

摩擦力の作用する縦型柔軟回転軸の振動*

佐藤 勇一^{*1}, 長嶺 拓夫^{*2}, 大嶋 弘志^{*3}

Friction Induced Vibrations of a Vertical Long Flexible Shaft

Yuichi SATO^{*4}, Takuo NAGAMINE and Koji OSHIMA^{*4} Department of Mechanical Engineering, Saitama University,
255 Shimo-okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama, 338-8570 Japan

A soot blower is used to blow off soot on tubes in a tubular heat exchanger, or a gas heater. The soot blower has a long flexible tube, that is, a lance tube, about 10 m long and 76 mm in diameter, which is put slowly into/out of a gas heater. Steam flows through the lance tube and is discharged at the free end to blow off soot. The lance tube, rotating slowly about its axis at about 12 rpm, is supported at an intermediate position by a support bearing, that is, a lance bearing. Vibrations and noises occurred in operation while a lance tube is put into a gas heater. They are considered self-excited vibrations due to friction between the lance tube and the lance bearing. Experimental study is done to clarify the mechanism of the vibration. Accordingly, backward whirling motion of a shaft is observed. Analytical study is also done which clarify the mechanism and characteristics of friction induced vibrations.

Key Words: Friction, Self-Excited Vibration, Flexible Shaft, Soot Blower, Backward Whirling

1. まえがき

ボイラ等の多管式熱交換器では、直径約 76 mm のランス管と呼ばれる長さ約 10 m の管を、約 12 rpm でゆっくりと回転させながらボイラ内に挿入し、管先端から吹き出す蒸気により管に付着したダストを払う。ランス管は管出口部でランス軸受で支持されている。運転中ランス管の突出し量に依存した大きな音と振動が発生した(付録図 A1 参照)。この音と振動はランス軸受と自転するランス管との間に働く回転方向の摩擦に起因すると思われる。

前報⁽¹⁾において、ゆっくりと回転する柔軟回転軸の中間部を支持し、支持部の位置、半径すきま、および軸回転速度を変えて実験を行い、中間支持軸受位置によって振動が発生する範囲と発生しない範囲があること、中間支持軸受位置を連続的に変化させると現れる振動数は連続的に変化する範囲と突然大きく変化する位置があること、および、中間支持軸受の半径すきまが狭いほど高次の振動が発生することを明らかにし

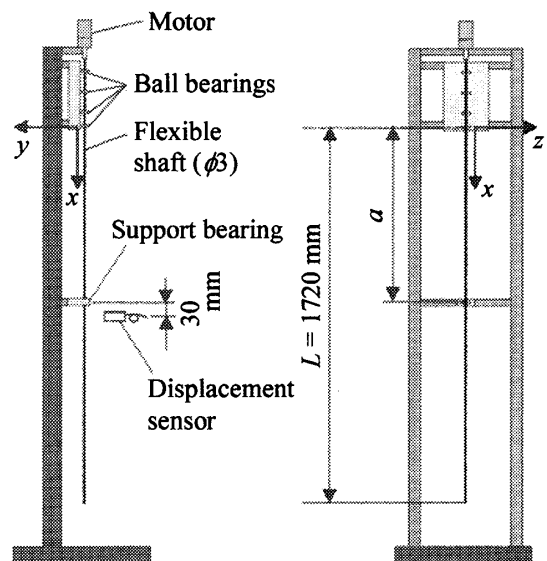


Fig. 1 Experimental apparatus

た。また固定端と中間支持部の距離の増加に伴って固有振動数が増加する範囲で、振動が発生することを明らかにしたが、発生メカニズムに関しては十分明らかにできなかった。

摩擦力による自励振動に関する研究^{(2)~(4)}、回転軸に作用する摩擦力によるふれまわり運動に関する研究^{(5)~(6)}が報告されているが、考察の対象にした現象につ

* 原稿受付 2007年3月9日。

^{*1} 正員, フェロー, 埼玉大学工学部(☎ 338-8570)さいたま市桜区下大久保 255)。^{*2} 正員, 埼玉大学大学院理工学研究科。^{*3} 学生員, 埼玉大学大学院理工学研究科。

E-mail: ysato@mech.saitama-u.ac.jp

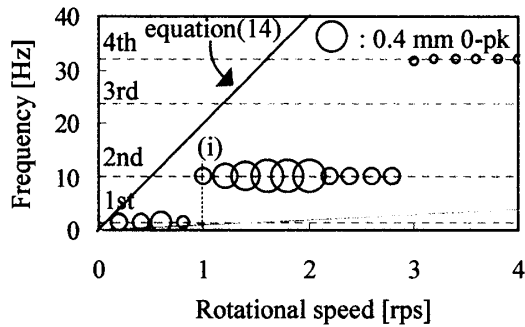
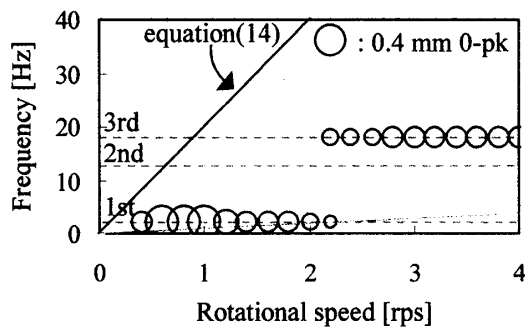
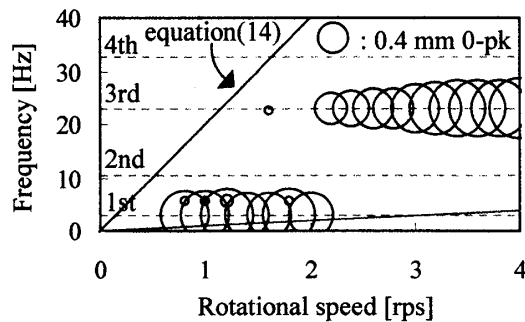
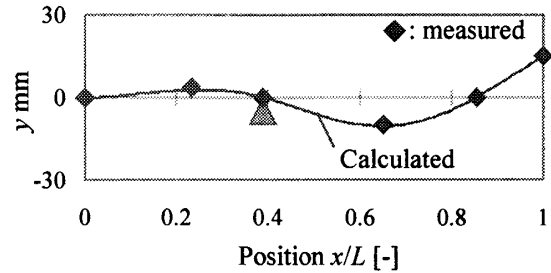
(a) $a/L=0.39$ (b) $a/L=0.5$ (c) $a/L=0.6$

Fig.2 Observed vibrations

いては報告がなされていない。本研究では、重力の影響の少ない軸を垂直に支持したときにも、前報で考察した水平軸のときとほぼ同様な振動特性を有することを示し、ついで、理論解析により振動発生メカニズムを考察した。その結果、中間支持軸受の位置と発生する振動の関係について明らかにしたので以下に報告する。

2 実験

本実験に使用した実験装置の概略図を図1に示す。長さ 2000 mm、直径 3 mm の鋼製の回転軸が上端を 4 個の単列深溝玉軸受で支持されている。軸は DC モー

Fig.3 Observed mode shape corresponding to Fig.2(a)
(at 1 rps, $a/L=0.39$)

タで駆動される。玉軸受から自由端までの距離は $L=1720$ mm である。自由端までの中間位置を半径すきま 0.15 mm の O-リングで支持している(以下、中間支持軸受と呼ぶ)。この中間支持軸受の位置を変えて実験を行った。中間支持軸受のゴムの剛性は約 8000 N/m、支持部と軸との動摩擦係数は約 0.3 であった。回転軸の振動が位置によっては、振幅が 10 mm 以上になることから、図1に示すように中間支持軸受から 30 mm の位置で振動を測定した。

3. 結果および考察

中間支持軸受の位置を $a/L=0.39, 0.5, 0.6$ と変えたときの観察された軸の振動を図2に示す。各図の原点を通る下側の右上がりの直線は軸回転速度成分を表している。1次の固有振動数と一致すると共振し、大きな振動が発生するので共振を避けて測定を行った。図2(a)では1次、2次、4次の固有振動数成分が、また、図2(b)と図2(c)では1次と3次の固有振動数成分が観察された。図から分かるように、回転速度が高いほど高次の固有振動数成分が発生していることが分かる。図2(a)に(i)で示す 1 rps における 2 次の振動モード形を図3に示す。図3中の▲印は中間支持軸受の位置を示している。実線は後述する解析により計算した振動モード形であり、測定値◆とよく一致している。軸のふれまわり方向は軸の回転とは逆向きであった。

次に中間支持軸受の位置と発生する振動の関係を図4に示す。図中の点線は後述する解析により得られた固有振動数であり、測定された振動に一致している。図4(a)-(d)を比較すると、軸の回転速度が高いほど高次の固有振動数成分が発生している。さらに、固有振動数は支持位置 a/L に対して増減を繰り返すが、振動が発生しているのは固有振動数が極小となる a/L の値付近(谷底)から、 a/L に伴って固有振動数が増加する範囲(右上がりの部分)であることが分かる。以上の実

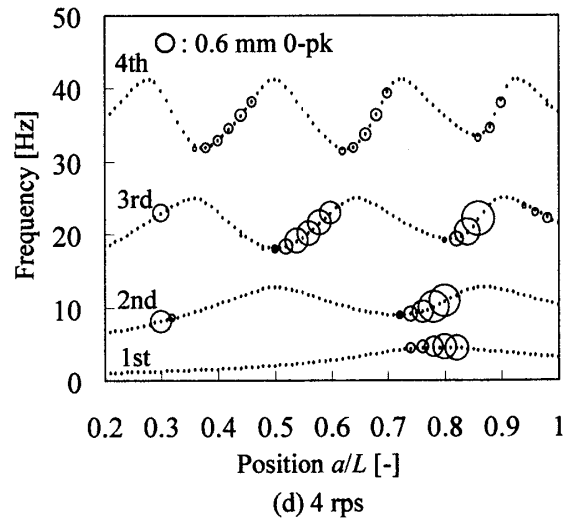
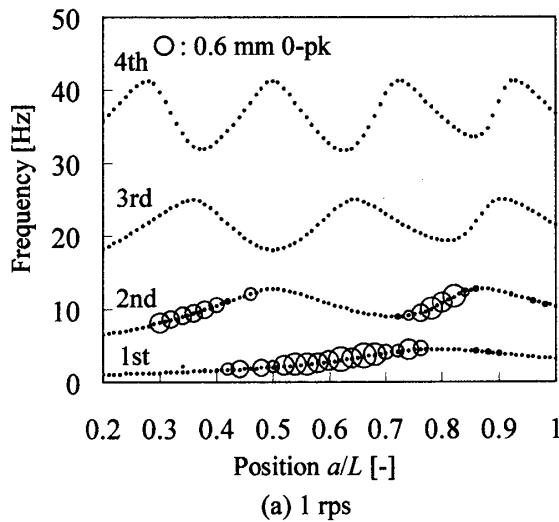
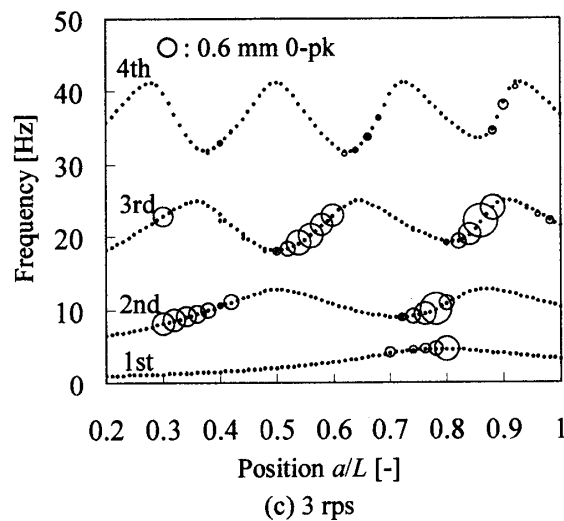
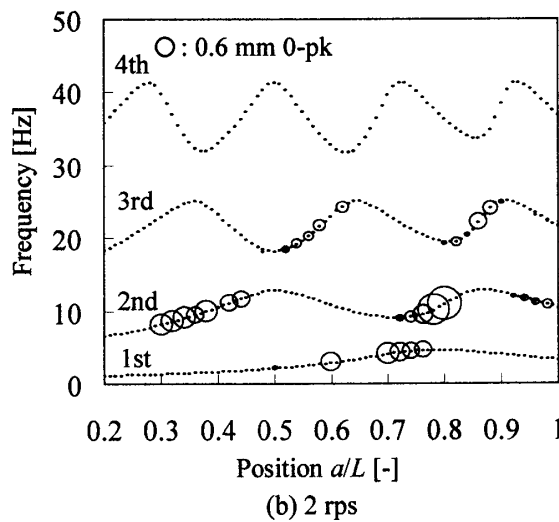


Fig.4 Observed vibrations versus support position a/L



験結果は、前報の水平軸のときとほぼ同じであった。

図 5 に解析モデルを示す。まず図 5(a) に示すように一様な回転軸の上端は固定、下端は自由端とし、中間支持軸受は、実際には、軸と軸受の間にはわずかな隙間があるが、簡単のため、ばね定数 k のばねで支持されていると考えることにする。中間支持軸受部では変位した方向と直角にばね力に比例したクーロン摩擦力が作用すると考える。このとき回転軸の運動方程式は

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

と表せる。ただし u は

$$u = v + iw \quad (2)$$

で v, w はそれぞれ y, z 方向変位、 i は虚数単位、 ρ は軸の密度、 A は軸の断面積、 EI は曲げ剛さである。式 (1) の解を

$$u = U(x) \cdot e^{ist} \quad (3)$$

とおいて代入し、整理すると U に関する 4 階の常微分方程式が得られ、その解は

$$U(x) = C_1 \cosh \lambda x + C_2 \sinh \lambda x + C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x \quad \dots (4)$$

と表せる。ただし、

$$\lambda^4 = \rho A L^4 s^2 / (EI) \quad (5)$$

境界条件を適用するため $0 \leq x \leq a$ の $U(x)$ を $U_1(x)$ 、 $a \leq x_2 \leq L$ ($a \leq x \leq L$) の変位を $U_2(x)$ と表記する。すると、固定端 ($x=0$) の境界条件は、変位および勾配がゼロであることから、それぞれ、

$$U_1(0) = 0 \quad (6a)$$

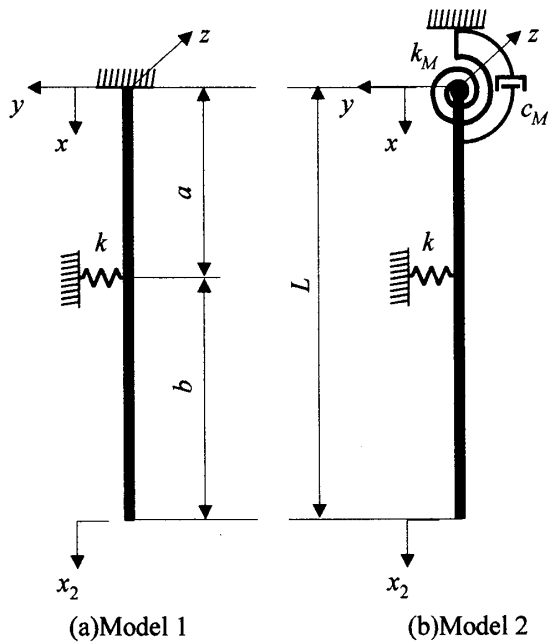


Fig.5 Analytical models

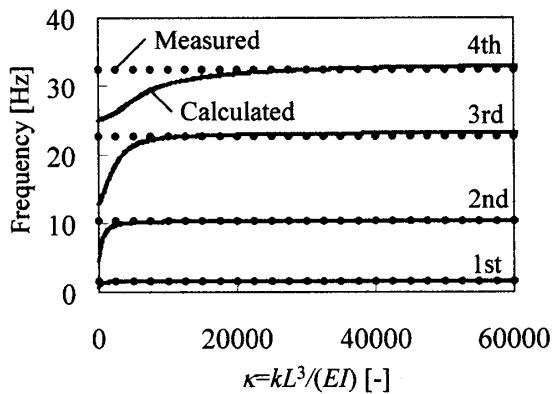


Fig.6 Effect of κ on natural frequencies at $a/L=0.4$

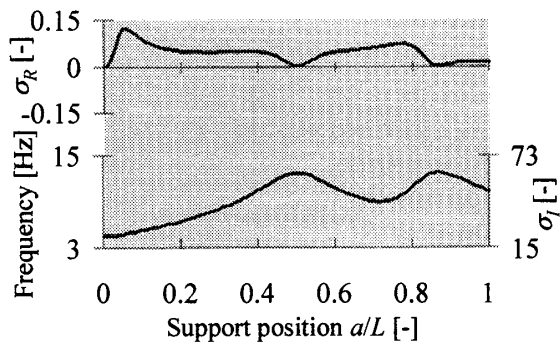


Fig.7 Eigenvalues (2nd mode)

$$\frac{\partial U_1(0)}{\partial x} = 0 \tag{6b}$$

である。また、ばねで支持された位置($x=a$, すなわち、 $x_2=b$)では、変位、勾配、モーメントが連続であることから、

$$U_1(a) = U_2(-b) \tag{7}$$

$$\frac{dU_1(a)}{dx} = \frac{dU_2(-b)}{dx_2} \tag{8}$$

$$\frac{d^2U_1(a)}{dx^2} = \frac{d^2U_2(-b)}{dx_2^2} \tag{9}$$

さらに、この位置でせん断力がばね力と摩擦力の大きさ分不連続に変化することから

$$-EI \frac{d^3U_1(a)}{dx^3} + kU_1(a) - i\mu kU_1(a) = -EI \frac{d^3U_2(-b)}{dx_2^3} \tag{10}$$

となる。ここで、 μ は中間支持軸受と軸の間に作用する摩擦力の動摩擦係数である。自由端($x=L$, すなわち $x_2=0$)では、モーメントとせん断力がゼロであることから、

$$\frac{d^2U_2(0)}{dx_2^2} = \frac{d^3U_2(0)}{dx_2^3} = 0 \tag{11}$$

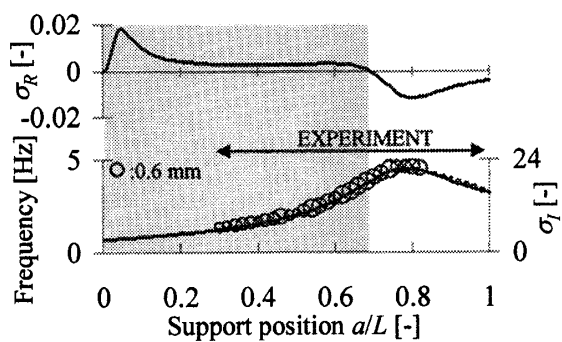
中間支持しているばね定数 k の固有振動数への影響を図 6 に示す。図には測定結果も点線で示されている。 $\kappa > 20000$ では 4 次までの固有振動数はほぼ一定である。実測した k の値を用いると $\kappa \approx 50000$ であり、以下の計算では $\kappa = 50000$ とした。

図 7 に 2 次モードについての中間支持軸受位置 a/L に対する無次元固有値 $\sigma = \sigma_R + i\sigma_I$ を示す。ただし、

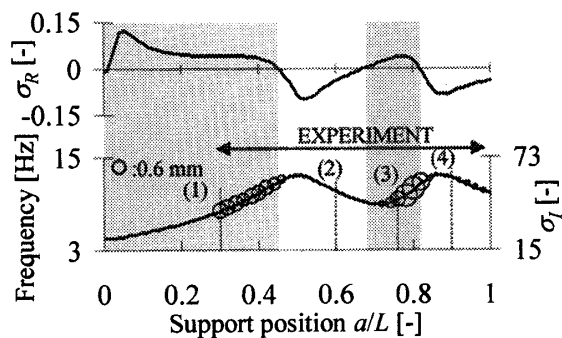
$$\sigma = is\sqrt{\rho AL^3/EI} \tag{12}$$

σ_R の値が正のときは系が不安定である。図より中間支持軸受の位置によらず $\sigma_R > 0$ なので、系は常に不安定である。 $a/L=0.5, 0.8$ の近傍で σ_R の値が 0 に近づくが、これは振動モードの節の位置であり、中間支持の有無によらないためである。他のモードについても同様で、中間支持軸受において変位と接線方向に作用する摩擦力を考えているので、常に系は不安定である。一方、実験では図 4 に示すように特定の a/L の範囲でのみ自励振動が発生している。

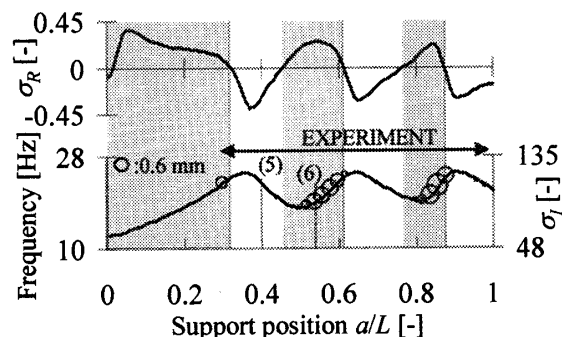
そこで解析モデルを図 5(b) に示すように、上端を固定端ではなく十分剛なモーメントばね k_M とわずかなモーメント粘性減衰 c_M によって支持されていると考えることにする。すると境界条件は式(6b)ではなく次式となる。



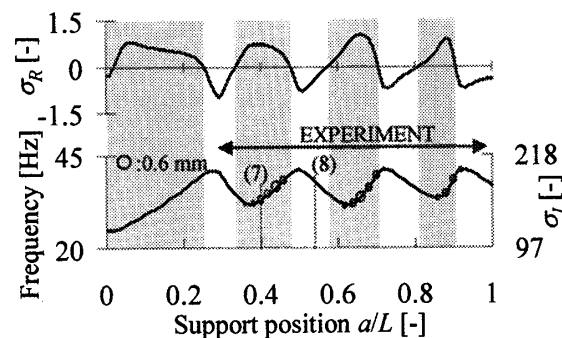
(a) 1st mode



(b) 2nd mode

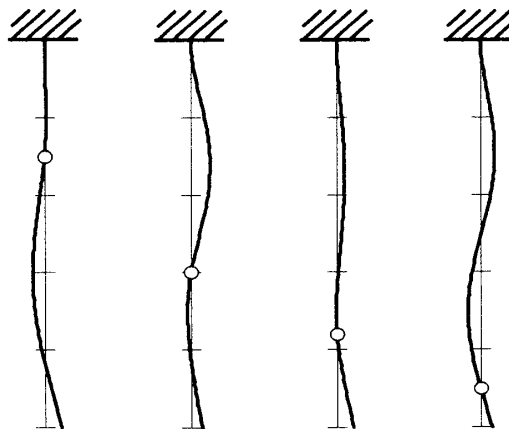


(c) 3rd mode

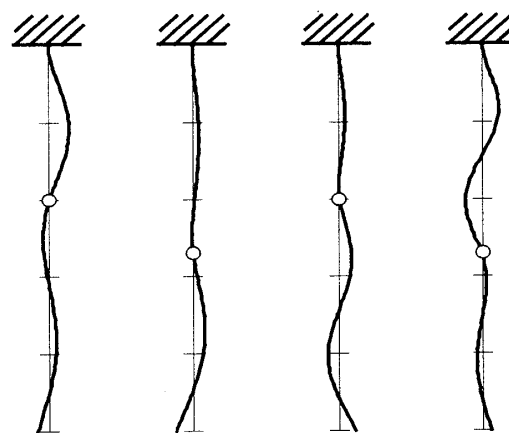


(d) 4th mode

Fig. 8 Eigenvalues versus support position a/L
(■: unstable, □: stable)



(1) $a/L=0.3$ (2) $a/L=0.6$ (3) $a/L=0.76$ (4) $a/L=0.9$



(5) $a/L=0.4$ (6) $a/L=0.54$ (7) $a/L=0.4$ (8) $a/L=0.54$

Fig. 9 Calculated mode shapes (O: support bearing)

$$k_M \frac{dU_1(0)}{dx} + isc_M \frac{dU_1(0)}{dx} = EI \frac{d^2U_1(0)}{dx^2} \quad (13)$$

付録に示すように $K_M = k_M L / (EI)$ と $C_M = c_M / (\rho A L^2 EI)^{1/2}$ の大きさに関する考察を行い、以下では $K_M = 200$, $C_M = 0.5$ とした。図 8 に a/L に対する無次元固有値 $\sigma = \sigma_R + i\sigma_I$ と安定域の関係を示す。モーメントばね剛性が高く、モーメント粘性減衰が小さいことから、図 7 の上端を固定端としたときの解析結果と比べ、固有振動数およびモード形はほとんど変わらなかった。しかし、安定性は大きく変化し、 $\sigma_R < 0$ の安定域と $\sigma_R > 0$ となる不安定域が現れた。図から分かるように固有振動数が a/L に伴って増加する範囲では $\sigma_R > 0$ となり、系は不安定であるが、固有振動数が減少する範囲では $\sigma_R < 0$ となって系は安定である。○印は図 4 に示した観察された不安定振動の振動数と振幅(円の直径)である。図から振動数が発生している範囲が計算結果とかなり

よく一致し、 $c_R > 0$ の範囲で振動が発生しているのが分かる。ただし実験は $0.3 \leq a/L \leq 0.98$ の範囲で行った。

図9にモード形を示す。 c_M を考慮したため、厳密には、軸のたわみ線は一平面上にないが、平面からのずれはわずかなので、ずれを無視し一平面上のたわみとして表している。○印は中間支持軸受の位置を示している。図中の(1)-(8)は図8に点線で示された(1)-(8)に対応している。(1)および(3)は2次の固有振動数が a/L に伴って増加している範囲にあり、(2)および(4)は固有振動数が a/L の増加に対し減少している範囲にある。(1)および(3)では中間支持軸受より自由端側が大きく振動しているモードであり、逆に(2)および(4)は中間支持軸受とモーメントばね k_M などで支持されている端部との間が大きく振動するモードである。これから、実験で現れている振動は自由端側が大きくふれるモードであり、中間支持軸受とモーメントばね k_M などで支持された端の間が大きく振動するモードは現れてない。他にも同じことが分かる。振動が発生する a/L の範囲に限られ、振動の発生しない a/L の範囲が存在するのは、以下のように考えられる。軸上端部に作用するモーメント粘性減衰 c_M の影響で、玉軸受と中間支持軸受の間が大きく振動するモードは制振され、自由端側が振動するモードのみが現れたと考えられる。

回転数の増加に伴い高次の振動モードが現れる点に関しては現在のところ十分には解明出来ていない。しかし、軸が滑らずに中間支持軸受内を転がると仮定すると、ふれまわり角速度 ω_w と軸回転速度 ω の間には次の関係がある⁹⁾。

$$\therefore \omega_w = \frac{r}{c} \omega \quad (14)$$

ここで、 r は軸半径、 c は半径すきまである。式(14)で示される軸回転角速度 ω とふれまわり角振動数 ω_w の関係を図2に直線で示してある(原点を通る右上がりの上側の直線)。図から観察された振動数は式(14)で示される振動よりも1/2程度低いことが分かる。これは、実際には軸と中間支持軸受のOリングの間にはすべりが生じていること、また、Oリングが変形していることなどが考えられる。このように定量的には差はあるが、基本的には軸が中間支持軸受内を少し滑りながらふれまわる運動をしていて、軸回転角速度 ω が高くなると、ふれまわり角速度 ω_w も高くなると考えられる。

中間支持軸受にばねと並列に粘性減衰を仮定した解析も行ったが、系全体を安定化させる効果のみが現れ、

実機や実験で観察された支持位置による安定度の変化には無関係であった。

4. まとめ

ランス管をある突き出し量で運転したとき、スーツプロローに振動が発生するメカニズムを明らかにするため、モデル装置を製作し実験を行い、実機と同じ傾向を示す実験結果が得られることを確認した。振動の原因は中間支持軸受に作用する摩擦力によると考えられるが、支持位置 a/L を自由端側に移動するとき、系の固有振動数が増加する範囲でのみ振動が発生するメカニズムを明らかにするため理論解析を行った。

自由端とは逆の軸支持部が高剛性のモーメントばねで支持され、これと並列にわずかなモーメント粘性減衰が作用する系としてモデル化し理論解析を行った。その結果、振動が発生する範囲に関して実験結果とかなり良く一致する解析結果が得られた。

理論解析より、支持位置を自由端側に移動させたとき、自由端側が大きく振動するモードは固有振動数が増加する範囲にあり、軸支持部と中間支持軸受の間が大きく振動するモードは固有振動数が減少する範囲にあることが分かった。これから、支持部と中間支持軸受の間が大きく振動するモードは、支持部の粘性減衰により制振されて現れず、中間支持軸受から自由端側が大きく振動するモードのみが現れたと考えられる。

文 献

- (1) Sato, Y., Vibrations of a Flexible Rod Induced by Friction, *Proceedings of the Third International Symposium on Vibrations of Continuous Systems*, (2001), pp. 60-61.
- (2) Sato, Y., Nagamine, T., Nagai, J. and Katayama, K., Friction Induced Vibration of a Long Flexible Shaft, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.70, No.690 (2004), pp. 356-362.
- (3) Watari, A. and Sugimoto, T., Vibrations Caused by Dry Friction, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.29, No.200(1963), pp. 769-782.
- (4) Rice, J. R. and Ruina, A. L., Stability of Steady Frictional Slipping, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.50, (1983), pp.343-349.
- (5) Adams, G. G., Self-Excited Oscillations in Sliding With a Constant Friction Coefficient - A Simple Model, *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol.118, (1996), pp.819-823.
- (6) Black, H. F., Interaction of a Whirling Rotor with a Vibrating Stator Across a Clearance Annulus, *Journal Mechanical Engineering Science*, Vol.10, No.1 (1968), pp. 1-12.

- (7) Crandall, S. H., *IFTOMM Proceedings 3rd International Conference Rotor Dynamics*, (1990), pp. 19-24, Lyon.
- (8) Sawaragi, Y. and Iwamoto, Y., On Shaft Whipping Caused by Dry Friction of Bearing (in Japanese), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.17, No.57 (1951), pp. 61-66.
- (9) Yanabe, S., Bernard, E. D. and Kaneko, S., Whirling of a Vertical Rotor Contacting with Annular Guard during Acceleration by a Power Limited Motor, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol.64, No.622 (1998), pp. 1890-1895.

付録 B

図 B1 に $K_M = k_M L / (EI)$ に対する固有振動数の変化を示す。中間支持軸受をはずした状態で、打撃実験によって測定された固有振動数を点線で表してある。図より $K_M > 200$ では固有振動数はほぼ一定であり、実測値にほぼ等しいことがわかる。図 B2 にモーメント粘性減衰係数 c_M を変化させたときの 2 次モードの安定判別の計算結果を示す。図中実線は σ_R をプロットしたもので、×印は系が不安定であることを、また○印は安定であることを表している。 $C_M = c_M / (\rho A L^2 EI)^{1/2}$ を大きくすると、安定領域が増加するのがわかる。他のモードでも同様の傾向がみられた。実験値との比較から $C_M = 0.5$ とした。また測定された減衰比と計算によって求められた 1 次モードの減衰比は約 10^{-4} であった。

付録 A

