\omega^{2}\phi(\vec{r})-2V(\vec{x}-\vec{r})\right\} \right]\times$$

$$\times\psi(x:\phi)=0, \qquad (2)$$

但し、

$$\omega^{2}\equiv\mu^{2}-\Delta$$

から出発することにしよう。Cloud Mesonの全質量がMに比べて非常に小さければ(2)は(1)に一致する。これはBorn-Infeld型のnon-linear fieldを

考えることにあたるが、それは見掛だけで、Iteration によつて linear な方程式

$$[-\Box+M^2+M\int dv\{\pi(\vec{r})^2+\phi(\vec{r})\omega^2\phi(\vec{r})-2V(\vec{x}-\vec{r})\phi(\vec{r})^2\}]\phi=0, \tag{3}$$

が得られるので、これから出発することにしよう。

引力が適当であれば、Meson はBaryonのまわりに安定又は準安定軌道を描き得ることになるが、Bose 統計のため、その最低軌道に幾多のMeson が入つたExcited States が生ずる点、核や原子の場合と異る。高い励起状態では、Meson cloud の質量の方が核子の質量を上廻るので、この場合Static近似はよくないが、見通しをよくするため、Baryon は原点に静止していると考えて進むことにしよう。そうすれば、(3)は

$$E^2\psi(\vec{x},\phi)=[M^2+M\int dv\{\pi^2(\vec{r})+\phi(\vec{r})\omega^2\phi(\vec{r})-2V(r)\phi(\vec{r})^2\}]\psi, \tag{4}$$

となる。

さてよく知られているように、Static Baryonから強い引力をうけるのはp-wave meson なので、簡単のため、p-waveのみを考えることにして

$$\phi(\vec{r})\approx\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\sum_n\frac{\mathbf{q}_n\cdot\mathbf{r}}{r}\frac{u_n(r)}{r}$$

$$\pi(\vec{r})\approx\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\sum_n\frac{\mathbf{p}_n\cdot\mathbf{r}}{r}\frac{u_n(r)}{r} \tag{5}$$

とおく。ここで$u_n(r)$ は

$$\int_0^\infty u_m(r)\,u_n(r)dr=\delta_{m,n} \tag{6}$$

をみたす正規直交系で、その形は後にきめる。

(5)を(4)に代入すれば

$$E^2\psi=[M^2+M\sum_{m,n}\{(\mathbf{p}_m\cdot\mathbf{p}_n)\delta_{mn}+(\mathbf{q}_m\cdot\mathbf{q}_n)\int_0^\infty dr\times$$

$$\times u_m(r)\,(\mu^2-\frac{d^2}{dr^2}+\frac{2}{r^2}-2V(r))u_n(r)\}]\psi, \tag{7}$$

が得られる。さて、$u_n(r)$ は固有値問題

$$[\mu^2-\frac{d^2}{dr^2}+\frac{2}{r^2}-2V(r)]u_n(r)=\omega_n^3 u_n(r), \tag{8}$$

で定義される完全系とすれば、(7)は

$$E^2\psi=[M^2+M\sum_n(p_n^2+\omega_n^2 q_n^2)]\psi, \tag{9}$$

となる。引力Potential V(r)が適当であれば、Fig.1 に示すように、Barrier $2/r^2$ と合成されて生ずるPotentialの谷間に、安定又は準安定なBound Statesを生ずる。系のエネルギーが最低になるのはCloud mesonが最低level $\omega_n=\omega_0$ にあるときであり、この状態だけを考えるか。或はBound Levelがω_0だけしかないときには、(9)は

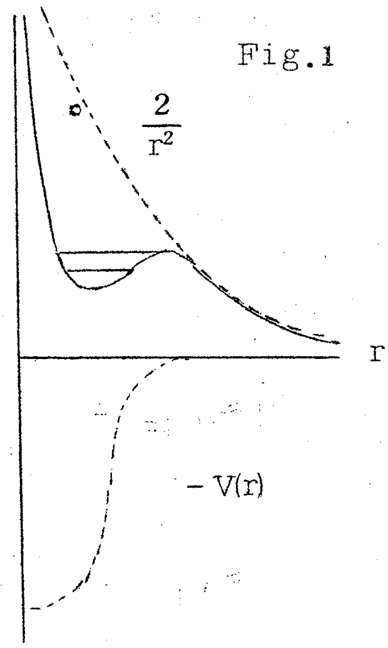

Fig.1

$$E^2\psi=[M^2+M(p_0^2+\omega_0^2 q_0^2)]\psi, \tag{10}$$

となる。

他方Clond の全角運動量は

$$L=\int dv\,\phi(\vec{r})\vec{r}\times\vec{\nabla}\pi(\vec{r}), \tag{11}$$

で与えられ、これに(5)を代入すれば

$$L=\sum_n q_n\times p_n \tag{12}$$

が得られる。Clond の方程式(10)を

$$\left.\begin{aligned} L^2\psi(q_0)&=(q_3\times p_0)^2\psi(q_0)=L(L+1)\psi(q_0)\\ L_z\psi(q_0)&=M\psi(q_0)\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

のもとでとけば、固有値

$$E_{nL}^2 = M^2 + 2\omega_0 M(L + 2n + \frac{3}{2}), \qquad (14)$$

が得られる。ここで、n(=0,1,2,……) はRadial vibrationの量子数である。

(3) このようにして、Cloud Mesonの振動からlinear Trajectory が得られるが、最後に、この結果が得られた物理的内容及び他の試みとの関係をしらべてみよう。このModelでequal spacingなMass Level が得られるのは、最低軌道に何箇かのp-wave mesonsが入ることによる。p-waveのspinは1なので、$L_Z = L$ の状態では、Fig.2 に示すように少くともL個のSpin-up mesons が入り、他は、Spinを打消すようにpair で入らなければならない。従つて、L個のMeson のエネルギーは$L\omega_0$, n-pairs のエネルギーは$2n\omega_0$ である。大雑把に云つて、前者はLに比例するTrajectory term を与へ、後者は2nを量子数とするRadial VibrationのEnergyに相当する。

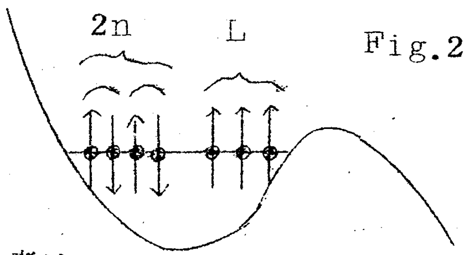

Fig.2

さて、これらのOscillationは、Bose統計に従う粒子系がOscillator的であることによるものであつて、引力Potential 自身は、必ずしもOscillator Potential (Hoock's force)であることを要しない。また、この振動は1つのLevel に多数のmeson が入ることによつて起る云わば、集団的振動で、この点one particle excitation model とはちようど正反対のMechanismである。むしろ、p-wave meson を1個づつ、つけ加えながら次々と高い励起状態を求めて行くS-行列的方法に近いが、4つ足のS-行列理論では、このような集団的記述はむつかしいだろう。

今まではCharge空間のことは考えなかつたが、これを取り入れることは容易である。Meson の個数を増減する相互作用を含めること、特に、Strong Conpling Theory との兼合いについても論じなければならないが長くなるので次の機会に譲ることにする。 (Feb. 20. 1968)