

落水水膜の挙動に関する研究*

佐藤 勇一^{*1}, 三浦 秀一^{*2}, 長嶺 拓夫^{*3}
森井 茂樹^{*4}, 大久保 精二^{*4}

Behavior of a Falling Water Sheet

Yuichi SATO^{*5}, Shuichi MIURA, Takuo NAGAMINE,
Shigeki MORII and Seiji OHKUBO^{*5} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo-okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

This paper describes experimental and analytical study on the behavior of falling water sheets. Falling water sheet flowing over a dam sometimes oscillates. It in turn causes vibrations of paper sliding doors or windowpanes of houses in the neighborhood since its frequency is low. Experimental results shows that the frequency of water sheet is the same as that of the pressure in the air chamber. Water sheet vibration is closely related with an air chamber behind the water sheet. The vibration can be suppressed by putting a baffle at an appropriate height in an air chamber. Further, water sheet behavior is analyzed. Comparing experimental data with analytical ones we conclude that sheet vibration occurs around the conditions where the work done by the water sheet on the air chamber reaches a maximum.

Key Words: Self-excited Vibration, Falling Water Sheet, Air Chamber, Vibration Suppression

1. ま え が き

砂防ダムのような固定堰,あるいはゲートのような堰から水が膜状になって落下する場合,しばしば水膜振動が発生し,民家の障子や窓ガラスを振動させたり,ゲートそのものを振動させたりして問題となることがある.この現象は一般に,水膜自身の不安定性,水膜背後の空気圧力の変動,ゲート自体が振動系と見なせる場合の3つの要因に基づくと考えられている.

空気中に噴出された液体の挙動は19世紀頃から研究されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾.1953年にSquireやYorkは主に液膜と空気の慣性力やせん断力の不均一に起因する流体力学的不安定性に着目し,空気中を移動する液体の不規則な挙動やばらけを検討し,液膜は空気中の移動速度が大きいほど不安定で,表面張力が大きいほど安定になり,また移動速度,表面張力によって不安定化する振動数の上限と,最も発生し易い振動数が決まることを明らかにした⁽⁴⁾⁽⁵⁾.その後Hagartyら⁽⁶⁾によって液膜の不安定にはサイナスモードとディレイショナルモードが存在することなどが分かり,更に数値計算を利用して粘性や重力を付加した解析も行われている⁽⁷⁾⁻⁽¹⁰⁾.

堰から落下する水膜振動に関する研究も1940年頃か

らなされ,水膜と堰との間の空気圧力の変動がひとつの要因となっていると報告されている⁽¹¹⁾.1964年Schwartz⁽¹²⁾は実験を行いその結果から,閉空間内部の周期的圧力変動が最も水膜の振動にエネルギーを与えるとこの条件を定性的に考察し,水が堰を落下する時間×発生振動数 $=K+\delta$ ($K=1,2,3,\dots$, $\delta=1/4$)となるとの結果を導いた.その後,Treiber⁽¹³⁾が堰を超えて流れる水膜の解析を行い,一方Kolkman⁽¹⁴⁾は背面に閉空間を有する鉛直落水膜の挙動に及ぼす閉空間の影響を検討した.大久保ら⁽¹⁵⁾は,同様の系で実験を行い,観察されたいくつかの振動数のうち,一番高いものは,流体力学的不安定性による振動数に近い値と報告している.Casperson⁽¹⁶⁾と京簾⁽¹⁷⁾はその流体力学的不安定性の影響を考慮に入れ解析を行なった.

他方,ゲート自体が振動系とみなせる要素を持つフラップゲートなどが絡んだ振動に関する研究も進められている⁽¹⁸⁾⁻⁽²¹⁾.さらに水面に生じる定在波と水膜の共振などの要素も挙げられている⁽¹¹⁾.

固定堰などでみられる水膜振動は水膜背後空間の圧力変動が支配的なナップ(Nappe)振動と考えられる.対策としてスポイラーをつけ,越流水膜をある幅で分割し,水膜背後と前方の圧力差が無くなるようにする方法がとられている.しかしこの方法を採用しても水膜の厚さによって振動が発生することもある.水膜振動の発生原因には様々な現象が複合的に影響しているが,本研究では原因のひとつと考えられている水膜背後の空気との連成に着目し,この水膜振動の発生メカニズム解明のため鉛直落下する水膜の挙動についてまず実

* 原稿受付 2004年11月1日.

^{*1} 正員,フェロー,埼玉大学工学部(〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255).^{*2} 学生員,埼玉大学大学院理工学研究科.^{*3} 正員,埼玉大学工学部.^{*4} 正員,三菱重工業(株)(〒231-8715 横浜市中区錦町12).

E-mail: ysato@mech.saitama-u.ac.jp

験, さらに理論解析を行った. そして, これまでの研究では余り注目されなかった水膜の下方向の挙動が水膜振動に大きな影響を与えることを明らかにしたので下に報告する.

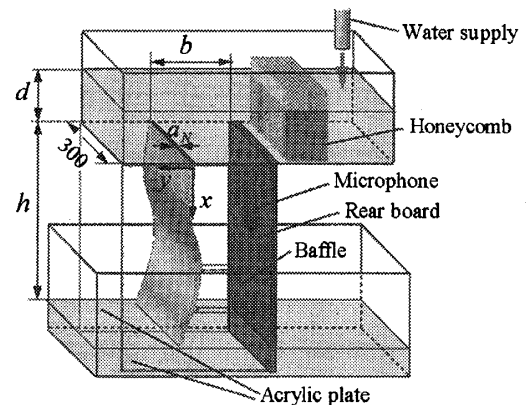
2. 主な記号

- a, a_N : 水膜の厚さ, 上部水槽のスリット幅
 u, u_N : 水膜の x 方向(鉛直方向)の速度,
 上部水槽から放出される水膜の初速度
 v : 水膜の y 方向(水膜厚さ方向)の速度
 η : 水膜の x 軸からの微小変位
 Δp : 大気圧 p_0 からの閉空間内の微小変動圧力
 $\omega = 2\pi f$: 閉空間内圧力変動の角振動数
 h : 落下高さ
 ρ_w : 水の密度
 T : スリット出口から水面までの落下時間
 S : $T \times f$ (落下時間 \times 振動数)

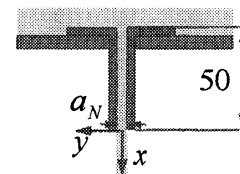
3. 実験

図 1 に実験装置概略図を示す. 上部水槽底に開けられた幅 a_N (1.3 または 3.1 mm), 長さ 300 mm のスリットから水が下部水槽へ落下する. 落下する水が完全な水膜を形成するように図 1(a) に示すスリットの手前と後側に透明なアクリル板(側板)を垂直に設置した. さらに, スリットと平行に b (300, 200, 95 mm の 3 種類)だけ離して背面板を垂直に設けた. 水膜, 側板, 背面板および下部水槽内の水によって, 閉空間が形成される. 一般に落下する水膜の速度が高くなると, 水膜は振動を始める. 水量が不足して水膜が途中で大きく破れているときは振動は発生しにくい, また, 振動が発生しているときに水膜を棒などで破ると振動は収まる. 実際には側板, 背面板と上部水槽底との間はわずかなすき間が存在しているが, 以下では簡単のため閉空間と表現する.

図 1(b) に示すように上部水槽からスリットを通して水が滑らかに落下するように 2 枚の板をノズルとして取り付けた. 上部水槽内の水位 d (上部水面からスリット出口までの距離)は 150, 200, 250 mm とし, 下部水槽の水をポンプで上部水槽へ汲み上げ, 実験中は同一の水位を保った. スリットとの間に整流板を置いた. 下部水槽の水位を変化させることにより, 落下高さ h を 470~620 mm の範囲で変えた. ただし, 実験中は水膜が振動するため下部液面は波立っており, 真の落下距離とは少し異なるが, 液面に整流板を置き, 波立たないようにしても, 水膜振動の発生に関してはほとんど影



(a) Overview



(b) Water outlet from the upper reservoir

Fig. 1 Experimental apparatus

響は無かった.

水膜振動の様子を高速度カメラ(30~500 fps)で撮影し, 各条件における発生振動数などを調べた. また, 閉空間内の圧力変動も測定した.

図 2 に水膜振動が十分発達したときの, 振動の一周期にわたる水膜形状と, 閉空間内の圧力変動の一例を示す. 各水膜の右側が閉空間である. 水膜の山の一つの各瞬間の位置を三角印で示してある. 図から水膜振動が上から下へ向かう進行波であること, 水膜下部ほど振幅が増加していること, また, 重力によって加速されるため, 水膜下部ほど流速が速くなり波長が長くなっていることがわかる. 閉空間内の圧力は水膜振動と同じ振動数で周期的に変動しており, 図 2(a) に示すように水膜最下部が開空間側(左側)に変位したときに圧力は最高となり, 図 2(e) に示すように閉空間側(右側)に変位したとき最低となっている. さらに, これら水膜最下部の変位が最大(最小)となる付近で閉空間圧力は急に増加あるいは減少している. この関係はその他の条件においても共通に見られた.

落下高さなどの条件を同じくして, 水膜が静止した状態から振動が生じたとき, いくつかの異なる振動数の水膜振動が発生した(以下ではこれらをモードと呼ぶ). その一例を図 3 に示す. この条件下では振動数 (a) 9.8 Hz と (b) 14.0 Hz の二つの振動数の水膜振動モードが発生した. 図から明らかのように高い振動数の方が発生した水膜の波長は短い.

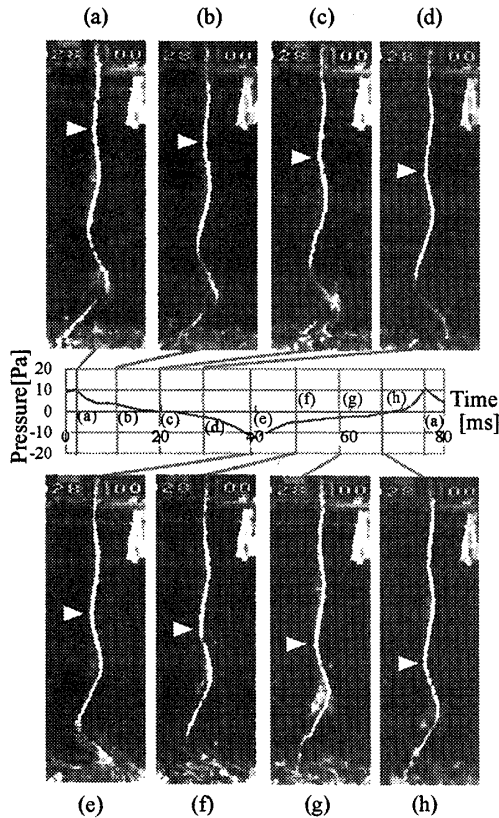
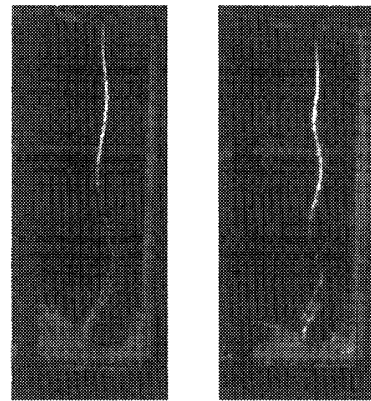


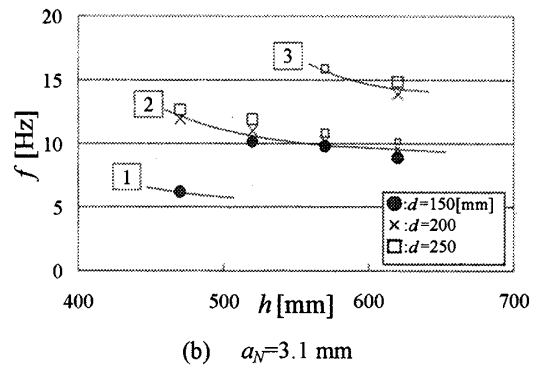
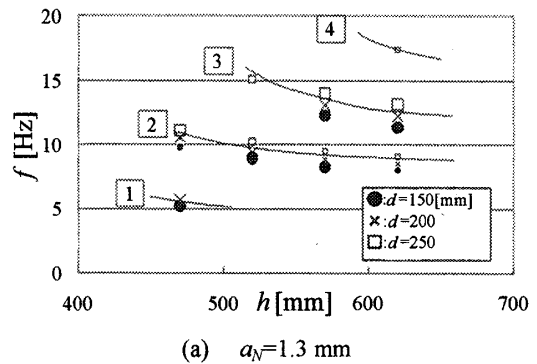
Fig.2 Relation between pressures in the air chamber and water-sheet configurations ($a_N=1.3$ mm, $b=300$ mm, $d=250$ mm, $h=621$ mm, $f=13$ Hz)

図3の条件では2つの振動モードが発生したが、本実験では他の実験条件で1~3つのモードが発生した。その複数のモードのうち発生しやすいモードと発生し難いモードがあった。振動発生直後は複数のモードが混在した状態になることもある。どのモードが選択されるかというメカニズムは分からないが、短時間(2~5秒程度)でいずれかひとつのモードに落ち着いた。なお、水膜を単純に質量、閉空間の空気をばねと考えた1自由度系のばね質量系の固有振動数は実験で現れた振動数より10倍以上高かった。

スリット幅 a_N 、閉空間奥行き b 、上部水位 d などのパラメータを変化させたときの水膜の振動数 f を落下高さ h に対してまとめて示したのが図4である。同じ落下高さにおいて、発生し易い振動数は大きな記号で示している。図4(b)の $h=620$ mm に示されている2つの振動数が図3に対応している。図からわかるように現れた振動数はいくつかのグループに分かれている。図5で説明するが、実線で連ねた実験値は図3で述べた振動モードが同じことを示し、また、四角で囲んだ数値は、ある流体粒子が高さ h を落下する間のおよその振動回数である。



(a) 9.8 Hz (b) 14.0 Hz
Fig.3 Two modes of water sheet vibration ($a_N=3.1$ mm, $h=620$ mm, and $d=250$ mm)



(a) $a_N=1.3$ mm (b) $a_N=3.1$ mm
Fig.4 Observed water-sheet vibration frequency versus h

図から上部水槽の水位 d および h が大きいほど、より高い振動数のモードが現れることがわかる。同じモードで見ると h が大きくなると振動数 f は少し減少する。他の条件を変えずに閉空間奥行き b のみ 300, 200, 95 mm とを変えても現れる振動数は変わらなかった。

上部水槽のスリット出口から落下する水膜の初速度 u_N は、スリットから流れ出る流量 Q を測定し、スリット出口の断面積 A との関係式

$$Au_N = Q \tag{1}$$

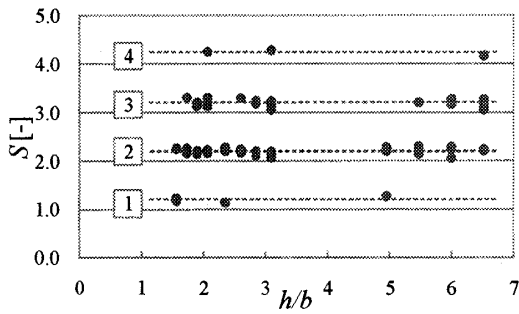
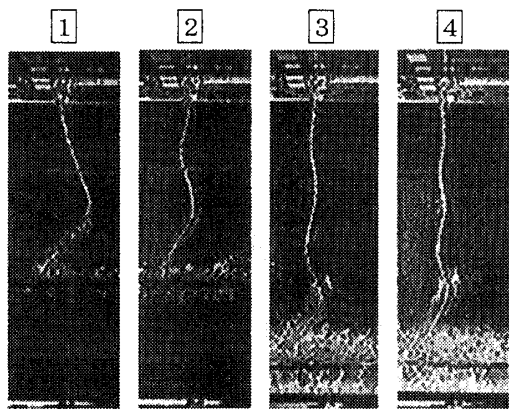


Fig. 5 S versus h/b



(a) 1st mode (b) 2nd mode (c) 3rd mode (d) 4th mode
Fig. 6 Observed mode shapes

から求めた。水位 d と u_N との関係は流量係数を C として

$$u_N = C\sqrt{2gd} \quad (2)$$

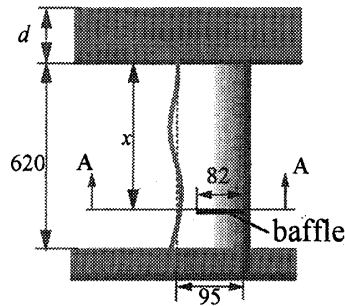
となる。流量係数 C は $a_N = 3.1 \text{ mm}$ のとき $C = 0.78$, $a_N = 1.3 \text{ mm}$ のとき $C = 0.59$ となった。本実験において水膜初速度 u_N は $100 \sim 200 \text{ mm/s}$ の範囲となる。また、水膜振動の波の位相速度を計測したところ、図 1 に示したノズルから下方向に取った x 座標上の、各点における流速 $u(x)$ とほぼ等しかった。

ある流体の粒子が上部水槽から落下して下部水槽の水面まで落下する時間 T は、式(2)を用いて

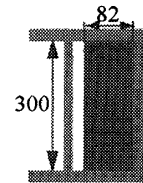
$$T = \left(\sqrt{2gh + u_N^2} - u_N \right) / g \quad (3)$$

で与えられる。

このようにして求めた落下時間 T と、そのときに発生している振動数 f との積 $S = T \times f$ を用いて、図 4(a) および(b) に示す実験結果を文献(12)と同様に整理してまとめたものが図 5 である。ただし、横軸には落下高さ h と閉空間奥行き b の比 h/b をとっている。この図からスリット幅 a_N , 落下高さ h , 奥行き b に関係なく、 S の値は整数値より約 0.24 高めの値になっていることが分かる。先程述べたように、 S は落下時間の間に、ある位置



Side view



Cross section A-A

Fig. 7 Installation of a baffle

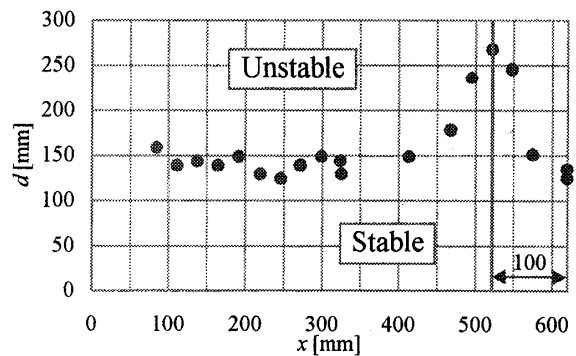


Fig. 8 Effect of an baffle on stability ($a_N = 3.1 \text{ mm}$, $b = 95 \text{ mm}$, $h = 620 \text{ mm}$)

の水膜が何回振動するかを示しており、 S の値が同じ水膜振動は、水膜に含まれる波の数も等しいことを意味する。 S が最も近い整数値を用いて、現れる振動のモードを図 4 に示したように小さい方から順に [1]: 1 次モード, [2]: 2 次モード... と呼ぶことにする。

本実験で観察された水膜振動のそれぞれのモード形状を図 6 に示す。図は下端が最大変位となるときの形状を示している。

次に図 7 のように実験装置の閉空間を遮るようにバッフル板を設置したところ、設置位置によっては水膜振動を非常に抑えることが分かった。上部水槽の水位 d を高くすると水膜の振動は発生しやすい。そこで、図 7 に示すように、バッフル板を設置する位置 x に対して、上部水槽の水位を増加させていって、振動が発生する水位 d を示したのが図 8 である。 $x = 620 \text{ mm}$ は下部水槽の水面の位置であり、バッフル板を取り付けられない状態を示す。このときには $d = 130 \text{ mm}$ ($u_N = 125$

mm/s)で振動が発生した. d の値が大きいほど安定性が高いことを示している. 図 8 から最も振動抑制効果が高い位置は $x = 520$ mm (水面から 100 mm) の高さであることが分かる. 実験では, それよりも低い位置(例えば $x = 575$ mm)に取り付けたときには, 水膜はバップル板に乗り上げ, そのバップル板の上で激しく振動した. 逆に, 高い位置(例えば $x = 300$ mm)に取り付けたときは, バップル板より下の空間で水膜振動が発生した.

4. 理論解析

実験から, 水膜が振動する時, 閉空間には周期的圧力変動が生じていることが分かった. 水膜振動と圧力変動は相互に影響しあっていると考えられる. 簡単のため, 水膜の幅方向には十分長いとして, その運動を図 9 に示すように 2 次元として考える.

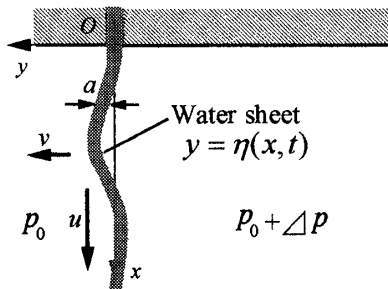


Fig. 9 Analytical model

図で水膜の左側は開空間で常に大気圧 p_0 に保たれ, 右側は閉空間で, 水膜が微小振動すると圧力は $p_0 + \Delta p$ となるとする. 閉空間は音速に比べ十分小さいので, 変動圧力 Δp は閉空間内で一定とする. また, 水膜の厚さは空間の大きさに比べ十分に薄く, 水膜内部の流れは厚さ方向 (y 方向) に一様とする. そうすると, 水膜の運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} &= g - \frac{\Delta p}{\rho_w a} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\Delta p}{\rho_w a} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで, u, v は x, y 方向の流速, η は水膜の変位, ρ_w は水の密度, g は重力加速度である. 水膜の変位 η と v には

$$v = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (5)$$

の関係がある. 落下する水膜の最上部すなわち上部水槽底 ($x=0$) における境界条件は,

$$u = u_N, v = 0, \eta = 0 \quad (6)$$

連続の式から単位幅あたりの水膜の流量 q_N は一定であるから

$$au = a_N u_N = q_N = \text{const.} \quad (7)$$

となる. 水膜の振動, および圧力変動が微小として,

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0(x) + \varepsilon u_1(x, t) + \dots \\ v &= \varepsilon v_1(x, t) + \dots \\ \eta &= \varepsilon \eta_1(x, t) + \dots \\ a &= a_0(x) + \varepsilon a_1(x, t) + \dots \\ \Delta p &= \varepsilon p_1(t) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

とおく. これらと式(7)を式(4)に代入し整理すると,

$$u_0 = \sqrt{2gx + u_N^2}, u_1 = 0 \quad (9)$$

が得られる. また, 水膜の変位に関しては,

$$\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial t^2} + 2u_0(x) \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial t \partial x} + u_0(x)^2 \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2} = \frac{u_0(x) p_1}{\rho_w q_N} \quad (10)$$

が得られる. 式(10)で変動圧力 p_1 が与えられれば, 水膜の微小変位 η_1 が求められる. 水膜が振動したときに閉空間の体積が変化しその体積変動と圧力変動が例えば逆比例関係にあるとする等温変化や断熱変化を仮定して変動圧力 p_1 を求めることができる. それを用い, 式(7)において複素固有値解析して安定性を調べると, 不安定となる振動数は閉空間の空気をばね, 水膜を単純に質量とした 1 自由度系のばね質量系の固有振動数に近い値となる. しかしこれは実験で観察された振動数の 10~20 倍と全く一致しない.

Treiber⁽¹⁴⁾, Kolkman⁽¹⁵⁾ は閉空間内部の周期的な圧力変化を仮定し, それによって生じる閉空間の体積変動を導き, それに伴う断熱変化を仮定した圧力変動が, 最初に仮定した周期的な圧力変化と位相が合うときに不安定化すると考え, 実験に近い結果を得た. しかし, これらの解析では水膜を振動させるのに要するエネルギーの所在がはっきりせず, 振動発生メカニズムが十分に解明したとは言えない.

実際の堰などの越流で水膜振動が発生するとき, 越流の幅はかなり長いが両端では開放されている. また, 先に述べたように便宜的に閉空間と呼んでいるが, 実際には完全な閉空間ではなく, ある程度の空気の入りはある. そこで, 本解析では次式のように圧力変動を仮定する.

$$p_1 = P \cos \omega t \quad (11)$$

ここで, 変動振幅 P は未知量である. これを式(10)に代入し, 変数変換 (付録参照) を行なって解くと, 水膜の変動は次のように求まる.

$$\eta_1 = J(A \cos \omega t + B \sin \omega t) \quad (12)$$

ただし,

$$J = -Pg / (\rho_w a_N u_N \omega^3) \tag{13}$$

$$\left. \begin{aligned} A &= (U_0 - \Omega) \cos U_0 - (2 + \Omega U_0) \sin U_0 + U_0 + \Omega \\ B &= (U_0 - \Omega) \sin U_0 + (2 + \Omega U_0) \cos U_0 - 2 \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

ただし,

$$U_0 = \omega(u_0(x) - u_N) / g, \quad \Omega = \omega u_N / g \tag{15}$$

閉空間内の微小変動圧力 Δp が一周期の間に水膜になす仕事は次式で表される.

$$\left. \begin{aligned} W_x &= \int_0^{2\pi/\omega} \int_0^h u \Delta p \frac{\partial \eta}{\partial x} dx dt \\ W_y &= \int_0^{2\pi/\omega} \int_0^h v \Delta p dx dt \end{aligned} \right\} \tag{16}$$

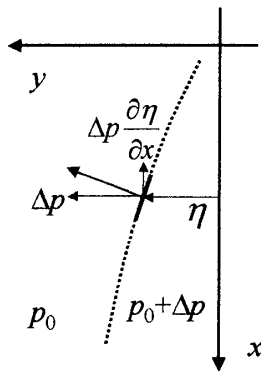


Fig. 10 Work done by the pressure Δp in the chamber on the water sheet

水膜振動は微小と考えているので, W_y は閉空間内の変動圧力 Δp が水膜をゆするときになす仕事とみなせる. 一方, 図10で $\Delta p > 0$ のとき上向きの圧力が作用することになり, 水膜の速度を減速するように作用するので, W_x は水膜がx方向に落下するとき閉空間内の圧力に対してなす仕事とみなすこともできる. 水膜の振動は閉空間内の圧力変動と同じ振動数なので, 水膜の落下エネルギーが減少した分だけ水膜の振動エネルギーに変換されていると考えることができる. すなわち, W_x は水膜から閉空間の空気が得るエネルギー, W_y は閉空間の空気が水膜を揺らす仕事なので, 水膜が振動を成長させるための条件として,

$$W_x > W_y \tag{17}$$

が考えられ, これを式(9), (16)を用いて整理すると

$$\begin{aligned} W_{total} &= W_x - W_y = \varepsilon^2 \int_0^{2\pi/\omega} \left(p_1 \int_0^h \frac{\partial \eta}{\partial t} dx \right) dt \\ &= -\varepsilon^2 \frac{K}{\Omega^4} \left[4 + 2\Omega^2 + 2\Omega U_{0h} + U_{0h}^2 \right. \\ &\quad \left. - (4 + 2\Omega^2 + 2\Omega U_{0h} - U_{0h}^2) \cos U_{0h} \right. \\ &\quad \left. - U_{0h} (4 + \Omega^2 + \Omega U_{0h}) \sin U_{0h} \right] \end{aligned} \tag{18}$$

ただし,

$$K = (P^2 u_N^3) / (2 \rho_w a_N g^2) \tag{19}$$

$$U_{0h} = \omega T \tag{20}$$

T は式(3)で与えられるように, 落下時間である.

図11に $S = U_{0h} / 2\pi$, $u_N = 200$ mm/s, $h = 500$ および 700 mmにおける W_{total} を S に対し示す. 図より S が整数値より若干高い範囲で $W_{total} > 0$ となっており, この範囲で振動が発生する可能性がある. また図には実験で振動が発生した S を縦線で示してあるが, 確かに W_{total} が最大値付近で振動が発生している. W_{total} が極大値となる S の値を表1に示す. これはSchwartz⁽¹²⁾の結果である整数値+1/4の発生振動数に近い. また落下高さが変化しても, これら S の範囲はほとんど変化せず, これは図5の実験結果とも一致している.

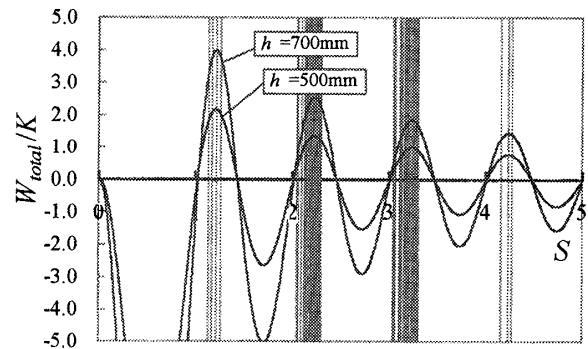


Fig. 11 W_{total} versus S (| : Exp in Fig.5)

Table. 1 Calculated values of S at maxima of W_{total}

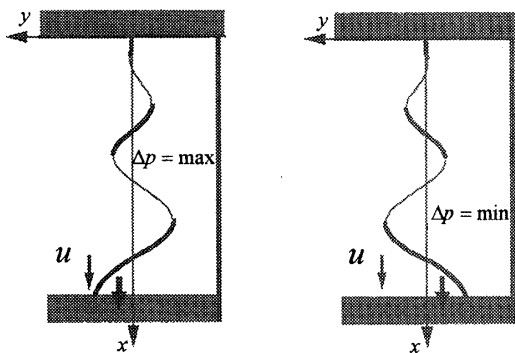
| | $h=0.5$ m | $h=0.7$ m | $h=1.0$ m |
|------|-----------|-----------|-----------|
| Mode | S | S | S |
| 1 | 1.206865 | 1.211413 | 1.217622 |
| 2 | 2.223966 | 2.226315 | 2.229605 |
| 3 | 3.231345 | 3.232916 | 3.235129 |
| 4 | 4.235462 | 4.236639 | 4.238302 |
| 5 | 5.238090 | 5.239030 | 5.240361 |
| 6 | 6.239912 | 6.240696 | 6.241804 |

W_{total} が最大付近で振動が発生しているのは次のように考えられる. 式(18)ではx方向の運動が成す仕事は, 全てy方向に動かす仕事へ変換されていることを仮定しているが, 実際には何らかのエネルギーの損失が存在するために, W_{total} が0よりもある程度大きくなければ振動は発生しないと考えられ, W_{total} の最大値付近の S で振動発生し易いと考えられる.

次に, 図5で示したパツフル板を水面から約1/4波長のところに取り付けることによって振動発生を抑える

ことができた理由について考える。 W_{total} が最大値を取る振動数での振動波形を考える。式(9)から、そのときの圧力の最大値、最小値における水膜形状の概略は図12のようになる。水膜最下部での水膜の勾配と圧力変化の関係から、落下する水膜は常に閉空間の空気に対して正の仕事をする。

図12で太線の水膜の領域は、落下水膜が圧力に対して正の仕事をする領域、細線の領域は圧力に対して負の仕事をする領域を表す。複数の波が存在するとき、上方から正負の仕事がほぼ相殺されるので、結果的に水面付近の1/4波長の水膜による仕事が、閉空間の圧力変動を介して水膜を振動させることとなる。水面から1/4波長付近の高さにバフ板を取り付けることにより、水膜が閉空間内の圧力に正の仕事をなすことを抑制し、振動を抑えることができると考えられる。このことから、最低次モードの振動を抑えるように、下から1/4波長の位置にバフ板を取り付けると高次モードの振動も出ないようである。また、 S の値は落下中に含まれる波の数と見なせ、振動が発生しやすい $S = \text{整数値} + 0.23 \sim 0.24$ の端数の部分は、圧力に対して仕事をこなす水面付近の1/4波長とほぼ等しい。



(a) $\Delta p = \text{maximum}$ (b) $\Delta p = \text{minimum}$
Fig. 12 Water sheet configuration ($S = 3.23$)

5. まとめ

水膜背後の閉空間内部には水膜振動と同じ振動数の圧力変動が発生していることを考慮し、水膜の微小変動を理論解析した。その結果、一周期の間に水膜が閉空間内の空気圧力に対してなす仕事から閉空間内の圧力が水膜を揺する仕事を差し引いた仕事が最大となる条件付近で、水膜振動が発生していることがわかった。すなわち、重力によって水膜が落下するときを得るエネルギーの一部が振動エネルギーに変換されて水膜振動が発生する。振動が発生しやすい条件は無次元数 $S = \text{発生}$

振動数×落下時間が整数値より0.23~0.24高い値のときである。

実験により水面から約1/4波長の位置にバフ板をつけることにより水膜振動の発生が抑えられた。これは水膜最下部の水面から1/4波長程度の水膜変動が閉空間内の圧力に及ぼす影響が大きく、その影響をバフ板を取り付けることによって閉空間内の圧力変動に伝えないようにしたためである。

同条件下において複数の振動数の水膜振動が発生し、それらの内、出易いモードと出難いモードが存在するが、その選択のメカニズムに関しては今後の課題である。

付録

$$u_0 = \sqrt{2gx + u_N^2} \quad (\text{A1})$$

を利用して x を u_0 に変数変換すると

$$\frac{g}{\sqrt{2gx + u_N^2}} dx = \frac{g}{u_0} dx = du_0 \quad (\text{A2})$$

となるので、これから(7)式は

$$\frac{\partial^2 \eta_1}{\partial t^2} + 2g \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial t \partial u_0} + g^2 \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial u_0^2} = \frac{u_0 \Delta p_1}{\rho_w q_N} \quad (\text{A3})$$

と定数係数の式に変換できる。

参考文献

- (1) Savart, *Ann. Chem.*, **53**, (1833), 337.
- (2) Rayleigh Lord, On the instability of jets, *Proceedings of the London Mathematical Society*, **10**, (1878), 4-13.
- (3) Rayleigh Lord, *Theory of Sound* 2nd ed, Dover, (1896), 374-384.
- (4) Squire, Investigation of the instability of a moving liquid film, *Br. J. Appl. Phys.* **4**, (1953), 167-169.
- (5) J.L.York, H.E.Stubbs, M.R.tek, The Mechanism of Disintegration of Liquid Sheets, *Transactions of ASME*, (1953-10), 1279-1286.
- (6) W.W.Hagarty, J.F.Shea, A Study of the Stability of Plane Fluid Sheets, *J. of Applied Mechanics*, (1955-12) 509-514.
- (7) C.J.Clark, N.Dombrowski, Aerodynamic instability and disintegration of inviscid liquid sheets, *Proc. R. Soc. Lond. A.*, **329**, (1972), 467-478.
- (8) S.P.Lin, Stability of a viscous liquid curtain, *J. Fluid Mech*, vol. **104**, (1981), 111-118.
- (9) Luigi de Luca, Michela Costa, Instability of a spatially developing liquid sheet, *J. Fluid Mech.*, vol. **331**, (1997), 127-144.

- (10) L. Daniel Sörderberg, Absolute and convective instability of a relaxational plane liquid jet, *J. Fluid Mech.*, vol. **493**, (2003), 89-119.
- (11) E. Naudascher, D. Rockwell, *Flow-Induced Vibrations An engineering guide*, (1994), 142-144, A. A. Balkema / Rotterdam / Brookfield.
- (12) H. Ivan Schwartz, Nappe Oscillations, *J. of the HYDRAULICS DIVISION*, (1964-11), 129-143.
- (13) B. Treiber, Theoretical Study of Nappe Oscillation, *IAHR/IU-TAM symposium Germany*, (1972), 34-44.
- (14) P. A. Kolkman, Instability of a Vertical Water-Curtain Closing an Air-Chamber, Flow Induced Structural Vibration, *IUTAM=IAHR Symposium*, (1972), 17-33.
- (15) 大久保精二, 角哲也, 鉛直落下水膜の振動特性, 土木学会第 43 回年次学術講演会, (1988-10).
- (16) L. W. Casperson, Fluttering Fountains, *J. of Sound and Vibration*, **162**(2), (1993), 252-262.
- (17) H. Kyotoh, et al, INCIPIENT OSCILLATIONS OF A SHEET OF FALLING WATER AND THE INSTABILITY MECHANISMS, *J. of Hydroscience and Hydraulic Engineering*, vol. **20**-1, (2002), 77-93.
- (18) K. Petrikat, Vibration Tests on Weirs and Bottom Gates, *Water Power*, **190**, (1958-2), 52-57.
- (19) 本間仁, 荻原国宏, フラップゲートの振動についての理論解析, 土木学会論文報告集, **238**, (1975-6), 43-53.
- (20) K. Ogihara, Unstable Condition of Self-Excited Oscillation of Flap Gate, *International Association for Hydraulic research*, 21st Congress, (1985-10), 621-626.
- (21) 角哲也, 大久保精二, フラップゲート越流水膜の振動特性, 土木学会第 43 回年次学術講演会, (1988-10), 456-457.
- (22) G. D. Crapper, Large amplitude Kelvin-Helmholtz waves on thin liquid sheets, *Proc. R. Soc. Lond. A.*, **342**, (1975), 209-224.
- (23) 水島二郎, 流れの安定性, 2003-12, 朝倉書店.
- (24) 日本機械学会, 流体関連振動, 2003-9, 技報堂出版.

謝 辞

本研究の実験に協力いただいた元本学大学院 船木圭太君および, 三菱重工業株式会社 勝浦啓氏に謝意を表す.