Electro-Magnetic Properties of Baryons and Quark Model

石田　　晋（日大理工）
紺野公明（　〃〃　）
下平　　孟（埼玉大理工）

§1. Introduction and Summary

すべての粒子は三種類の基本粒子の複合状態であるとする坂田模型[1]の見地が素粒子の性質の解明に有力な手がかりを与えて来た。最近この基本粒子としてquark[2] を選ぶ立場から多くの興味ある仕事がなされている。あらゆる粒子のmass splitting は quark 間に small mass difference があると考えればその大凡を理解出来る。[3] 又 meson level は meson も quark と anti-quark の非相対論的二体系と考えれば良く整理出来る。[4] その他 Baryon level,Hadron reaction, 高エネルギー散乱、電磁現象、weak int. urbaryon dynamics と広い領域にわたつて多くの試みがある。[5] この論文で同じ立場からBaryon の電磁的性質について調べる。上にあげた仕事の結果次の三つの仮定が良く成り立つているように思われる。

A_1 meson, Baryon は quark (以下 t (t_1, t_2, t_3) と記す) の configuration ($t\bar{t}$), (ttt) を持つ複合状態でmeson は nonet を作りBaryon は構成要素の quark のスピン・unitary スピンについて completely symmetric である。

A_2 meson, Baryon 内の quark は非相対論的に振舞う。

A_3 quark 間の exchange current は無視出来る。

先の論文 *) で我々はBaryon の磁気能率について調べ、上の仮定からSU(6) と同じ結論――従つて核子の磁気能率の比について $\mu_p/\mu_n = -3/2$ が成り立つ――が導びかれる事を示した。又磁気能率の大きさも quark 自身の meson cloud の効果を考慮すれば合理的に理解出来る事を推論した。この論文ではIでは簡単にしかふれなかつた $k^2 \neq 0$ の場合のForm Factor について同じ

---

*) ref.6) 以下Iとして引用する。

立場から詳しく調べ実験が説明出来るかどうか検討する。更にBaryonの電磁質量についてそれはBaryonを構成しているquark自身及び相互の電磁的相互作用[7]のみに依るという立場から上のForm Factorの分析で得られた知識を手がかりにして検討する。

§3ではまず現象論的立場から核子のForm Factorについて検討する。核子のElectro-Magnetic Form Factorについて現在実験では$k^2 \lesssim$数$(\mathrm{Bev/c})^2$迄調べられその領域迄$G_{EP}(k^2)$, $G_{MP}(k^2)/\mu_p$, $G_{Mn}(k^2)/\mu_n$は実験誤差の範囲内で同じk^2-dependenceを持ち、[9] $G_{En}(k^2) \approx 0$が知られている((3.1) (3.2) (3.3)). これを通常のvector meson model[10]で説明しようとすれば実験的にこれ迄知られているρ(760MeV), ω(780MeV), φ(102 MeV)の他にρと同じ量子数を持つたρ'(875Mev)の存在が要求されるがこの粒子が何故みつかつていないのか理解しがたい(§3a)。しかし我々のmodelではmeson cloudを持つquark自身が重心のまわりに運動しているのでこの波動函数の拡がりを考慮すればρ, ω, φだけで実験の振舞((3.2))を説明出来る事が示される。更に上の実験事実をstrictにとれば核子にはφ mesonはcontributeしない事がわかる(§3,b))。

§4では核子及び他のBaryonのForm Factorについて前述の立場(A_1, A_2, A_3)から理論的に調べる。まずBaryonのForm Factor分析のもとになるquarkのForm FactorについてGell-Mann Zachariasen[11]の方法にならつて一般的に調べ(§4,a)る。更に著者の一人がmass splitting[8]の分析から推論したvector mesonのconfiguration及び同じ様な議論から導びかれるquark vector meson couplingについての制限(§4,b))を使えばquarkのForm Factorについて詳しい知識が得られる(§4,c))。即ちquarkのmagnetic momentはvector meson cloudのmass splittingを考慮してもその電荷に比例する事がわかる、更にquark u,dにはρ, ωだけがsにはφだけがcoupleする事がわかる。この事からBaryonのForm Factorについて知る事が出来る(4d))。Baryonの磁気能率はsymmetry breakingを考慮してもSU(6)と同じ結論を与え、更にStrangenessを持たないBaryonにはρ, ωだけが関与しStrangenessを持つたBaryonには一般にρ, ω, φのすべてが関与する事になる。この結果核子については先の現

象論的分析の結果がすべて再現される。他のBaryonについてはForm Factorの energy dependence は共通ではなく strangeness が大きい程空間的拡がりが期待され、又neutral particle の Form Factor は零ではなく $k^2 \approx 0.4\,(\mathrm{Bev}/c)^2$ の近傍で山を持つ事になる。

§5では以上の知識を背景としてBaryon の電磁質量差について考察する。すでに多くの著者[12]に依つてなされている様にBaryon の電磁質量はBaryonを構成するquark 間の電磁相互作用及びquark 自身の電磁質量によると考えよう。但し我々の場合はquark の meson cloud の mass splitting に依る symmetry breaking の効果を考える必要がある。まずquark 間の電磁相互作用エネルギー、quark 自身の電磁質量をパラメーターとしてBaryon電磁質量差に関する式を導びき (§5,a) ,次にこれからいくつかのSun Rule を導びく (§5,6))我々の場合でもColeman Glashow の式[13]が導びかれるのは興味深い。又我々のパラメーターのいくつかは定まつた符号を持つから質量差に関する不等式を導びく事が出来る。実際これ等は良く実験的にみたされている。次に§3,§4 で得られた知識をもとにすれば上のパラメーターの値を計算する事が出来る (§5,c))。その結果もしForm Factor が現在実験で知られている領域から先、なだらかにつながつているとすればBaryon の電磁質量差を正しく predict する事が出来る。更にquark 自身の電磁質量差についてもFeynman Speisman 流に自己電磁相互作用にもとづくものとして検討する (§5,d)) 。§2 では我々の検討に必要な三体系の取扱いに関する基本的な式をまとめて置く。

§2. Basic Formulas

§1で述べたように我々はBaryon は quark の三体の束縛状態であると考える。従つてこの節ではまず後で必要になる三体系の取扱いに関する式を導びいて置く。

2a) Wave Function of Baryon

Baryon の波動函数を $\psi(k_1, k_2, k_3)$としよう。ここでk_1 は構成quark の space coordinate を表わす。*) 以下では三つの構成粒子を symmetric

に扱かう。重心座標と相対座標,

$$R = \frac{1}{3}(R_1+R_2+R_3) \qquad (2.1)$$

$$R_{12}=R_1-R_2, R_{23}=R_2-R_3, R_{31}=R_3-R_1$$

に分離すれば volume element は

$$dR_1 dR_2 dR_3 = \delta(R_{12}+R_{23}+R_{31})\, dR_{12}\, dR_{23}\, dR_{31}\, dR \qquad (2.2)$$

となり、波動函数は

$$\psi(R_1, R_2, R_3) = \psi_R(R_{12}, R_{23}, R_{31})\, \psi_G(R) \qquad (2.3)$$

とあらわされる。特に相対波動函数について規格化の条件をかけば

$$1 = \int |\psi_R(R_{12}, R_{23}, R_{31})|^2 \delta(R_{12}+R_{23}+R_{31})\, dR_{12}\, dR_{23}\, dR_{31}$$

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int w(k, k, k)\, dk \qquad (2.4)$$

ここで $\omega(k_{12}, k_{23}, k_{31})$ は

$$w(k_{12}, k_{23}, k_{31}) = \int |\psi_R(R_{12}, R_{23}, R_{31})|^2 e^{-i(k_{12}\cdot R_{12}+k_{23}\cdot R_{23}+k_{31}\cdot R_{31})}\, dR_{12}, dR_{23}\, dR_{31} \qquad (2.5)$$

で定義される。

2b) Electro-Magnetic Form Factor of Baryon

通常なされている 様に我々は Baryon の Form Factor $G_E(k^2)$, $G_M(k^2)$ を次式で定義する。

$$\langle p' | j_\mu | p \rangle = \frac{e}{1+k^2/4m^2}\, \bar{U}(p')\, [P_\mu G^E(k^2) + r_\mu G^M(k^2)]\, u(p) \qquad (2.6)$$

ここで $P_\mu = \frac{1}{2m}(p_\mu + p_{\mu'})$, $k_\mu = (p_{\mu'} - p_\mu)$

$$r_\mu = -\frac{i}{2}[\gamma_\mu (\not{P}\not{k}) - (\not{k}\cdot\not{P})\gamma_\mu]$$

$$(\not{P}\cdot\not{k}) = P_\mu \gamma_\mu k_\nu \gamma_\nu$$

p_μ ($p_{\mu'}$) は Baryon の initial (final) momentum. k_μ は transfer momentum, m は Baryon の mass である。我々はこの Form Factor を

*) この節では必要な場合を除いて unitary spin, ordinary spin の sufix は省略する。

構成 quark の Form Factor 及び波動函数から次の様に表わす事が出来る。まず荷電（磁気能率）密度 $\rho^{E(M)}(\mathbf{r})$ は quark の密度 $\rho^{E(M)}_{(\mathbf{r})}$ で表わされ

$$\rho^{E(M)}_{(\mathbf{r})} = \int |\psi(R_1, R_2, R_3)|^2 \delta(R) \sum_{i=1}^{3} \rho_i^{E(M)}(\mathbf{r}-R_i) \prod_{j=1}^{3} dR_j$$

$$= \int |\psi_R(R_{12}, R_{23}, R_{31})|^2 \delta(R) \sum_{i=1}^{3} \rho_i^{E(M)}(\mathbf{r}-R_i)\, \delta(R_{12}+R_{23}+R_{31})\, dR_{12} dR_{23} dR_{31} dR \tag{2.7}$$

で与えられる。この Fourier 変換が Form Factor で

$$eG^{E(M)}(\mathbf{k}) = \int e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \rho^{E(M)}_{(\mathbf{r})} d\mathbf{r}$$

$$= \sum_{i=1}^{3} eG_i^{E(M)}(\mathbf{k}) \frac{1}{(2\pi)^3} \int W_i^F(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\, d\mathbf{k}' \tag{2.8}$$

ここで

$$W_1^F(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = w(\mathbf{k}', \mathbf{k}' - \frac{1}{3}\mathbf{k}, \mathbf{k}' - \frac{2}{3}\mathbf{k}) \quad \text{etc.}$$

ここで $eG_i(\mathbf{k})$ は $\rho_i(\mathbf{r})$ の Fourier 変換で G_i は quark の Form Factor である。波動函数が R_i の入れかえに関して対称の場合には（§1 (A)）

$$G^{E(M)}(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^{3} G_i^{E(M)}(\mathbf{k})\, W_F(\mathbf{k})$$

$$W_F(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int w(\mathbf{k}', \mathbf{k}' - \frac{1}{3}\mathbf{k}, \mathbf{k}' - \frac{2}{3}\mathbf{k})\, d\mathbf{k}' \tag{2.9}$$

2c) Electro-Magnetic Interaction among constituent Quarks

Quark 系の電磁的相互作用 Hamiltonian は

$$H = H_E + H_M + \Delta_M \tag{2.10}$$

で、H_E, H_M, Δ_M はそれぞれクーロン相互作用磁気相互作用及び quark 間の質量差を表わし

$$H_E = \sum_{i>j} \int \rho_i^E(\mathbf{r}_i - R_i) \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \rho_j^E(\mathbf{r}_j - R_j)\, d\mathbf{r}_i d\mathbf{r}_j$$

$$H_M = -\sum_{i>j} \int \rho_i^M(\mathbf{r}_i - R_i) \left\{ [\nabla^2 (\sigma_i \cdot \sigma_j) - (\nabla \cdot \sigma_i)(\nabla \cdot \sigma_j)] \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \right\} \rho_i^M(\mathbf{r}_j - R_j)\, d\mathbf{r}_i d\mathbf{r}_j$$

$$\Delta M=\sum_{i=1}^{3}\delta m_d\ \delta_{\kappa i,d}\quad \kappa_i=u,d,s. \tag{2.11}$$
$$\delta m_d = M_u - M_d$$

ここで κ_i は i-th quark の unitary spin の成分、M_u (M_d)は u (d) の mass, σ_i は i-th quark のスピンを表わす。

(2.10) では quark を非相対論的に取扱つているが I の考察に従い quark の磁気能率は充分大きいとし磁気相互作用を考慮している。Baryon の電磁質量は (2.10)の(2.3)での期待値で与えられる。クーロン（磁気）相互作用エネルギーについて

$$m_{E(M)} = \int \psi^*(R_1,R_2,R_3)\,H_{E(M)}\,\psi(R_1,R_2,R_3)\,dR_1dR_2dR_3$$

$$=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\sum_{i>j}G_i^{E(M)}(-k)\,O^{E(M)}\,G_j^{E(M)}(k)\,W^H_{i,j}(k)\,dk$$

ここで
$$O^E=\frac{4\pi}{k^2} \tag{2.12}$$
$$O^M=-\frac{4\pi}{k^2}\left[k^2(\sigma_1\cdot\sigma_2)-(k\cdot\sigma_1)(k\cdot\sigma_2)\right]$$
$$W^H_{1,2}=\frac{1}{(2\pi)^3}\int w(k+k',k',k')\,dk'\quad \text{etc.}$$

波動函数が R_i の入れかえに関して symmetric でしかも S 波であれば (2.12) は簡単になり、

$$m_{E(M)}=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\sum_{i>j}G_i^{E(M)}(k)\begin{bmatrix}4\pi/k^2\\ -8\pi/3\,(\sigma_i\cdot\sigma_j)\end{bmatrix}G_j^{E(M)}(k)\,W_H(k)\,dk \tag{2.13}$$

$$W_H(k)=\frac{1}{(2\pi)^3}w(k+k',k',k')\,dk'$$

ここで上段、下段はそれぞれ (E) (M) に対応する。

quark 自身の電磁質量も電磁的自己相互作用のみに依るとすれば

$$m_\kappa = m_\kappa^E + m_\kappa^M$$
$$m_\kappa^{E(M)}=\frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi)^3}\int(G_\kappa^{E(M)}(k))^2\begin{bmatrix}4\pi/k^2\\ -8\pi\end{bmatrix}dk \tag{2.14}$$

で与えられる。従つて δmd は

$$\delta m_d = m_d - m_u \tag{2.15}$$

で与えられる。

§3. Phenomenological Analysis of Electro-Magnetic Form Factor of Nucleon

この節では核子のForm Factor について検討する。

3a) Experimental status of the Form Factors of Nucleons[9),10)]

はじめに現在実験で知られている事をまとめて置こう。実験で測定されているmomentum transfer の最も高い値は $k^2 = 6.81\,(\mathrm{Bev}/c)^2$ であるがその領域迄 G_p^E, G_p^M, G_n^M は実験誤差の範囲内で同じ k^2-dependence を持つ事が知られている。

$$G_p^E(k^2) = G_p^M(k^2)/\mu_p = G_n^M(k^2/\mu_n \equiv G(k^2) \tag{3.1}$$

更に $G(k^2)$ に合う simple form として

$$G(k^2) = \left(\frac{0.71}{0.71+k^2}\right)^2 \tag{3.2}$$

が提案されている。又 $G_n^E(k^2)$ については

$$G_n^E(k^2) = 0 \tag{3.3}$$

が成り立つている。これ等のForm Factor をvector meson model で説明しようとすればすでに実験的に知られている ρ (760Mev)、ω (780Mev) , ϕ (1020Mev) の他に ρ と同じ量子数を持つた ρ' (875Mev) の存在が要求される。しかしこの粒子が何故みつかつていないのか理解しがたい。

3b) Phenomenological Analysis of Nucleon Form Factor

以上の実験の事情が我々の立場でどのように理解出来るかを現象論的に考察しよう。まず (§1 で述べたようなspecial な仮定によらず) 一般的に核子はquark の複合系である事だけを仮定しよう。ここでもvector meson model を採用し核子のE.M.F.F. への主なcontribution は既知のvector meson のみに依ると考えるが我々の場合にはこのvector meson の source は複合

系であるからその拡がりに応じたForm Factorを導入する必要がある。*)

即ち核子のForm Factorは

$$G_p^{E(M)}(k^2) = \left[C_\rho^{E(M)}\frac{m^2\rho}{m_\rho^2+k^2} + C_\omega^{E(M)}\frac{m_{\omega 1}^2}{m_\omega^2+k^2} + C_\phi^{E(M)}\frac{m_\phi^2}{m_\phi{}^2+k^2}\right]W_F(k^2)$$

$$G_n^{E(M)}(k^2) = \left[-C_\rho^{E(M)}\frac{m_\rho^2}{m_\rho^2+k^2} + C_\omega^{E(M)}\frac{m_\omega^2}{m_\rho^2+k^2} + C_\phi^{E(M)}\frac{m_\phi^2}{m_\rho^2+k^2}\right]W_F(k^2) \tag{3.4}$$

ここでW_Fは上に述べたvector mesonのsourceの拡がりをあらわすもので

$$W_F(0) = 1 \tag{3.5}$$

にnormalizeして置く。(3.4)のC_Sは核子の電荷・磁気能率の値から次の様な制限を受ける。

$$C_\rho^E+C_\omega^E+C_\phi^E = 1,\ -C_\rho^E+C_\omega^E+C_\phi^E = 0$$

$$C_\rho^M+C_\omega^M+C_\phi^M = \mu_p,-C_\rho^M+C_\omega^M+C_\phi^M = \mu_n \tag{3.6}$$

(3.1)及び(3.3)は現在の実験誤差の範囲で成り立つ式であるが我々はこれをstrictに成立すると考えよう。我々の立場では(3.4)で

$$C_\phi^E = C_\phi^M = 0 \tag{3.7}$$

ととれば(§4でplausibleな仮定から(3.7)を導びく)ρとωの質量差を無視し

$$m_\rho = m_\omega \equiv m_\nu$$

の範囲でこの事が保証される。この場合には(3.1)の$G(k^2)$は

$$G(k^2) = \frac{m_\nu^2}{m_\nu^2+k^2}W_F(k^2) \tag{3.9}$$

のように表わされる。$m_\nu^2 = 0.60$の程度であるから$W_F(k^2)$の拡がりをあらわすメヤス　m_Wとして

$$m_W \approx m_\nu \tag{3.10}$$

---

*) Namiki Machida et al.[14]は同じ様な立場から核子のForm Factorについて論じ$W_F(k^2)$がvector mesonの有効質量を軽くし好都合である事を指摘している。

を取れば (3.9)の形で実験式 (3.2) を再現出来る事は明らかである。従つて我々は ρ の存在を仮定しなくても核子のForm Factor の振舞を理解する事が出来る。次にもつと定量的な議論を進めよう。(3.5) (3.6) (3.7)から C_S は次の様に定まる。

$$C^E_\rho = \frac{1}{2}, \quad C^E_\omega = \frac{1}{2}, \quad C^E_\phi = 0$$
$$C^M_\rho = \frac{1}{2}(\mu_p - \mu_n), \quad C^M_\omega = \frac{1}{2}(\mu_p + \mu_n), \quad C^M_\phi = 0 \tag{3.11}$$

$W_F(k^2)$としては簡単な one parameter の函数を選ぼう。我々はこの parameter を proton の root mean square radius $\sqrt{\langle r^2\rangle^E_p}$ の実験値[10]

$$\langle r^2\rangle^E_p = 6\,\frac{d^2G^E_p(k^2)}{dk^2}\Big|_{k^2=0} = 6\times 2.95 \tag{3.12}$$

から定める。$W_F(k^2)$ として次の二種の函数を選んだ場合について核子の Form Factor の振舞をFig. 1, Table. 1 に与える。

(A) «Singular» type

$$W_F(k^2) = \left[\frac{9}{2}\alpha^2 \Big/ \left(\frac{9}{2}\alpha^2 + k^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha = 0.295\,\mathrm{Bev} \tag{3.13a}$$

(B) ガウス type

$$W_F(k^2) = \exp\left\{-\frac{1}{18\alpha^2}k^2\right\}, \quad \alpha = 0.209\,\mathrm{Bev} \tag{3.13b}$$

§1 で述べた仮定を取れば $W_F(k^2)$ はquarkの波動函数と次の様な関係で結ばれている (§2 を見よ)。

(A) «Singular» type

$$w(k_{12}, k_{23}, k_{31}) = \frac{72}{\sqrt{3}}\,\frac{\pi\alpha}{[k^2_{12} + k^2_{23} + k^2_{31} + \alpha^2]^2} \tag{3.14a}$$

この空間表示は初等函数で表わす事は出来ない。

Table I. Nucleon Electro-Magnetic Form Factors

(A) «Singular» type

k^2 $(Gev/c)^2$	G_p^E	G_p^M/μ_p	G_N^M/μ_N	G_N^E
0.5	0.361	0.358	0.355	0.004
1.0	0.199	0.197	0.194	0.003
1.5	0.130	0.128	0.127	0.002
2.0	0.093	0.092	0.091	0.002
3.0	0.057	0.056	0.055	0.001
4.0	0.039	0.038	0.038	0.001
5.0	0.029	0.028	0.028	0.001
6.0	0.022	0.022	0.022	0.000
7.0	0.018	0.018	0.018	
8.0	0.015	0.015	0.015	
9.0	0.013	0.013	0.013	
10.0	0.011	0.011	0.011	

Table I.

(B) Gauss Type

k^2 $(Gev/c)^2$	G_p^E	G_p^M/μ_p	G_N^M/μ_N	G_N^E
0.5	0.287	0.285	0.283	0.003
1.0	0.104	0.103	0.103	0.002
1.5	0.042	0.041	0.041	0.001
2.0	0.018	0.018	0.018	0.000
3.0	0.004	0.004	0.004	
4.0	0.001	0.001	0.001	
5.0	0.000	0.000	0.000	

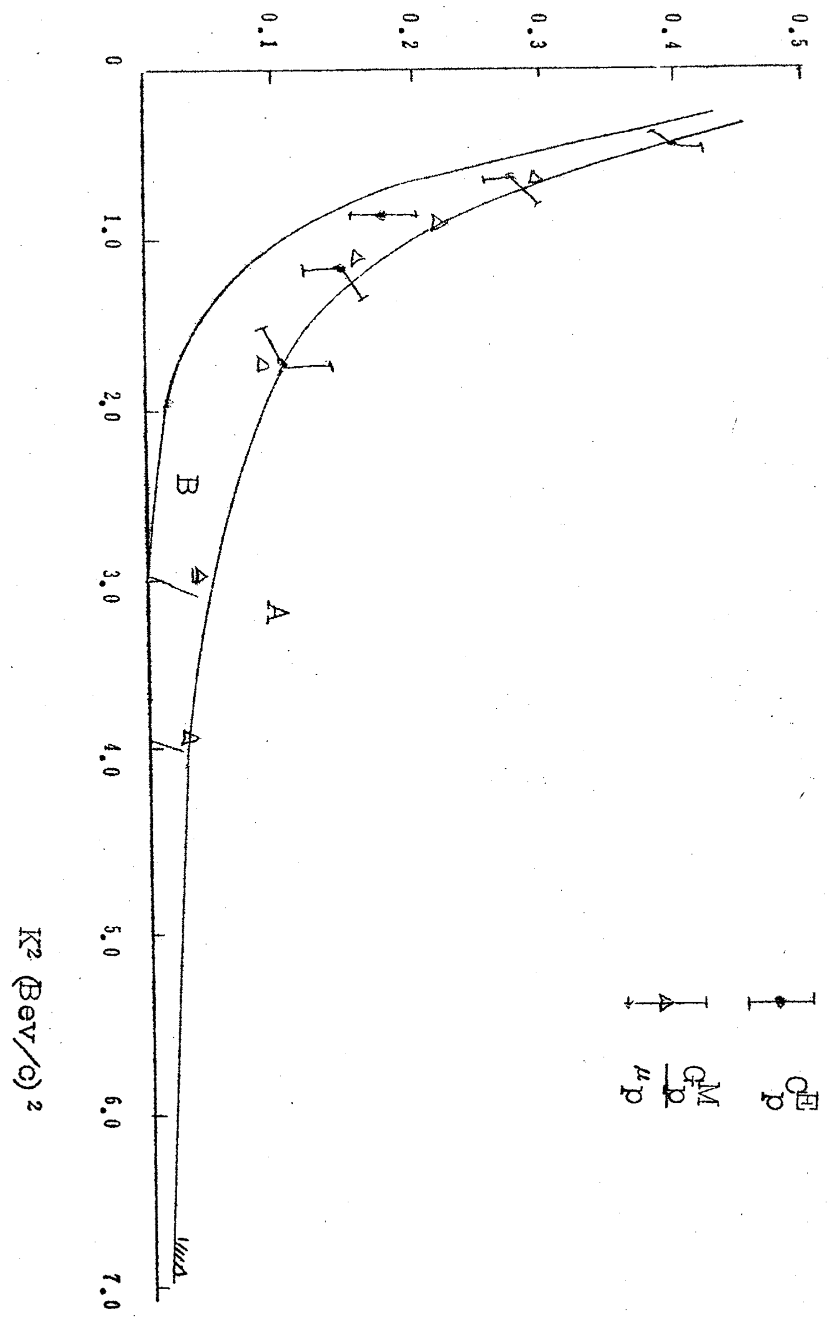


Fig. 1

(A) «Singular» type
(B) Gauss type

(B)ガウス type

$$w(k_{12},k_{23},k_{31})=\frac{\pi^{3/2}}{3\sqrt{3}\alpha^3}\exp\{-\frac{1}{4\alpha^2}(k_{12}^2+k_{23}^2+k_{31}^2)\} \tag{3.14b}$$

$$|\psi(R_{12},R_{23},R_{31})|^2=C\exp\{-\alpha^2(R_{12}^2+R_{23}^2+R_{31}^2)\}$$

ここでCはnormalization const.

Fig. 1, Table 1. から明らかな様にlow-k^2 region ではA,B type 共良く実験値を再現するがHigh-k^2 region では (3.1) と実験値の誤差の巾を考えればB type は低目なのに比べA type の方が良く実験を再現しているように思われる。 後で (§5c) 行なう電磁質量差の分析からもA-type の方が望ましいように思われる。

ρ,ω の mass difference は非常に小さいのでFig.1 ではG_p^E, G_p^M/μ_p ,G^M/μ_n は区別がつかず G_n^E は殆んど零になる。

§4.Theoretical Investigation of Electro-Magnetic Form Factor of Baryon

§3では核子のForm Factor について現象論的に調べ我々の立場から良く理解出来る事を示した。その際ϕ-meson の contribution はゼロのように見える（(3.7)式）。この節ではこの事が理論的にどの様に理解出来るか。又核子以外のBaryon も含めて理論的にどの様なForm Factor が期待されるかを検討しよう。

4a) Form Factor of Quark and Vector Boson

我々の立場ではBaryon は quark の複合系であるのでまずquark の Form Factor を調べる事が必要である。我々はＩでBaryon の磁気能率の考察からquark の meson cloud の重要性を指摘した。この効果をここではGell-Mann Zachariasen[11] の方法に従つて取り入れよう。但し我々の場合は SU (3) ではなくU (3) symmetry を持つからそれに応じて適当な修正が必要になる。quark と電磁場との相互作用は

$$H_{t-r}=\frac{e^0}{2}\left[\hat{j}_\mu^{(3)}+\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j}_\mu^{(8)}\right]A_\mu \tag{4.1}$$

quark と vector meson nonet V^{α}_{β} との相互作用は

$$H_{t-V} = \sqrt{2}\ \{ r^{A}_{0} \bar{t}^{\alpha} r_{\mu} t_{\beta} (V_{\mu})^{\beta}_{\alpha} + r^{B}_{0}\ \bar{t}^{\kappa} r_{\mu} t_{\kappa} (V_{\mu})^{\lambda}_{\lambda} \}$$

$$= r^{A}_{0} \{ \hat{j}^{(3)}_{\mu} \rho_{\mu} + \hat{j}^{(8)}_{\mu} \phi_{8\mu} + R \hat{j}^{(0)}_{\mu} \omega_{1\mu} \} \tag{4.2}$$

ここで

$$R \equiv 1 + r^{B}_{0} / r^{A}_{0} \tag{4.3}$$

(4.1) (4.2) で $\hat{j}^{(i)}_{\mu}$ は

$$\hat{j}^{(i)}_{\mu} = \bar{t} \lambda_{i} r_{\mu} t \qquad i = 0, 1 \cdots\cdots, 8 \tag{4.4}$$

で λ_i は unitary matrix である。

physical な ω, ϕ は octet に属する ϕ_8 と singlet に属する ω_1 との重ね合はせで与えられる。

$$\begin{aligned} \omega &= \cos\theta\ \omega_1 + \sin\theta\ \phi_8 \\ \phi &= -\sin\theta\ \omega_1 + \cos\theta \phi_8 \end{aligned} \tag{4.5}$$

(4.1) (4.2) (4.5) から A, ρ, ω, φ について

$$-\Box^2 A_{\mu} = \frac{1}{2} e_0\ Z_{3r}^{-\frac{1}{2}}\ (\hat{j}^{(3)} + \frac{1}{\sqrt{3}}\ \hat{j}^{(8)}_{\mu}) = \frac{1}{2}\ \{ j^{(3)r}_{\mu} + \frac{1}{\sqrt{3}} j^{(8)r}_{\mu} \} = j^{r}_{\mu}$$

$$(-\Box^2 + m^2_{\rho}) \rho_{\mu} = r_0 Z_{3\rho}^{-\frac{1}{2}}\ \hat{j}^{(3)}_{\mu} + \delta m^2_{\rho} \rho_{\mu} = j^{\rho}_{\mu}$$

$$(-\Box^2 + m^2_{\omega}) \omega_{\mu} = r_0 Z_{3\omega}^{-\frac{1}{2}}\ (\sin\theta\ \hat{j}^{(8)}_{\mu} + \cos\theta R \hat{j}^{(0)}_{\mu}) + \delta m^2_{\omega} \omega_{\mu} = j^{\omega}_{\mu}$$

$$(-\Box^2 + m^2_{\varphi}) \phi_{\mu} = r_0\ Z_{3\phi}^{-\frac{1}{2}} (\cos\theta\ \hat{j}^{8}_{\mu} - \sin\ \theta\ R \hat{j}^{(0)}_{\mu}) + \delta m^2_{\phi} \phi_{\mu} = j^{\phi}_{\mu} \tag{4.6}$$

が得られる。quark-r, quark-vector-meson の Form Factor を次式で定義する。

$$< t_f(p') | j_\mu^{(j)z} | t_i(p) > \equiv \frac{e}{1+k^2/4M^2} \left[P_\mu \{ G_{\gamma tt}^{(j)E}(k^2) \}_{if} + i r_\mu \{ G_{\gamma tt}^{(j)E}(k^2) \}_{if} \right] \quad (j) = 3, 8 \tag{4.7}$$

$$< t_f(p') | j_\mu^{\alpha} | t_i(p) > \equiv \frac{1}{1+k^2/4M^2} \left[\gamma_{\alpha t} P_\mu \{ G_{\alpha tt}^{E}(k^2) \}_{if} + \mu_{\alpha t} i r_\mu \{ G_{\alpha tt}^{M}(k^2) \}_{if} \right] \tag{4.8}$$

$\alpha = \rho, \omega, \phi$, $M =$ mass of quark

以上から quark の electro-magnetic Form Factor が求まる。

以下上段、下段はそれぞれ electric, magnetic Form Factor に対応する

$$\{ G_{\gamma tt}^{(3)E(M)}(k^2) \}_{if} = \{ \lambda_3 \}_{if} \begin{bmatrix} \gamma_{\rho t} \\ \mu_{\rho t} \end{bmatrix} \frac{1}{\gamma_\rho} \frac{m_\rho^2}{k^2 + m_\rho^2} G_{\rho tt}^{E(M)}(k^2)$$

$$\text{ここで} \{ \lambda_3 \}_{if} G_{\rho tt}^{E(M)}(k^2) \equiv \{ G_{\rho tt}^{E(M)}(k^2) \}_{if} \tag{4.9}$$

$$\gamma_\rho = \gamma_{\rho t} G_{\rho tt}^{E}(0)$$

$$\begin{aligned} \{ G_{\gamma tt}^{(8)E(M)}(k^2) \}_{if} = & \cos\theta \{ \lambda_\phi \}_{if} \begin{pmatrix} \gamma_{\phi t} \\ \mu_{\phi t} \end{pmatrix} \frac{1}{\gamma_\phi} \frac{m_\phi^2}{k^2 + m_\phi^2} G_{\phi tt}^{E(M)}(k^2) \\ & + \sin\theta \{ \lambda_\omega \}_{if} \begin{matrix} \gamma_{\omega t} \\ \mu_{\omega t} \end{matrix} \frac{1}{\gamma_\omega} \frac{m_\omega^2}{k^2 + m_\omega^2} G_{\omega t}^{E(M)}(k^2) \end{aligned} \tag{4.10}$$

ここで

$$\lambda_\phi = \cos\theta \, \lambda_8 - R\sin\theta \, \lambda_0.$$

$$\lambda_\omega = \sin\theta \, \lambda_8 + R\cos\theta \, \lambda_0.$$

$$\{ \lambda_\phi \}_{if} G_{\phi tt}^{E(M)}(k^2) \equiv \{ G_{\phi tt}^{E(M)}(k^2) \}_{if}, \quad \gamma_\phi = \gamma_{\phi t} G_{\phi tt}^{E}(0)$$

$$\{ \lambda_\omega \}_{if} G_{\omega tt}^{E(M)}(k^2) \equiv \{ G_{\omega tt}^{E(M)}(k^2) \}_{if}, \quad \gamma_\omega = \gamma_{\omega t} G_{\omega tt}^{E}(0)$$

が得られる。Form Factor $G_{\alpha tt}^{E(M)}$ を

$$G^{E\,(M)}_{\alpha tt}(k^2) = 1 + \frac{k^2+m_\alpha^2}{m_\alpha^2}\left(\left[\begin{matrix} r_\alpha / r_{\alpha t} \\ \mu_\alpha / \mu_{\alpha t}\end{matrix}\right] - 1\right) \qquad (4.11)$$

$$\mu_\alpha = \mu_{\alpha t}\, G^{M}_{\alpha tt}(0)\ ,\quad \alpha = \rho, \omega, \phi$$

で近似し

$$r_\rho = r_\omega = r_\phi \equiv r_\nu,\quad \mu_\rho = \mu_\omega = \mu_\phi \equiv \mu_\nu \qquad (4.12)$$

$$r_{\rho t} = r_{\omega t} = r_{\phi t} \equiv r_{\nu t},\quad \mu_{\rho t} = \mu_{\omega t} = \mu_{\phi t} \equiv \mu_{\nu t}$$

を仮定すれば (4.9) (4.10) は

$$\{G^{(3)E\,(M)}_{rtt}\}_{if} = \{\lambda_3\}_{if}\left(\begin{matrix}1\\ \mu_t\end{matrix}\right)\left(1 - \left(\begin{matrix} r_{\nu t}/r_\nu \\ \mu_{\nu t}/\mu_\nu\end{matrix}\right) + \left(\begin{matrix} r_{\nu t}/r_\nu \\ \mu_{\nu t}/\mu_\nu\end{matrix}\right)\frac{m_\rho^2}{k^2+m_\rho^2}\right) \qquad (4.13)$$

$$\{G^{(8)E\,(M)}_{rtt}\}_{if} = \{\lambda_8\}_{if}\begin{matrix}1\\ \mu_t\end{matrix}\left(1 - \left(\begin{matrix} r_{\nu t}/r_\nu \\ \mu_{\nu t}/\mu_\nu\end{matrix}\right) + \left(\begin{matrix} r_{\nu t}/r_\nu \\ \mu_{\nu t}/\mu_\nu\end{matrix}\right)\left(\cos^2\theta\,\frac{m_\phi^2}{k^2+m_\phi^2} + \sin^2\theta\,\frac{m_\phi^2}{k^2+m_\omega^2}\right)\right.$$

$$+ \{\lambda_0\}_{if}\left(\begin{matrix}1\\ \mu_t\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix} r_{\nu t}/r_\nu \\ \mu_{\nu t}/\mu_\nu\end{matrix}\right) R\sin\theta\,\cos\theta\,\left(\frac{m_\omega^2}{k^2+m_\omega^2} - \frac{m_\phi^2}{k^2+m_\phi^2}\right) \qquad (4.14)$$

(4.13), (4,14) で μ_t は

$$\mu_t \equiv \mu_\nu / r_\nu \qquad (4.15)$$

で定義される。quark の磁気能率 μ_{ti} は (4.13) (4.14) で $k^2 = 0$ として

$$\mu_{ti} = e\{G^{M}_{rtt}(0)\}_{ii} = \frac{e}{2}\{\lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8\}_{ii}\ \mu_t \qquad (4.16)$$

で与えられる。

4b) quark vector meson coupling and mixing angle of ω and φ

次にもっと具体的な議論をすすめるために quark と vector meson の coupling R, 及び ω, φ の mixing angle θ について考察しよう。vector meson について

(S_1) vector meson は quark の ($t\bar{t}$) の複合系であり SU(3) 対称性の極限では singlet と octet が縮退している。

$$m_1 = m_8 \tag{4.17}$$

(S_2) mass splitting の機構は quark 間に mass difference が存在する事のみによる。

の二つの仮定から良く成り立つ質量公式が得られその際 ϕ , ω は次の configuration を持つ事が知られている。[8]

$$\omega = \frac{u\bar{u}+d\bar{d}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\omega_1 + \sqrt{\frac{1}{3}}\,\phi_8 \tag{4.18}$$

$$\phi = -s\bar{s} = -\sqrt{\frac{1}{3}}\,\omega_1 + \sqrt{\frac{2}{3}}\,\phi_8$$

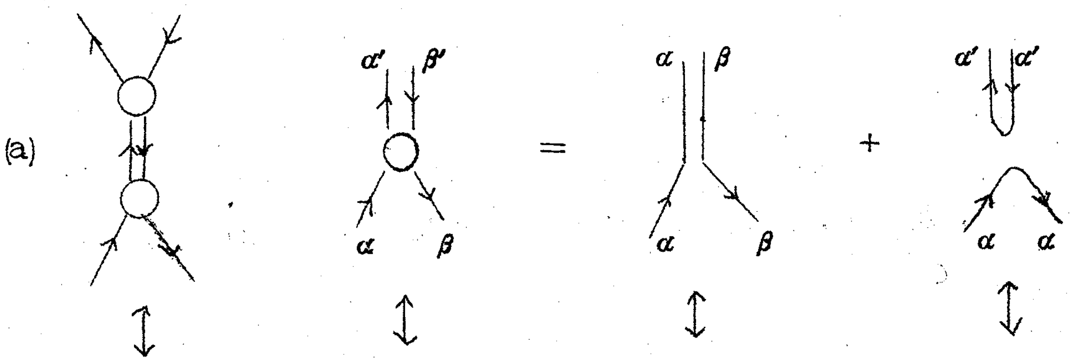
即ち mixing angle は

$$\cos\theta = \frac{2}{3} \quad , \quad \sin\theta = \frac{1}{3} \tag{4.19}$$

で与えられる。これは Gell-Mann-Okubo の公式を使つて現象論的に定められたもの[15]と殆んど等しい。同じ立場から、quark と vector meson の coupling type についても知る事が出来る。

(S_1) の仮定にもとづいて $t\bar{t}$ 散乱の S-matrix を考えよう (Fig.2, (a))．この S matrix の pole が vector meson に対しその位置から vector meson の mass, residue の値から quark と vector meson の coupling constant が求められる。さて Fig.2 (a) の Four quark vertex には二通りの type がある。Ⓐ type は singlet と octet に同じ contribution を与え、Ⓑ type は singlet のみに contribute する。

Fig.2 quark-anti-quark scattering and vector meson pole



(b)

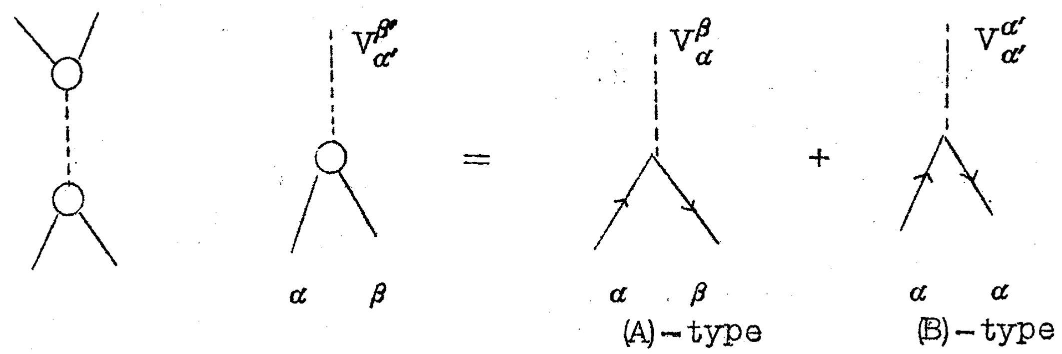


Fig (a) は quark-anti-quark 散乱のグラフ。Fig (b) はその pole を vector meson で置き換えたもの。── (……) はquark (vector meson) を表わす。α, β etc (1,2,3) は unitary spin を表わす。(A) type は一次元と 8 次元に同じ weight の contribution (B) type は一次元のみに contribute する。

従つて (S_1) の要請をおけば(B) type の contribution は零の必要がある。以上の process をそれぞれ vector meson の propagate する process Fig.2, (b) と比較すれば

$$r^B_0 = 0 \text{ 即ち } R = 1 \tag{4.20}$$

が導びかれる事がわかる。*)

4c) Form Factor of Quark in «Nonet»Limit

(4.19) (4.20) が成り立つ場合には (4.12) も良い近似で成立する。(以後 (4.19) (4.20) (4.12) が成立つ場合は «nonet» limit と呼ぶ) 。

(4.13) (4.14) (4.19) (4.20) から quark の Form Factor は «nonet»

---

*) 最近 Iizuka[17] が提唱している «selection principle» に依つても (4.20) が導びかれるが、この principle の物理的意味は上の様に理解出来ると思われる。

limit で次の様になる。

$$G_u^{E(M)}(k^2)=\{G_{\gamma tt}^{E(M)}\}_{11}=\frac{2}{3}\{\frac{3}{4}[\rho]E(M)+\frac{1}{4}[\omega]E(M)\}$$

$$G_d^{E(M)}(k^2)=\{G_{\gamma tt}^{E(M)}\}_{22}=-\frac{1}{3}\{\frac{3}{2}[\rho]E(M)-\frac{1}{2}[\omega]E(M)\} \qquad (4.21)$$

$$G_s^{E(M)}(k^2)=\{G_{\gamma tt}^{E(M)}\}_{33}=-\frac{1}{3}\{[\varphi]E(M)\}$$

ここで

$$[\alpha]E=\frac{\gamma_{\nu t}}{\gamma_\nu}\frac{m_\alpha^2}{m_\alpha^2+k^2}+1-\frac{\gamma_{\nu t}}{\gamma_\nu}$$

$$[\alpha]M=\mu_t(\frac{\mu_{\nu t}}{\mu_\nu}\frac{m_\alpha^2}{m_\alpha^2+k^2}+1-\frac{\mu_{\nu t}}{\mu_\nu}) \qquad (4.22)$$

もし vector meson の mass m_ν が零であればゲージ不変性から

$$\frac{\gamma_{\nu t}}{\gamma_\nu},\ \frac{\mu_{\nu t}}{\mu_\nu}=1 \qquad (4.23)$$

が成り立ちこの場合には (4.22) は

$$[\alpha]E=\frac{m_\alpha^2}{m_\alpha^2+k^2}$$

$$[\alpha]M=\mu_t\frac{m_\alpha^2}{m_\alpha^2+k^2} \qquad (4.24)$$

となる。実際には $m_\nu \fallingdotseq 0$ であるがこの場合でも quark mass M に比べて

$$m_\nu \ll M \qquad (4.25)$$

が期待されるから (4.23) は充分良い近似で成り立つものと思われる。実際核子の Form Factor の分析 (§3 及び 4d) を見よ) で (4.23) が成立しているように見える。

以上で quark の Form Factor について知つたが以下に二三特徴的な事を列記しよう。

i)　(4.16) or (4.21) から明らかなように quark の磁気能率はその電荷に比例する。我々は I で SU (3) symmetry の limit で quark の Form Factor が電荷に比例する事を指摘したが symmetry がこわれている場合でも

我々の立場では $k^2 = 0$ の場合に限つてこれが成立している。*)

ii)　(4.21) から明らかなように «nonet» limit では u,d には ρ,ω だけが s には φ meson だけが contribute する (4d) から分るようにこれから (3.7) が導びかれる。) 従つて s の空間的拡がりは u,d に比べて小さい。

4d)　Form Factor of Baryon

以上で quark の Form Factor について知つた。§1 で述べた assumption を使えばこれから Baryon の Form Factor について知る事が出来る。Table II に Baryon の Form Factor が quark の Form Factor からどう表わされるかまとめて置く。

Table II　Electro-Magnetic Form Factors of Baryons in Terms of Quark's

	G_B^E			G_B^M				$G_B^{E\,(M)}$		
octet	G_u^E	G_d^E	G_s^E	G_u^M	G_d^M	G_s^M	decuplet	$G_u^{E\,(M)}$	$G_d^{E\,(M)}$	$G_s^{E\,(M)}$
p	2	1	0	$4/3$	$-1/3$	0	N^{*++}	3	0	0
n	1	2	0	$-1/3$	$4/3$	0	N^{*+}	2	1	0
Λ	1	1	1	0	0	1	N^{*0}	1	2	0
Σ^+	2	0	1	$4/3$	0	$-1/3$	N^{*-}	0	3	0
Σ^0	1	1	1	$2/3$	$2/3$	$-1/3$	Y^{*+}	2	0	1
Σ^-	0	2	1	0	$4/3$	$-1/3$	Y^{*0}	1	1	1
Ξ^-	0	1	2	0	$-1/3$	$4/3$	Y^{*-}	0	2	1
Ξ^0	1	0	2	$-1/3$	0	$4/3$	Ξ^{*0}	1	0	2
$\Lambda\leftrightarrow\Sigma^0$	0	0	0	$2/3$	$1/3$	0	Ξ^{*-}	0	1	2
							Ω^-	0	0	3

$$G_p^E = 2G_u^E + 1G_\alpha^E + 0.G_s^E \quad \text{etc.}$$

$$G_u^E \equiv \{G^E_{\gamma tt}\}_{11} = \frac{1}{2}\left\{G^{(3)E}_{\gamma tt} + \frac{1}{\sqrt{3}}\, G^{(8)E}_{\gamma tt}\right\}_{11} \text{etc.}$$

---

*)　I で行なつた様に quark の meson cloud と Sachs model[18] で扱う場合は Pseudo-scalar meson の mass splitting を考慮すれば上の事は成り立たない。

Table III. Electro-Magnetic Form Factors of Baryons in Terms of vectors meson cloud

	G_B^E			G_B^M		$G_B^{E(M)}$		
	$(\rho)_E$	$(\omega)_E$	$(\phi)_E$	$(\rho)_M\ (\omega)_M\ (\phi)_M$		$(\rho)_{E(M)}$	$(\omega)_{E(M)}$	$(\phi)_{E(M)}$
p	$1/2$	$1/2$	0	$1\times(5/6\ \ 1/6\ \ 0)$	N^{*++}	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
n	$-1/2$	$1/2$	0	$-2/3\times(5/4\ -1/4\ \ 0)$	N^{*+}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Λ	0	$1/3$	$-1/3$	$-1/3\times(0\ \ 0\ \ 1)$	N^{*0}	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Σ^+	1	$1/3$	$-1/3$	$1\times(6/9\ \ 2/9\ \ 1/9)$	N^{*-}	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Σ^0	0	$1/3$	$-1/3$	$1/3\times(0\ \ 2/3\ \ 1/3)$	Y^{*+}	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
Σ^-	-1	$1/3$	$-1/3$	$-1/3\times(6/3\ -2/3\ -1/3)$	Y^{*0}	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
Ξ^-	$-3/6$	$1/6$	$-4/6$	$-1/3\times(-3/6\ \ 1/6\ \ 8/6)$	Y^{*-}	-1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
Ξ^0	$3/6$	$1/6$	$-4/6$	$-2/3\times(3/12\ \ 1/12\ \ 8/12)$	Ξ^{*0}	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{4}{6}$
$\Lambda\to\Sigma^0$	0	0	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}\times(1\ \ 0\ \ 0)$	Ξ^{*-}	$-\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{4}{6}$
					Ω^-	0	0	1

$G_p^E = \{\frac{1}{2}(\rho)_E + \frac{1}{2}(\omega)_E + 0.(\phi)_E\} W_F$ etc.

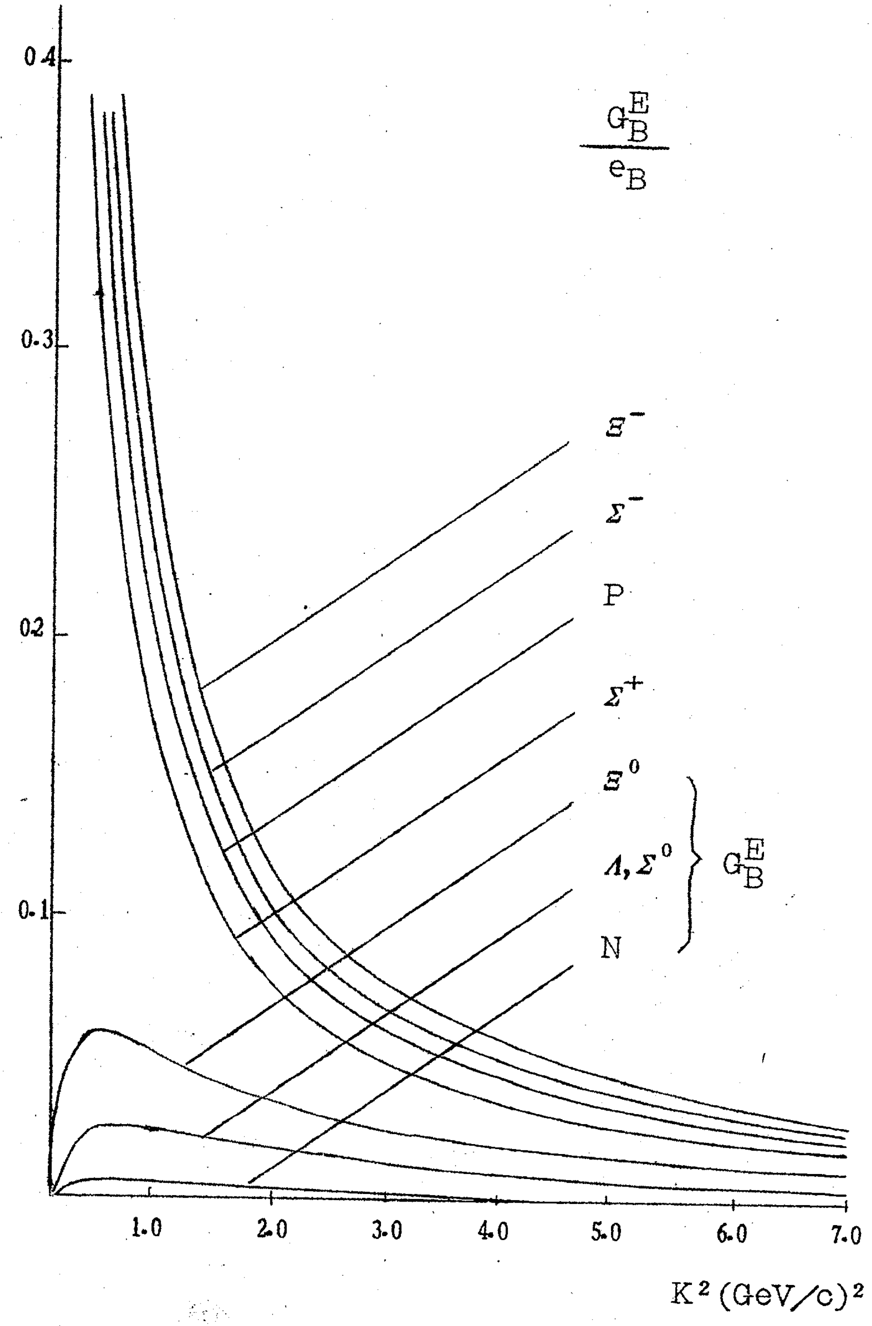
$(\alpha)_{E(M)}$ is given in (4.22) or (4.24).

次にTable II と(4.21) からBaryon の Form Factor が meson cloud からどの様に表わされるかTable IIIにまとめる。Table III にはただ1ケの parameter μ_t があるがproton の磁気能率をくらべて

$$\mu_t = \mu_p \tag{4.26}$$

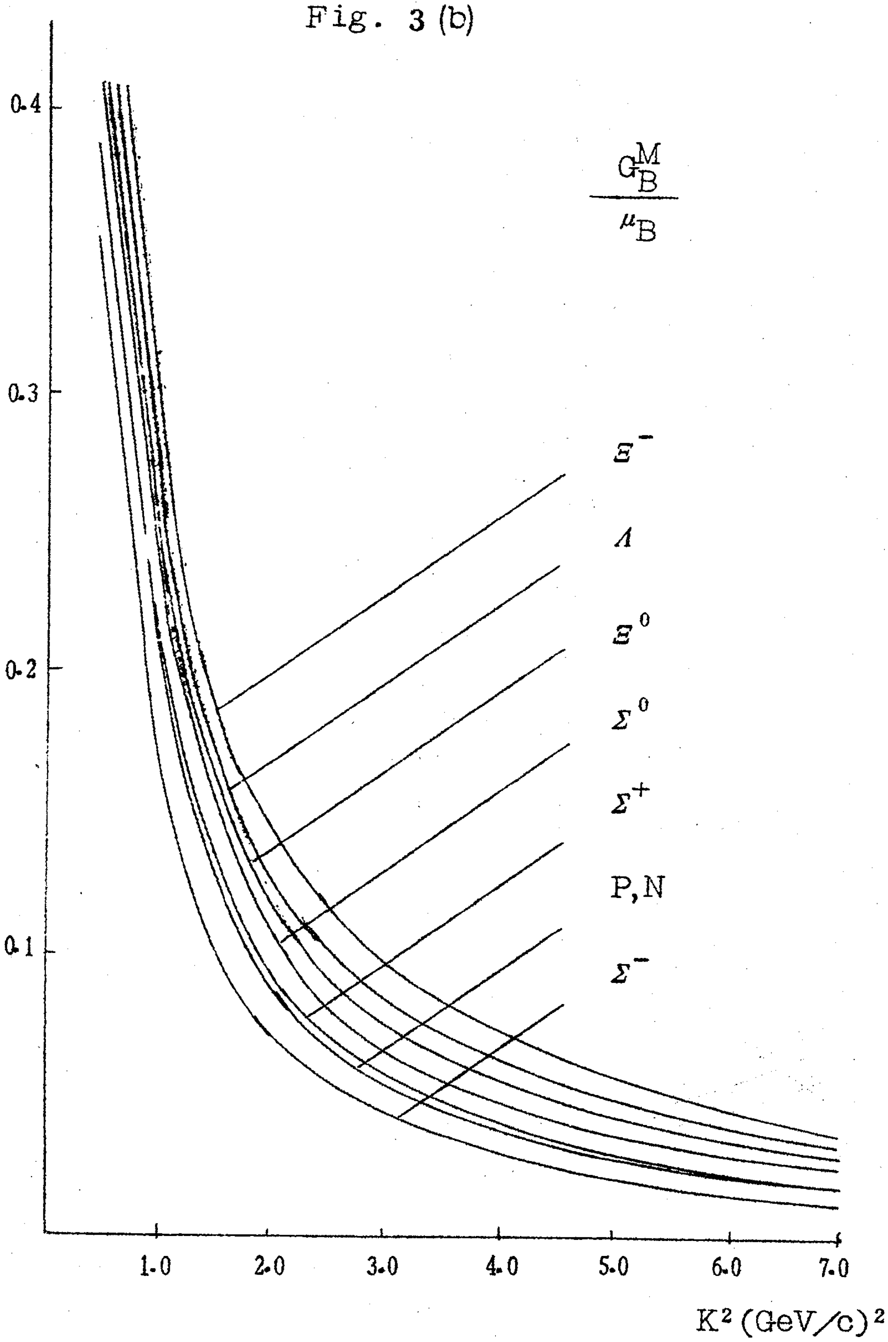
と定まる。Baryon の Form Factor を知るには更にquark の波動函数の拡がりを表わす函数W_F を知る必要がある。我々はW_F として簡単な one parameter の函数を取り§3 と同様にこのparameter を proton の荷電半径から定めよう。以上でBaryon の Form Factor が定まる。W_F として以下では«singular» type を取つてFig.3, Fig.4 にそれぞれ octet Baryon の Form Factor の振舞を図示し合せてroot mean squareradius の値を与える。以下にBaryon の Form Factor について特徴的な事を列記しよう。

Fig. 3 (a)



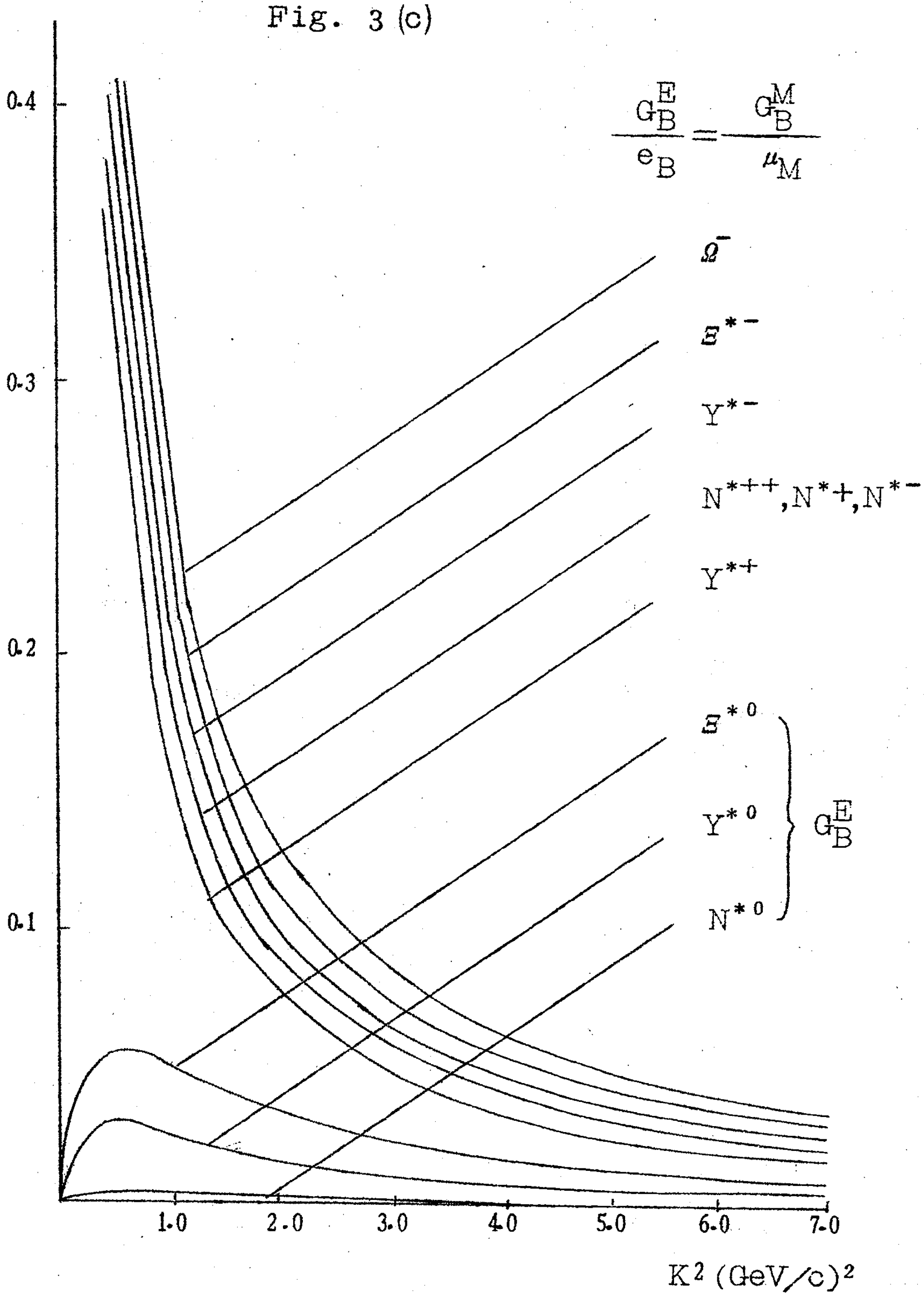
particle	P	N	Λ	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
$\sqrt{\langle r^2\rangle_E}$ in unit of f	0.830	0.095	0.228	0.866	0.228	0.804	0.337	0.765

Fig. 3 (b)



particle	P	N	Λ	Σ^+	Σ^0	Σ^-	Ξ^0	Ξ^-
$\sqrt{\langle r^2 \rangle_M}$ in unit of f	0.834	0.838	0.723	0.821	0.792	0.877	0.762	0.680

Fig. 3 (c)



particles	N^{*++}	N^{*+}	N^{*0}	N^{*-}	Y^{*+}	Y^{*0}	Y^{*-}	Ξ^{*0}	Ξ^-	Ω^-
$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{E(M)}}$ in unit of f	0.833	0.830	0.095	0.841	0.866	0.228	0.804	0.337	0.765	0.723

i) 4ci) に対応してmeson cloud の symmetry breaking を考慮してもBaryon の磁気能率はSU(6) と同じ結論を与える。従つて核子の磁気能率については実験値に非常に近い。

$$\mu_p / \mu_n = - 3/2 \tag{4.27}$$

が成り立つ。

ii) 核子にはφ meson が coupleしない即ち (3.7)

$$C_\phi^E = C_\phi^M = 0 \tag{4.28}$$

が成り立つ。以上 i) ii) から §3 で述べた核子の現象論的分析が裏づけられた事になる。

iii) neutral particle の electric Form Factor を除いてすべて $k^2 = 0$ の値でForm Factor を normalize し G_B' を

$$G_B'(k^2) \equiv G_B(k^2)/G_B(0) \quad \text{if } G_B(0) \neq 0 \tag{4.29}$$

で定義しよう。核子についてはすでに見た様に ρ, ω の mass difference を無視した近似で G_B' は 共通

$$G_p'^E = G_p'^M = G_n'^M \tag{4.30}$$

であるが sを含む strange Baryon には φ meson が couple するからこれはなり立たない。特に octet Baryon については

$$\text{electric:} \quad G'^E_{\Xi^-} > G'^E_{\Sigma^-} > G'^E_p > G'^E_{\Sigma^+} \tag{4.31}$$

$$\text{magnetic:} \quad G'^M_{\Xi^-} > G'^M_{\Lambda} > G'^M_{\Xi^0} > G'^M_{\Sigma^0} > G'^M_{\Sigma^+} > G'^M_p \approx G'^M_n > G'_{\Sigma^-} \tag{4.32}$$

となる。

iv) neutral particle については electric Form Factor は

$$G_n^E \approx 0 \tag{4.32}$$

であるが G_{Ξ^0}, G_Λ, G_{Σ^0} は零ではなく

$$-G_{\Xi^0} > -G_{\Lambda^0} \approx - G_{\Sigma^0} > 0 \tag{4.33}$$

であり

$$k^2 \approx 0.4 \quad (\mathrm{Bev/c})^2 \tag{4.34}$$

の近傍で maximum を持つ。

§5 Electro-magnetic mass Difference of Baryon

前節迄でBaryon の Form Factor について知つた。ここではこの知識を背景としてBaryon の電磁質量差について考察しよう。§1 で述べた仮定にもとづき我々はBaryon の電磁質量はBaryon を構成する quark 間の電磁相互作用及び quark 自身の電磁質量に依ると考える。同じ様な立場からすでに多くの人々[9] に依る分析がある。しかしこれ等の場合とは異なり我々の立場では quark は点ではなく meson cloud に依る拡がりを持ち又この cloud の vector meson の mass splitting に依る SU(3) symmetry breaking も考慮しなければならない。

5a) General Expression for Electro-magnetic Mass of Baryon

以上の立場から問題を扱う基本的な式は §2 に与えてある。これを適用して Baryon の電磁質量差を求めた結果を Table IV に示す。

Table IV Electro-Magnetic Mass Difference of Baryon

		$[uu]_E$	$[us]_E$	$[uu]_M$	$[us]_M$	δm_d
8次元	n−p	$-1/3$	0	$-1/3$	0	1
	$\Sigma^- - \Sigma^+$	$-1/3$	$2/3$	$-1/3$	$-4/3$	2
	$\Sigma^- - \Sigma^0$	$-1/3$	$1/3$	$1/3$	$-2/3$	1
	$\Xi^- - \Xi^0$	0	$2/3$	0	$-4/3$	1
	$\Lambda\Sigma^0$	0	0	0	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	0
10次元	$N^{*-} - N^{*++}$	−1	0	−1	0	3
	$N^{*0} - N^{*+}$	$-1/3$	0	$-1/3$	0	1
	$N^{*0} - N^{*++}$	$-5/3$	0	$-5/3$	0	2
	$Y^{*-} - Y^{*+}$	$-1/3$	$2/3$	$-1/3$	$2/3$	2
	$Y^{*0} - Y^{*+}$	$-2/3$	$1/3$	$-2/3$	$1/3$	1
	$\Xi^{*0} - \Xi^{*+}$	0	$2/3$	0	$2/3$	1

Table IV で $[t_i t_j]_{E(M)}$ etc. は unit charge を持つ quark t_i, t_j の Electric (Magnetic) 相互作用エネルギーを表わし次式で定義されている。

$$[t_\kappa t_\lambda]_{E(M)} = \frac{e^4}{e_\kappa e_\lambda (2\pi)^3} \int G_{t_\kappa}^{E(M)}(k^2) \left[\begin{matrix} 4\pi/k^2 \\ -8\pi/3 \end{matrix}\right] G_{t_\lambda}^{E(M)}(k^2) W_H(k)\, dk \tag{5.1}$$

$t_\kappa, t_\lambda = u, d, s,$ 　e_κ, e_λ は t_κ, t_λ の電荷

但し §3.§4 で知つたように u,d には ϕ meson が couple しないから ρ, ω の mass difference を無視した範囲で u, d の meson cloud の形は同じで

$$G_u^{E(M)}(k^2)/e_u = G_d^{E(M)}/e_d \tag{5.2}$$

が成り立つ。(5.2) の結果

$$[uu]_{E(M)} = [dd]_{E(M)} = [us]_{E(M)} \tag{5.3a}$$

$$[us]_{E(M)} = [ds]_{E(M)} \tag{5.3b}$$

が成り立ち Table IV では (5.3) を使つている。SU(3) symmetry limit では (5.3a) と (5.3b) の値は等しくなる。

5b) sum rule for Electro-Magnetic Mass Difference of Baryon

Table IV では Baryon の電磁質量差に関する１１ケの量が４ケの parameter (見かけ上５ケだが $[uu]_E$ と $[uu]_M$ は $[uu]_E + [uu]_M$ の形でしか表われない) で表わされている。従つて我々は Baryon の電磁質量差に関する次の７つの sum rule を導びく事が出来る。

$$A \equiv (\Xi^- - \Xi^0) = (\Sigma^- - \Sigma^+) - (n - p) \tag{5.4a}$$

6.5±1.0 　　7.9±0.09 　1.29

$$B \equiv (\Xi^{*-} - \Xi^{*0}) = (Y^{*-} - Y^{*+}) - (N^{*0} - N^{*+}) \tag{5.4b}$$

5.7±3.0 　　　5.5±2.1

$$C \equiv (n - p) = (N^{*0} - N^{*+}) = \frac{1}{3}(N^{*-} - N^{*++}) \tag{5.4c}$$

1.29 　　　　$\frac{1}{3} \times (7.9 \pm 6.8)$

$$D \equiv \Sigma^- - 2\Sigma^0 + \Sigma^+ = Y^{*-} \;\; 2Y^{*0} \;\; + Y^{*+} \tag{5.4d}$$

1.82

$$E \equiv (N^{*0}-N^{*++})-(N^{*0}-N^{*+}) = 2 \quad (Y^{*0}-Y^{*+})-(\Xi^{*-}-\Xi^{*0}) \qquad (5.4e)$$

1.29 5.7±3.0

$$M_{\Lambda\Sigma^0} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[(\Sigma^- - \Sigma^+) - (n-p) - (\Xi^{*-}-\Xi^{*0}) \right] \qquad (5.4f)$$

7.9±0.09 1.29 5.7±3.0

各式の下に実験値[20] (in Mev) も記しているがこれ迄わかつているものについては良い一致を示している。上の sum rule は勿論 SU (3) or SU (6) symmetry symmetry limit[19] でも成り立ち上の殆んどは実際すでに導びかれているが我々の場合は symmetry の破れを考慮している。この場合でも Coleman Glashow の式[13](5.4a)が成り立つのはおもしろい。又通常 symmetry limit で導びかれる sum rule[19]

$$N^{*0}-N^{*+} \doteq Y^{*0}-Y^{*+}, \quad Y^{*0}-Y^{*+} = n-p$$

$$N^{*-}-N^{*0} = Y^{*-}-Y^{*0} = \Xi^{*-}-\Xi^{*0} \qquad (5.4g)$$

は我々の場合にはかなりの破れが期待されるが現在の実験ではわからない。

我々の parameter は (5.4) で定義された A,B,C,D,E から次の様に表わされる。

$$[uu]_E + [uu]_M = D = C-E$$

$$[us]_E = \frac{1}{2}\{(A+2B)-(4C-E)\} \qquad (5.5)$$

$$[us]_M = \frac{1}{2}(B-A)$$

$$\delta m_d = \frac{1}{3}(4C-E)$$

この内 δm_d をのぞいては定まつた符号を持つている

$$[uu]_E,\ [us]_E > 0 \qquad (5.6)$$

$$[uu]_M,\ [us]_M < 0$$

から (5.4) と (5.5) から mass difference についての不等式を導びく事が出来る。その内興味あるものを記せば

$$\Xi^- - \Xi^0 > \Xi^{*-}-\Xi^{*0}$$

6.5±1.0 5.7±3.0

$$\Sigma^- - \Sigma^+ > Y^{*-}-Y^{*+} \qquad (5.7)$$

7.90±0.09 5.5±2.1

又Form Factor の分布から推論される（§5c)を見よ）様に

$$[uu]_E + [uu]_M > 0 \tag{5.8}$$

であれば更に

$$\begin{aligned} &\underset{1.82}{\Sigma^- - 2\Sigma^0 + \Sigma^+} = Y^{*-} - 2Y^{*0} + Y^{*+} > 0 \\ &2(N^{*0} - N^{*+}) > \underset{0.45\pm0.85}{N^{*0} - N^{*++}} \end{aligned} \tag{5.9}$$

が得られる。(5.7) (5.8) (5.9) の下に実験値を記してあるが良く予言と一致している。

5c) Electro-Magnetic Form Factor and Mass Difference

我々はすでに§3,§4 で quark 及び Baryon の Form Factor について知つているので、これから Baryon の mass difference の大きさを estimate する事が出来る。(5.1)式に表われる W_M は W_F から§2 の式を適用して定める事が出来る。§3b)の W_F に対応して次の通りを選ぼう。

(A) «singular» type

$$W_H(\mathbf{k}) = \left[\frac{\frac{3}{2}\alpha^2}{k^2 + \frac{3}{2}\alpha^2}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad \alpha = 0.295 \text{ Bev} \tag{5.10a}$$

(B) ガウス type

$$W_H(\mathbf{k}) = \exp\left\{-\frac{1}{6\alpha^2}k^2\right\}, \quad \alpha = 0.209 \text{ Bev} \tag{5.10b}$$

(4.21) (4.24) (5.10) から Table IV に表われる parameter (5.1) を求めた結果を Table V に与える。

SU(3) symmetry limit では (5.3a) と (5.3b) は等しくなるが Table V から electric, magnetic についてそれぞれ 10%, 40% 程度異なつている事がわかる。

以上で我々は Baryon の電磁質量差をただ一つの parameter δm_d であらわす事が出来る。

これを核子の質量差の実験値から定めれば

$$\begin{aligned} \delta m_d &= 1.71 \text{ Mev for «singular» type} \\ &= 1.76 \text{ Mev for ガウス type} \end{aligned} \tag{5.11}$$

Table VI Value of the Mass Difference of Baryon in Mev

		theory (A) «singular» 型	(B) ガウス型	experiment[20]
8次元	n-p	1,2933	1,2933	1,2933±0.0001
	$\Sigma^--\Sigma^+$	7.21	4.22	7.9±0.09
	$\Sigma^--\Sigma^0$	4.24	2.92	4.86±0.07
	$\Xi^--\Xi^0$	5.92	3.14	6.5±1.0
	$M_{\Lambda\Sigma^0}$	2.02	0.24	
10次元	$N^{*-}-N^{*++}$	3.87		7.9±6.8
	$N^{*0}-N^{*+}$	1.29		
	$N^{*0}-N^{*++}$	1.32		0.45±0.85
	$Y^{*-}-Y^{*+}$	3.71		5.5±2.1
	$Y^{*0}-Y^{*+}$	2.19		
	$\Xi^{*-}-\Xi^{*0}$	2.42		5.7±3.0

Table IV にTable V 及び (5.) を代入しBaryon の質量差を求めた結果をTable VI ((a) (b)) に与える。Table VI (c) の実験値と比較して«singular» type の場合我々の理論 (Table VI a) は非常に良い一致を与えているが、ガウス type の場合 (Table VI (b)) 符号はいいとしてもかなり実験と異なつている。この事から逆にBaryon の Form Factor は現在核子についてかなり良く知られている$k^2 \approx$ 数 $(Bev/c)^2$の領域から先で急に零に近づくのではなくかなりなだらかに高いk^2 の領域迄値を持つている事が推論される。

ここで選んだ«singular» type の波動函数は容易にわかる様に空間の原点附近では非常にsingular な函数で通常の量子力学的な考えからは理解しにくいものと思われる。

5d) Electro-Magnetic Self Energy of quark

5c) ではδm_d を parameter として扱い、これを核子の電磁質量差から定め«singular» type について

$$\delta m_d = 1.71 \text{ Mev.} \tag{5.12}$$

を得た。quarkの電磁質量差もquark自身の電磁自己相互作用のみに依るとすればδm_dをestimateする事が出来る。4c)で知つたQuarkのForm Factor (4.21) (4.24)を使えば(2.14)から

$$\delta m_d = 0.48 \text{ Mev} \tag{5.13}$$

と定まる。即ちvector meson cloudのself energyへのcontributionは正しい符号を与えるが大きさは30%程度である。しかしself energyは非常に内部の現象であるから例えば(4.23)が僅かに1とは異なりquarkのForm Factorに僅かのcore termがあると考えればこれ迄の分析の結果を変えずに(5.12)の値を出す事も容易である。

以上Baryonの電磁的性質について論じたが同じ立場からmesonについての考察は別の論文に述べる。

終りにおはげましをいただいた原先生に感謝します。又有益な討論とはげましをいただいた並木氏、松本氏、飯塚氏に感謝します。

(昭和41年6月)

Reference

1) S.Sakata, Prog. Theor. Phys. 16 (1956),686:Prog. Theor. Supple. 19 (1961).
2) M.Gell-Mann,Phys. Letters 8 (1964), 214. Pre
G.Zweig, Preprint CERN (1964).
3) G.Zweig, ref.2).
S.Ishida, Prog. Theor. Phys. 32 (1964),922; 34 (1965),64:
Soryusion Kenkyu, Mimeographed Circular in Japanese, 30 (1964),372. J.Iizuka. Prog. Theor. Phys. 35 (1966),309.
4) J.Iizuka, ref.3).
5) See the following review articles:
R.H.Dalitz, Quark Model for the «Elementary Particles»,

Oxford preprint (1965), in which, to our regret, many important works by Japanese physicist are missed.
O.Hara, J.Iizuka, M.Namiki, S.Ishida and S.Tanaka, Report of the symposium on «Fundamental Triplet held at Nihon University, Soryusiron Kenkyu, Mimeographed Circular in Japaness, 33 (1966), 167.

6) S.Ishida, J.Otokozawa and H.Shimodaira, Prog. Theor.Phys. 34 (1965), 1000.

7) Y.Miyamoto, Prog, Theor. Phys. 35 (1966) 175.
J.Arafune and Y.Iwasaki, Prog. Theor. Phys. 35 (1966) 339.
T.Minamikawa, K. Miura and Y.Miyamoto, preprint.

8) S.Ishida, ref.3), G.Zweig. ref.3).

9) E.B.Hughes etal, Phys. Rev. 139 (1965). B458.
K.W.Chen et al., Phys, Rev. 141 (1966), 1267.
J.R. Dunning etaal., Phys. Rev. 141 (1966), 1286.
The other references are seen in these papers.

10) L.H.Chan et al., Phys. Rev. 141 (1966), 1298.

11) M.Gell-Mann and F.Zachariasen Phys. Rev 124 (1961), 953.

12) Y.Miyamoto, ref.7).
T.K.Kuo and Tsu Yao, Phys. Rev. Letters 14 (1965), 79.
S.Ishida. ref.3).

13) S.Coleman and S.L.Glashow, Phys. Rev. Letters 6 (1961). 423.

14) Y.Kinoshita, Y.Kobayashi, S.Machida and M.Namiki, Prog. Theor. Phys. to be published.
see also, G.Cocho, Nuovo Cimento 42 A (1966) 421.

15) J.J.Sakurai, Phys. Rev. 132 (1963), 434.

16) M.Gell-Mann. Phys. Rev. 125 (1962), 1067.
S.Okubo. Prog. Theor. Phys. 27 (1962), 949.

17) J. Iizuka K. Otokozawa and O. Shito, Prog. Theor. Phys. 35 (1966). 1061.
18) R. G. Sachs, Phys. Rev. 87 (1952), 1100.
19) ref. 7). T.K. Kuo and Tsu Yao, ref. 12).
20) M. G. Olsson, Phys. Rev. Letters. 14 (1964), 118.
G. M. Pjerrou et al., Phys. Rev. Letters 14 (1965), 275.
G. Gidal et al., Phys. Rev. 141 (1966), 1261.
W. A. Cooper et. al., Phys. Letters 8, 365 (1964).
Darrell O. Huwe. UCRL-11291, (1964) (unpublished).
21) H. R. Rubinstein, Phys. Rev. Letters. 17 (1966). 41.

Table V Value of Interaction Energy of Quark in Mev

	[uu]	[us]	[ss]
«Singular» type			
electric	2.52	2.82	3.09
magnetic	-1.26	-1.75	-2.67
Gauβ-type			
electric	1.58	1.65	1.74
magnetic	-0.18	-0.21	-0.24