Gluon, String and Oscillator Model (3)

埼玉大理工　伊　藤　大　介

ここでは前論文の結果をBaryonのような多Quark 系へ拡張することを試みる。それに先立ち§2で導いた方程式〔以後簡単のため $\omega_0=\alpha=1$ とおく〕

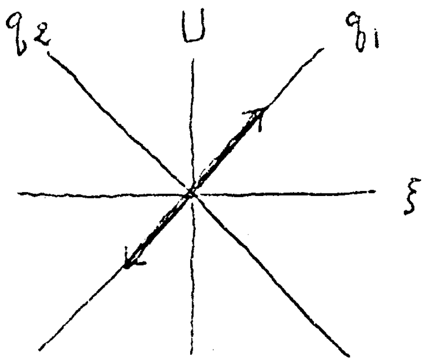
$$[(p_\lambda+\Pi_\lambda)^2+U_\lambda^2]\,|\Pi> = \lambda\,|\Pi> \qquad (2-10)$$

$$(U_\lambda-\xi_\lambda)\,|\Pi>=0 \qquad (2-4)$$

が(A)§1で予想した「Quarkの振動にGlounが伴うこと」を示す(3—1)を解にもつことを陽に示すのを忘れたのと，(B)附加条件の消去の際形式上の誤りを犯したと思われるので，その補足訂正からはじめよう。我々の考えは要するに新しい正準座標 $(p+\Pi)/\sqrt{2}\equiv p_1$, $(p-\Pi)/\sqrt{2}\equiv p_2$, $(U+\xi)/\sqrt{2}=q_1$, $(U-\xi)/\sqrt{2}\equiv q_2$ を導入すれば(2—10)(2—4)は

$$\frac{1}{2}[p_1^2+(q_1-q_2)^2]\,|\Pi(q_1q_2)> = \lambda\,|\Pi(q_1\,q_2)>$$

$$q_2|\Pi(q_1\,q_2)>=0,\ \text{即ち}\ \Pi(q_1\,q_2)>=\delta(q_2)\,\Psi(q_1)$$



となり，これから

$$\frac{1}{2}[p_1^2+q_1^2]\,\Psi(q_1)=\lambda\Psi(q_1)$$

が得られることからわかるように，附加条件 $q_2\approx 0$ によってU，ξ の運動が q_1 一方向の1次元振動に限られ，その ξ－projectionがquark振動，U－projectionが固有場振動であろということであるから(A)を示すことや(B)に形式上の誤りがあっても結論には変りがなく，その補足訂正は蛇足に近いが，§9のBaryonへの拡張の準備を兼ね§8で前論文(1)の必要なSummaryを行うことにする。

§8　Reciprocity Transformation：上の(2—10)，(2—4)に正準変換

$$\Pi_\lambda\to -U_\lambda,\qquad U_\lambda\to\Pi_\lambda \qquad (8-1)$$

を行い，U_λ，ξ_λ を対角化する表示をとれば

$$[(p_\lambda-U_\lambda)^2+\Pi_\lambda^2]\,|\Pi>=[(\frac{\partial}{i\partial\xi_\lambda}-U_\lambda)^2+(\frac{\partial}{i\partial U_\lambda})^2]\,|\Pi(\xi.\,U)>=\lambda\,|\Pi(\xi U)> \qquad (8-2)$$

$$(\Pi_\lambda-\xi_\lambda)\,|\Pi>=(\frac{\partial}{i\partial U_\lambda}-\xi_\lambda)\,|\Pi(\xi.\,U)>=0 \qquad (8-3)$$

が得られる。ここで変換

$$\Pi(\xi U)> = e^{iU\xi}\Psi(\xi U) \tag{8—4}$$

を行えば，(8−3) は

$$\left(\frac{\partial}{i\partial U_\lambda}-\xi_\lambda\right)e^{i\xi_\lambda U_\lambda}\Psi(\xi, U) = e^{i\xi\cdot U}\frac{1}{i}\frac{\partial\Psi(\xi U)}{\partial U_\lambda} = 0 \tag{8—5}$$

となるから，$\Psi(\xi, U)$ が U_λ を含まず，ξ_λ のみの関数であれば附加条件が満足される。従って (8−4) の代りに

$$\Pi(\xi; U)> = e^{iU\cdot\xi}\Psi(\xi) \tag{8—6}$$

とおけば

$$(p_\lambda - U_\lambda)^2|\Pi> = e^{iU\cdot\xi}\left(\frac{\partial}{i\partial\xi_\lambda}\right)^2\Psi(\xi) \tag{8—7}$$

$$\Pi_\lambda^2|\Pi> = e^{iU\cdot\xi}(\xi_\lambda + \partial/i\partial U_\lambda)^2\Psi(\xi) = e^{iU\cdot\xi}\xi_\lambda^2\Psi(\xi) \tag{8—8}$$

となるから，(8−2) から $\Psi(\xi)$ について振動方程式

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\lambda^2}+\xi_\lambda^2\right)\Psi(\xi) = \lambda\Psi(\xi) \tag{8—9}$$

が得られる。$U_\lambda \equiv (a_\lambda + a_\lambda^*)/\sqrt{2}$　とおけば (8−6) は

$$\Pi(\xi U)> = e^{i\xi(a+a^*)/\sqrt{2}}\Psi(\xi) = e^{i\xi\cdot a^*/\sqrt{2}}e^{i\xi\cdot a/\sqrt{2}}e^{-\xi^2/4}\Psi(\xi) \tag{8—10}$$

とかけるが，$a_\lambda = \partial/\partial a_\lambda^*$ からわかるようにこの結果は

$$\Pi(\xi U)> = e^{i\xi(a+a^*)/\sqrt{2}}|0>\Psi(\xi) = e^{i\xi\cdot a^*/\sqrt{2}}|0>\Psi(\xi)\,e^{-\frac{\xi^2}{4}} \tag{8—11}$$

とかけることがわかる。これは (1−3)式に他ならない。即ち我々の問題の解は単に調和振動子 (4−10) の解 $\Psi(\xi)$ でなく，それに Virtual Pair Cloud を伴い，これが Parton的役割を演ずることになろう。

§9　多 Quark 系への拡張：ξ_λ, U_λ を対角化する表示で，α, β 等を SU(6) − indices とする Bose 演算子

$$[\phi_\alpha^\beta(\xi U),\ \phi_{\beta'}^{*\alpha'}(\xi' U')] = \delta_{\alpha\alpha'}\,\delta_{\beta\beta'}\,\delta^4(\xi-\xi')\,\delta^4(U-U') \tag{9—1}$$

を導入し，その汎関数：

$$\Omega^{\alpha}_{\beta}(x)>=\frac{1}{\sqrt{2}}\int d\xi' \, d\xi'' \, dU' \, dU'' \, \phi^{*\alpha}_{\alpha'}(\xi' U')\, e^{i\xi'\cdot U'} \, \phi^{*\beta'}_{\beta}(\xi'' U'')\, e^{i\xi''\cdot U''}|0>$$
$$\times \Psi^{\alpha'}_{\beta'}(x,\ \xi',\ \xi'')\,\delta^4(\xi'+\xi'') \quad (9\text{—}2)$$

$$\Omega^{\alpha\beta\gamma}(x)>=\frac{1}{\sqrt{6}}\int d\xi' \, d\xi'' d\xi''' \, dU' \, dU'' \, dU''' \, \phi^{*\alpha}_{\alpha'}(\xi' U')\, e^{i\xi'\cdot U'} \, \phi^{*\beta}_{\beta'}(E'' U'')\, e^{i\xi''\cdot U''}$$
$$\phi^{*\gamma}_{\gamma'}(\xi''' U''')\, e^{i\xi'''\cdot U'''}\,|0>\Psi^{\alpha'\beta'\gamma'}(x,\ \xi',\ \xi'',\ \xi''')\,\delta^4(\xi'+\xi''+\xi''') \quad (9\text{—}3)$$

に演算子

$$H\equiv\int \phi^{*\alpha}_{\beta}(\xi U)\,[\,p_{\xi\lambda}-U_{\lambda})^2+\Pi^2_{\lambda}]\,\phi^{\beta}_{\alpha}(\xi U)\,d\xi\, dU \quad (9\text{—}4)$$

を作用させれば，（9—2）の場合

$$H\,\Omega^{\alpha}_{\beta}(x)>=\frac{1}{\sqrt{2}}\int d\xi' \, d\xi'' \, dU' \, dU''$$
$$\times \{\,\phi^{*\alpha}_{\alpha'}(\xi' U')\,[(\,p'-U')^2]\,e^{i\xi'\cdot U'}\,\phi^{*\beta'}_{\beta}(\xi'' U'')\,e^{i\xi''\cdot U''}$$
$$+\,\phi^{*\alpha}{}_{\alpha'}(\xi' U')\,e^{i\xi'\cdot U'}\,\phi^{*}_{\beta}{}^{\beta'}(\xi'' U'')\,[(p''-U'')^2+\Pi''^2]\,e^{i\xi''\cdot U''}\}\times$$
$$\times\,\Psi^{\alpha'}_{\beta'}(x,\ \xi',\ \xi'')\,\delta^4(\xi'+\xi'')$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\int d\xi' \, d\xi'' \, dU' \, dU'' \, \phi^{*\alpha}_{\alpha'}(\xi', U')\,e^{i\xi'\cdot U'}\,\phi^{*\beta'}_{\beta}(\xi'', U'')\,e^{i\xi''\cdot U''}\,|0>$$
$$\times\,[\,p'^2+p''^2+\xi'^2+\xi''^2]\,\Psi^{\alpha'}_{\beta'}(x,\xi',\ \xi'')\,\delta^4(\xi'+\xi'') \quad (9\text{—}5)$$

となるから

$$(\,P^2_{\lambda}+H)\,\Omega^{\alpha}_{\beta}(x)>=0 \quad (9\text{—}6)$$

から

$$(\,P^2_{\lambda}+p'^2_{\lambda}+\xi'^2_{\lambda}+p''^2_{\lambda}+\xi''^2_{\lambda})\,\Psi^{\alpha}_{\beta}(x,\ \xi',\ \xi'')=0, \qquad \xi'+\xi''=0 \quad (9\text{—}7)$$

が得られる。同様

$$(\,P^2_{\lambda}+H)\,\Omega^{\alpha\beta\gamma}(x)>=0 \quad (9\text{—}8)$$

から

$$(\,P^2_{\lambda}+\sum_{i=1}^{3}(\,p^2_i+\xi^2_i)\,)\,\Psi^{\alpha\beta\gamma}(x,\ \xi_1,\ \xi_2,\ \xi_3)=0, \qquad \Sigma\,\xi_i=0 \quad (9\text{—}9)$$

が得られる。また演算子

$$\equiv\int d\xi\, dU\, \phi^{*\alpha}_{\beta}(\xi U)\,(\,\xi_{\lambda}-\Pi_{\lambda})\,\phi^{\beta}_{\alpha}(\xi U) \quad (9\text{—}10)$$

を (9−2) (9−3) に作用させれば，これらは

$$(\boldsymbol{\xi}_{\lambda}-\boldsymbol{\Pi}_{\lambda})\,\Omega(x)> = 0 \qquad (9\text{−}11)$$

を満足することも容易に示される。従って (9−6)，(9−8) 及び (9−11) は (8−2)，(8−3) の多粒子系への一般化と考えられる。(9−7)，(9−9) を Normal Coordinate を導入して解けば，Meson，Baryon について同じ傾きの Trajectory が得られる。

§10　物理的解釈：先づ (9−1) で導入した〝第2量子化〟の演算子 $\phi_{\alpha}^{\beta}(\xi U)\phi_{\beta}^{*\alpha}(\xi U)$ の物理的意味を考えてみよう。例えば (9−3) の被積分関数

$$[\phi_{\alpha'}^{*\alpha}(\xi' U')\phi_{\beta'}^{*\beta}(\xi'' U'')\phi_{\gamma'}^{*\gamma}(\xi''' U''')]\, e^{i\xi' U'} e^{i\xi'' U''} e^{i\xi''' U'''}\, \psi^{\alpha'\beta'\gamma'}(x,\xi',\xi'',\xi''') \qquad (10-1)$$

の $[\phi^{*}\cdots]$ の係数と Pair String の解 (8−4) を比べてみればわかるように，これは (8−4) の3本の String の場合に一般化したものになっている。重粒子内の3つの Quark α，β，γ をそれぞれ元の位置から ξ'，ξ''，ξ''' だけ引き離したとすれば図10−1のように3本の Pair String を生ずるであろう。(10−1) がこのような状況に対応するものと考えれば，$\phi_{\alpha'}^{*\alpha}(\xi' U')$ は Quark α を引き離すときに生じた Virtual Pair $U_{\lambda'}$ を伴う String の生成演算子と解すべきであろう。

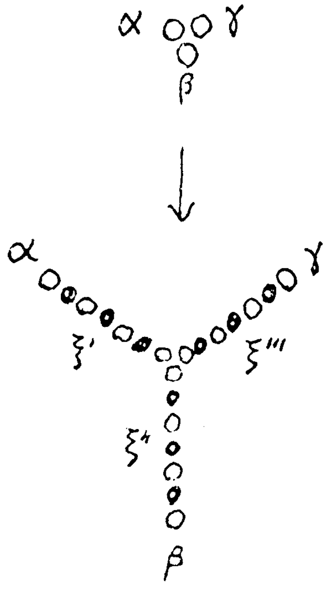


図10−1

これまで考えられて来た振動子模型 (Feynman や北大岩田 Group) ではバネは図10−2のように Baryon 内の3つの Quark 間に△−型に張られていた。この場合2つの Quark β，α を固定して，α を引き離すとき2本のバネの張力が復元力として働くのに，Meson の場合には復元力は1本のバネである。そのため同じ Hoock 定数のバネを用いたのでは Baryon と Meson では固有振動数が異り，同じ勾配の Trajectory が得られなかった。これに反し図10−3のように Star 型にバネを結べば，β，γ を固定して α を引き離すときの復元力は本質的に1本のバネである。従って，このときは同じバネを用いても Meson と Baryon の Trajectory は同じ勾配をもつことになる。

バネが何等かの交換力によるものとすれば殆んど必然的に△−型結合になってしまうであろう。我々の Mechanism では△−型よりもむしろ Star 型の方が自然に現われると考えられるので，この点好都合である。

また振動子模型では Quark が Bose 粒子である方が好ましいが，我々の Model では Quark は Pair に含まれて行動し，§9の第2量子化的定式化も Bose 演算子 $\phi_{\beta}^{*\alpha}(\xi U)$ によってなされ，Bose Quark を導入しなくても $\psi^{\alpha\beta\gamma}(x,\xi',\xi'',\xi''')$ の Bose Quark 的対称性が自然に得られることになる。Quark が Bose 的であるという背後にはこのような事情がひそんでいるのではなかろうか？充分検討し

ていないが

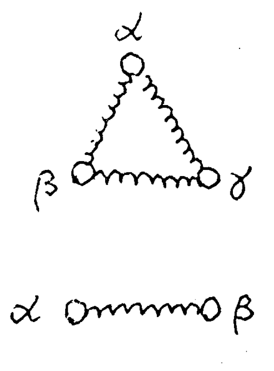


図10—2　△—型結合

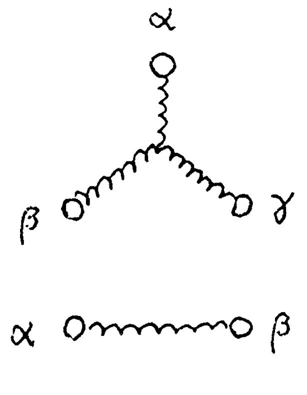


図10—3　Star型結合

$$\Omega^{\alpha\beta\gamma}(x)> = \frac{1}{\sqrt{3!}}\int d\xi_1\, d\xi_2\, d\xi_3\, \phi^{*\alpha}_{\alpha'}(\xi_1)\,\phi^{*\beta}_{\beta'}(\xi_2)\,\phi^{*\gamma}_{\gamma'}(\xi_3)\,|0> = \Psi^{\alpha'\beta'\gamma'}(x, \xi_1, \xi_2, \xi_3)$$

から出発しても多分石田さんがおやりになったことが再現出来るのではないかと思う。

Pair String Theoryではquark monopoleをとり出そうとしてStringを千切ったところで，Magnetic Monopoleをとり出そうとしてMagnetを折るのと同じことにしかならないであろう。