

## 有限温度巨大共鳴幅の温度依存性

田辺 孝哉 (埼玉大教養)

**Abstract:** Fully microscopic formalism is extensively applied to the width of thermal giant dipole resonances(GDR) built on the highly excited nuclear states. First, the formalism of thermal random phase approximation(TRPA) is extended to describe small deviation from thermal equilibrium due to quasiparticle number fluctuation effect on the mean field. The dissipative thermal RPA(DTRPA) equation is derived from the Liouville equation, and square of the imaginary part of TRPA frequency,  $(Im \hbar\omega)^2$ , is described in terms of an eigenvalue equation. Secondly, to describe the other dissipative effect caused by mode-mode couplings, a temperature-dependent expression for the contribution to the spreading width of the GDR is derived based on the second TRPA. This microscopic formalism will be useful for theoretical studies of average properties at finite temperature such as motional narrowing effect in the self-sustaining finite system like a nucleus.

## §1. 緒 論

原子核の高い励起準位上に形成される巨大共鳴に関する実験的研究の進展によって、系に与えられるエネルギー  $E^*$  が数百 MeV、従って、温度  $kT$  も数 MeV に達する領域での E1 巨大共鳴状態から放出される  $\gamma$  線の測定によって、高励起状態での核構造に関する詳細な情報が得られるようになった。具体的には、共鳴エネルギーの中心 (centroid energy)、共鳴幅 (FWHM であって、spreading width と escaping width を含む)、強度分布の絶対値、 $\gamma$  線角分布の非対称因子  $a_2(E_\gamma)$ 、中性子放出

過程との競合等であり、yrast 状態上に励起される巨大共鳴との比較において温度・角運動量への依存が測定されている。これ等は巨大共鳴振動を伝える媒質としての核物質の変化に対応する。特に、高温状態での核変形の転移、準位密度の増大と殻構造の消失、単一粒子に対する平均場への温度効果、連続状態チャンネルへの散逸効果、他の集団運動モードとの結合の変化等に関する情報を担っている。

測定結果は、共鳴エネルギーの中心は温度と共に低エネルギーに移行するが、一般に、その温度依存性は顕著ではない。強度分布は温度と共に急速に減少し、バックグラウンドに埋没する傾向が見られるが<sup>1)</sup>、その幅 $\Gamma$ は急速に増大した後、 $E^*/A \sim 1.2\text{MeV}$ 程度で約  $10\text{MeV}$  の一定値を示す実験例がある<sup>2,3)</sup>。この結果については、スピン共鳴などにみられる運動による尖鋭化 ( motonal narrowing ) との類似において議論されている<sup>4,5)</sup>。着目する GDR モードが他のモードとの結合によって受ける変調の平均値を $\Delta\omega$ とすれば、その時間のオーダーは $\tau \sim 1/\Delta\omega$ となる。一方、結合する他のモードの幅を $\Gamma$ とすれば、結合時間のオーダーは $\Delta\tau \sim \hbar/\Gamma$ であるから、遷移確率は $\Delta\tau/\tau \sim \hbar\Delta\omega/\Gamma$ に比例する。従って、GDR モードの幅への寄与が $(\hbar\Delta\omega)^2/\Gamma$ として与えられる。これは、 $\Gamma$ が増大すれば、GDR モード幅が先鋭化することを意味する。

現在までの多くの議論では、スピン共鳴吸収の場合と同様に、考察の対象となっている系は、大きな雑音源の中にあって乱雑な変調を受けることが仮定されている。しかし、原子核のように self-sustaining な有限系の場合には十分に注意深い取扱いが必要となる。即ち、着目する集団運動もそれに結合する他の集団運動モードも元来、共通の単一粒子自由度から形成されるので、それ等のモードは互いに独立ではない。従って、モード・モード結合を含むような微視的理論による取扱いが望ましい。このような考え方から、私共は粒子数と角運動量についてのクランキング項を含む有限温度 HFB ( Thermal HFB 或いは THFB ) 方程式<sup>6)</sup>の解であって、自己無撞着な仕方で変形まで決定された状態に関する単一粒子空間を基礎に選んだ有限

温度 RPA (Thermal RPA 或いは TRPA) を採用し、首尾一貫した完全な微視的方法によって高温励起状態上の E1 巨大共鳴を記述する試みを行ってきた<sup>7,8)</sup>。この方法によれば、強度分布の温度と角運動量への依存を計算することが出来るばかりでなく、 $\gamma$ 線の角分布に関する非対称因子  $a_2(E_\gamma)$  の振舞を再現することが分かった<sup>9)</sup>。 $a_2(E_{cr}) = 0$  となって、横軸 (エネルギー軸) を負から正に切る点は偏長変形度が大きくなって超変形状態になると、低エネルギー側に移動する特徴があることを示した。また、高温になると、低エネルギー端で  $a_2$  が跳ね上がる振舞については巨視的な取扱いでは再現し得なかったが<sup>10)</sup>、私共の微視的記述ではその振舞が説明される<sup>9)</sup>。有限温度での E1 巨大共鳴のエネルギー和則を導くことが出来るが、和則によって課される条件として、左辺が温度と共に減少することから、右辺に現れる強度関数は温度の上昇に伴って減少しなければならないことが分かる。これは、文献 1) の実験結果と矛盾しない。

この講演では、微視的理論の立場から、巨大共鳴幅の温度依存についてどのような結果が得られるかを示す。共鳴幅への主要な寄与として以下の 3 種類の要因が考えられる。

- (1) 温度効果によって生じる準粒子数揺動を通じて平均場が変化する効果を考慮する必要がある。THFB 近似ではこの効果のために、一般化された密度行列  $R$  に通常の表式を仮定すると、 $R^2 \neq R$  であるため射影とならず、Bloch-Messiah 定理は成立しないかに見える<sup>6)</sup>。これは準粒子の熱的揺動に起因するものであって、熱場理論 (Thermo Field Dynamics) を応用することにより、この問題は解決することが分かる<sup>11)</sup>。この効果は p-h 励起で記述される他のモードへの崩壊であり、共鳴幅をもたらす。§2 でこの問題を扱うが、時間に依存する非ユニタリー変換を統計演算子に施し、Liouville 方程式によってその時間依存を記述することで、TRPA 方程式を拡張し、 $(Im \hbar\omega)^2$  に対する固有値方程式が導かれることを示す。

- (2) 巨大共鳴が他の集団運動的モードを通じて散逸する過程はモード・モード結合によって記述される筈である。このような崩壊は TRPA の 2p-2h 励起に関係付けられるので、§3 において 2 次の TRPA 方程式を用いて spreading 幅への寄与についての具体的な表式を導く。
- (3) escaping 幅の記述には、単一粒子空間を拡張して連続状態を含めることによって達成される。この拡張には原理上特別な困難はないので今回は触れないことにする。

## §2. Dissipative Thermal RPA (DTRPA)

熱平衡状態にある系に対する平均場近似として、自己無撞着な THFB 解による統計演算子

$$W = \exp(-\beta \sum_{\mu} E_{\mu} \alpha_{\mu}^{\dagger} \alpha_{\mu}) / Z \quad \beta = 1/(kT) \quad (2.1)$$

$$Z \equiv \text{Tr} \exp(-\beta \sum_{\mu} E_{\mu} \alpha_{\mu}^{\dagger} \alpha_{\mu}) = \prod_{\mu} (1 + \exp(-\beta E_{\mu})) \quad (2.2)$$

によって与えられているとする。このとき、準粒子数占有率の時間に依存する揺動を許すように、統計演算子に対して以下の非ユニタリー変換を施す。

$$W \rightarrow \bar{W}(t) = U \tilde{W} U^{\dagger} = e^{iR} e^{-\sum_{\mu} (\beta E_{\mu} - v_{\mu}(t)) \alpha_{\mu}^{\dagger} \alpha_{\mu}} e^{-iR} / \tilde{Z}, \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Z} &\equiv \text{Tr} \{ \exp(-\sum_{\mu} (\beta E_{\mu} - v_{\mu}(t))) \} \\ &= \prod_{\mu} \{ 1 + \exp(-\beta E_{\mu} + v_{\mu}(t)) \} \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここに、 $U$  はユニタリー変換であって、以下に定義される TRPA 演算子  $Q^{\dagger}$  によって与えられる。

$$U = e^{iR}, \quad R = Q^{\dagger} + Q, \quad (2.5)$$

$$Q^\dagger = \sum_{\mu < \nu} \left( X_{\mu\nu}(t) \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger - Y_{\mu\nu}(t) \alpha_\nu \alpha_\mu \right) + \sum_{\mu\nu} Z_{\mu\nu}(t) \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu \quad (2.6)$$

このとき、時間に依存する準粒子占有率は  $v^2$  のオーダーまで考慮すると

$$\begin{aligned} \bar{f}_\mu &= \text{Tr} [e^{iR} e^{-\sum_\nu (\beta E_\nu - v_\nu(t)) \alpha_\nu^\dagger \alpha_\nu} e^{-iR} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\mu] / \tilde{Z} \\ &= f_\mu + v_\mu f_\mu (1 - f_\mu) + v_\mu^2 f_\mu (1 - f_\mu) \left( \frac{1}{2} - f_\mu \right) + O(v_\mu^3) \end{aligned} \quad (2.7)$$

となる。ただし、

$$f_\mu = (1 + e^{\beta E_\mu})^{-1} \quad (2.8)$$

は熱平衡状態の準粒子数の分布関数である。

熱平衡状態での平均場近似で取り残した部分（残留相互作用）をすべて含むクラッキング Hamiltonian を

$$\begin{aligned} H' &= H - \lambda_p \hat{Z} - \lambda_n \hat{N} - \hbar \omega_{\text{rot}} J_X \\ &= H_0 + \sum_\mu (H_{11})_{\mu\nu} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu + \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} [(H_{20})_{\mu\nu} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger + \text{h.c.}] \\ &\quad + \sum_{\mu\nu\rho\sigma} (H_{22})_{\mu\nu\rho\sigma} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger \alpha_\rho \alpha_\sigma + \sum_{\mu\nu\rho\sigma} [(H_{31})_{\mu\nu\rho\sigma} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger \alpha_\rho^\dagger \alpha_\sigma + \text{h.c.}] \\ &\quad + \sum_{\mu\nu\rho\sigma} [(H_{40})_{\mu\nu\rho\sigma} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger \alpha_\rho^\dagger \alpha_\sigma^\dagger + \text{h.c.}] \end{aligned} \quad (2.9)$$

と表すことにする。残留相互作用が存在するために引き起こされる散逸過程による非平衡的な変化は、Liouville 方程式

$$i\hbar \frac{\partial \bar{W}(t)}{\partial t} = [H', \bar{W}(t)] \quad (2.10)$$

によって記述される。(2.3) 式の  $\bar{W}(t)$  を代入し、 $R$  に関して 1 次、 $v_\mu$  に関しては時間微分まで含めて 2 次まで残せば

$$(1 - \bar{f}_\mu - \bar{f}_\nu) i\hbar \frac{\partial x_{\mu\nu}}{\partial t} = \text{Tr} W [(\alpha_\nu \alpha_\mu, H'), R] - i \text{Tr} \bar{W} [\alpha_\nu \alpha_\mu, H'], \quad (2.11a)$$

$$(1 - \bar{f}_\mu - \bar{f}_\nu) i\hbar \frac{\partial y_{\mu\nu}}{\partial t} = \text{Tr} W [[\alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger, H'], R] - i \text{Tr} \tilde{W} [\alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger, H'], \quad (2.11b)$$

$$(\bar{f}_\nu - \bar{f}_\mu) i\hbar \frac{\partial z_{\mu\nu}}{\partial t} = \text{Tr} W [[\alpha_\nu^\dagger \alpha_\mu, H'], R] - i \text{Tr} \tilde{W} [\alpha_\nu^\dagger \alpha_\mu, H'] \quad (2.11c)$$

及び

$$i\hbar \sum_\lambda \frac{\partial v_\lambda}{\partial t} \{ f_\lambda (1 - f_\lambda) + v_\lambda f_\lambda (1 - f_\lambda) (1 - 2f_\lambda) \} = i \text{Tr} \tilde{W} [[\alpha_\lambda^\dagger \alpha_\lambda, H'], R] \quad (2.12)$$

が得られる。但し、

$$x_{\mu\nu} \equiv X_{\mu\nu} - Y_{\mu\nu}^* = -y_{\mu\nu}^*, \quad (2.13a)$$

$$y_{\mu\nu} \equiv Y_{\mu\nu} - X_{\mu\nu}^* = -x_{\mu\nu}^*, \quad (2.13b)$$

$$z_{\mu\nu} \equiv Z_{\mu\nu} + Z_{\nu\mu}^* = z_{\nu\mu}^* \quad (2.13c)$$

を定義した。 $x_{\mu\nu}$ 、 $y_{\mu\nu}$ 、 $z_{\mu\nu}$  の正振動部は

$$X_{\mu\nu}(t) = \tilde{X}_{\mu\nu} e^{-i\omega t} \quad \text{etc.} \quad (2.14)$$

のように与えられるものとする。(2.12) 式の両辺を  $v_\mu$  で微分して得られる ( $v_\mu$ ,  $x_{\mu\nu}$ ,  $y_{\mu\nu}$ ,  $z_{\mu\nu}$ ) に関する 1 次関係式を

$$i\hbar \frac{\partial v_\mu}{\partial t} \left( \frac{1}{2} - f_\mu \right) \frac{f_\mu(1-f_\mu)}{\frac{1}{2} - f_\mu} = i \sum_{\rho\sigma} \left\{ -6 (H_{31})_{\rho\sigma\mu\mu}^* (1 - f_\rho - f_\sigma) x_{\rho\sigma} \right. \\ \left. + 6 (H_{31})_{\rho\sigma\mu\mu} (1 - f_\rho - f_\sigma) y_{\rho\sigma} \right. \\ \left. - 4 (H_{22})_{\rho\mu\sigma\mu}^* (f_\sigma - f_\rho) z_{\rho\sigma} \right\} \frac{f_\mu(1-f_\mu)}{\frac{1}{2} - f_\mu} \quad (2.11d)$$

と書いておく。この式と (2.12) 式とから

$$\sum_\mu \frac{\partial v_\mu}{\partial t} f_\mu(1-f_\mu) = 0 \quad (2.15)$$

が得られるから、次のように  $v_\mu(t)$  の定数部分を除き、 $t$  に依存する部分を  $\Delta v_\mu(t)$  と書くことにする。

$$v_\mu(t) = v_\mu^0 + \Delta v_\mu(t), \quad \Delta v_\mu(t) = \Delta \tilde{v}_\mu e^{-i\omega t} \quad (2.16)$$

従って、(2.15) は

$$\sum_{\mu} \Delta \tilde{v}_\mu f_\mu (1 - f_\mu) = 0 \quad (2.15)'$$

という  $\Delta \tilde{v}_\mu$  に関する 1 つの条件式を与える。

(2.11a, b, c, d) は TRPA 方程式の拡張であって以下の DTRPA 固有値方程式を与えている。

$$\Omega \mathbf{M} \tilde{\mathbf{X}}(\omega) = \tilde{\mathbf{X}}(\omega) \hbar \omega \quad (2.17)$$

ここに、ベクトル  $\tilde{\mathbf{X}}(\omega)$  はその転置形で書けば

$$\tilde{\mathbf{X}}^{\text{tr}}(\omega) \equiv (\tilde{X}_{\mu\nu}, \tilde{Y}_{\mu\nu}, \tilde{Z}_{\mu\nu}, \Delta \tilde{v}_\mu) \quad (2.18)$$

のように定義されている。メトリック行列  $\mathbf{M}$  は対角形であって

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 - f_\mu - f_\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1 - f_\mu - f_\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_\nu - f_\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{f_\mu(1-f_\mu)}{\frac{1}{2}-f_\mu} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

と書かれ、DTRPA 行列  $\Omega$  は次のように TRPA の非エルミートな拡張形となっている。

$$\Omega = \begin{pmatrix} \frac{E_\mu + E_\nu}{1 - f_\mu - f_\nu} (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) + 4(H_{22})_{\mu\nu\rho\sigma} & -24(H_{40})_{\mu\nu\rho\sigma} \\ -24(H_{40})_{\mu\nu\rho\sigma}^* & \frac{E_\mu + E_\nu}{1 - f_\mu - f_\nu} (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) + 4(H_{22})_{\mu\nu\rho\sigma}^* \\ 6(H_{31})_{\rho\sigma\nu\mu}^* & 6(H_{31})_{\rho\sigma\mu\nu} \\ -6i(H_{31})_{\rho\sigma\mu\mu}^* & -6i(H_{31})_{\rho\sigma\mu\mu} \\ 6(H_{31})_{\mu\nu\sigma\rho} & -6i(H_{31})_{\mu\nu\rho\rho} \\ 6(H_{31})_{\nu\mu\rho\sigma}^* & 6i(H_{31})_{\mu\nu\rho\rho}^* \\ \frac{E_\mu - E_\nu}{f_\nu - f_\mu} \delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} + 4(H_{22})_{\mu\sigma\nu\rho} & -4i(H_{22})_{\mu\rho\nu\sigma} \\ -4i(H_{22})_{\rho\mu\sigma\mu}^* & 0 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

固有値 $\hbar\omega$ を実部と虚部に分けて

$$\omega = \omega_r + i\omega_i \quad (2.21)$$

と書くと、 $\tilde{\mathbf{X}}$ を實に選ぶことにすれば、 $(H_{31})_{\mu\nu\rho\sigma}$ 、 $(H_{22})_{\mu\nu\rho\sigma}$ の行列要素が実数であることから、(2.11)のDTRPA方程式は $\hbar\omega_r$ と $(\hbar\omega_i)^2$ についての固有値方程式に分離することができる。それ等は以下の2組の方程式で

$$\sum_{\rho\sigma} (\Omega \mathbf{M})_{\mu\nu\rho\sigma} \begin{pmatrix} \tilde{X}_{\rho\sigma} \\ \tilde{Y}_{\rho\sigma} \\ \tilde{Z}_{\rho\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{X}_{\mu\nu} \\ \tilde{Y}_{\mu\nu} \\ \tilde{Z}_{\mu\nu} \end{pmatrix} \hbar\omega_r, \quad (2.22Re)$$

$$\sum_{\rho\sigma\lambda} \begin{pmatrix} 6(H_{31})_{\mu\nu\lambda\lambda} \\ -6(H_{31})_{\mu\nu\lambda\lambda} \\ 4(H_{22})_{\mu\lambda\nu\lambda} \end{pmatrix} \frac{f_\lambda(1-f_\lambda)}{\frac{1}{2}-f_\lambda} \begin{pmatrix} 6(H_{31})_{\rho\sigma\lambda\lambda}(1-f_\rho-f_\sigma), -6(H_{31})_{\rho\sigma\lambda\lambda}(1-f_\rho-f_\sigma), \\ 4(H_{22})_{\rho\lambda\sigma\lambda}(f_\sigma-f_\rho) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{X}_{\rho\sigma} \\ \tilde{Y}_{\rho\sigma} \\ \tilde{Z}_{\rho\sigma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{X}_{\mu\nu} \\ \tilde{Y}_{\mu\nu} \\ \tilde{Z}_{\mu\nu} \end{pmatrix} (\hbar\omega_i)^2 \quad (2.22Im)$$

及び

$$0 = \Delta v_\mu \left( \frac{1}{2} - f_\mu \right) \hbar\omega_r, \quad (2.23Re)$$

$$\sum_{\mu\nu\rho} \{ 72(H_{31})_{\mu\nu\lambda\lambda}(1-f_\mu-f_\nu)(H_{31})_{\mu\nu\rho\rho} + 16(H_{22})_{\mu\lambda\nu\lambda} \\ \times (f_\nu - f_\mu)(H_{22})_{\mu\rho\nu\rho} \} f_\rho(1-f_\rho) \Delta \tilde{v}_\rho = \Delta \tilde{v}_\lambda \left( \frac{1}{2} - f_\lambda \right) (\hbar\omega_i)^2 \quad (2.23Im)$$

である。 $\hbar\omega_r$ を決定する(2.22Re)式はTRPA方程式に外ならないので、負の固有値 $-\hbar\omega_r$ も同じ形の方程式に従うことは直ちに分かる。また、(2.23Re)式は固有値 $\hbar\omega_r = 0$ を与えており、spuriousな解となっている。図1に示すように、(2.22)の解(○印)は $\hbar\omega_r$ の正負に関して対称的に、有限で負の $\hbar\omega_i$ を持ち、(2.23)のspurious解は(×印)は負の虚軸上に並ぶことになる。このように準粒子数の熱的揺動が平均場を変化させる効果は、巨大共鳴状態から他のp-h状態への崩壊に寄与することが分かる。



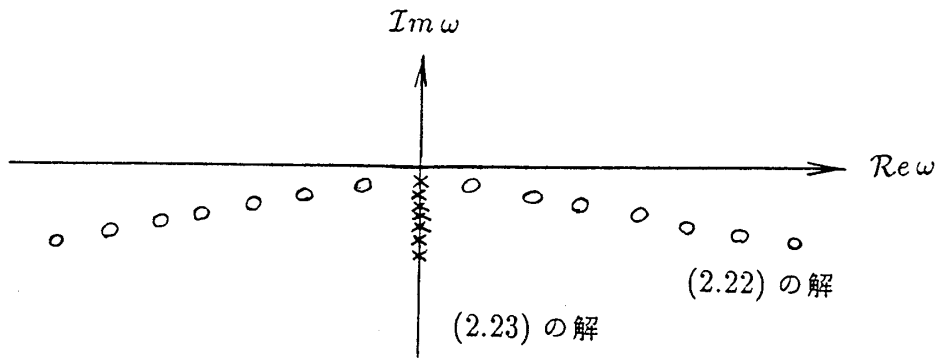


図 1

### §3. Second TRPA による共鳴幅への寄与

平均場に対する温度効果については前節で取り扱ったので、この節では、巨大共鳴状態から 2p-2h 状態を通じての散逸効果を検討する。簡単のために、以下では、前節で考慮した  $\Delta\tilde{v}_\mu$  項は無視するものとし、また、パリティーについても考慮の外に置くことにする。TRPA 演算子を拡張して

$$\begin{aligned}
 Q^\dagger = & \frac{1}{2!} \sum_{\mu\nu} (X_{\mu\nu}^{(20)} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger - X_{\mu\nu}^{(02)} \alpha_\mu \alpha_\nu) + \sum_{\mu \neq \nu} X_{\mu\nu}^{(11)} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu \\
 & + \frac{1}{4!} \sum_{\mu\nu\xi\eta} (X_{\mu\nu\xi\eta}^{(40)} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger \alpha_\xi^\dagger \alpha_\eta^\dagger - X_{\mu\nu\xi\eta}^{(04)} \alpha_\eta \alpha_\xi \alpha_\nu \alpha_\mu) \\
 & + \frac{1}{3!} \sum_{\eta \neq \mu\nu\xi} (X_{\mu\nu\xi\eta}^{(31)} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger \alpha_\xi^\dagger \alpha_\eta - X_{\mu\nu\xi\eta}^{(13)} \alpha_\eta^\dagger \alpha_\xi \alpha_\nu \alpha_\mu) \\
 & + \frac{1}{2!2!} \sum_{\mu\nu \neq \xi\eta} X_{\mu\nu\xi\eta}^{(22)} \alpha_\mu^\dagger \alpha_\nu^\dagger \alpha_\eta \alpha_\xi
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

と置けば

$$\text{Tr} \tilde{W} [Q, Q^\dagger] = \mathbf{X}^\dagger \mathbf{M} \mathbf{X} = 1 \tag{3.2}$$

となる。ここに、 $\mathbf{X}$  の転置形とメトリック  $\mathbf{M}$  は以下のように与えられる。

$$\mathbf{X}^{\text{tr}} = (\mathbf{X}^{(2)\text{tr}} \quad \mathbf{X}^{(4)\text{tr}}) \tag{3.3}$$

ここでは

$$\mathbf{X}^{(2)\text{tr}} = (X_{\rho\sigma}^{(20)} \quad X_{\rho\sigma}^{(02)} \quad X_{\rho\sigma}^{(11)}),$$

$$\mathbf{X}^{(4)\text{tr}} = (X_{\rho\sigma\tau\nu}^{(40)} \quad X_{\rho\sigma\tau\nu}^{(04)} \quad X_{\rho\sigma\tau\nu}^{(31)} \quad X_{\rho\sigma\tau\nu}^{(13)} \quad X_{\rho\sigma\tau\nu}^{(22)}) \quad (3.4)$$

と書いた。また、

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}^{(22)} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}^{(44)} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

である。(3.5)式の中の $\mathbf{M}^{(22)}$ は前出の(2.19)に等しく、 $\mathbf{M}^{(44)}$ は対角形であって、その対角成分は

$$\text{diag}(\mathbf{M}^{(44)}) = \begin{cases} (1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\xi)(1-f_\eta) - f_\mu f_\nu f_\xi f_\eta \\ -(1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\xi)(1-f_\eta) + f_\mu f_\nu f_\xi f_\eta \\ (1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\xi)f_\eta - f_\mu f_\nu f_\xi(1-f_\eta) \\ -(1-f_\mu)(1-f_\nu)(1-f_\xi)f_\eta + f_\mu f_\nu f_\xi(1-f_\eta) \\ (1-f_\mu-f_\nu)f_\xi f_\eta - f_\mu f_\nu(1-f_\xi-f_\eta) \end{cases} \quad (3.6)$$

である。熱力学的ポテンシャルに対して変分原理を適用すれば<sup>7)</sup>、2次TRPA方程式として

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{M}\Omega\mathbf{M})^{(22)} & (\mathbf{M}\Omega\mathbf{M})^{(24)} \\ (\mathbf{M}\Omega\mathbf{M})^{(42)} & (\mathbf{M}\Omega\mathbf{M})^{(44)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(2)} \\ \mathbf{X}^{(4)} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(2)} \\ \mathbf{X}^{(4)} \end{pmatrix} \hbar\omega \quad (3.7)$$

という固有値方程式が導かれる。

1次のTRPA解 $\{\hbar\omega, \mathbf{X}_n\}$ による正規直交形を用いて $\mathbf{X}$ を展開し、

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}^{(2)} \\ \mathbf{X}^{(4)} \end{pmatrix} = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{\alpha}^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{X}^{(4)} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

と表せば、系がエネルギー固有値 $\hbar\omega_{\alpha}$ を有する確率は $|f_{\alpha}|^2$ によって記述される。ここでは、ある特定の $\hbar\omega_n$ だけが重要であって、他の確率振幅は無視できると仮定し

$$f_{\alpha} = f_n \delta_{\alpha n} \quad (3.9)$$

と置く。(3.7)によって $\mathbf{X}^{(4)}$ を $\mathbf{X}^{(2)}$ を用いて表し、固有値方程式(2.22Re)の1つの固有解 $\hbar\omega_n$ を用いることによって、

$$\hbar\omega - \hbar\omega_n = \mathbf{X}^{(2)\dagger} (\mathbf{M}\Omega)^{(24)} [\hbar\omega - (\mathbf{M}\Omega)^{(44)}]^{-1} (\mathbf{M}\Omega\mathbf{M})^{(42)} \mathbf{X}_n^{(2)} \quad (3.10)$$

が得られる。一方、(3.2) 式が与える規格化条件によって

$$|f_\alpha|^2 = \left[ 1 + \mathbf{X}_n^{(2)\dagger} (\mathbf{M}\Omega)^{(24)} [\hbar\omega - (\mathbf{M}\Omega)^{(44)}]^{-2} (\mathbf{M}\Omega\mathbf{M})^{(42)} \mathbf{X}_n^{(2)} \right]^{-1} \quad (3.11)$$

となる。ここで、(3.10) 及び (3.11) 式で逆行列の中に現れる  $(\mathbf{M}\Omega)^{(44)}$  の対角要素は無視できるものとして、次の対角形を仮定する。

$$(\mathbf{M}\Omega)_{\mu\nu\rho\sigma, \mu\nu\rho\sigma}^{(44)} = \begin{pmatrix} E_\mu + E_\nu + E_\rho + E_\sigma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(E_\mu + E_\nu + E_\rho + E_\sigma) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_\mu + E_\nu + E_\rho - E_\sigma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(E_\mu + E_\nu + E_\rho - E_\sigma) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_\mu + E_\nu - E_\rho - E_\sigma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

更に、(1) 考察下のエネルギー領域  $\hbar\omega$  の辺りでは、(3.12) 式の対角要素によって表されるエネルギー準位は等間隔に分布しており、その準位間隔は一定値  $d_n$  であるとする。また、(2) その近傍では、p-h と 2p-2h の結合を与える  $(\mathbf{M}\Omega)^{(24)}$  及び  $(\mathbf{M}\Omega)^{(42)}$  の行列要素の変化は緩やかであると仮定する。従って、(3.12) 式の行列要素は全て

$$\hbar\omega_n + \mu d_n, \quad \mu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm\infty \quad (3.13)$$

のように表される。一方、方程式 (3.7) の固有値  $\hbar\omega$  の  $\hbar\omega_n$  からのずれを  $\tau_n$  と書き

$$\hbar\omega = \hbar\omega_n + \tau_n \quad (3.14)$$

とする。

上記の仮定の下で、公式

$$\mathcal{P} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x + \mu} = \pi \cot \pi x, \quad (3.15a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x+\mu)^2} &= \pi^2 \operatorname{cosec}^2 \pi x \\ &= \pi^2 + \left( \mathcal{P} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x+\mu} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.15b)$$

を(3.10)、(3.11)式に現れている和に適用すれば

$$\hbar\omega - \hbar\omega_n \cong \mathbf{X}_n^{(2)\dagger} (\mathbf{M}^{(22)} \Omega \mathbf{M}^{(44)} \Omega \mathbf{M}^{(22)}) \mathbf{X}_n^{(2)} \frac{\pi}{d_n} \cot \left( \frac{\pi\tau_n}{d_n} \right), \quad (3.16)$$

$$|f_n|^2 \cong \frac{\Gamma \cdot \hbar d_n / 2\pi}{(\hbar\omega - \hbar\omega_n)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.17)$$

が得られる。ここでは

$$\Gamma = \frac{2\pi\kappa^2}{\hbar d_n}, \quad \kappa^2 \equiv \mathbf{X}_n^{(2)\dagger} (\mathbf{M}^{(22)} \Omega \mathbf{M}^{(44)} \Omega \mathbf{M}^{(22)}) \mathbf{X}_n^{(2)} \quad (3.18)$$

を定義しており、また、(3.17)を導く際にはエネルギー・スペクトルは十分密であって、 $\kappa^2 \gg d_n^2$ が成り立つことを仮定した。高温では  $kT \rightarrow \infty$ 、 $f_\mu \rightarrow \frac{1}{2}$ となるので、(2.19)の左上の3行3列が与える  $\mathbf{M}^{(22)}$ 及び(3.6)の  $\mathbf{M}^{(44)}$ の全ての要素は0に近づく。従って、高温で  $d_n$ が極端に小さくならない限り、(3.18)で定義された  $\Gamma$ が与える spreading 幅への寄与は、高温で減少することになるであろう。

## 文 献

- 1) K. Yoshida *et al*, Phys. Lett. **245B**(1990) 7.
- 2) A. Sumerzi *et al*, Phys. Rev. **C44**(1991)1713.
- 3) G. Enders *et al*, Phys. Rev. Lett. **69**(1992) 249.
- 4) B. Lauritzen *et al*, Nucl. Phys. **A457**(1986) 61; Phys. Lett. **207B**(1988) 238.
- 5) R. Broglia *et al*, Phys. Rev. Lett. **59**(1987) 1409; Nucl. Phys. **A483**(1988) 121c.

- 6) K. Tanabe and K. Sugawara-Tanabe, Phys. Lett. **97B**(1980) 337; K. Tanabe, K. Sugawara-Tanabe and H. J. Mang, Nucl. Phys. **A357**(1981) 20, 45.
- 7) K. Tanabe and K. Sugawara-Tanabe, Phys. Lett. **135B**(1984) 353; Prog. Theor. Phys. **76**(1986) 356, 1272.
- 8) K. Sugawara-Tanabe and K. Tanabe, Phys. Lett. **192B**(1987) 268.
- 9) K. Sugawara-Tanabe and K. Tanabe, The angular distribution of gamma-rays from thermal high-spin giant-dipole-resonances on superdeformed states, Nucl. Phys. A (1993)、印刷中。
- 10) Y. Alhassid and B. Bush, Nucl. Phys. **A509**(1990) 461.
- 11) K. Tanabe and K. Sugawara-Tanabe, Phys. Lett. **247B**(1990) 202.
- 12) 例えば、次の文献を参照。C. Yannouleas *et al*, Nucl. Phys. **A379**(1982) 256.