-360-

「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における 多重度分布」

4 名才音

白藤孟志(埼玉大 理工)

神 代 尚 芳 (東京理科大 理)

§1 はじめに

ハドロンを含む超高エネルギー散乱において種々のスケイリング則が成立していることが理論的・実験的に明らかにされつつある。Koba, Nielsen及び Olesen¹⁾ はハドロンーハドロン散乱のローレンツ不変な包含的断面積がスケイルするという仮定に基いて、多重度分布がスケイルすることを示した。彼ら によると、N個のハドロンが生成される確率 $P(N) \equiv {}^{\sigma}N / {}^{\sigma}$ inel $t Z \equiv N / {}^{\circ}N > 0$ みの関数で、衝突エネルギーにあらわには依存せず*)

$$\langle N \rangle P(N) = \Psi(N/\langle N \rangle)$$
, (1.1)

但し、<N>は平均多重度でエネルギーと共に変化する。p-p散乱の荷電粒 子多重度に対するセルプコフとバタヴイアのデータはこのスケイリング則と矛 盾していない。^{2,3)}

この論文は、多重発生でつくられる終状態ハドロンは2つ以上の独立なクラ スターからなると仮定し、***)各クラスターの多重度分布が最も簡単な形(ガウス 関数及び指数関数)をとる場合に***、全多重度分布が現在の実験値****)と矛盾 しないかどうかを吟味する。(この論文では各クラスターの親のことは火の玉と 呼ぶ。

*) この小論に於ては、このことをKNOスケイリング則と呼ぶ。

**) 2-火の玉模型や limiting fragmentation仮 説、多重火の玉模型では この仮定は満たされている。

)ガウス関数及び指数関数分布はKNOスケイリング則を満たす。 *以下特に断らないが、実験値は全てSlattery²⁾による。 「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における多重度分布」

m個の火の玉がつくられる場合には、全多実度分布P(N)は、1つの火の玉が n個のハドロンに崩壊する確率をpnとすると

$$P(N) = \Sigma \delta_{N, \Sigma n_{i}} \prod_{j=1}^{m} p_{n_{j}}$$
(1.2)

で与えられる。火の玉の崩壊多重度分布 pn がKNO スケイリング則を満たす 場合には、

$$p_n = \psi(n/)$$

$$= Sn p_n$$

$$(1.3)$$

全多重度分布 P(N) もやはり KNO スケイリング則を満たす。

$$< N > P_{\text{ff}}(N) = \Psi(N / < N >)$$

$$(1.4)$$

<N>=m<n>

$$\Psi(z) = m \int_{0}^{\infty} \cdots \int_{0}^{\infty} \delta(mz - \Sigma u_{i}) \prod_{i=1}^{m} \psi(u_{i}) du_{i}$$

ガウス関数分布の場合には、2個の火の玉がつくられるとき、実験とかなり よい一致を示す。指数関数分布の場合には、2個の火の玉だけでは一致は余り よくないので、火の玉の数を増やす必要がある。クォーク数の勘定を考慮して 標的陽子及び入射陽子からそれぞれ高々3個の火の玉がつくられると仮定し^{*)} 実験値をどれぐらい再生できるかを調べる。

指数関数分布は次のように理解できる。火の玉が光学における光源と類似の 性質を持ち

[I]放出される中間子の密度行列のはP-表示で表現でき、

[II]火の玉は統計的には独立で同種の集団と見なせる

ならば、異った運動量の中間子が完全にコヒーレント**)のときに限り崩壊多重 度分布は指数関数になる。従って指数関数多重度分布の場合は、火の玉のハド ロン放出を準古典的な光の放出過程と似た現象と見なせることが期待できる。

*) 即ち、火の玉の数は高々クオークの数であると仮定する。

**) コヒーレンスの意味は後になっきりと定義する。

-362-

白藤・神代

§2でガウス関数の場合を、§3で指数関数の場合を述べる。§4では光の コヒーレンスとの類推により、指数関数多重度分布を持つ火の玉の模型を考察 する。§5で結果をまとめる。

Fig.1(a),(b),(c)

§2 ガウス関数多重度の2-火の玉模型 まづはじめに、火の玉の崩壊多重度分布 pn に対してガウス関数

$$p_n = b e^{-an^2}$$

を仮定し、2-火の玉模型における多重度分布を調べてみる。(Fig.1(a)参照) 1つの火の玉から放出されるハドロンの平均多重度を<n>とすると

$$\langle n \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} n p_n$$

<n>> ≥1の場合には

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \simeq \int_0^{\infty} b e^{-a z^2} dz = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} n p_n \simeq ^2 \int_0^{\infty} b e^{-a z^2} z dz = \frac{b}{2a} ^2$$

となる。従って分布関数 p_n は

 $\sim 10^{-1}$

$$p_n = \psi(n/)$$

 $\psi(u) = \frac{2}{\pi} e^{-\frac{1}{\pi}u^2}$ (2.1)

で与えられ、KNO スケイリングを満れしている。 全多重分布 P(N) は (1・4) により

$$P(N) = \Psi(N/)$$

 $= 2$

(2.2)

A 3

「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における多重度分布」 $\Psi(z) = 2 \int_{0}^{\infty} du_1 \int_{0}^{\infty} du_2 \,\delta(2z - u_1 - u_2) \,\Psi(u_1) \,\Psi(u_2)$ $= \frac{8}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{2}{\pi}Z} \int_{0}^{\sqrt{\frac{2}{\pi}-Z}} e^{-u^{2}} du$

荷電粒子多重度分布 P(ch)(N)の場合には、nは奇数、Nは偶数だから、(2.1) 及び (2.2) は次のようになる。

ie ...'

$$_{ch} p_{n}^{(ch)} = \psi^{(ch)}(u)$$

$$\psi^{(ch)}(u) = \frac{4}{\pi} e^{-\frac{1}{\pi}u^{2}}$$

$$_{ch} = \sum_{odd} n p_{n}^{(ch)}$$

$$_{ch} P^{(ch)}(N) = \psi^{(ch)}(N < N>_{ch})$$

$$\psi^{(ch)}(z) = 2(\frac{4}{\pi})^{2} e^{-\frac{2}{\pi}Z^{2}} \int_{0}^{Z} e^{-\frac{2}{\pi}u^{2}} du$$

$$= \frac{16}{\pi} - \frac{2}{\pi} e^{-\frac{2}{\pi}Z^{2}} \int_{0}^{\sqrt{2}\pi} e^{-u^{2}} du$$

$$(2.4)$$

$$_{ch} = \sum_{even} P^{(ch)}(N) N$$

𝐙^(ch)(z) のグラフをFig.2 に示す。(破線) ピークは少し低くすぎるが実験 値とよく一致している。

§3 指数関数多重度火の玉模型

火の玉の多重度分布 p_nが指数関数の場合には

$$\langle n \rangle p_n = \psi(n/\langle n \rangle)$$

$$\langle n \rangle = \sum_{n} n p_n$$

$$\psi(u) = e^{-u}$$

$$(3.1)$$

-363-

(2.3)

(2.4)

-364-

白藤・神代

で与えられ、KNOスケイリングをみたしている。

- (i) 火の玉が2つの場合、(Fig.1(a) 参照)
 - (3.1)を(1.4)へ代入すると全多重度分布 P2(N) は次式となる。

$$\langle N \rangle P_{2}(N) = \Psi_{2}(N/\langle N \rangle)$$

$$\langle N \rangle = 2 \langle n \rangle$$

$$\Psi_{2}(Z) \equiv 4Z e^{-2Z} .$$

$$(3.2)$$

荷電粒子多重度分布に対しては次式を得る。

$$_{ch} P_{2}^{(ch)}(N) = \Psi_{2}^{(ch)}(N/_{ch})$$

 $\Psi_{2}^{(ch)}(z) = 8ze^{-2Z}$. (3.3)

Ψ₂^(ch)(z)のグラフをFig.2に示す。(点線) 実験値からかなりずれている。
 (ii) 火の玉が3つの場合 (Fig.1(b)参照)

(3.1)を(1.4)へ代入すると全多重度分布 P₃(N) は次式となる。

$$P_{3}(N) = \Psi_{3}(N/)$$

$$= 3 < n>$$

$$\Psi_{3}(z) = \frac{27}{2} z^{2} e^{-3Z} .$$
(3.4)

荷電粒子多重度分布に対しては次式を得る。

$$_{ch} P_{3}^{(ch)}(N) = \Psi_{3}^{(ch)}(N/_{ch})$$

$$\Psi_{3}^{(ch)}(z) = 27 z^{2} e^{-3Z} .$$
(3.5)

*) p_n, ψ(u), Ψ(z)等前小節と同じ記号を使うが定義は異っている。

「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における多重度分布」 -365-

Fig.1(c) は標的、入射粒子が共に2個の火の玉に励起された場合を示す。 標的が1個、2個、3個、…の火の玉に励起される確率は α , β , r … と すると、 $(\alpha + \beta + r + \dots = 1)$,標的部分の多重度分布 $P^{(t)}(N)$ は次式で与えら れる。

$$P^{(t)}(N) = \alpha P_1(N) + \beta P_2(N) + r P_3(N) + \cdots$$
(3.6)

但し $P_i(N)$ はi個の火の玉が励起された場合の多重度分布で、i=1,2,3 に 対しては

$$P_{1}(N) = \frac{1}{\langle n \rangle} \exp \left[\frac{N}{\langle n \rangle} \right]$$

$$P_{2}(N) = \frac{1}{\langle n \rangle} \exp \left[-\frac{N}{\langle n \rangle} \right]$$

$$P_{3}(N) = \frac{1}{2\langle n \rangle} \left(\frac{N}{\langle n \rangle} \right)^{2} \exp \left[-\frac{N}{\langle n \rangle} \right]$$
(3.7)

で与えられる。(<n>は一つの火の玉の平均多重度) 標的部分の平均多重度 <N>_tは

$$<\mathbb{N}>_{t} = (\alpha + 2\beta + 3\gamma + \cdots) < n>$$
 (3.8)

で与えられる。

入射粒子部分の多重度分布 P^(p)(N) に対しても同じ式が成立する。p-p散 乱の場合には

$$P^{(t)}(N) = P^{(p)}(N)$$
 (3.9)

である。全多重度分布 P(N) は

$$P(N) = \sum_{n=1}^{N-1} P^{(t)}(N-n) P^{(p)}(n)$$
(3.10)

で与えられる。全平均多重度<N>は

$$= _{t} + _{p}$$

白藤・神代

$$= A < n > , \qquad (3.11)$$
$$A = 2 (\alpha + 2\beta + 3\gamma + \cdots)$$

で与えられる。
 <N>P(N)は N/<N>のみの関数で、 KNOスケイリングをみたす。

標的及び入射粒子の火の玉生成に対してクォーク数カウンテイングが成立す る場合には、α,β及びrはそれぞれ1個、2個、3個のクォークが同時に火 の玉に励起される確率と解釈できる。重粒子からは高々3個の火の玉しか励起 されない。

p-p散乱の場合に、α,β及びrのみが零でないと仮定すると、(3.6)~ (3.9)を(3.10)へ代入してP(N)に対して次式を得る。

$$< N > P(N) = \Psi(N < N)$$

$$\Psi(z) \equiv Ae^{-Az} (Az) \left[\alpha^{2} + \alpha \beta (Az) + \frac{1}{6} (\beta^{2} + 2\alpha r) (Az^{2} + \frac{\beta r}{12} (Az)^{3} + \frac{r^{2}}{120} (Az)^{4} \right].$$
(3.12)

多重度能率 <N^k> は

$$\langle N^{k} \rangle \equiv \sum_{N} N^{k} P(N)$$

$$= (\langle N \rangle)^{k} \int_{0}^{3} z^{k} \Psi(z) dz$$

$$(3.13)$$

によって与えられる。実験ではN≤3<N>の多重度しか観測されていないので、積分の上限を3でおさえた。

荷電粒子多重度分布に対しては次式を得る。

$$$$\Psi^{(ch)}(z) = 2Ae^{-Az} (Az) \left(\alpha^{2} + \alpha\beta (Az) + \frac{1}{6} (\beta^{2} + 2\alpha r) (Az)^{2} + \frac{\beta r}{12} (Az)^{3} + \frac{r^{2}}{120} (Az)^{4}\right)$$

$$_{ch} = \frac{1}{2} (_{ch})^{k} \int_{0}^{3} z^{k} \Psi^{(ch)}(z) dz$$

$$= .$$
(3.14)$$

「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における多重度分布」

積分の上限はこの場合にもェ=3でおさえた。

多重度分布(3.13)及び(3.14) は2個の自由パラメタを含んでいる。荷電粒 子多重度分布 W^(Ch)(z) を実験値と比較すると、両者が一致するには

1) α 及び r の寄与が重要で、

$$\alpha: r \cong 1:2$$

であり、

11 11 11 1

2) βの寄与は余り大きくない

$$\beta \ll r$$

ことが必要である。

最適値を求めていないが、代表として $\alpha = 5/18$, $\beta = 1/18$, r = 2/3 の場合 の $\psi^{(ch)}(z)$ をFig.3に記した。(実線) 多重度能率 $<N^k>_{ch}$ の値は次のよう (1, 1, 2, 2) and (1, 2, 2) and (1, 2) and (1, 2) and (1, 2)になる。

但しかっと内の数字は実験値である。 $<N'>_{ch}$ 及び $<N'>_{ch}$ の値は z 積分の 上限の値にかなり依存する。上記の計算値は zmax=2.93 に対する値である。

指数関数分布の火の玉の場合には、ピークの位置と高さとを実験値に一致さ せると、 2 ≥ 2 では値が実験値よりやや大きくなる。このために高次の多重度 能率の値は実験値より大きくなる。

指数関数分布の物理的意味づけ § 4

火の玉が光学における光源と似た性質、即ち§-1 に述べた性質[I] 及び[II] an an an thair an an thair an

-367-

-368-

白藤・神代

を持つならば、放出されるハドロンが完全にコヒーレントの時に限り、火の玉の崩壊多重度分布は指数関数分布(3.1)になることを示す。*)

簡単のために中性スピン零粒子のみ考える。運動量kを持つ粒子の消滅演算 子を a(k), それに対応する規格化したコヒーレント状態を | a_k > と記す。

$a(\mathbf{k}) \alpha_{\mathbf{k}} > = \alpha_{\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{k}} >$	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
$[a(k), a^+(k')] = \delta_{k,k'}$	<pre></pre>	(4 • 1)
$< \alpha_k \alpha_k > = 1$.		$e_{S_{1}} = i \sigma$.

仮定[I]によって、一つの火の玉の放出する中間子の状態を表わす密度行列 ρは、火の玉の静止系では

$$\rho = \int \prod_{k} d^{2} \alpha_{k} | \{\alpha_{k}\} > P(\{\alpha_{k}\}) < \{\alpha_{k}\} | \qquad (4.2)$$

と表わすことができる。但し、 $|\{\alpha_k\}\rangle \equiv \prod |\alpha_k\rangle$ で $P(\{\alpha_k\})$ は全ての α_k の関数であることを意味する。仮定[II]を使って、次の二つの両極端の場合の多重度分布を調べる。

(i) 完全にコヒーレントで、異ったモードに対する ak の間の位相差が完全 に決っている場合。

この場合には、あるkの関数 $\beta_k (\sum_k |\beta_k|^2 = 1)$ があり、 $P(\{\alpha_k\})$ は $\alpha_k = c\beta_k$ (cは任意の複素数)に対してのみ零でない。消滅演算子aを

$$a = \sum_{k} \beta_{k} a(k), \qquad (4.3)$$
$$(a, a^{+}) = 1$$

によって定義すると、密度行列のはこのモードしか含んでいない。

$$\rho = \int |\alpha > P(\alpha) < \alpha |$$

$$a |\alpha > = \alpha |\alpha >$$
(4.4)

「火の玉がモードaの粒子のみを放出する、統計的に独立な同種の源の集団

*)以下の説明は Glauber⁴⁾のコヒーレンスの理論に従う。

「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における多重度分布」

と見なせる」場合には、 Glauber が示したように $P(\alpha)$ は

$$P(\alpha) = \frac{1}{\pi < n >} \exp \left[-|\alpha|^2 / \right]$$

$$= \int |\alpha|^2 P(\alpha) d^2 \alpha$$

$$(4.5)$$

-369-

によって近似できる。 (4.5)を(4.4) へ代入すると、 p は次式で与えられる。

$$\rho = \sum_{n=0}^{\infty} p_n |n > < n|$$

$$p_n \equiv \frac{1}{n! < n > \int_0^\infty x^n e^{-x} - \frac{x}{ dx}$$

$$= \frac{1}{(1 + \frac{1}{\sqrt{n}})^{-(n+1)}}$$
(4.6)
(4.6)
(4.7)

但し |n>はモード a の n 粒子状態である (a⁺a |n>= n |n>)。 n 及び < n> が大きい場合には (4.7) は次式で近似できる。

$$p_n = \frac{1}{\langle n \rangle} \exp \left(-\frac{n}{\langle n \rangle}\right)$$
 (4.8)

従って、完全にコヒーレントな場合には、火の玉の放出する中間子の多重度分 布はnの指数関数によって近似できる。

(ii) $P(\{\alpha_k\})$ が $|\alpha_k|^2$ のみの関数の場合

各モードの ak の位相は全く任意で、完全にインコヒーレントであり、更に P({ak}) は各モードの積に分解できる。4)

$$P(\{\alpha_k\}) = \prod_k q_k(\alpha_k) .$$
(4.9)

 $(q_k(a_k) t |a_k|^2 のみの関数) 重み関数 P(\{a_k\}) から p_n(n>0) を$

$$p_{n} = / \cdots / \delta \left(n - \sum_{k} |\alpha_{k}|^{2} \right) \prod_{k} q_{k}(\alpha_{k}) d^{2} \alpha_{k}$$
(4.10)

によって定義すると、 pn は規格化条件

$$\int_{0}^{\infty} p_{n\,dn} = 1$$

13.33

-370-

白藤・神代

をみたし、平均粒子数<n> は

$$= f \cdots f \left(\sum_{k} |\alpha_{k}|^{2}\right) \prod_{k} q_{k} (\alpha_{k}) d^{2} \alpha_{k}$$
$$= \int_{0}^{\infty} n dn p_{n} (\approx \sum_{n} n p_{n})$$
(4.11)

で与えられる故、 p_n は密度行列 ρ の状態が n 粒子状態にある確率を表わすと 考えてよい。

 $q_k(a_k)$ 及び p_n のラブラス変換 $\xi_k(\lambda)$ 及び $B(\lambda)$ を

$$\varepsilon_{k}(\lambda) = \pi \int_{0}^{\infty} q_{k}(\sqrt{m_{k}}) e^{-\lambda m_{k}} dm_{k}$$

$$\varepsilon(\lambda) = \int_{0}^{\infty} p_{n} e^{-\lambda n} dn$$

$$\{4.12\}$$

によって導入すると、 (4・10)によって

$$\Xi(\lambda) = \prod_{k} \xi_{k}(\lambda)$$
(4.13)

を得る。平均粒子数<n>が大きい場合には、 p_n はnの大きい処での振舞が 重要であり、ラフラス変換 $B(\lambda)$ では λ の小さな領域が重要になる。 λ の小さな値に 対しては、 (4・12)の $\xi_k(\lambda)$ は次のように近似できる。

$$\xi_{k}(\lambda) \simeq 1 - \lambda < m_{k} > \tag{4.14}$$

$$\pi \int_{0}^{\infty} q_{k} (\sqrt{m_{k}}) dm_{k} = \iint q_{k} (\alpha_{k}) d^{2} \alpha_{k} = 1$$

$$\pi \int_{0} m_{\mathbf{k}} q_{\mathbf{k}} (\sqrt{m_{\mathbf{k}}}) dm_{\mathbf{k}} = // |\alpha_{\mathbf{k}}|^{2} q_{\mathbf{k}} (\alpha_{\mathbf{k}}) d^{2} \alpha_{\mathbf{k}} = < m_{\mathbf{k}} > .$$

を使った。(<m_k>はモードkの平均粒子数) (4.14)を代入すると(4.12)は次のように書ける。

$$\Xi(\lambda) = \prod_{k} (1 - \lambda < m_{k})$$

 $\{i, k\}$

「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における多重度分布」 -371-

$$\simeq \exp\left\{-\lambda \sum_{k} \langle m_{k} \rangle\right] \qquad (4.15)$$

$$= \exp\left\{-\lambda \langle n \rangle\right\}.$$

この式を (4.12)と比較すると

$$p_n = \delta (n - \langle n \rangle) = \frac{1}{\langle n \rangle} \delta (\frac{n}{\langle n \rangle} - 1)$$
 (4.16)

が得られる。従って完全にインコヒーレントな場合には、火の玉の放出する多 重度分布に平均多重度の処で鋭いピークを持つ。

以上の結果は次のようにまとめられる。完全にコヒーレントで唯一つのモー ドのみが寄与している場合には多重度分布は指数関数で与えられるが、コヒー レンスがくずれて多くのモードの寄与が効いてくると多重度分布の巾は段々と せまくなる。完全にインコヒーレントになって全モードが無秩序に寄与する極 限では多重度分布にゆらぎがなくなる。

§5 結び

超高エネルギー衝突でつくられるハドロンがいくつかの独立な火の玉から放 出されると仮定し、各火の玉の多重分布が最も簡単なガウス関数分布及び指数 関数分布の場合について、多重度分布を実験値と比較した。結果は次のように まとめられる:

1) ガウス関数分布の場合には、2-火の玉模型で実験値とよく一致する。 併し、この分布に物理的意味を与えることはできなかった。

2) 指数関数分布の場合。 火の玉が2つの場合には実験と合わないが、 火の玉が3つの場合にはかなり改良される。標的及び入射粒子から独立にいく つかの火の玉が励起される模型では、2個の自由パラメタを適当に選べば実験 値とよく一致する。

火の玉が次の仮定をみたすならば多重度分布は指数関数になることを指摘した:

[I] 放出される中間子は完全にコヒーレントで、P-表示によって表現できる。

-372-

白藤・神代

[II] 火の玉を統計的に独立な同種の源の集団とみなすことができる。

従って、超高エネルギー衝突に際して標的と入射粒子がコヒーレントな中間 子を放出すると考える準古典的多重発生模型*)の多重度分布は実験と矛盾しな い。

References

- 1) Z. Koba, H.B. Nielsen and P. Olesen, Nucl. Phys. <u>B40</u> (1972),317.
- 2) P. Slattery, Phys. Rev. Letters <u>29</u> (1972),1624; University of Rochester preprint UR-409 (1972).
- 3) A.J. Buras and Z. Koba, Niels Bohr Institute, preprint NBI-HE-73-1.
- 4) R.J. Glauber, Phys. Rev. <u>131</u> (1963), 2766.
- 5) G. Domokos, Phys. Rev. <u>D4</u> (1971), 3708.
 - P. Minkowski, CERN preprint TH-1591.

*) クオーク対が対凝縮を起しているクオーク模型⁵⁾では、中間子の源 Ψ(x)ψ(x)(ψ(x)はクオーク場演算子)を基底状態による期待値 <Ψ(x)ψ(x)> で おき替えることができ、多重発生は準古典的に記述できると予想される。 「超高エネルギー多重発生の火の玉模型における多重度分布」

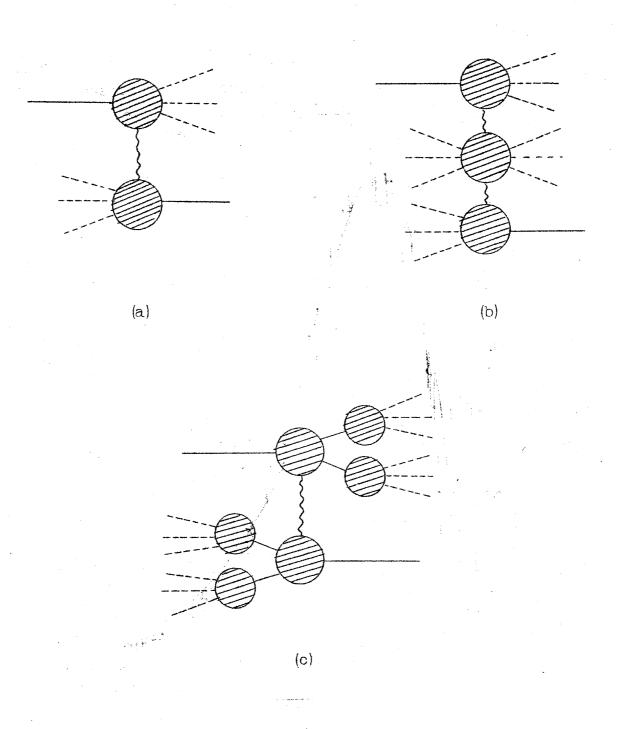


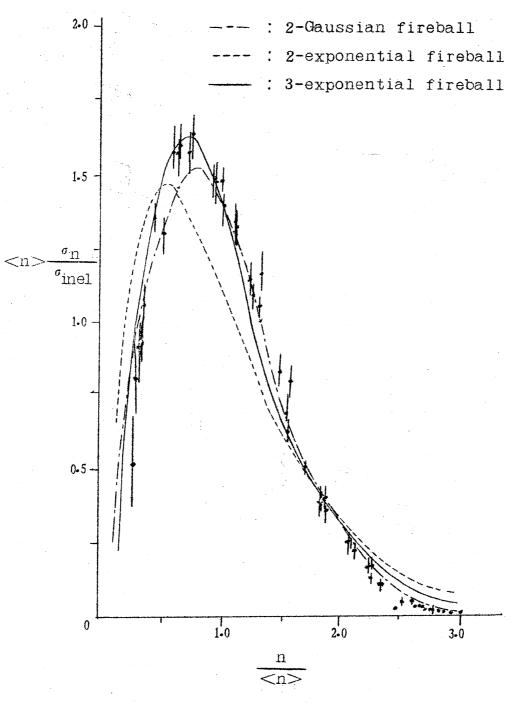
Fig. 1

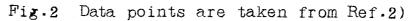
-374-

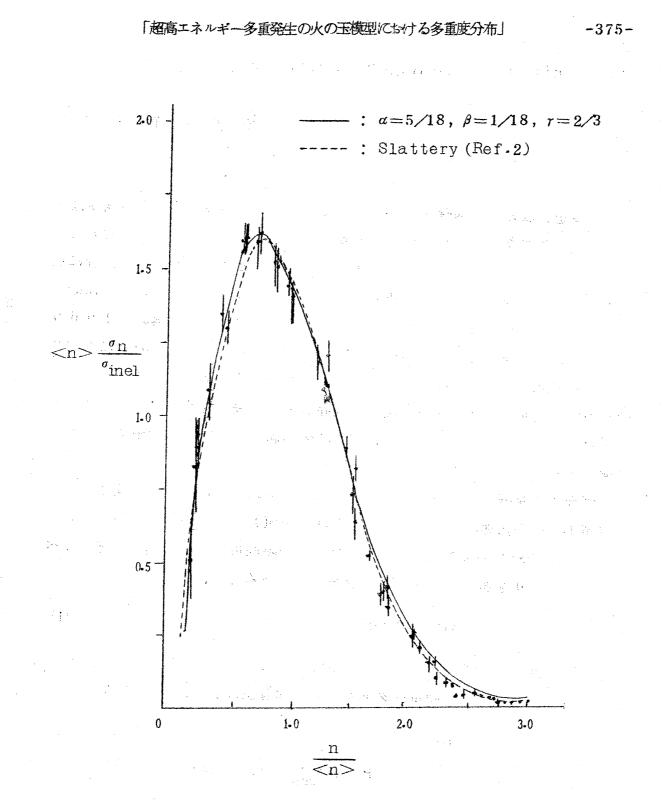
白 神 藤

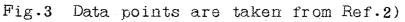
代











(a) 100 and 100 and