高温における巨大共鳴幅の振る舞い

田辺孝哉（埼玉大教養）

Abstract

The physical content of the giant resonance (GR) width is nivestigated based on the fully microscopic theory [i.e. the thermal RPA (TRPA) on top of the thermal HFB (THFB)]. The experimental FWHM is interpreted as the total width obtained by folding both strength distributions with the fragmentation width due to the p-h RPA states, Γ_f, and the spreading width due to the 2p-2h states, $\Gamma^{\downarrow}$. In the high temperature limit, the temperature-dependence of these widths are estimated as $\Gamma_f \propto (kT)^{-3/2}$ and $\Gamma^{\downarrow} \propto (kT)^{-1/2}$, which indicate that the saturation of the width takes place at moderately high tempetatures before the occurence of the motional narrowing of the GDR width expected at very high temperatures. Usefulness of the microscopic treatment is demonstrated also in the calculation of the anisotropy coefficient of gamma-ray angular distribution from the decay of the GDR built on the hot rotating nucleus. It is stressed that fluctuation of physical quantities can be correctly calculated within the framework of mean field approximation for microscopic theory.

§1. 巨大共鳴の幅は何を意味するか

原子核の高温・高スピン状態上に形成される巨大共鳴状態に関する実験が活発に進められている [1] 。その意義の 1 つは、現在の核構造理論、特に平均場近似（有限温度 HFB 、有限温度 RPA ）に基づく記述法が yrast 線を遠く離れた領域についても適用が可能であるか、その検証にあると考えられる。原子核多体系は自己無撞着な機構でその構造が決定するから、回転不変、その他の対称性を持つ核子間の微視的相互作用から出発して、自己無撞着解を得、その直接的帰結として核変形等を導き出さなければならない。この目的意識から、核子数と核運動量に関する拘束条件付きの有限温度 HFB(THFB) 解を基礎とする有限温度 RPA(TRPA) を適用して GDR を記述する試みを行ってきた [2] 。GDR(E1 巨大共鳴）強度関数のピークの分裂と GDR の崩壊に伴う γ 線核分布の非対称因子 a_2 の振る舞いは変形度についての情報を与えるので、これ等を微視的理論の立場から解析する事は重要である [3] 。共鳴のエネルギー中心 (centroid energy) と幅の温度依存は GDR 振動を伝える媒質の、微視的には平均場の変化が p-h 励起に及ぼす効果の、温度変化を与える。物性論において扱われる無限系でのスピン共鳴の場合などでは、無関係な (irrelevant) 自由度に起因する乱雑な摂動によって変化する磁場によって生じる共鳴振動数の変調によっ

て、共鳴幅の運動による尖鋭化 (motional narrowing) が起こる。一方、原子核は有限な孤立系であり、しかも、集団運動に関与する (relevant) 自由度がその他の自由度と明確に区別されるわけではない。このような場合に、はたして同様な現象が期待されるか極めて興味深い [4,5] 。この観点から、微視的理論に基づき、高温における GR 幅の振る舞いについて考察する。

理論的には、先ず、種々の振動数固有値$\hbar\omega_n$を持つ RPA 解が与える強度分布の幅、即ち、fragmentation width Γ_fが考えられる。これは、p-h 状態の一次結合が与えるノーマル・モードの分布幅である。巨視的には、プラズマ振動に関して Landau が論じた、いわゆる Landau 減衰に相当する。それとは別に、RPA 状態が他のモードと結合するために、GR がより高次の 2p-2h 状態等を通じて崩壊することによって生じる幅、spreading width $\Gamma^{\downarrow}$が存在する。また、単一粒子空間に連続状態を含めて p-h 状態を構成すれば、核から核子が散逸することによる崩壊幅、escaping width $\Gamma^{\uparrow}$が加わることになる。このように、連続状態を考慮して拡張することは原理的に困難はないので、ここでは、離散的な単一粒子状態だけから構成される p-h 、2p-2h 状態に基づく議論を展開する。

注意すべきことは、fragmentation と spreading の強度分布を重ね合わせたものが実験にかかる分布となることである。例えば、両者の分布が共に Gaussian であれば、重ね合わせた全体の幅は$\sqrt{\Gamma_f^2+\Gamma^{\downarrow 2}}$に、もっと現実的に、共に Breit-Wigner 型または共に Lorentzian であれば、$\Gamma_f+\Gamma^{\downarrow}$となることは容易に示される [6] 。これが実験にかかる FWHM に相当すると解釈される。従って、理論としてはΓ_fと$\Gamma^{\downarrow}$を区別して、それ等の温度依存性を論じることにする。

§2. Fragmentation 幅の温度依存性

THFB 解による準粒子描像での TRPA 方程式 [2]

$$(\mathbf{\Omega}_0+\mathbf{\Omega}')\mathbf{M}\mathbf{X}=\mathbf{X}\,\hbar\omega \tag{1}$$

において、相互作用

$$\mathbf{\Omega}'=\begin{pmatrix} 4(H_{22})_{\mu\nu\rho\sigma} & -24(H_{40})_{\mu\nu\rho\sigma} & 6(H_{31})_{\mu\nu\sigma\rho} \\ -24(H_{40})^*_{\mu\nu\rho\sigma} & 4(H_{22})^*_{\mu\nu\rho\sigma} & 6(H_{31})^*_{\nu\mu\rho\sigma} \\ 6(H_{31})^*_{\rho\sigma\nu\mu} & 6(H_{31})_{\rho\sigma\mu\nu} & 4(H_{22})_{\mu\sigma\nu\rho} \end{pmatrix} \tag{2}$$

を摂動とみなす。Ω_0の固有解である特定の状態 $\{\hbar_n,\mathbf{X}_n\}$ に着目する。この状態はその近傍にある他の状態 $\{\hbar_a,\mathbf{X}_a;a=1,2,\cdots\}$ は (2) を通じて結合する。TRPA 方程式 (1) の解を

$$\mathbf{M}\mathbf{X}=f_n\mathbf{X}_n+\sum_a f_a\mathbf{X}_a \tag{3}$$

と展開しておく。このとき仮定として、(i) 状態 a のエネルギーは$\hbar\omega_n$の近傍に等間隔 D_n をもって分布しており、

$$\hbar\omega=\hbar\omega_n+\mu D_n,\quad \mu=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{4}$$

と表される。(ii) エネルギー・スペクトルは N_n 本の準位が十分密に存在して、D_n は全体の幅 Γ_f に比較して十分に小さいとする。即ち、

$$N_n D_n = \Gamma_n, \quad D_n << \Gamma_n \tag{5}$$

とする。(iii) 着目する準位 n とそれ以外の準位 a の結合の行列要素は a によって大きく変化することはなく (slow variation)、

$$\frac{\partial}{\partial \hbar\omega_a}\left|\mathbf{X}_a^\dagger \mathbf{M}\Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_n\right|^2 << \frac{\left|\mathbf{X}_a^\dagger \mathbf{M}\Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_n\right|^2}{\Gamma_f} \tag{6}$$

が成り立つとする。(iv) 着目する準位 n とそれ以外の準位 a の結合だけが重要であって、他の結合は無視できるとして、

$$\mathbf{X}_n^\dagger \mathbf{M}\Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_n = \mathbf{X}_a^\dagger \mathbf{M}\Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_{a'} = 0 \tag{7}$$

を仮定する。

TRPA 方程式 (1) と Ω_0 に関する非摂動方程式とから

$$\hbar\omega - \hbar\omega_n = \mathbf{X}_n^\dagger \mathbf{M}\Omega' \frac{\mathbf{M}}{\hbar\omega - \Omega_0 \mathbf{M}} \Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_n \tag{8}$$

及び

$$|f_n|^{-2} = 1 + \mathbf{X}_n^\dagger \mathbf{M}\Omega' \frac{\mathbf{M}}{(\hbar\omega - \Omega_0 \mathbf{M})^2} \Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_n \tag{9}$$

が得られる。(8) と (9) 式の右辺の分数形式の部分と、それ以外の分子の部分に分けて考える。分子については平均値

$$\mathbf{X}_n^\dagger \mathbf{M}\Omega' \Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_n = N_n \overline{|\Omega' \mathbf{M}\mathbf{X}_n|^2} \tag{10}$$

によって置き換え、分数については

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}\frac{\mathbf{M}}{\hbar\omega - \Omega_0 \mathbf{M}} &= \sum_{\mu=0,\pm1,\pm2\cdots} \frac{\hbar\omega_n + \mu D_n}{\hbar\omega - \hbar\omega_n - \mu D_n} \\ &\simeq \frac{\pi\hbar\omega}{4kTD_n} \cot\frac{\pi(\hbar\omega - \hbar\omega_n)}{D_n} \end{aligned} \tag{11}$$

同様に

$$\mathrm{Tr}\frac{\mathbf{M}}{(\hbar\omega - \Omega_0 \mathbf{M})^2} \simeq \frac{\pi^2\hbar\omega}{4kTD_n^2} \mathrm{cosec}^2 \frac{\pi(\hbar\omega - \hbar\omega_n)}{D_n} \tag{12}$$

という評価を行う。(11) と (12) から、強度関数について以下の Breit-Wigner 型の分布が求められる。

$$\frac{|f_n|^2}{D_n} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_f}{(\hbar\omega - \hbar\omega_n)^2 + (\Gamma_f/2)^2} \tag{13}$$

ここに Fragmentation 幅Γ_nについては、

$$\Gamma_f = 2\pi\overline{|\mathbf{\Omega}'\mathbf{M}\mathbf{X}_n|^2}\frac{\hbar\omega}{4kTD_n} \tag{14}$$

が得られるが、この平均値を (10) 式によって元に戻し,Γ_fについて解けば

$$\Gamma_f \simeq \sqrt{2\pi(\mathbf{X}_n^\dagger\mathbf{M}\mathbf{\Omega}'\mathbf{\Omega}'\mathbf{M}\mathbf{X}_n)\frac{\hbar\omega}{4kT}} \tag{15}$$

となる。(2) 式のΩ'は弱くしか kTによらないが、TRPA metric **M** の対角成分 (他の要素は零) は高温の極限で

$$\left\{\begin{array}{c} 1-f_\mu-f_\nu \\ -(1-f_\mu-f_\nu) \\ f_\nu-f_\mu \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} (E_\mu+E_\nu)/4kT \\ -(E_\mu+E_\nu)/kT \quad +O(1/kT)^3 \\ (E_\nu-E_\mu)/4kT \end{array}\right. \tag{16}$$

となることに注意すれば [この事実は既に (11) と (12) の評価の際に使用した] 、Γ_fは高温において

$$\Gamma_f \propto (kT)^{-3/2} \tag{17}$$

という温度依存性を持つことになる。

§3. Spreading 幅の温度依存性

2qp(または p-h) 状態から構成された TRPA 方程式 (1) の解が与える共鳴準位 $\{\hbar\omega_n, \mathbf{X}_n\}$ それ自体は電磁的崩壊幅以外の幅を持たないが、残留相互作用を考慮すれば、4qp(または 2p-2h) 状態を通じての崩壊によって幅が生じる。この幅、即ち spreading 幅$\Gamma^\downarrow$の温度依存性についての評価を試みる。2qp(p-h) 空間での TRPA 行列$\mathbf{\Omega}^{(22)}$は、前節の記号では$\mathbf{\Omega}^{(22)} \equiv \mathbf{\Omega}_0 + \mathbf{\Omega}'$である。4qp(2p-2h) 空間を含むように拡張された TRPA 方程式 (2ndTRPA) は

$$\begin{pmatrix} \mathbf{\Omega}^{(22)} & \mathbf{\Omega}^{(24)} \\ \mathbf{\Omega}^{(42)} & \mathbf{\Omega}^{(44)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M}^{(22)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{(44)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(2)} \\ \mathbf{X}^{(4)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(2)} \\ \mathbf{X}^{(4)} \end{pmatrix} \hbar\omega \tag{18}$$

となる。この解を

$$\mathbf{X} = f_m \begin{pmatrix} \mathbf{X}_m^{(2)} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{X}^{(4)} \end{pmatrix} \tag{19}$$

と展開しておく。ただし、$\mathbf{X}_m^{(2)}$は 2qp 空間での TRPA 方程式 (1) の m 番目の解を表す。着目する準位$\hbar\omega_m$はその近傍では唯一の 2qpTRPA 解であって、その周辺に幅$\Gamma^\downarrow$に亘る N_m 本の 4qp(2p-2h) 状態に対する 2ndTRPA 方程式 (18) の解に対応する状態が十分密に等間隔 d_mをもって分布し、

$$N_m d_n = \Gamma^\downarrow, \quad d_m << \Gamma^\downarrow \tag{20}$$

となっているものと仮定する。2ndTRPA 方程式の metric 行列 $\mathbf{M}^{(44)}$ は対角形で、その行列要素の高温極限は以下の通りである。

$$\left\{\begin{array}{c} (1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\rho)(1-f_\sigma)-f_\mu f_\nu f_\rho f_\sigma \\ -(1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\rho)(1-f_\sigma)+f_\mu f_\nu f_\rho f_\sigma \\ (1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\rho)f_\sigma - f_\mu f_\nu f_\rho(1-f_\sigma) \\ -(1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\rho)f_\sigma + f_\mu f_\nu f_\rho(1-f_\sigma) \\ (1-f_\mu-f_\nu)f_\rho f_\sigma - f_\mu f_\nu(1-f_\rho)(1-f_\sigma) \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} (E_\mu+E_\nu+E_\rho+E_\sigma)/16kT \\ -(E_\mu+E_\nu+E_\rho+E_\sigma)/16kT \\ (E_\mu+E_\nu+E_\rho-E_\sigma)/16kT \\ -(E_\mu+E_\nu+E_\rho-E_\sigma)/16kT \\ (E_\mu+E_\nu-E_\rho-E_\sigma)/16kT \end{array}\right. +O(\frac{1}{kT})^3 \tag{21}$$

また、$(\mathbf{M\Omega})^{(44)}$ については、対角形であると仮定し、その5種類の行列要素

$$\mathrm{diag}(\mathbf{M\Omega})^{(44)} \rightarrow \left\{\begin{array}{c} E_\mu+E_\nu+E_\rho+E_\sigma \\ -(E_\mu+E_\nu+E_\rho+E_\sigma) \\ E_\mu+E_\nu+E_\rho-E_\sigma \\ -(E_\mu+E_\nu+E_\rho-E_\sigma) \\ E_\mu+E_\nu-E_\rho-E_\sigma \end{array}\right. \tag{22}$$

と近似し、これ等の 4qp エネルギーは全体として等間隔 d_m をもって分布しているものとする。この場合は、前節の扱いと同様に、closure 近似を用いることによって

$$\hbar\omega-\hbar\omega_m \simeq \frac{\pi\hbar\omega}{16kTd_m}\overline{\left|(\mathbf{\Omega M})^{(42)}\mathbf{X}_m^{(2)}\right|^2}\cot\frac{\pi(\hbar\omega-\hbar\omega_m)}{d_m} \tag{23}$$

及び

$$|f_m|^{-2} \simeq 1+\frac{\pi^2\hbar\omega}{16kTd_m^2}\overline{\left|(\mathbf{\Omega M})^{(42)}\mathbf{X}_m^{(2)}\right|^2}\mathrm{cosec}^2\frac{\pi(\hbar\omega-\hbar\omega_m)}{d_m} \tag{24}$$

が得られる。従って、強度分布は

$$\frac{|f_m|^2}{d_m}=\frac{1}{2\pi}\frac{\Gamma^{\downarrow}}{(\hbar\omega-\hbar\omega_m)^2+(\Gamma^{\downarrow}/2)^2} \tag{25}$$

という Breit-Wigner 型となり、spreading 幅は (20) を用いると

$$\begin{aligned} \Gamma^{\downarrow} &= 2\pi\frac{\overline{\left|(\mathbf{\Omega M})^{(42)}\mathbf{X}_m^{(2)}\right|^2}}{d_m}\frac{\hbar\omega}{16kT} \\ &\simeq 2\pi\frac{\mathbf{X}_m^{(2)\dagger}(\mathbf{M\Omega})^{(24)}(\mathbf{\Omega M})^{(42)}\mathbf{X}_m^{(2)}}{\Gamma^{\downarrow}}\frac{\hbar\omega}{16kT} \end{aligned} \tag{26}$$

この結果から

$$\Gamma^{\downarrow} \simeq \sqrt{2\pi(\mathbf{X}_m^{(2)\dagger}(\mathbf{M\Omega})^{(24)}(\mathbf{\Omega M})^{(42)}\mathbf{X}_m^{(2)})\frac{\hbar\omega}{16kT}} \tag{27}$$

となる。$(\mathbf{M\Omega})^{(24)}$ の全ての行列要素は緩やかにしか温度に依存しないことが示されるので、上の式において kT を十分に大きくとれば

$$\Gamma^{\downarrow} \propto (kT)^{-1/2} \tag{28}$$

という温度依存の漸近評価が導かれる。

§4. 結論

前の2節で評価した通り、fragmentation 幅Γ_fと spreading 幅$\Gamma^{\downarrow}$が共に、温度が十分に高ければ、温度と共に減少することが予測された。ただし、そのような高温まで巨大共鳴が存続する限りの話である。一方、有限温度に拡張したエネルギー和則（有限温度でのThouless の定理）は、GDR の場合は双極子演算子を

$$\mathbf{D} = \frac{NZ}{A}\mathbf{r} = \frac{NZ}{A}(\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_N) \tag{29}$$

とすれば、

$$\frac{1}{2}\sum_{k=x,y,z} < [D_k,[H',D_k]] >_{\mathrm{THFB}} = \sum_{k=x,y,z}\sum_{n>0} \hbar\omega_n^{\mathrm{TRPA}} |< [Q_n, D_k] >_{\mathrm{THFB}}|^2 \tag{30}$$

となることが証明される [7]。この式は THFB 解による期待値を用いて具体的に表せば

$$\sum_{\mu\epsilon+}\sum_{\mu\epsilon-}\sum_{k=x,y,z} \left[(E_\mu+E_\nu)(1-f_\mu-f_\nu)a^k_{\mu\nu} + (E_\mu-E_\nu)(f_\nu-f_\mu)c^k_{\mu\nu}\right]$$
$$= \sum_{n>0}\left[\hbar\omega_n^x S_x(\omega_n) + \hbar\omega_n^y S_y(\omega_n) + \hbar\omega_n^z S_z(\omega_n)\right] \tag{31}$$

となる [8]。この表式の左辺に現れる行列要素

$$a^k_{\mu\nu} \equiv (A^\dagger D_k B^*)_{\mu\nu} - (A^\dagger D_k B^*)_{\nu\mu}, \tag{32}$$

$$c^k_{\mu\nu} \equiv (A^\dagger D_k A)_{\mu\nu} - (B^T D_k B^*)_{\nu\mu} \tag{33}$$

の A 、Bは THFB における Bogoliubov 変換係数である。準粒子分布関数は高温極限で $f_\mu \equiv (\exp\beta E_\mu + 1)^{-1} \to 1/2$ となることから、恒等式である (31) 式の左辺は高温で減少することとなる。従って、右辺に現れるエネルギー中心$\hbar\omega_n^k (k=x,y,z)$ が低エネルギーの方に移動するか、強度関数 $S_k(\omega)(k=x,y,z)$ が減少する筈である。実験によれば、エネルギー中心の移動は明確でないが、それよりも強度の方が減少し、ある励起エネルギー以上では GDR は観測されなくなる [9]。この結果は上のエネルギー和則に矛盾しない。

一方、GDR 幅に関する最近の実験では、低温では温度（核子当たりの平均励起エネルギー）と共に急激に増大するが、$E^*/A \sim 1.2$MeV位から飽和してしまい、増大は見られなくなる [1,10,11]。我々が行った幅の高温極限での評価は、原子核という孤立系でも、GDR 幅に関して運動による尖鋭化が期待されることを示している。このような振る舞いに到達する以前に、幅が増大から減少に転じる温度領域が存在し、幅の飽和が起こることが予測される。このように、微視的な理論から得られる結果は実験事実と矛盾はなさそうである。幅の飽和が起こる温度または励起エネルギーを正確に評価するためには、具体的な数値解析が必要である。

平均場近似を採用した微視的理論（THFB 近似）に基づいて評価される巨視的物理量に関する揺らぎは、巨視的理論が与えるべき揺らぎと一致することを証明することができる [3]。詳しくは文献 [3] の Appendix を参照頂きたい。この事実は理論的に重要であると思われる。例えば、微視的平均場近似の結果とは無関係に、巨視的理論の分布関数が含むパラメータを適当に仮定して、核の変形度に関する揺らぎを評価する方法 [5,12] には危険性が伴うであろう。

参考文献

[1] J. J. Gaardhøje, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **42**(1992) 483; Z. Żelazny et al, Nucl Phys. **A569**(1994)1c.

[2] K. Tanabe and K. Sugawara-Tanabe, Phys. Lett. **172B**(1986)129.

[3] K. Sugawara-Tanabe and K. Tanabe, Nucl. Phys. **A559**(1993)42.

[4] B. Lauritzen et al, Nucl. Phys. **A457**(1986)81.

[5] R. Broglia et al, Nucl. Phys. **A482**(1988)121c.

[6] K. Tanabe, Nucl. Phys. **A569**(1994)27c.

[7] K. Tanabe and K. Sugawara-Tanabe, Prog. Theor. Phys. **76**(1986)356.

[8] K. Sugawara-Tanabe and K. Tanabe, Prog. Theor. Phys. **76**(1986)1272.

[9] K. Yoshida et al, Phys. Lett. **245B**(1990)7; J. Kasagi et al, Nucl. Phys. **538**(1992)585c; J. Kasagi and K. Yoshida, Nucl. Phys. **A569**(1994)195c.

[10] A. Bracco et al, Phys. Rev. Lett. **62**(1989)2080.

[11] G. Enders at al, Phys. Rev. Lett. **69**(1992)249.

[12] Y. Alhassid and B. Bush, Nucl. Phys. **509**(1990)461.