

高エネルギー反応に於ける分離則

森 健寿(埼玉大、理工)

中 村 弘(青山学院大、理工)

H - 量子生成に関する経験法則に基づいて高エネルギーに於けるハドロンの反応の新しい理論を提出する。

§1. 序論

超高エネルギーでのハドロンの衝突の性質を理解するために一つの新しい可能性を探つてみる。現在、加速器及び宇宙線の実験より次のことが分つている。

- (1) 反応で放出された中間子の横向き運動量 p_T は、入射エネルギーが $2 \sim 30 \text{ BeV}$ より極めて高いエネルギー ($\approx 10^3 \text{ BeV}$) 遠いエネルギー範囲に涉り変化しても殆ど一定 ($\langle p_T \rangle = 350 \sim 400 \text{ MeV}/c$) に保たれている。¹⁾
- (2) (1)の如き性質は入射粒子の種類によらない。
- (3) 入射エネルギーの増大に伴ない極めて僅かな増大 (上のエネルギー範囲でせいぜい $100 \text{ MeV}/c$ 程度か) があるらしい。²⁾
- (4) 10^{12} eV より上の現象で、例えばE.C.C. の実験、空気シャワーに於けるサブコアの存在より極めて大きい ($\sim \text{数 BeV}/c$) p_T が可成りの頻度で現れないとみられる実験データがある。³⁾

吾々は、しかし此處では(1)(2)の実験的証拠をもとにして漸近理論を展開しよう。他の実験的結果(3)(4)は重要な意味をそれらは持つているかもしれないが此處では議論しない。先づ(1)(2)に基づき以下に分離則と呼ばれる指導原理を出発点にとる。

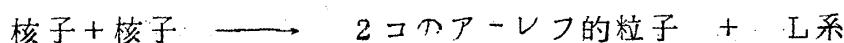
分離別：高エネルギーのハドロン衝突の行列要素は二つの因子よりなる。即ち入射方向に対して横方向に関係したものとタテ方向に関係したものである。前者は関係する粒子の横向き運動量のみを含み一方後者はタテ方向に於ける一次元的力学で記述出来る。

多くの人々により指摘されて来た如く⁴⁾、沢山の衝突現象に涉り平均した二次

粒子の角分布は、此處で指導原理としてあからさまにとり上げた如く、相対論的連續体の一次元的運動の理論と矛盾しない。他方、各現象の角分布は、ある特定のパターンを示し、それらは強い相関をもつた粒子の生成によるようと思われる。此の相関は、 ρ, ω 等の普通の共鳴状態によるものか又は他の、未知の粒子（状態）によるものか、現在間接的推察しか出来ない。然し、後者の場合には、生成中間子の p_T がおさえられていることよりその未知の粒子は大部分軟い中間子 (π, K) を放射するものと考えられる。実察、小柴及び野崎は⁵⁾ その様なものとして小さい Q 値で核子に結合する ν 中間子を考えた。（所謂質量 $\approx 2\text{BeV}$ をもつアーレフ）。加速器の実験も又多重発生現象に於いて軟い中間子が主に生成されていることを示している⁶⁾。吾々は、所謂リーディングパートイクルの近辺で見出されている上記の様な現象はアーレフの如き粒子によるものと考える。

一方、ジェットの全般的特徴に目を向けるなら、パイオニゼーションと呼ばれる部分も又同様な性質を持つことがわかる。

実際、上の経験的事実の見出されるずっと前に、長谷川は、平均質量 $\approx 2\text{BeV}$ の所謂 H- 量子を発見している⁷⁾。更に、これらの物体は、ローレンツ因子（重心系に於ける）が $\approx 1.5, \approx 7.0$, 及び ≈ 40 であるものが多いと云う特徴的性質が見出されている。以下、此論文では反応に於いてつくられる H- 量子のグループを、系 “L” と呼ぶことにする。又この解析では、核子 - 核子衝突は；



の様に起るものと考える。此の時、相互作用は勿論分離則を満すべきである。

§ 2 では、行列要素のタテ方向の因子と系 L の新しい解釈を与え、H- 量子生成の機構について議論する。又非弾性過程の断面積の漸近的性質と基本粒子の個数の間の関係をしらべる。

§ 3 では、コーケ模型⁸⁾でハドロンの中のコーケの波動関数が分離則より決定されることを示す。

行列要素の横向きの因子は § 4 で議論される。

§2. 非弾性散乱の断面積と基本粒子の個数

粒子の入射方向は吾々の理論に於いては特別の意味を持つ。運動量 \vec{q} は、横

-3-

高エネルギー - 反応に於ける分離別
と縦の成分、 \vec{q}_\perp と q_\parallel に分離される。以下四元運動量 (\vec{q}, q_0) の空間の代りに、空間 $H = (\vec{q}_\perp, \theta, m)$ を使う、但し θ は縦方向のローレンツ角度で、 m と q_0 は静止質量とエネルギーである。

$$\theta = \tanh^{-1} \frac{q_\parallel}{q_0}, \quad (2-1)$$

$$m = \sqrt{q_0^2 - q^2}.$$

θ - 空間に於ける第一図の如く、等間隔準位 L を導入する。

$$L = (\dots, \theta_{-1}, \theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots), \quad (2.2)$$

但し $\theta_s = (s - s_0)\bar{\theta}$, $\bar{\theta}$ と s_0 は定数。

定義より系 L 内の粒子は、横運動量を持たないと考えるべきである。さて、 H -量子に就いて、次の基本的解釈をとらう。

H -量子は L 系の準位に同時に生成された基本粒子 λ の集団である。

H -量子の平均質量は、核子質量の 2 倍におさえられているので、パウリ原理が此等の準位に働くで、 λ -粒子はフェルミ粒子でなければならぬ。 λ -粒子が、反粒子とスピン状態を含めて N マルティプレットであるなら、各準位はたかだか N 個の λ 粒子を含み得る。

L 系に投入される縦運動量は、 θ -空間のある適当な点で消える。以下にその点をエネルギーのエントランス（又は単にエントランス）と呼ぶことにする。長谷川によれば、 H -量子生成は θ 空間で対称であり、中心が第 1 図に示され

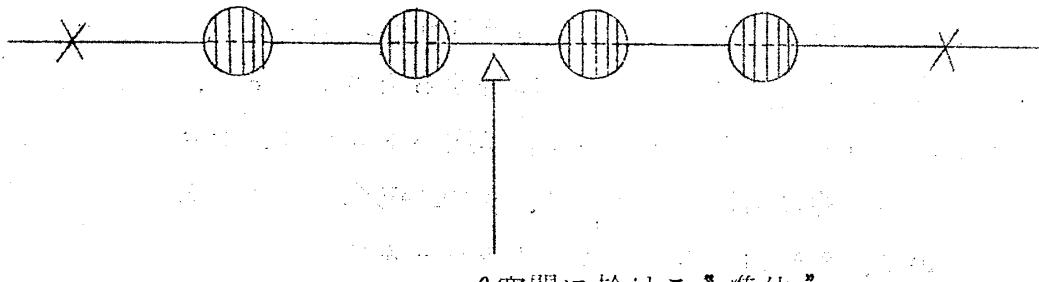


Fig. 1

- 4 -

森 中 村

ているように、二つの隣り合つた準位の中間に現れる。逆にもし二つの準位の中点がエントランスなら、特別の場合を除いて、運動量保存則より対称的生成が要求される。以下、後者の解釈をとる。

次に、ハドロンの反応は、第2図に示されている如く、入射するハドロン a_1 ,

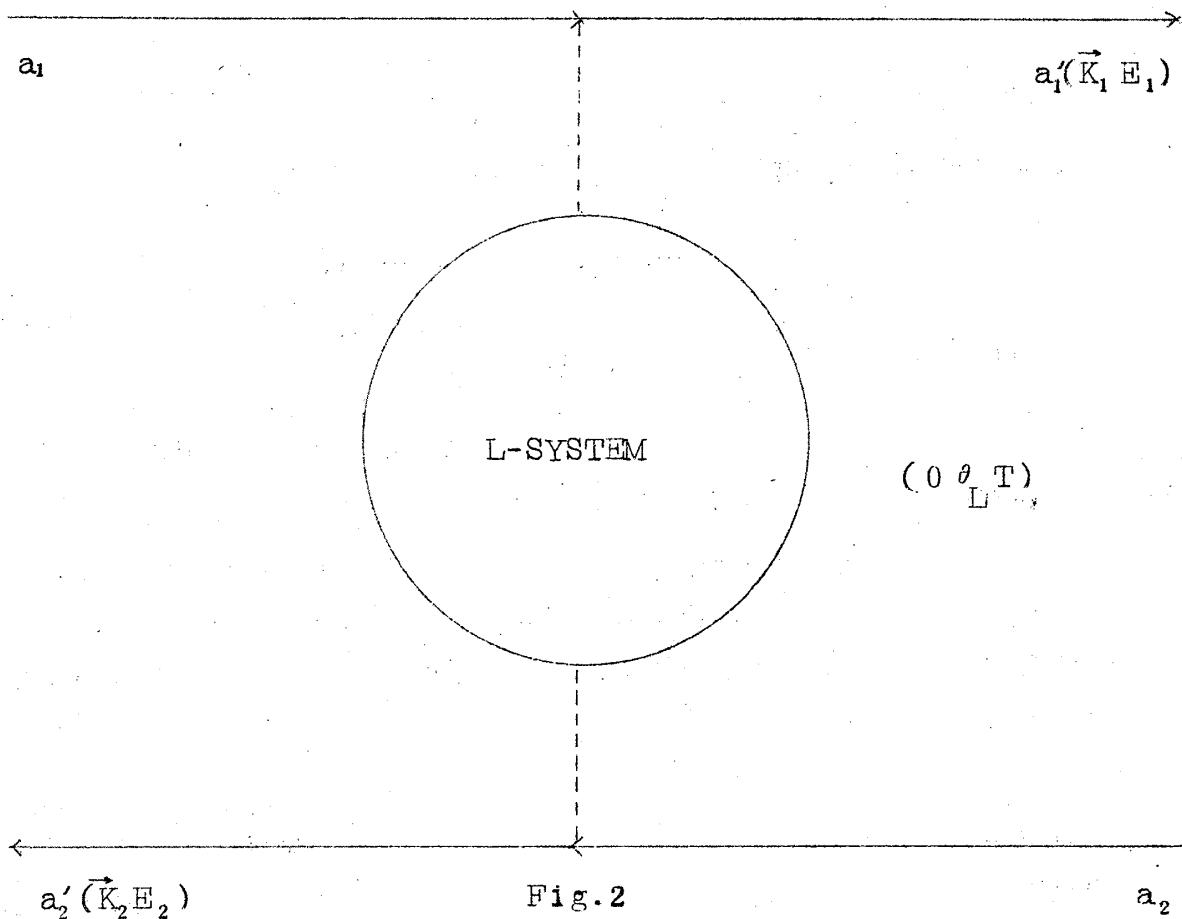


Fig. 2

a_2 と L 系の相互作用を通して起るものと考える。L 系のエネルギーと運動量は、H 空間に於ける座標 $(0, \theta_L, T)$ 表わされる。定義より L 系は横運動量を持たない。記号 E , \vec{k}_1 と \vec{k}_2 , そして E_1 と E_2 は夫々重心系に於ける全エネルギー、二次ハドロン a'_1 と a'_2 の横運動量とエネルギーである。二次ハドロンは、十分高いエネルギーを持つし、又実験的に横運動量 $\vec{k}_{1,2}$ は、 $300\text{MeV}/c$ 以下のある小さい領域に制限されるので、縦運動量の代りにエネルギーを使ってよい。指導原理より、横運動量 $\vec{k}_{1,2}$ の間の相関は行列要素で因子分解できねばならぬ。そこで、非弾性過程の断面積は

高エネルギー反応に於ける分離則

-5-

$$\frac{d\sigma^{in}}{d^2 k_1 d^2 k_2 dE_1 dE_2} = \frac{C}{E_1 E_2 E^2} \mu(\theta_L) \frac{S(T)}{T} \omega(E, E_1) \omega(E, E_2) W(\vec{k}_1, \vec{k}_2), \quad (2.3)$$

但し $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0$

$$T = \sqrt{(E - 2E_1)(E - 2E_2)} \quad (2.4)$$

$$\frac{\theta_L}{L} = \sinh^{-1}((E_1 - E_2)/T). \quad (2.5)$$

$\mu(\theta_L)$ は許されるエントランスの分布を表わし、 $S(T)dT$ はエネルギー $T \approx T + dT$ をもつ一つのエントランスより L 系への遷移確率を表わし、 $\omega(E, E_{1,2})$ は $a_{1,2}$ より L 系への遷移確率を表わす。 $W(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ は横運動量の間の相関を表わす。エネルギー分母 $E_1 E_2 E^2$ と T は、ハドロン $a_{1,2}$ と $a'_{1,2}$ の運動学的因子と変換 $(\theta_L, T) \rightarrow (E_1, E_2)$ のヤコビアンより来る。

関数 $\omega(E, E_{1,2})$ は次の形をもつと考えよう。

$$\omega(E, E_{1,2}) = \bar{\omega}(2E_1, 2E_2). \quad (2.6)$$

あとで分かる如く、ハドロンの複合模型では、(2.6)は合理的仮定である。

遷移確率 $S(T)dT$ は、エネルギー領域 $T \approx T + dT$ に於ける状態の数に比例すると仮定する。普通の理論に於ける基本的相互作用は、湯川型か四体フェルミ型で、一回の相互作用で粒子、反粒子の一つの対をつくる。多重発生は、それらのくりかえしによつて起る。併しながら、非線型相互作用の理論に於いては、直接の多重発生が起り、一つの対の生成を考える理由は何等存在しない。特に準位の間に強い結合があるならエネルギー平衡は非常に急速に達成されて凡ての可能な状態が等しい重みで現われるであろう。それ故、基本的相互作用が、凡ての可能な状態を同等につくり、遷移確率が許される状態の数に比例することは合理的仮定と思われる。

エネルギーが E より小さい一つの λ -粒子に対する許される準位数 $\pi(E)$ は

$$\pi(E) \approx \frac{2}{\theta} \log \frac{E}{M_\lambda} \quad (2.7)$$

-6-

森 中 村

で与えられる。但し M_1 は入射粒子の静止質量である。実験的に、核子-反核子対発生の過程は、高エネルギーのハドロンの衝突ではむしろまれである。よつて $\bar{\Lambda}$ -粒子は常にその準位に於いて反粒子 $\bar{\Lambda}$ を伴なうものとする。 $\Lambda\bar{\Lambda}$ -対の生成は対称なので(運動量保存則より θ 空間で)、各準位は反対側のものと対になる。その様な対の一つに対する可能な状態数は

$$\sum_{r=0}^{N/2} \left(\frac{N}{2} C_T\right)^2 = N C_{\frac{N}{2}} \quad (2.8)$$

で与えられる。 r は準位に於ける $\Lambda\bar{\Lambda}$ -対の個数を表わす。故に、エネルギーが T より小さいとして許される状態数は

$$\nu(T) \propto \left(N C_{\frac{N}{2}}\right)^r T^r \quad (2.9)$$

$$\text{但し } r = \frac{1}{\theta} \log\left(N C_{\frac{N}{2}}\right). \quad (2.10)$$

となる。関係式

$$S(T) = \frac{d}{dT} \nu(T) \quad (2.11)$$

より、又次元解析より非弾性過程の断面積は次の様になる。

$$\sigma^{in}(E) \propto E^{r-4}. \quad (2.12)$$

此関係はある特別の場合を除いて正しい。

実験的には $\sigma^{in}(E)$ のエネルギー依存性は弱く(非常に) $r = 4$ を示唆する。(2.10) 及び長谷川の与えた実験値 $\bar{\theta} \approx 1.7$ より吾々は結局

$$N \approx 12 \quad (2.13)$$

を得た。 $r = 4$, $N = 12$ に対する θ 空間に於ける準位の位置は、表 1 に与える。

表 1

S	θ_S (理論)	θ_S (実験)
1	0.8536	$\lesssim 0.97$
2	2.5608	≈ 2.6
3	4.2680	≈ 4.4

高エネルギー反応に於ける分離則

吾々は、個数 N の定義に於いて反粒子状態を、計算に入れた。 π^- 粒子がフェルミ粒子なので、スピンは全整数でなければならぬ。故に、 π^- 粒子はスピン $\frac{1}{2}$ を持つ 3-マルティプレットでなければならぬ。従つて、 π^- 粒子は、坂田模型⁹⁾ に於ける p, n, Λ とも考えられるし又コーグ模型に於ける三つのコーグとも解釈できる。両方の模型に於いて、三つの $\pi\pi$ -対が準位に平均としてつくられ、三個の重い中間子に変わるとと思われる。故に H^- 量子の平均の有効質量は $\approx 2BeV$ である。これは長谷川の解析と矛盾しない。特に、若し我々が、ハドロンを形成するコーグに対して小さい結合エネルギーを仮定するなら、コーグの静止質量は核子質量の大体 $\frac{1}{3}$ である。故に、 H^- 量子の有効質量は殆んど核子質量の 2 倍になる。

次に、非弾性度の問題に移ろう。エントランスは、 θ 空間に於いて等間隔にあるので、一様分布 $\mu(\theta_L) = 1$ と近似しよう。そこで、

$$\frac{d\sigma^{in}}{dy_1 dy_2} = C' E^{r-4} e(y_1) e(y_2), \quad (2.14)$$

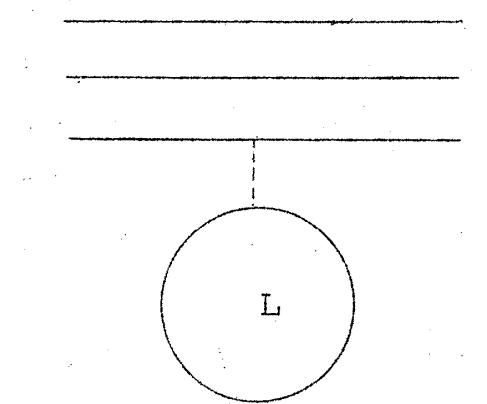
$$\text{但し } e(y) = \overline{\omega}(1-y) \frac{y^{r/2-1}}{1-y}. \quad (2.15)$$

記号 $y_{1,2}$ は、 a'_1 及び a'_2 に対する非弾性度で

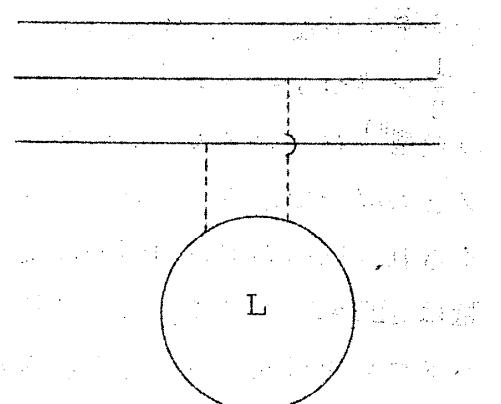
$$y_{1,2} = 1 - 2E_{1,2}/E. \quad (2.16)$$

此結果は、非弾性度の分布がエネルギーに独立であることを意味し、それは実験的証拠と全く矛盾しない¹⁰⁾。ハドロン $a_1(a_2)$ の非弾性度は、(吾々の理論に於いては、相手のハドロン $a_2(a_1)$ の存在に独立である。

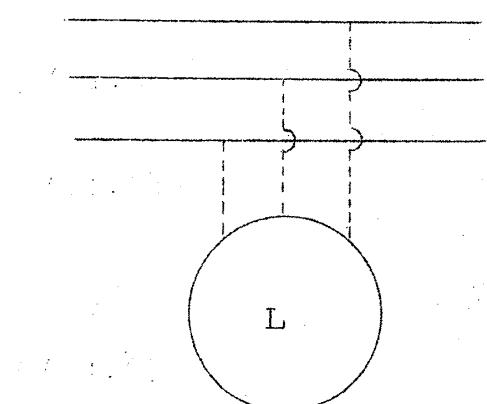
以前に、加藤及び森により提唱された様に¹¹⁾、ハドロンと L 系の間の相互作用は、第 3 図 a, b, c に示されている如く、ハドロンの中の基本粒子の中で、衝突に関与するものの数により分類できるものと思われる。そこで、コーグ模型に於いて核子-核子衝突の場合を考えよう。入射核子中の各コーグは、エネルギー $\approx \frac{E}{6}$ を持ち、 $\frac{E}{6}$ より小さいエネルギーを L 系に転移することが出来る。故に、関数 ω は過程 3a, 3b, 3c(図に於ける)に対応する三つの項よりなるであろう。



(a)



(b)



(c)

Fig. 3

$$\bar{\omega}(1-y) = a_1 \eta \left(\frac{1}{3} - y\right) + a_2 \eta \left(\frac{2}{3} - y\right) + a_3, \quad (2.17)$$

但し

$$\begin{aligned} \eta(x) &= 0 \quad (x < 0) \\ &1 \quad (x > 0) \end{aligned} \}$$

第4図に示されている如く、現在のデータ¹⁰⁾は決定的結論を出すには十分でないが、(2.14)～(2.17)の式の正しさを暗示している。

高エネルギー - 反応に於ける分離則

-9-

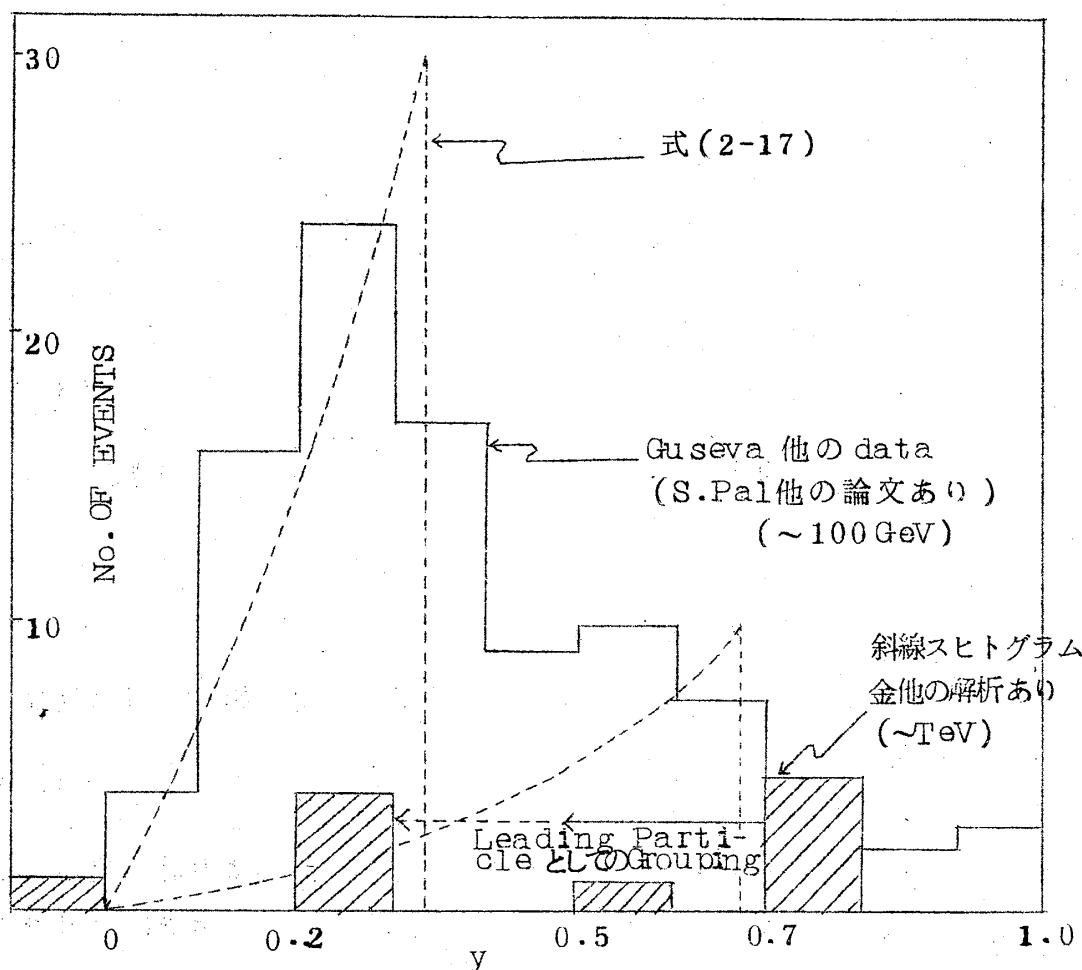


Fig. 4 非弾性度の分布

§3. ハドロンの内部構造

もしハドロンが内部構造を持つなら、それは反応にある役割を演じる。したがつて吾々のとつた指導原理は、直ちに内部構造の問題に関係して来る。今例として、コーグ模型の場合について考えよう。指導原理は、ハドロンに於けるコーグの波動函数で横成分が分離するということを要求している。これは波動函数が調和振動子なら満足されている、核子の場合、コーグは基底状態にあるので、運動量表示に於ける波動函数は

-10-

森 中 村

$$\psi(\vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3) = e^{-\beta(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)} \quad (3-1)$$

但し $\vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3 = 0$.

$\vec{q}_{1,2,3}$ は三個のコーグの運動量を表わす。此の様な内部構造は核子の相互作用に対して一つの形状因子

$$F(q) = e^{-\frac{\beta}{3}q^2} \quad (3.2)$$

を与える。核子の電磁的形状因子の一部はこの内部構造に帰着でき、実験によれば¹²⁾

$$\beta \lesssim 9.0/\text{BeV}^2. \quad (3.3)$$

コーグは、調和振動子として振舞うので、核子の励起状態の質量準位は

$$M = M_N + J/2m\beta. \quad (3.4)$$

但し m と $M_N (\approx 3m)$ はコーグの質量と核子の質量で、 J は軌道角運動量である。併しながら、これは非相対論的扱いであり、高い励起状態では適用できない。相対論的な型として修正された(3.5)を採用する。

$$M^2 = M_N^2 + \frac{3}{\beta}J. \quad (3.5)$$

此式は、経験的質量準位¹³⁾に対し

$$\beta \approx 3.0/\text{BeV}^2 \quad (3.6)$$

とすれば矛盾しない。このことは(3.3)とも矛盾しない。

吾々の模型では、アーレフは軟い φ -中間子を放出する核子の励起状態と考えてもよい。もし φ -中間子が光子の如く振舞うなら、放射は双極的であり励起は主として縦方向にのみおこると考えられるので、 φ -中間子の角分布は

$$\rho(\theta) \propto \sin^2 \theta \quad (3.7)$$

高エネルギー反応に於ける分離即

-11-

で与えられる。但し天頂角 θ はアーレフの静止系に於ける縦軸から測つたもの。このことは将来の実験的解析によつてしらべられるであろう。

§4. 横運動量の間の相関

衝突のT行列は、横と縦の因子 T_t と T_l よりなる。

$$T = T_t \cdot T_l \quad (4.1)$$

T_l はその中に弾性過程を含むので、第3図の a'_1, a'_2 の横運動量分布は弾性散乱のそれと同じでなければならぬ。これは実験データの大局的性質と矛盾しない。

ユニタリティの要求より、

$$2 \operatorname{Im} T = T^+ T \quad (4.2)$$

行列 T_l は縦方向に対するT行列なので

$$2 \operatorname{Im} T_l = T_l^+ T_l \quad (4.3)$$

$$T_l^+ = T_t \quad \text{(4.4)}$$

$$T_t = (T_t)^2 \quad (4.4)$$

故に

行列Tは第3図の $a'_1(a'_2)$ の横運動量 $\vec{k}_f(-\vec{k}_f)$ の関数である。入射粒子 $a_1(a_2)$ が横運動量 $\vec{k}_i(-\vec{k}_i)$ を持つている時、行列Tは \vec{k}_i と \vec{k}_f の関数になる。(4.4)に於いては、後者の解決をとらねばならぬ。そこで

$$T_t = Z(\vec{k}_f) Z^+(\vec{k}_i) \quad (4.5)$$

と書け。

$$Z(\vec{k}) = f_0(\vec{k}) \phi_0 + f_1(\vec{k}) \phi_1 + \dots \quad (4.6)$$

$$(2\pi)^{-2} \int d^2 k \{ |f_0(k)|^2 + |f_1(k)|^2 + \dots \} = 1 \quad (4.7)$$

ϕ_0, ϕ_1, \dots は横方向に於けるハドロンとその励起状態を表わす。明らかに関数 $Z(\vec{k})$ は二次元のハドロンの状態を表わす。

-12-

森 中 村

§5. 討 論

吾々は高エネルギーのハドロン衝突の理論に新しい概念、即ちL-系と分離則を導入した。 p_T 一定とH-量子放出の実験的証拠は、可能な理論をその様な原理の下に制限する。

此のことのよりすすんだ理論的議論に入る前に、(2.2)式の定数 s_0 について議論する。 s_0 はθ-空間の準位の位置とエントランスを表現する。重心系をとつたとき、二つの可能な場合 $s_0 = \frac{1}{2}$ と $s_0 = 0$ がある。H-量子の低エネルギーでの放出に於いては、生成された中間子の運動量分布は、ある特定のパターンを示すであろう。 $s_0 = \frac{1}{2}$ なら、等しい速さの二個の中間子団が反対方向に生成される。一方 $s_0 = 0$ の場合、中間子団の一つは停止する。両方の場合に、非弾性断面積の入射エネルギー依存性をプロットすると、ある周期的ゆらぎが観測されるはづである。何故なら、 $\bar{\nu}\nu$ 粒子対の生成は決つた閾エネルギーを持つているから。併し、もしパラメータ s_0 が統計的に決められていれば、その様なゆらぎの観測は容易でない。

又次の事実に注意を喚起したい。此処にとられた分離則は、かつてAINシユタイン¹⁵⁾により導入された非対称空間の理論により幾何学化できる。

非対称空間に於ける計量テンソルは

$$g_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} + k_{\mu\nu}, \quad (5.1)$$

の様に書け、(5.1)の第一項と第二項は夫々対称及び歪対称成分である。普通第三の場合と呼ばれる特別の場合を除いて、歪対称テンソル $k_{\mu\nu}$ は四個の基本的ベクトル u_{μ}^i ($i=1, 2, 3, 4$)と二個の基本的スカラ- α, β で表わすことが出来る¹⁶⁾

$$k_{\mu\nu} = 2\alpha u_{[\mu}^1 u_{\nu]}^2 + 2\beta u_{[\mu}^3 u_{\nu]}^4 \quad (5.2)$$

$$\text{但し } h^{\mu\nu} u_{\mu}^1 u_{\nu}^2 = 1, \quad h^{\mu\nu} u_{\mu}^3 u_{\nu}^4 = 1. \quad (5.3)$$

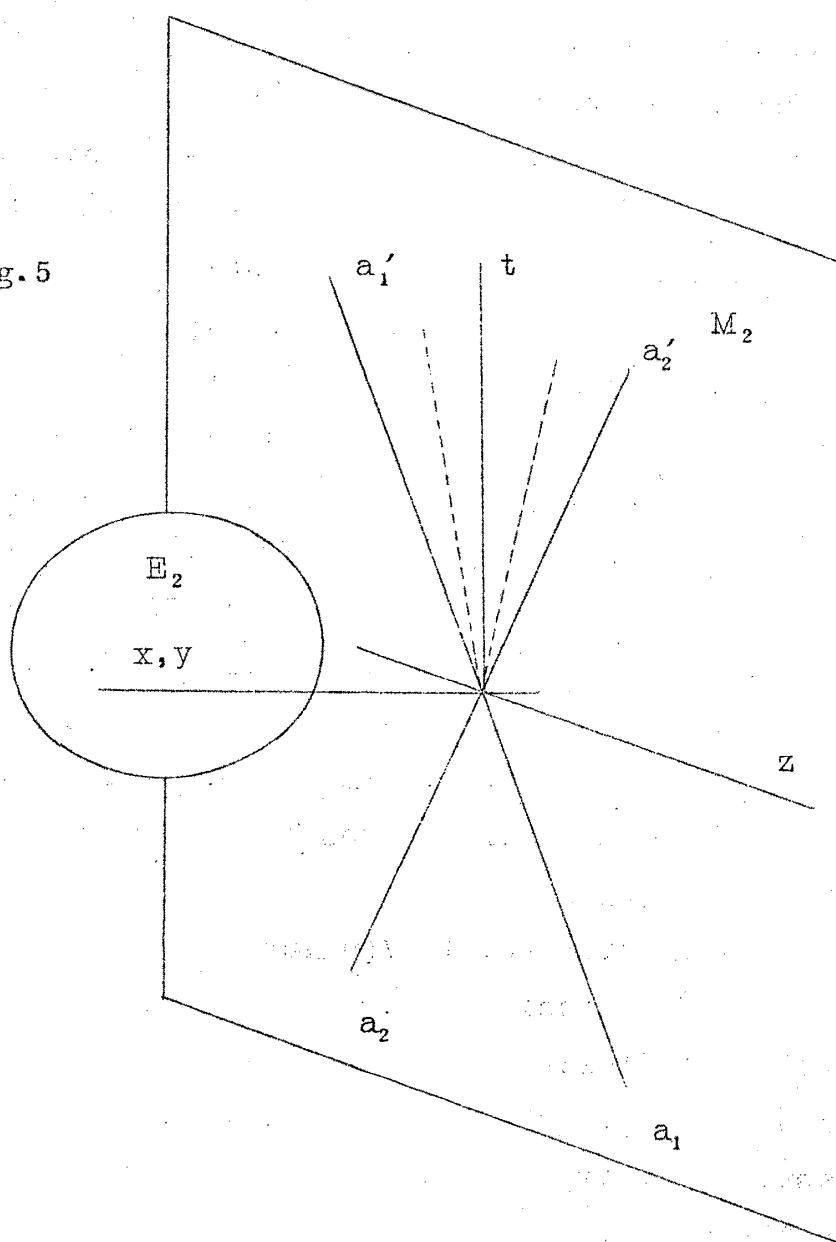
ベクトル u_{μ}^1, u_{ν}^2 は、 u_{μ}^3, u_{ν}^4 に垂直で二次元のミンコフスキ-空間 M_2 を張り、一方 u_{μ}^3 と u_{μ}^4 は二次元のユークリッド空間 E_2 を張る。空間 E_2 と M_2 は、接空間に於ける平面として、意味を持つ。吾々のとつているのは、次の原理で

高エネルギー反応に於ける分離則

ある。入射して来る二つのハドロンの世界線は、第5図に示されている様に、面 M_2 に張る。歪対称テンソル $k_{\mu\nu}$ は、時空で初期状態に於ける物質分布により決定される場と考える。明かに、二次元ミンコフスキイ-空間 E_2 に於ける場の理論は、分離則に於いて縦方向の一次元の力学に対応する。行列要素の横方向の因子は、§4で解析された如く、二次元のユクリッド空間 E_2 に於ける力学によつて決定される。此の様な幾何学化の問題は、後の論文で議論される。又速度空間に何故離散性が現れるかについても、すぐ後の論文で考察する。

(1969年1月15日)

Fig.5



-14-

森 中 村
文 献

- 1) J.Nishimura, Soryushiron Kenkyu 12(1956) 24
C.Kim, Phys. Rev. 136(1964) 515
- 2) V.A.Volfenskaya and L.I.Sarycheva,
Izv. Akad. Nauk. USSR 30(1966) 1594
- 3) Japan-Brasil E.C.C. Collaboration, Proc. Calgary
Cosmic Ray Conference (1967), SJC-P-66-1 and 2
- 4) For example, see Landau, Izv. Akad. Nauk. USSR 17(1953) 57
- 5) M.Koshiba, Proceeding of International Conference on
Cosmic Rays, Calgry (1967)
- 6) E.W.Anderson and G.B.Collins, Phys. Rev. Letters 19(1967)
201
G.Mack, Physics Letters 26B(1968) 515
- 7) See Supplement, Prog. Theor. Phys. 33(1965)
- 8) M.Gell-Mann, Phys. Letters 8(1964) 214
- 9) S.Sakata, Prog. Theor. Phys. 16(1956) 686
- 10) V. V. Guseva, N. A. Doblotin, N. G. Zekvinskaya,
K. A. Kotelnikov, A. M. Lebedev and S. A. Slavatinsky,
J. Phys. Soc. Japan 17, A-III (1961) 375
S. Lal, A. Subramanian, S. C. Tonwar and R. H. Vatcha,
Physics Letters 14(1965) 375
R.W.Huggett, K.Mori, C. O. Kim and R. Levi Setti,
Proceeding of International Conference on Cosmic Rays,
Jaipur, India (1963)
- 11) M.Kato and K.Mori, Sep. 1967(unpublished)
- 12) F.Bumiller, M.Croissiaux, E.Dally and R.Hofsdter, Phys.
Rev. 124(1961) 1623
- 13) A.H.Rosenfeld, A.Barbaro-Galtieri, W.H.Barkas,
P.L.Bastien, J.Kirz and M.Roos,
UCRL-8030-Part I, August, 1965

高エネルギー - 反応に於ける分離則

-15-

- 14) G.Cocconi, A.N.Diddens, E.Lillethum, G.Manning, A.E. Taylor, T.G.Walker and A.M.Wetherall, Phys. Rev. Letters 7(1961) 450
- 15) A.Einstein, "The Meaning of Relativity", fourth ed., Appendix II, Princeton (1953), Princeton University Press.
- 16) V.Hlavaty, "Geometry of Einstein's Unified Field Theory", Groningen (1957), P.Noordhoff Ltd.
H.Takeno, "The Mathematical Theory of Plane Gravitational Waves in General Relativity", Scientific Reports of the Research Institute for Theoretical Physics, Hiroshima University, 1(1961)