Field Theoretical Formulation of Nambu-Miyamoto's Factorization of Veneziano Amplitude

伊　藤　大　介（埼玉大理工）

最近宮本氏[1]が、南部氏等のVeneziano Amplitude の Factorization が Conventional な Field Theory の枠内に収まるものであることをProper Time の方法を用いて美事に示された。この理論では、内部振動が一次元的であることや、これと入射中間子との相互作用について一見やや複雑な構造が仮定されている。そこで、これらの仮定が自働的に出てくるような、更に場の理論に近いモテルを作つてみることにしよう。

$$i\frac{\partial\Omega>}{\partial\tau_0}=[P_\lambda^2+e_0P_\lambda U_\lambda(0)+\frac{M_0^2R}{2}\int_V d^3\xi\,(M_0^2R^2\Pi_\lambda^2(\xi)+\frac{\partial_iU_\lambda(\xi)\partial_iU_\lambda(\xi)}{M_0^2R^2})$$
$$+g_0M_0\phi(x_\lambda)]\Omega> \qquad (1)$$

で記述される系を考える。これは相対座標 ξ_λ の空間のMassless Vector Boson $U_\lambda(\xi)$ とその原点 $\xi=0$ で、重心座標（x_λ, P_λ）で入射中間子 $\phi(x_\lambda)$ と Couple するNon Local System である。e_0, g_0 はその Coupling Constants, M_0 は粒子の Bare Mass, R は $U_\lambda(\xi)$ の Spherical Normalization Box の半径である。$U_\lambda(\xi)$, $\Pi_\lambda(\xi)$ を Box の完全系 $f_S(\xi)$ で展開し

$$\left.\begin{aligned}\Pi_\lambda(\xi)&=\sum_S f_S(\xi)\,p_\lambda^S/M_0R^{3/2}\\ U_\lambda(\xi)&=\sum_S f_S(\xi)\,q_\lambda^S\,M_0R^{3/2}\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

とすれば、(1)は

$$i\frac{\partial\Omega>}{\partial\tau_0}=[P_\lambda^2+e_0M_0R^{3/2}P_\lambda\sum_S q_\lambda^S f_S(0)+\frac{M_0^2}{2}\sum_S(p_\lambda^{S\,2}+\Pi^2s^2q_\lambda^{S\,2})$$
$$+g_0M_0\phi(x_\lambda)]\Omega> \qquad (3)$$

となる。ここで $f_S(0)$ が Vanish しないのは s-wave のみで、$\ell\neq0$ なる部

分波は e_0-coupling をもたないから、以下 $\ell \neq 0$ は省くことにする。s-wave に対しては

$$f_S(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi R}}\frac{\sin k_S\xi}{\xi}\ ,\quad k_S\equiv\frac{\pi s}{R}\ ,\quad s=1,2,3\cdots \tag{4}$$

$$f_S(0)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \frac{s}{R^{3/2}} \tag{5}$$

であるから、(3)は

$$i\frac{\partial\Omega>}{\partial\tau_0}=[P_\lambda^2+e_0M_0\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sum_{s=1}^{\infty}sP_\lambda q_\lambda^S+\frac{M_0^2}{2}\sum_{s=1}^{\infty}(p_\lambda^{S\,2}+\pi^2s^2q_\lambda^{S\,2})+g_0M_0\phi]\Omega> \tag{6}$$

となり、s-波の radial vibration, 即ち linear Oscillator の System になる。

$$a_S^\lambda\equiv\frac{p_\lambda^S-i\pi s\,q_\lambda^S}{\sqrt{2\pi s}}\ ,\qquad a_\lambda^{*S}\equiv\frac{p_\lambda^S+i\pi s\,q_\lambda^S}{\sqrt{2\pi s}}\ , \tag{7}$$

で表わせば、(6)は

$$\begin{aligned}i\frac{\partial\Omega>}{\partial\tau_0}&=[P_\lambda^2+e_0M_0P_\lambda\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\sqrt{s}\,(a_\lambda^S-a_\lambda^{*S})}{-2i}+\pi M_0^2\sum_{s=1}^{\infty}s\,a_\lambda^{*S}a_\lambda^S+g_0M_0\phi]\Omega>\\&=[(1-\frac{e_0^2}{4\pi}s_{max})P_\lambda^2+\pi M_0^2\sum_{s=1}^{\infty}s\,(a_\lambda^{*S}+\frac{ie_0P_\lambda}{2\pi M_0\sqrt{s}})(a_\lambda^S-\frac{ie_0P_\lambda}{2\pi M_0\sqrt{s}})+\\&\quad+g_0M_0\phi(x_\lambda)]|\Omega>\end{aligned} \tag{8}$$

となる。ここで発散する自己エネルギーの和は $s=s_{max}$ で cut した。

$$1-\frac{e_0^2}{4\pi}s_{max}\equiv Z,\ M_0=M\sqrt{Z},\ e_0=e\sqrt{Z},\ g_0=g\sqrt{Z},\ \tau_0={}^{\tau}/Z, \tag{9}$$

なる Renormalization により、(9)は

$$i\frac{\partial\Omega>}{\partial\tau}=[P_\lambda^2+\sum_{s=1}^{\infty}\pi M^2s\,(a_\lambda^{*S}+\frac{ieP_\lambda}{2\pi M\sqrt{s}})(a_\lambda^S-\frac{ieP_\lambda}{2\pi M\sqrt{s}})+gM\phi(x_\lambda)]|\Omega>, \tag{10}$$

となる。さて

$$U^{+}\left(a_{\lambda}^{*s}+\frac{ieP_{\lambda}}{2\pi M\sqrt{s}}\right)U=a_{\lambda}^{*s},\quad U^{+}\left(a_{\lambda}^{s}+\frac{-ieP_{\lambda}}{2\pi M\sqrt{s}}\right)U=a_{\lambda}^{s},\tag{11}$$

で定義されるBlock-Nordsieck変換

$$\Omega>=U\Omega_1>,\qquad U=\exp\left(\frac{ie}{2\pi M}P_{\lambda}\sum_{s}\frac{a_{\lambda}^{s}+a_{\lambda}^{*s}}{\sqrt{s}}\right),\tag{12}$$

を行えば、(10)は

$$i\frac{\partial\Omega_1>}{\partial\tau}=\left[P_{\lambda}^{2}+\sum_{s=1}^{\infty}\pi M^{2}a_{\lambda}^{*s}a_{\lambda}^{s}+gM\phi\,(U^{+}x_{\lambda}U)\right]\Omega_1>\tag{13}$$

となる。

$$U^{+}x_{\lambda}U=U^{+}i\frac{\partial}{\partial P_{\lambda}}U=x_{\lambda}-\frac{e}{2\pi M}\sum_{s}\frac{a_{\lambda}^{s}+a_{\lambda}^{*s}}{\sqrt{s}}\tag{14}$$

であるから、(13)は結局

$$i\frac{\partial\Omega_1>}{\partial\tau}=\Big[P_{\lambda}^{2}+\pi M^{2}\sum_{s=1}^{\infty}s\,a_{\lambda}^{*s}a_{\lambda}^{s}+$$

$$+\frac{gM}{(2\pi)^{3/2}}\int\frac{d^{3}k}{\sqrt{2k_0}}\left(A_{\kappa}e^{ik_{\lambda}\left(x_{\lambda}-\frac{e}{2\pi M}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{a_{\lambda}^{s}+a_{\lambda}^{*s}}{\sqrt{s}}\right)}+\text{conj. compl}\right)\Big]\Omega_1>\tag{15}$$

となる。これは宮本氏が出発点に仮定された式に他ならない。

以上、我々のモデルでは南部氏等の仮定は次のように解釈される。粒子はその重心のまわりにVector場を伴う。これは相対座標の原点で粒子と相互作用するので、s－波のRadial Vibrationのみが南部氏等のlinear Oscillator としての役割を演ずる。また、南部、宮本氏の仮定では、Vector場とMeson場のCouplingはMeson場のphase に現われるが、我々のモデルでは、これはVector場による重心座標 x_{λ} の fluctuation としてinduce されたものと解釈される。

Preprint を送つて下さつた宮本さんに感謝致します。

Reference

1) Y. Miyamoto; Veneziano Model and Proper Time Formulation (Preprint, Tokyo Univ. Ediuc.) 関係文献については本論文参照。