

スケートボードの推進メカニズム*

佐藤 勇一^{*1}, 長嶺 拓夫^{*2}, 多田 裕行^{*3}

Propulsion of a Skateboard

Yuichi SATO^{*4}, Takuo NAGAMINE and Hiroyuki TADA^{**4} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo-okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

This paper describes the propulsion mechanism of a skateboard. We observed the behavior of a rider on a skateboard and built experimental apparatuses. Further we analyze the characteristic by using a two dimensional analytical model. Comparing experimental and analytical results we show that primary propulsion of a skateboard is given by twisting motion of a rider. Propulsion is influenced considerably by the phase difference between twisting motion and tilting the front and rear wheel axles, that is, torque acting on a skateboard and angle of the two axles.

Key Words: Drive Mechanism, Propulsion, Skateboard, Nonholonomic Constraint, Twisting Motion, Tilting of Axle, Friction

1. ま え が き

スケートボードは大きく分けて, 人が乗る板と, 板の下面に各々2つの車輪が取り付けられた前後2本の車軸から構成されている。車軸と板はトラックと呼ばれる部品を介してつながっている。搭乗者の身体の動きによって, トラックが変形し車軸はわずかに水平面内で回転できる構造となっている。スケートボードの運動特性に関しては, これまでいくつかの研究報告がなされている。Hubbard は1および2自由度に単純化したモデルにより, 主として安全性・安定性に関する関心からの研究を行い, ボードの進行速度に安定性が依存していることを報告している⁽¹⁾, 次に人とボードをフィードバック制御系としてモデル化して簡単な軌跡を描かせることが可能であることを示している⁽²⁾。その後, Ostrowski 等⁽³⁾, Ispolov 等⁽⁴⁾によって車軸方向にすべらないとした拘束, すなわち, 非ホロミックな拘束のある制御系として理論解析し, 様々な軌道を生成できることをシミュレーションにより示している。

しかし, スケートボードの推進メカニズムそのものに関する基本的な特性に関しては十分に明らかになっていないようである。本研究の目的は, スケートボードの推進メカニズムを実験的, 理論的に明らかにすることを目的としている。

2. 主 な 記 号

a : 車軸間距離の1/2
 F_x : 台車前後(x 方向)方向の推進力 ($=N_{Ax}+N_{Bx}$, 図10参照)
 N_A, N_B : 床から車輪に作用する車軸方向の力(図4参照)
 $O-XY$: 静止座標系(図4参照)
 T : 円板に作用するトルク (図4参照)
 v : 台車の前後方向(x 方向)速度 (図4参照)
 w : 台車の横方向(y 方向)速度 (図4参照)
 β : 位相進み (式(7)および(10)参照)
 γ : 車軸の傾き角 ($=\gamma_A=-\gamma_B$, 図4および式(10)参照)
 γ_0 : γ の角度振幅
 θ : 円板の回転角 (図4および式(7)参照)
 θ_0 : θ の角度振幅
 ϕ : 台車の X 軸からの揺れ角 (図4参照)
 ω : 円板の回転および車軸の傾き角の角振動数 (式(7)および(10)参照)

* 原稿受付 2006年4月24日。

^{*1} 正員, フェロー, 埼玉大学工学部 (〒338-8570 さいたま市桜区下大久保 255)。^{*2} 正員, 埼玉大学工学部。^{*3} 埼玉大学大学院理工学研究科。

E-mail: ysato@mech.saitama-u.ac.jp

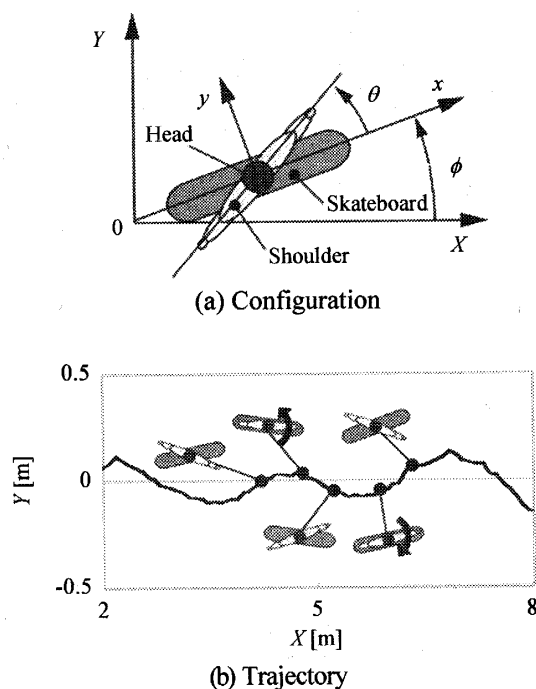


Fig. 1 Observed motion of a skateboard and a rider

3. 実験

3・1 人の運動の観察 図1はスケートボードに乗った人の運動を上方からビデオ撮影し、映像の解析から得られたスケートボードと、人の上半身の挙動をまとめたものである。上半身は図1(b)に示す軌跡山頂の少し手前で時計回りに、谷底の少し手前で反時計回りに身体をねじっている。これから、身体の内ねり運動とボードの運動には一定の関係があることが分かる。

3・2 実験装置 図1には示していないが、人の動きを観察すると、身体の内ねり運動と進行方向に直角方向の重心移動を行っている。重心移動はスケートボード底面に取り付けられた車軸を傾けるための動作と考えることもできるが、これら二つの動作の内、推進の要因となる動作がどちらであるかを調べた。まず、図1のy軸方向に重心を移動させ、車軸の傾き角を様々な位相差で与えることのできる装置を作成し実験を行ったが、車軸の傾き運動と重心を移動させただけでは台車はほとんど前進しなかった。一方、図2に示すように重心移動はさせず、身体の内ねり運動を模擬するため正逆に回転できるモータで駆動される円板の運動と車軸の傾き運動を組み合わせることで、図1(b)に示すような蛇行運動が再現できた。実際のスケートボードでは人の重心移動によって、車軸を傾けさせていることから、重心移動は推進メカニズムに対しては

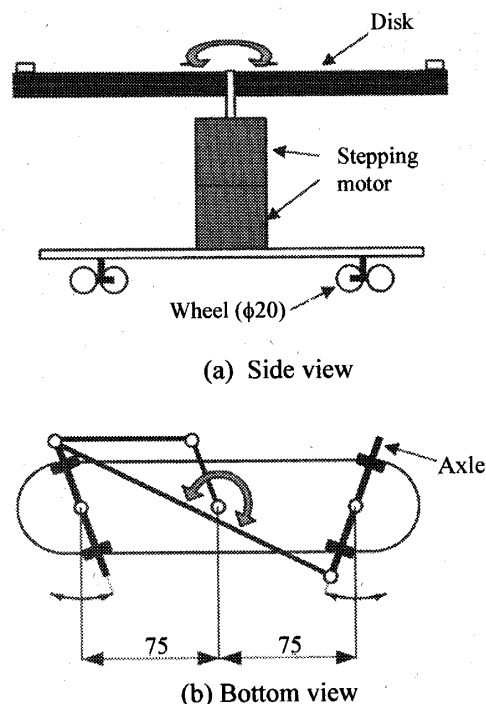


Fig. 2 Schematic of an experimental apparatus

2次的な役割しか果たしていないと考えられる。

実験装置を図2に示す。約15 m上方から高速ビデオによる撮影を行い、映像を解析してボード、円板、車軸などの運動を調べた。人の上半身のねじり運動を模擬するため、ボード（以下、台車と呼ぶ）の重心上にステッピングモータを取り付け、その軸に円板を取り付け正逆回転させた。また、台車下面に取り付けられた車軸に傾きを与えるため、別のステッピングモータを重ねて取り付け、図2(b)に示すリンク機構を介して車軸をハの字、逆ハの字に傾けた。台車の動きに対する車軸の傾き角、円板の回転角およびこれらの間の位相などの影響を調べた。

図2に示すように、車軸間の距離 $2a=150\text{ mm}$ 、台車およびその上にあるモータなどの全質量 $m+M=0.94\text{ kg}$ 、回転部分を除く慣性モーメントは $I=0.000355\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 、回転部分のみの質量 $m=0.324\text{ kg}$ 、回転部分のみの慣性モーメント $J=0.00857\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ である。車輪はゴム製で直径は20 mmであった。

摩擦に関しては付録に示すように、車軸を平行にした条件で、傾斜角を変えた坂を下らせ、そのときの距離、速度、時間の関係から逆算し、摩擦係数 $\mu_F=0.01$ 、粘性減衰係数 $c=0.35\text{ N}\cdot\text{s/m}$ とした（付録参照）。

3・3 実験結果 図3に実験結果の一例を示す。図3(a)には円板の回転角 θ および車軸の傾き角 γ の測定値と後述する解析結果が示されている。また図3(b)、

(c), (d)はそれぞれ台車の左右の揺れ角（ヨーイング角） ϕ 、重心（モータ軸の位置）の軌跡、台車速度 v （台車の長手方向(x 方向)の速度)を示す。静止状態から円板を回転させ、さらに車軸に傾きを与えた。円板の正逆の回転に応じて、台車は左右に蛇行し、次第に速度を上げていく。やがて、短い時間間隔では変動しているが、円板の回転運動の一周期の平均的な速度は一定の値に近づく。後述する解析結果と比較的に良く一致している。

4. 理論解析

4・1 運動方程式 図4に示すような静止座標系 O-XY を用いて、質量 M の台車の並進運動の運動方程式は次のように書ける。

$$M\ddot{z}_G - iN_A e^{i(\phi+\gamma_A)} - iN_B e^{i(\phi+\gamma_B)} + c\dot{z}_G + \mu_F (R_A \dot{z}_A / |\dot{z}_A| + R_B \dot{z}_B / |\dot{z}_B|) + (F_X + iF_Y) = 0$$

..... (1)

ただし、 i は虚数単位、 z_G , z_A , z_B はそれぞれ重心 G、点 A、B の変位であり、次式で与えられる。

$$z_G = x_G + iy_G \quad (2)$$

$$z_A = z_G + ae^{i\phi}, \quad z_B = z_G - be^{i\phi} \quad (3)$$

また、 N_A および N_B は図4に示すように、前後車輪の車軸方向に働く摩擦力である。 γ_A および γ_B は車軸の傾き角で時間の既知関数である。 R_A , R_B はそれぞれ点 A、B における垂直抗力である。運動に対し減衰力として、粘性減衰力とクーロン摩擦力が働くと考えた。また、クーロン摩擦力は前後車輪に作用する垂直抗力に比例すると仮定した。式(1)で c は粘性減衰係数、 μ_F は動摩擦係数である。これらの値は付録に示すように実験により決定した。 F_X および F_Y は回転円板などの回転部分から台車に作用する力である。

また台車の回転運動の方程式は、

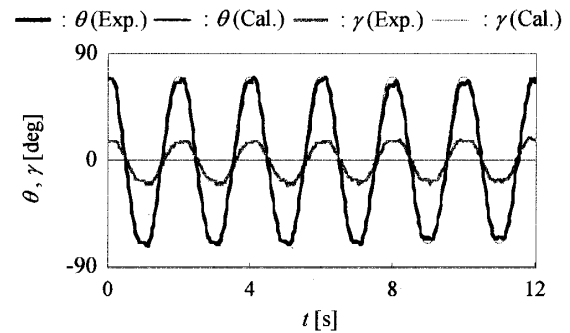
$$I\ddot{\phi} - aN_A \cos \gamma_A + bN_B \cos \gamma_B - \mu_F (bR_B \sin \gamma_B - aR_A \sin \gamma_A) + T = 0$$

..... (4)

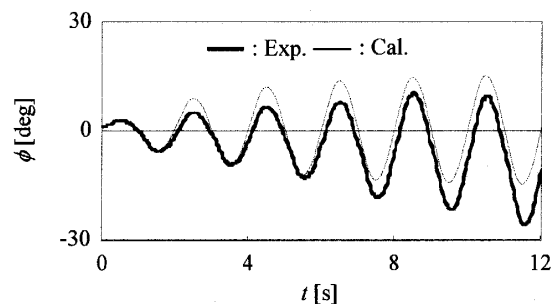
である。ここで、 I は台車の重心に関する慣性モーメント、 T は回転部分から作用するトルクである。

台車上の円板などの回転部分の質量を m 、慣性モーメントを J とすると運動方程式は次式で表せる。

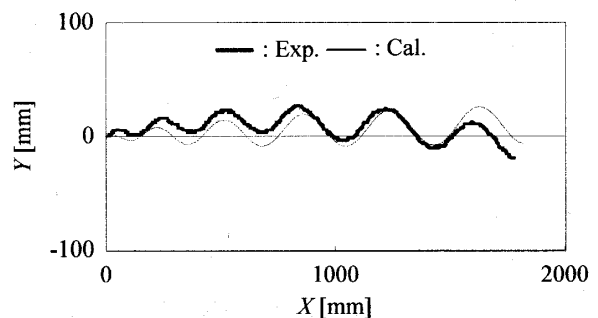
$$m\ddot{z}_G = F_X + iF_Y \quad (5)$$



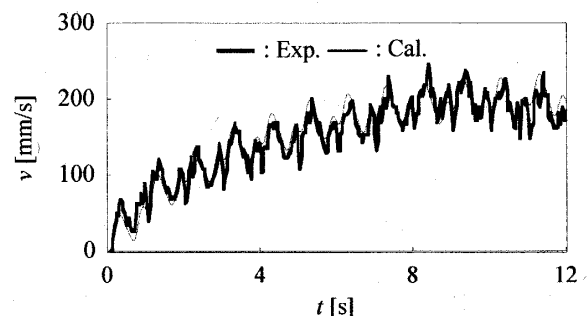
(a) Comparison of experimental and analytical results of disk rotation angle θ and axle angle γ with respect to time t



(b) Yaw angle ϕ versus time t



(c) Trajectory of the mass center G



(d) Variation of speed v versus time t

Fig. 3 Experimental and analytical results ($\theta_0 = 81$ deg, $\gamma_0 = 16$ deg, $\omega = \pi$ rad/s, $\beta = 0$ deg, $a = 75$ mm)

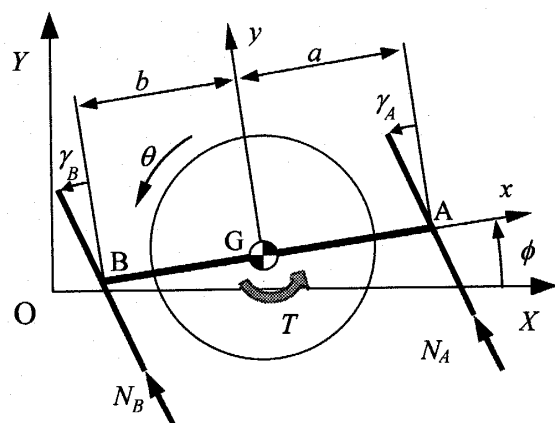


Fig. 4 Analytical model

$$J(\ddot{\phi} + \ddot{\theta}) = T \quad (6)$$

θ は円板の台車に対する相対回転角度で、

$$\theta = \theta_0 \cos \omega t \quad (7)$$

で与えられる。

車輪が車軸方向に滑らないと仮定すると、点 A および B の速度は車軸と直角方向を向いているので、重心における台車の前後方向 (図 4 の x 方向) の速度を v 、それと直角方向の速度を w とすると、

$$\begin{cases} v \tan \gamma_A = w + a\dot{\phi} \\ v \tan \gamma_B = w - b\dot{\phi} \end{cases} \quad (8)$$

の関係がある。

実際のスケートボードにおいて、搭乗者の動きは小さく、重心の位置の移動量も少ないこと、また、前後車軸の傾き角も観察の範囲では同程度とみなせることから、以下では、簡単のため、台車は前後および左右に対称とする。すなわち、

$$a = b \quad (9)$$

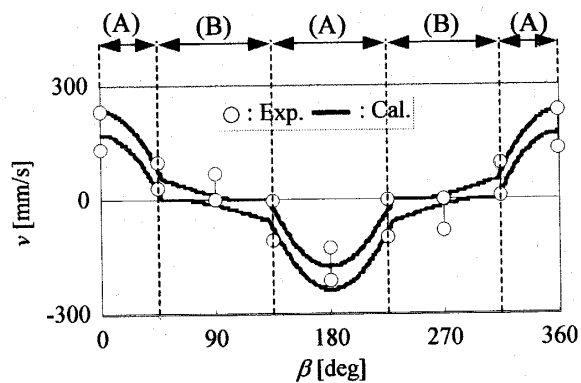
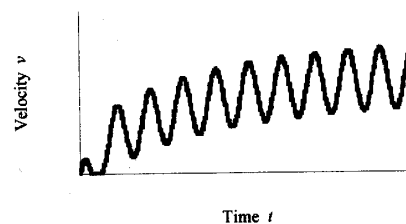
さらに、前後の車軸の角度は中央に関して対称に正弦波的に変化すると考えると、

$$\gamma = \gamma_A = -\gamma_B = \gamma_0 \cos(\omega t + \beta) \quad (10)$$

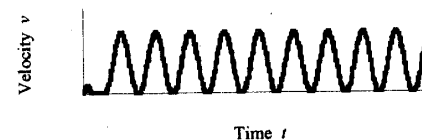
このとき、式(8)より

$$v = a\dot{\phi} \cot \gamma, \quad w = 0 \quad (11)$$

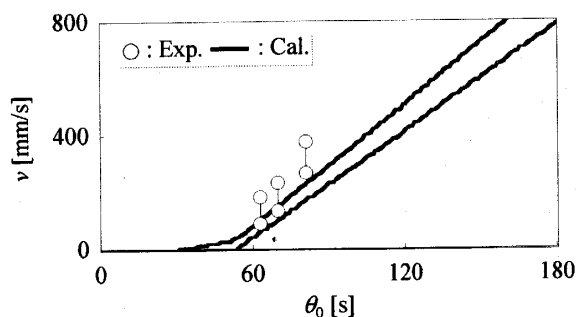
となる。今考えているように、台車が幾何学的に対称で、車軸の傾き γ が式 (10) に示すように、中央に関して対称なとき、台車の重心 G は横方向 (図 1 または 4 の y 方向) には速度を持たない。台車が余り速くないので、簡単のため $R_A = R_B = (m + M)g/2$ とし、

(a) Effect of β on v 

(b) Example of a trajectory in range(A)



(c) Example of a trajectory in range(B)

Fig. 5 Effect of β on v ($\theta_0 = 81$ deg, $\gamma_0 = 16$ deg, $\omega = \pi$ rad/s, $a = 75$ mm)Fig. 6 Effect of θ_0 on v ($\gamma_0 = 16$ deg, $\omega = \pi$ rad/s, $\beta = 0$ deg, $a = 75$ mm)

式(1), (4)-(6)から内力 F_x , F_y , T を消去し、式(8)-(10)を用いると次の運動方程式が得られる。

$$C_2 \dot{v} + C_1 v + C_0 = 0 \quad (12)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= (I+J)\sin^2\gamma + (m+M)a^2\cos^2\gamma \\ C_1 &= (I+J)\dot{\gamma}\tan\gamma + ca^2\cos^2\gamma \\ C_0 &= \mu_F g(m+M)a^2\cos\gamma + Ja\ddot{\theta}\sin\gamma\cos\gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

ここに、 γ および θ は、それぞれ式(10)および(7)で与えられる時間の既知関数である。この方程式を数値的に解き台車の運動を調べた。

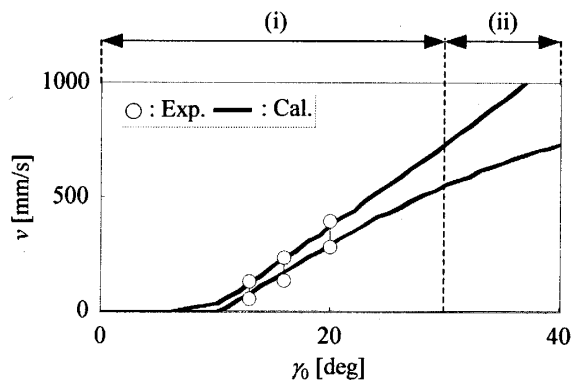
5. 結果および考察

図 3(a), (b)には円板の回転角 θ と車軸の傾き角 γ 、台車の揺れ角 ϕ の時間変化を示す。また、図 3(c)には台車の重心位置(円板の中心)の軌跡を示す。図 3(d)には台車の前向き速度 v (図 4の x 方向速度)を示す。実験結果と計算結果はかなり良く一致しており、解析モデルが適切であることが分かる。

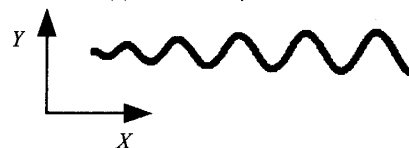
図 5 は円板の回転角 θ と車軸の傾き角 γ 間の位相 β が台車の速度 v に及ぼす影響を示したものである。静止状態から円板を回転させ、車軸を位相角 β だけずらし傾けると、図 3(d)に示すように一周期内で速度は変動しているが、平均速度はある速度に漸近する傾向を示すので、図 5(a)にはこの漸近した速度の最高と最低値を示してある。計算値と実験値はかなり良く一致している。これから分かるように β が 0° のとき最も速度が速く、 180° のときは逆方向に最も速く進む。しかし、 β が 45° から 135° および 225° から 315° の範囲ではほとんど動かない。図 5(a)に示す範囲(A)では速度は図 5(b)に示すように、一周期の平均的な速度は初めの静止状態から増加する傾向を示す。一方、図 5(a)の範囲(B)では図 5(c)に示すように、円板の回転、車軸の傾き角の変化に伴い速度は変化するが、一周期の平均速度は低いままにとどまる。

図 6 は円板の回転角 θ の角度振幅 θ_0 の台車の速度 v に及ぼす影響を示したものである。角度振幅 θ_0 が 60° 以下の小さい範囲では台車はわずかに前後に往復動をするだけでほとんど進まないが、それ以上の大きな角度振幅の範囲では、 θ_0 が増加すると速度も増加する。

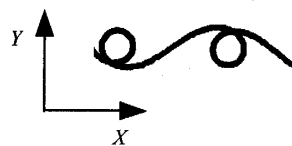
図 7 は車軸の傾き角 γ の角度振幅 γ_0 の影響を示したものである。やはり変動する速度の最高と最低値を示してある。 γ_0 が増加すると台車の速度 v も増加しているが、 γ_0 が約 30° を境に台車の挙動は異なる。 γ_0 が 30° 以下の範囲(i)では図 7(b)に示すように台車は蛇行しながら前進するが、 30° 以上では図 7(c)に示すように輪を描きながら進んでいく。これは角度振幅 γ_0 が



(a) Effect of γ_0 on v



(b) Example of a trajectory in range (i)



(c) Example of a trajectory in range (ii)

Fig. 7 Effect of γ_0 on v ($\theta_0 = 81^\circ$, $\omega = \pi$ rad/s, $\beta = 0^\circ$, $a = 75$ mm)

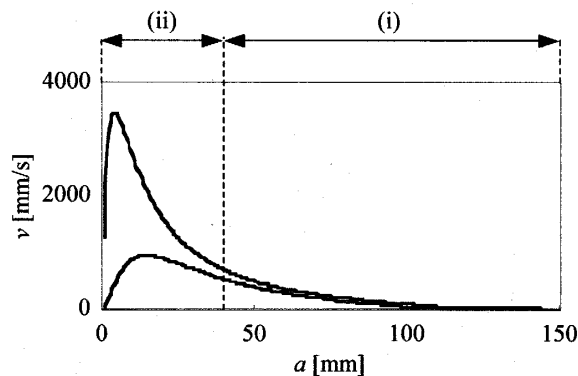


Fig. 8 Effect of a on speed v ($\theta_0 = 81^\circ$, $\gamma_0 = 16^\circ$, $\omega = \pi$ rad/s, $\beta = 0^\circ$)

大きいので、速度は速いが曲がり過ぎてループを描いてしまうためである。

図 8 は車軸間距離の半分 a の影響の計算結果を示したものである。図 7 までに示したのは $a = 75$ mm の場合であった。 $a = 75$ mm が含まれる範囲(i)では、速度は高くないが、図 7(b)に示す蛇行した軌跡を描き前進する。一方、範囲(ii)では図 7(c)に示すループを描く軌跡となり速度は大きいが余り前には進まない。これは

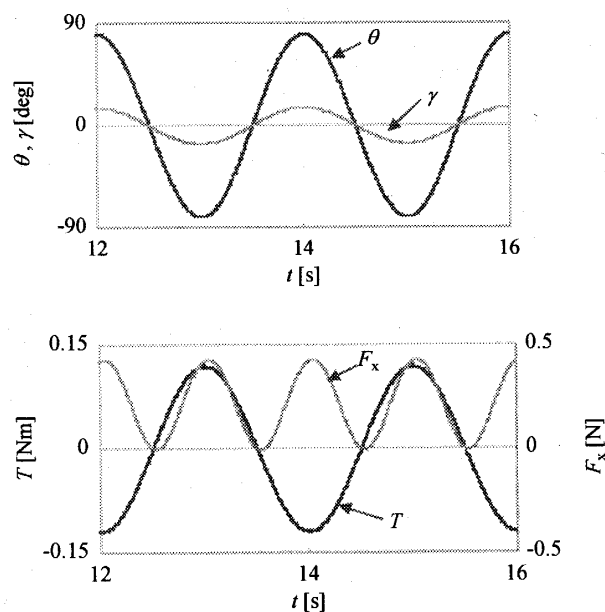


Fig. 9 Calculated results of T and F_x versus time ($\theta_0=81$ deg, $\gamma_0=16$ deg, $\omega=\pi$ rad/s, $\beta=0$ deg, $a=75$ mm)

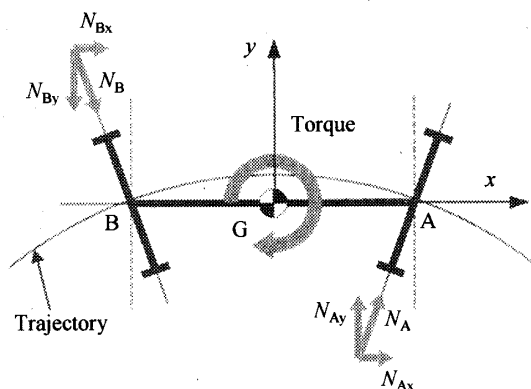


Fig.10 Drive mechanism

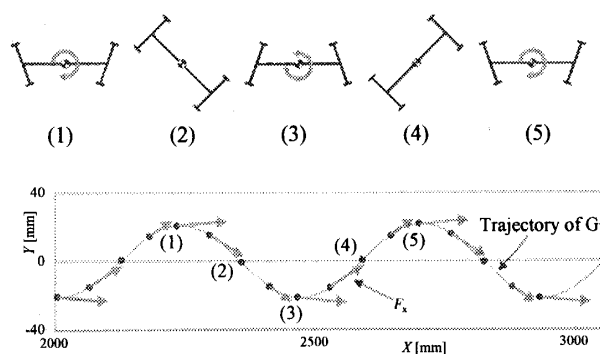
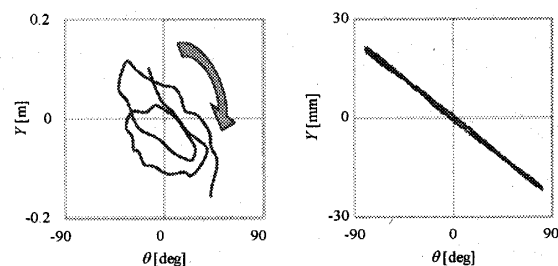


Fig.11 Propulsion F_x (Calculated; $\theta_0=81$ deg, $\gamma_0=16$ deg, $\omega=\pi$ rad/s, $\beta=0$ deg, $a=75$ mm)

車軸の傾き角 γ_0 を 16° と一定にしているので、 a が短くなると相対的に車軸の傾き角の影響が



(a) Observed result (b) Calculated result

Fig.12 Relation between Y and θ

大きくなるためである。

以上から、円板の回転角 θ と車軸の傾き角 γ は $\beta=0^\circ$ の同位相 (あるいは、 $\beta=180^\circ$ の逆位相) であるとき、最も進み速度が速いことが分かった。 $\beta=0^\circ$ におけるトルク T 、 θ 、 γ の時間変化を図9に示す。車軸の傾き角 γ が最大 (あるいは、最小) のときトルク T は最小 (最大) となっている。この関係を模式的に示すと図10のようになる。図に示すように車軸が逆ハの字に傾いているとき、トルクは時計回りに作用することになる。車軸方向に床面から前後車軸にそれぞれ N_A および N_B の摩擦力が作用しているが、台車の横方向 (y 方向) 成分 N_{Ay} 、 N_{By} は互いに打ち消しあう。一方、台車の前後方向 (x 方向) 成分は同じ方向を向いており、その和 $F_x = N_{Ax} + N_{Bx}$ が台車の推進力と考えられる。図9にはこの F_x も示されている。車軸がハの字に傾いているとき、トルクは反時計回りに作用するので、図9から分かるように円板がどちら向きに回転しても F_x は常に正 (x 軸の正の向き) であり、常に台車を前に進める向きに働いていることが分かる。図9で F_x と T が最大 (最小) となる時刻がわずかにずれているのは式(6)でトルクが円板の回転角の角速度 $\dot{\theta}$ だけでなく、台車の揺れ角の加速度 $\ddot{\theta}$ との和に比例しているためである。しかし、 $\ddot{\theta}$ に比べ $\dot{\theta}$ は微小なのでトルクはほぼ $\dot{\theta}$ に比例しているとみなせる。

図11には台車の軌跡といくつかの位置における F_x をベクトル量として示す。また、図中の番号は、図11の上を示す台車の状態と対応しており、一周にわたる台車の向きと作用するトルクの向きも示してある。台車には蛇行軌跡の山頂あるいは谷底で大きな推進力が作用していることが分かる。

図12(a)は図1に示す台車の横方向変位 Y と人の

上半身のねじり角 θ の関係を、また、図12(b)は横方向の変位 Y と円板のねじり角 θ の関係を示したものである。定性的には似た動きをしている。人は上半身のねじり運動(θ の変化)と重心を横方向に移動して車軸を傾かせる運動(γ の変化)を行う必要がある。これらを同時に変化させることが難しいため、計算とは少し異なる動作となっていると考えられる。

6. まとめ

スケートボードの推進メカニズムを解明するため実験装置を作成し、その運動特性を実験的、理論的に調べた。実際にスケートボードに乗った人の動きと比較し以下の結論を得た。

主たる推進力はボード下面の車軸の傾き運動とボードに作用するトルクによる。トルクと車軸の傾き運動の位相差に推進力は大きく依存していて、同位相または逆位相のとき最もよく進む。すなわち、車軸が最も傾いているときに大きなトルクが作用するとき、よく進む。

文 献

- (1) Hubbard, M., "Lateral Dynamics and Stability of the Skateboard," *ASME J. of Applied Mechanics*, 46(1979), pp.931-936.
- (2) Hubbard, M., "Human Control of the Skateboard," *J. Biomechanics*, 13(1980), pp. 745-754

- (3) Ostrowski, J., Lewis, A., Murray, R., and Burdick, J., "Nonholonomic Mechanics and Locomotion: The Snakeboard Example," *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, (1994), pp. 2391-2400.
- (4) Ispolov, Yu. G., Smolnikov, B. A., "Skateboard dynamics," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 131(1996), pp. 327-333.

付 録

図A1に示す坂(長さ900 mm)を台車の車軸の傾きがない状態($\gamma=0^\circ$)で降らせ、上方から台車の運動をビデオ観察し、4. 理論解析に示した解析に重力を考慮した運動方程式を解き、摩擦係数 μ_F および粘性減衰係数 c をそれぞれ $\mu_F=0.01$, $c=0.35 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ とした。

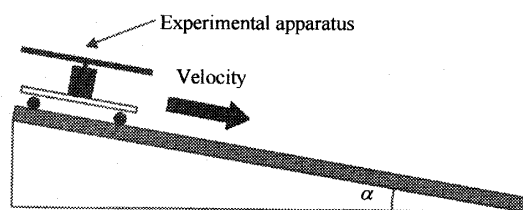


Fig A1