

強震動アレーデータに基づく隣接二地点間の 最大加速度比の確率分布

川上英二¹・茂木秀則²

¹正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保255)

²正会員 博(工) 埼玉大学助手 工学部建設工学科 (〒338-8570 埼玉県浦和市下大久保255)

最大加速度は確率変数と考えられるため、信頼性解析などの工学的な利用に際して、その確率分布、特に散布度について検討しておく必要がある。本研究では、同一アレー内の任意の二点における最大加速度の比(最大加速度比)を用いて散布度を検討した。始めに、最大加速度が対数正規分布に従うものとして、最大加速度比の確率密度関数と平均値や標準偏差などの特性値の定式化を行った。次に高密度アレー観測記録を用いて二点間距離に対する最大加速度比の分布を求めた。さらに、得られた最大加速度比を二観測点間距離を用いてグループに分け、最大加速度比の確率密度関数と平均値と標準偏差、95%位値などの散布度を求め、これらの値に基づいて隣接二点間で起こり得る最大加速度の差について論じた。

Key Words : *peak ground acceleration, array seismogram, lognormal distribution, probability density, standard deviation*

1. はじめに

都市部における地震被害に見られるように、隣接した互いに類似した構造物においてもその被害の程度が大きく異なることが多い。例えば、1995年兵庫県南部地震における道路、鉄道などの高架橋の被害では、数十メートルの間隔で並ぶ橋脚のうち、比較的軽微な被害にとどまったものと倒壊に至ったものが混在していた^{1),2)}。

このように複雑な分布を示す地震被害のマクロ的な検討や構造物の設計基準の設定には、信頼性解析手法が広く用いられる^{3),4)}。これは地震被害を確率現象と見なし、構造物の耐力と地震外力の確率密度を用いて、地震外力と構造物の耐力の大小関係から被害確率を検討するものである。上記のように、地盤がほぼ均質であると考えられるような極めて狭い地域に、多数の類似した構造物が建設されている場合において地震被害の程度がばらつくことから、信頼性解析手法が工学的に有用であることがわかる。そしてこの手法から得られる重要な知見の一つは、構造物の耐力の確率密度とともに地震動強度の確率密度、特にその平均値や中央値などの代表値だけでなく標準偏差や変動係数などの散布度が地震被害を検討する上で重要な要素となることである。

構造物の地震被害を検討する上で、地震動の最大加速度は地震動の強度を示す指標として、震度やSI値などとともに広く用いられている。また、構造物の耐震

設計において行われる動的解析では、用いられる地震波形の強度が最大加速度で表されることも多い⁵⁾。このように最大加速度が地震動強度の指標として広く用いられる理由として、一つの数値で地震動強度を表すことができる利便性があること、震度やSI値と比べて直接地震波形に関係する指標であること、距離減衰式など研究成果の蓄積が多いことなどが挙げられる。

地震動は極めて複雑な波形を示すため、時空間上の確率場としての検討が行われている。このうち、観測に基づいて狭い領域内の地震動の空間分布を検討した例として、アレー観測記録を用いてコヒーレンスや相互相関関数を推定した研究⁶⁾⁻¹¹⁾が挙げられる。しかし、地震動の時空間分布を与えるメカニズムについて未知の点が多く、また、上記の研究において最大加速度に関する知見が直接得られているわけではない。

一方、最大加速度などの地震動強度の確率密度について言及している研究として、距離減衰式を推定した研究^{12),13)}が挙げられる。この場合、距離減衰式による推定値と観測値との誤差は地震動強度の散布度を表すものと理解できる。また、重回帰分析では地震動強度の対数値が用いられることが多く、地震動強度は対数正規分布に従う確率変数と考えられている^{13),14)}。しかし距離減衰式の場合には、様々な地震と観測点の組み合わせを用いて推定されるため、地震の違いや震源から観測地点への方向の違い、観測地点の地盤構造の違いに起因する散布度も含まれており、均質地盤内の地震動の散布度だけを扱ったものではない。もとより、散

布度がどのようなパラメータに起因するものであるか十分に検討されているわけでもない。

以上のことから本研究では、最大加速度の代表値がほぼ一定と考えられる狭い領域に多数の地震計が配置されたアレー観測記録を用いて、同一地震に対する同一アレー内の任意の二点における最大加速度の比の散布度を検討した。まず、最大加速度が対数正規分布に従う¹³⁾ものとして最大加速度比の確率分布の定式化を行った。次に、東京大学生産技術研究所千葉実験所高密度アレー¹⁵⁾と台湾SMART-1アレー¹⁶⁾における観測記録を用いて二点間距離に対する最大加速度比の分布を算定した。そして二観測点間の距離を用いて複数のグループに分け、それぞれの最大加速度比の散布度と確率密度関数を求めた。さらに推定した対数正規確率密度関数に基づいて最大加速度比の中央値(50%位値)、95%位値を求め、隣接二点間で観測され得る最大加速度の差について論じた。

2. 解析手法

(1) 最大加速度比

本研究では隣接する二地点間で観測される最大加速度の違いを示す値として、同一地震に対するアレー内の任意の二点における最大加速度の比を考え、これに対して、その二点間距離をパラメータとした確率論的な検討を加えた。

最大加速度比 R は常に最大加速度の大きい方を分母とし、 $0 < R \leq 1$ の値をとるものと定義した。従って、最大加速度比が 1 に近い場合には散布度が低く、最大加速度比が小さいほど散布度が高いことを示す。

なお本研究では、正規分布と対数正規分布を併用して検討を行うため、平均値と中央値、標準偏差と変動係数など定義の異なる類似の特性値を用いることがある。このため特にこれらを区別する必要がない場合には、何らかの意味で分布の中心となる値を代表値、分布の散らばりの度合いを表す値を散布度と呼ぶ¹⁷⁾。

(2) 最大加速度の確率密度

a) 対数正規確率密度関数^{3), 18), 19)}

一般に最大加速度は対数正規分布に従う確率変数としてモデル化されることが多い。例えば参考文献 13, 14 において、距離減衰式によって推定される地震動の強度はその中央値であり、実際の地震動は地震の違いによらずに一定の変動係数を有する対数正規分布に従うものとして扱われている。本研究でもこれらの研究成果に基づいて、最大加速度を対数正規分布に従う確率変数として最大加速度比の確率密度を検討する。このため、予め本節で対数正規分布の確率論的な性質につ

いてまとめておく。

最大加速度 X が対数正規分布に従うとき、その対数 $Z = \ln X$ は正規分布に従う。従って、 Z の確率密度関数は

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left\{-\frac{(z-\mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} \quad (1)$$

で表される。ここで μ_Z , σ_Z はそれぞれ、最大加速度の対数の平均値と標準偏差である。前述のように μ_Z は地震に依存する母数であるが、 σ_Z は地震の違いによらず一定であると見なす^{13), 14)}。変数変換 $Z = \ln X$ を式(1)に施すと、次式の対数正規分布の確率密度関数が得られる。

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z x} \exp\left\{-\frac{(\ln x - \mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} \quad (2)$$

b) 対数正規分布の中央値(50%位値)と平均値、標準偏差、変動係数^{3), 18), 19)}

$m_X = \exp(\mu_Z)$ とおいて、式(2)を 0 から m_X まで積分すれば、

$$\begin{aligned} & \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{m_X} f_X(x) dx \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{m_X} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z x} \exp\left\{-\frac{(\ln x - \mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\mu_Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \exp\left\{-\frac{(t - \mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}\right\} dt = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

従って m_X は確率変数 X の中央値である。

X の平均値 μ_X と標準偏差 σ_X は式(2)から次のように求められる^{18), 19)}。

$$\begin{aligned} \mu_X &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{\infty} x f_X(x) dx \\ &= \frac{m_X \exp\left(\frac{1}{2}\sigma_Z^2\right)}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u - \sigma_Z)^2}{2}\right\} du \\ &= m_X \exp\left(\frac{1}{2}\sigma_Z^2\right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mu_{X^2} &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^{\infty} x^2 f_X(x) dx \\ &= \frac{m_X^2 \exp(2\sigma_Z^2)}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(u - 2\sigma_Z)^2}{2}\right\} du \\ &= m_X^2 \exp(2\sigma_Z^2) \end{aligned} \quad (5)$$

式(4)(5)より、

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= \mu_{X^2} - \mu_X^2 \\ &= m_X^2 \exp(2\sigma_Z^2) - m_X^2 \exp(\sigma_Z^2) \end{aligned} \quad (6)$$

なお、式(4)(5)の導出では変数変換

$$u = \frac{\ln(x/m_X)}{\sigma_Z} \quad (7)$$

と次式の積分公式²⁰⁾を用いている。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-a^2 t^2) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{a}, \quad a > 0 \quad (8)$$

X の変動係数 V_X は式(4)(6)より,

$$V_X^2 = \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} = \exp(\sigma_Z^2) - 1 \quad (9)$$

あるいは

$$\sigma_Z^2 = \ln(V_X^2 + 1) \quad (10)$$

で表される^{3), 18), 19)}.

(3) 最大加速度比の確率密度関数

a) 最大加速度の大小関係を考慮しない場合の最大加速度比の確率密度関数

同一アレー内の任意の二点で観測された, 同一地震による最大加速度が二次元対数正規分布に従うものと仮定する. このとき, この最大加速度 X_1, X_2 の対数 Z_1, Z_2 は二次元正規分布に従い, その同時確率密度関数は次式で表される²¹⁾.

$$f_{Z_1, Z_2}(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_Z^2\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_Z^2(1-\rho^2)} \left\{ (z_1 - \mu_Z)^2 - 2\rho(z_1 - \mu_Z)(z_2 - \mu_Z) + (z_2 - \mu_Z)^2 \right\} \right] \quad (11)$$

ここで, ρ は Z_1, Z_2 の相関係数である. また式(11)では, 二点における最大加速度の対数の平均値 μ_{Z_1}, μ_{Z_2} と標準偏差 $\sigma_{Z_1}, \sigma_{Z_2}$ がそれぞれ等しい場合を想定している.

$$\begin{aligned} \mu_Z &= \mu_{Z_1} = \mu_{Z_2} \\ \sigma_Z &= \sigma_{Z_1} = \sigma_{Z_2} \end{aligned} \quad (12)$$

比を求める二つの最大加速度の大小関係を考慮しない場合の最大加速度比を R' とすると, この対数 P' が

$$P' = \ln R' = \ln \frac{X_1}{X_2} = Z_1 - Z_2 \quad (13)$$

と表されることを考慮して, $Z_1 - Z_2$ の確率密度関数を導く. なお, 最大加速度の大小関係を考慮しない場合と考慮する場合の区別が必要な確率変数に対しては, 変数名に「'」を付けて大小関係を考慮しない場合の確率変数であることを示すものとする.

$$\begin{cases} P' = Z_1 - Z_2 \\ Q = Z_2 \end{cases} \quad (14)$$

とにおいて, 式(11)に (Z_1, Z_2) から (P', Q) への変数変換を施すと, ヤコビアン J が

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial p'} & \frac{\partial z_1}{\partial q} \\ \frac{\partial z_2}{\partial p'} & \frac{\partial z_2}{\partial q} \end{vmatrix} = 1 \quad (15)$$

となることから, (P', Q) の同時確率密度関数 $f_{P', Q}(\cdot)$ は次式で表される.

$$f_{P', Q}(p', q) = f_{Z_1, Z_2}(p' + q, q) \quad (16)$$

従って, P' の確率密度関数 $f_{P'}(\cdot)$ は

$$f_{P'}(p') = \int_{-\infty}^{\infty} f_{Z_1, Z_2}(p' + q, q) dq \quad (17)$$

与えられる²²⁾.

式(17)の積分を評価すると,

$$\begin{aligned} f_{P'}(p') &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2(1-\rho)}\sigma_Z} \exp \left\{ -\frac{p'^2}{2 \cdot 2(1-\rho)\sigma_Z^2} \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp \left(-\frac{p'^2}{2\sigma_{P'}^2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで, $\sigma_{P'}$ は P' の標準偏差である. 式(18)から P' は平均値が 0, 標準偏差 $\sigma_{P'}$ が

$$\sigma_{P'} = \sigma_Z \sqrt{2(1-\rho)} \quad (19)$$

与えられる正規分布に従うことがわかる.

一般に確率変数のばらつきを評価するためには, まずその平均値を推定する必要がある. しかし同一アレーにおける単純平均では, その平均値が地震計の相対的な位置関係に依存するものとなるため, 地震計の配置に基いた適切な重みを用いて平均値を推定する必要がある. また平均値は地震ごとに推定する必要があるが, この場合データ数が限られる点も問題となる. しかし, 最大加速度比を用いることによって P' の平均値が 0 になるため, 上記の問題を避けることができる利点がある. なお式(19)に示されるように, 最大加速度比の対数の分散 $\sigma_{P'}^2$ は相関係数 ρ の増加に対して線形的に減少する.

式(18)から, 最大加速度の大小関係を考慮しない場合の最大加速度比 R' の確率密度関数として次式の対数正規確率密度関数を得る.

$$f_{R'}(r') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}r'} \exp \left(-\frac{\ln^2 r'}{2\sigma_{P'}^2} \right), \quad 0 < r' \quad (20)$$

b) 最大加速度比の確率密度関数

本研究では最大加速度比 R を

$$R = \begin{cases} X_1/X_2 & (X_1 < X_2) \\ X_2/X_1 & (X_1 \geq X_2) \end{cases} \quad (21)$$

と定義しており, その対数は

$$P = \ln R = -|\ln X_1 - \ln X_2| \quad (22)$$

で表される. 式(18)で示したように, P' は平均値 0 の正規分布, すなわち $P'=0$ の軸に関して対称な分布に従うことから, P の確率密度関数は P' の確率密度関数において $P' \leq 0$ の部分を 2 倍し, 他を 0 とおいた確率密度関数で表される.

$$f_P(p) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp \left(-\frac{p^2}{2\sigma_{P'}^2} \right), \quad p \leq 0 \quad (23)$$

さらに式(23)において, $P \leq 0$ の範囲で P から R への変数変換を行えば, 対数正規確率密度関数に類似した, 上下限のある次式の最大加速度比 R の確率密度

関数が得られる。

$$f_R(r) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right), \quad 0 < r \leq 1 \quad (24)$$

ただし、式(24)に示されるように、最大加速度の大小関係を考慮した最大加速度比の確率密度関数においても大小関係を考慮しない場合の標準偏差 $\sigma_{P'}$ がパラメータとして用いられている。

(4) 最大加速度比の平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ の関係

最大加速度比の平均値 μ_R は式(24)から次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \mu_R &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^1 r f_R(r) dr \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \int_{\epsilon}^1 \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right) dr \\ &= \exp\left(\frac{\sigma_{P'}^2}{2}\right) \left\{ 1 - \operatorname{Erf}\left(\frac{\sigma_{P'}}{\sqrt{2}}\right) \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 $\operatorname{Erf}(\cdot)$ は次式で定義される誤差関数²⁰⁾である。

$$\operatorname{Erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt \quad (26)$$

最大加速度比の平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ は式(25)によって互いに関連付けられており、最大加速度比の平均値も最大加速度の散布度を表す特性値の一つと考えることができる。

(5) 最大加速度比の%位値

最大加速度比 R が

$$1 \geq R \geq r_\gamma > 0 \quad (27)$$

の範囲にある確率が γ % であるときの最大加速度比の値 r_γ を γ % 位値とする。この条件は式(24)を用いて次のように表される。

$$\frac{\gamma}{100} = \int_{r_\gamma}^1 \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{\ln^2 r}{2\sigma_{P'}^2}\right) dr \quad (28)$$

式(28)において変数変換 $\ln(r) = t$ を施し、さらに

$$\ln r_\gamma = -\tau_\gamma \quad (29)$$

とおけば、式(28)は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{100} &= \int_{-\tau_\gamma}^0 \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{P'}^2}\right) dt \\ &= \int_{-\tau_\gamma}^{\tau_\gamma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{P'}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{P'}^2}\right) dt \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)を満たす τ_γ を正規分布表を用いて求めれば、式(29)によって最大加速度比の γ % 位値 r_γ が求められる。

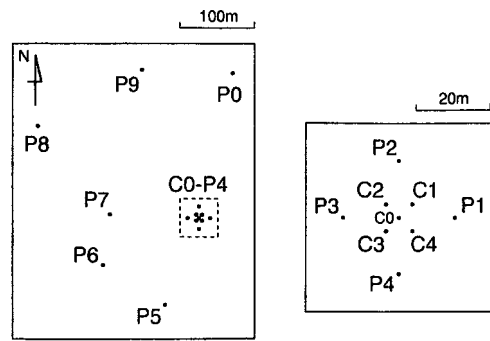


図-1 千葉アレーの平面図¹⁵⁾

3. アレー観測記録

(1) 東京大学生産技術研究所千葉実験所アレー¹⁵⁾

a) アレー観測施設の概要

本アレー記録は震災予防協会強震動アレー観測記録データベースに蒐集されている、東京大学生産技術研究所千葉実験所構内の三次元高密度アレー観測によるものである。本研究では簡単のため上記アレーを千葉アレーと略記する。

図-1に千葉アレーの平面図を示す。千葉アレーは1982年から観測が開始され、当初はC0～C4, P1～P6の11点（地中埋設分を含めると36点）で観測が行われていた。さらに、1985年からP7～P9, P0の4点が新たに設置され、現在15点（地中埋設分を含めると44点）で観測されている。

C0, P5～P9, P0の柱状図¹⁵⁾によれば、地盤は地表面から深さ約10mまでのN値10以下の層とそれ以深のN値30以上の層から構成されている。そして、この特徴はアレー内の観測点に共通するものであり、地盤構造はほぼ均一と言ってもよい。なお、本アレーにおけるサンプリングレートは200Hzであり、最大加速度を検討する上で十分大きな値と考えられる。

b) 地震記録

図-1に示すC0～C4, P0～P9のすべての観測孔において、地下1mに加速度計が設置されており、本研究ではこの深度における地震記録を地表面における記録と考え、これらを用いて検討を行った。

図-2は本研究で用いた記録地震の震央を示したものである。図中の円の中心がそれぞれの震央、また、十字線の交点は千葉アレーの位置を示す。これらの記録地震の多くはマグニチュードと震央距離が小さい地震であるが、一部、鳥島付近M7.9などの大規模な地震も含まれている。

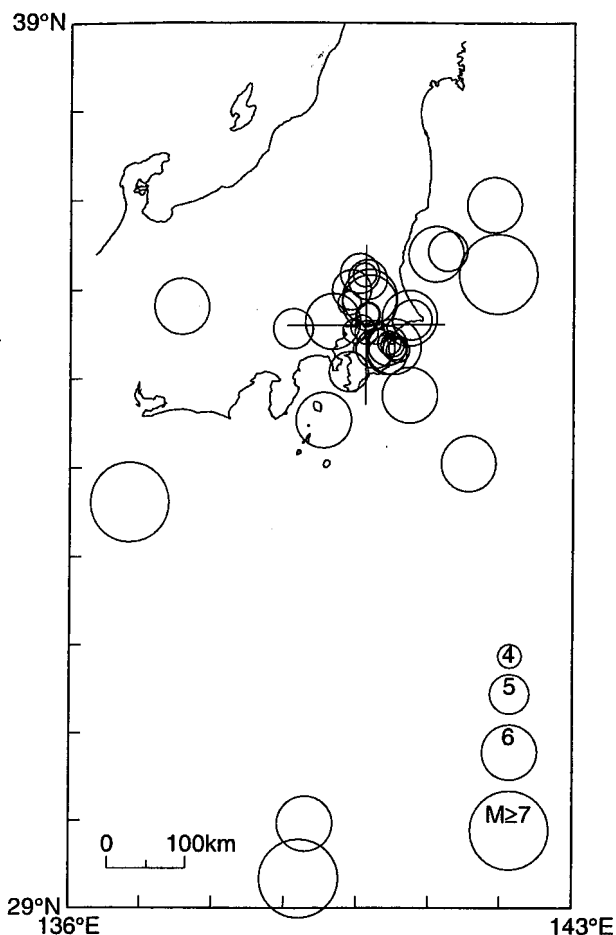


図-2 本研究で用いた千葉アレー記録地震の震央

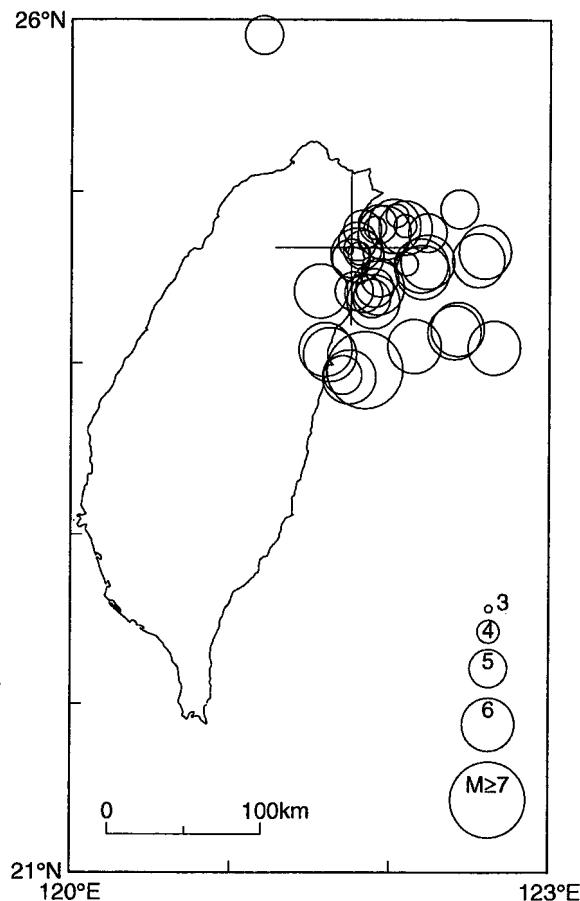


図-4 本研究で用いた SMART-1 アレー記録地震の震央

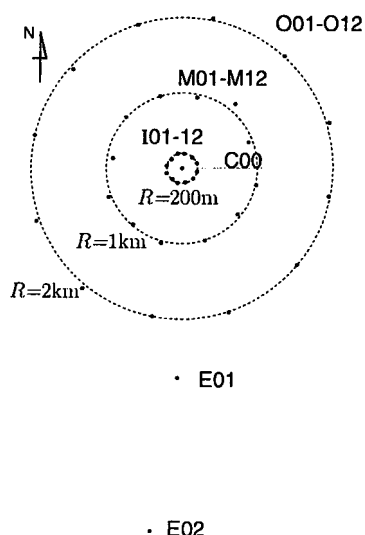


図-3 SMART-1 アレーの平面図^{16), 23)}

(2) SMART-1 アレー^{9), 16), 23), 24)}

a) アレー観測施設の概要

SMART-1 アレーは1980年から1982年にかけて台湾・羅東に設置されたアレー観測システムである。図-3に示すように、地震計はC00を中心として半径200m、

1,000m、2,000mの同心円上にそれぞれ12箇所ずつ設置されている。また、C00から2,800m、4,800m南方に2つの地震計E01、E02が設置されている。

地盤構造は、アレー円環部分では地表から3～18mまでのS波速度120～160m/sの層と深さ30～60mまでの190～360m/sの層の二層からなる沖積層と、それ以深の層厚170～540mの洪積層（S波速度700～850m/s）から構成されている。南北断面において洪積層の上面が傾斜しており、E02の南側で洪積層が現れている。東西断面ではほぼ水平な成層構造をなしている²⁴⁾。なお、本アレーでは100Hzでサンプリングされており、最大加速度を検討する上で十分な精度を有するものと考えられる。

b) 地震記録

検討に用いた地震記録は、1980年10月から1986年11月までに観測された40地震によるもので、震央距離が数kmから100km程度、ローカルマグニチュード M_L は3.6から7.0の範囲にある²³⁾。また、全記録中の最大加速度は 375.3 cm/s^2 である。図-4にこれらの地震の震央とSMART-1アレーの位置を示す。

前述のように南北断面において洪積層上面の傾斜が見られることから、その影響について予備検討を行っ

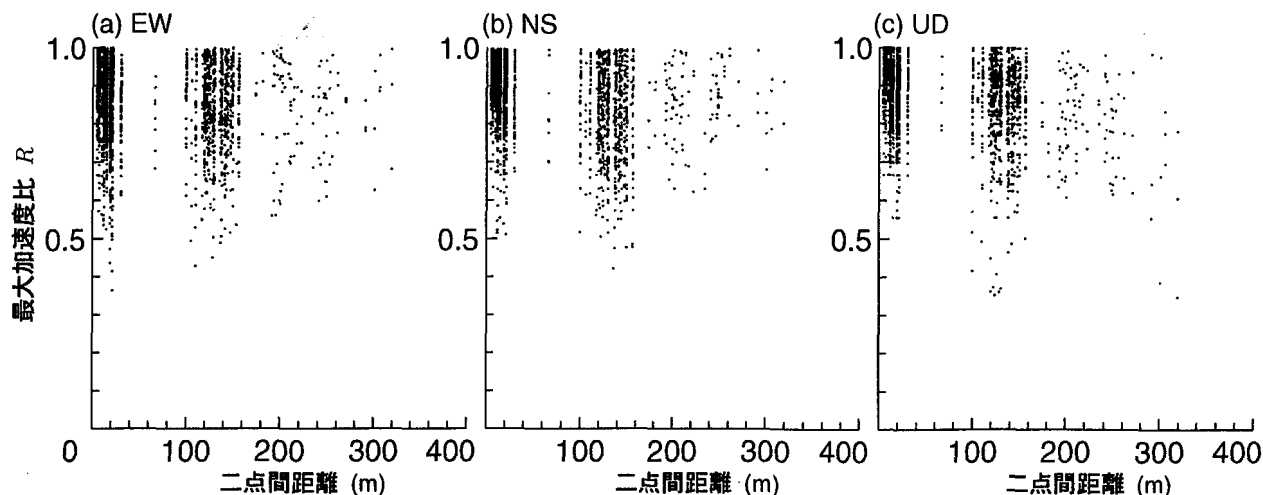


図-5 千葉アレーにおける二点間距離と最大加速度比 R の分布の関係

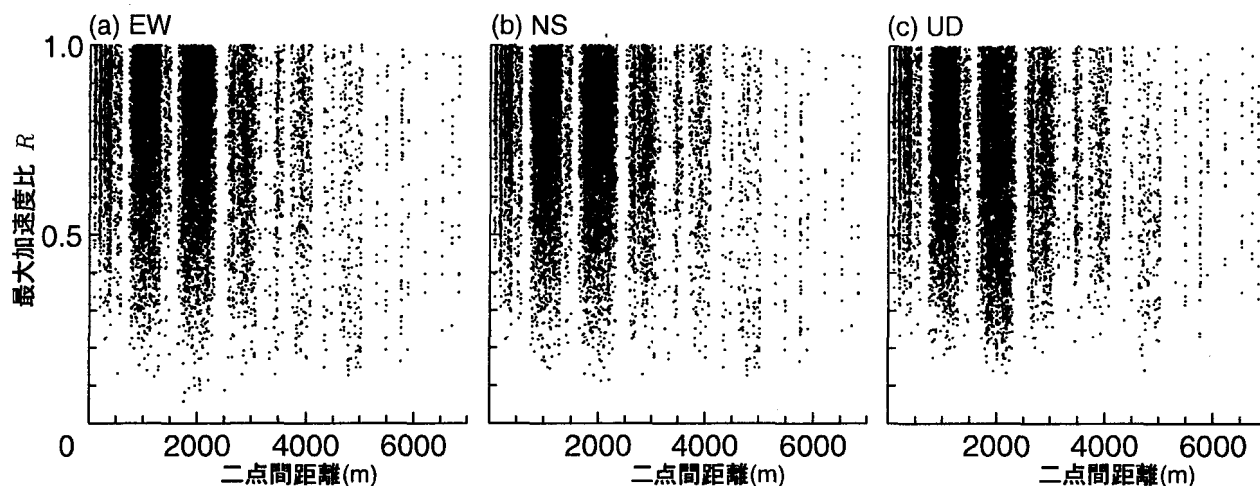


図-6 SMART-1 アレーにおける二点間距離と最大加速度比 R の分布の関係

た。まず、全39観測点のうち36点以上で観測された10地震のEW成分について、最大加速度の対数値を地震ごとの単純平均値で正規化した。次に、観測点ごとに得られる、正規化された最大加速度の対数値を上記の10地震について平均し、この値を観測点に固有な最大加速度の平均的な増幅率を表すものと考えた。この結果、洪積層上面の傾斜に対応する増幅率の変化が認められず、また、アレー内の全ての観測点で $\pm 10\%$ 以内の値を示した。このため、観測点により最大加速度の増幅率に著しい違いはないものと判断し、本研究では全ての観測点のデータを使用した。

4. 最大加速度比の分布

(1) 最大加速度比の分布と二点間距離による分類

本研究ではNS, EW, UDの三成分について、同一方向の成分同士で生じる最大加速度のばらつきについて

検討を行った。もとより、非常に短い二地点間距離においても地震動の主軸方向の変化が認められる場合があり²⁵⁾、このことも同一方向の成分同士の最大加速度がばらつく一因と考えられる。また、直交三成分それぞれを用いて検討を行う以外に、水平二成分のベクトル和の最大値について検討を行うことも考えられる。しかし、構造物は一般に直交三成分のそれぞれに対して応答が検討されることが多いことなどを考慮して、簡単化のため直交三成分それぞれについて検討を行った。

図-5、図-6は横軸に二点間距離を用いて、千葉アレーとSMART-1アレーにおける最大加速度比 R の分布を示したものである。各図の(a)～(c)はそれぞれ、EW, NS, UD成分に対するものである。

例えば、図-5の千葉アレーにおける最大加速度比の分布図では、二点間距離が数十～数百mと隣接している地点にもかかわらず、最大加速度のばらつきによって最大加速度比が0.5以下である場合も起こり得ることが

表-1 千葉アレーデータベースにおける二点間距離で分けたグループごとの最大加速度比のデータ数

グループ	二点間距離 $L(m)$	データ数		
		EW	NS	UD
A	$0 < L \leq 40$	1,368	1,368	1,368
B	$40 < L \leq 160$	819	819	819
C	$160 < L$	108	108	108
計		2,295	2,295	2,295

表-2 SMART-1 アレーデータベースにおける二点間距離で分けたグループごとの最大加速度比のデータ数

グループ	二点間距離 $L(m)$	データ数		
		EW	NS	UD
a	$0 < L \leq 650$	1,771	1,804	1,752
b	$650 < L \leq 1,600$	4,555	4,587	4,483
c	$1,600 < L \leq 2,400$	4,791	4,762	4,685
d	$2,400 < L \leq 3,200$	1,657	1,638	1,623
e	$3,200 < L \leq 4,200$	718	704	697
f	$4,200 < L \leq 5,100$	296	297	295
g	$5,100 < L$	147	145	145
計		13,935	13,937	13,680

認められる。また、二点間距離は一樣に分布せず、40 m と 160 m 付近を境にまとまって分布しており、二点間距離が 40 m 未満の場合、最大加速度比は 0.8～1 の範囲に多く分布し、40 m 以上 160 m 未満の範囲では 0.8 付近のデータが多くなっている。このように、最大加速度は二点間距離が増加するにつれて、より大きな差が生じる確率が増加することが認められる。

上記のことから表-1、表-2 に示すように、二点間距離を用いて、千葉アレーの場合 A～C、SMART-1 アレーの場合 a～g のグループに分け、それぞれのグループ内では最大加速度比が同一の確率分布に従うものと考えた。表-1、表-2 には最大加速度比のデータ数も示されている。SMART-1 アレーの場合にはそれぞれの地震計で欠測した成分があるために成分ごとに異なった値になっている。

(2) 最大加速度比の最小値

図-5、図-6 において、最大加速度比の最小値について着目すると、図-5 の千葉アレーの場合、二点間距離の小さい A グループにおいても 0.5 (NS, UD 成分) ～ 0.35 (EW 成分) 程度の値を示しており、二点間の距離が数十 m であっても、最大加速度は互いに 2 倍あるいは 1/2 倍となることもあり得ることがわかる。また、図-6 の SMART-1 アレーの場合では、千葉アレーに比べて二点間距離が大きいこともあり、最大加速度比の最小値は a グループで 0.2 程度、最もデータの多い c グループでは 0.1 程度の値になっている。

ただし、最小値のような極値の分布には元の分布とともにデータ数が大きく影響する¹⁹⁾ ため、後述の確率

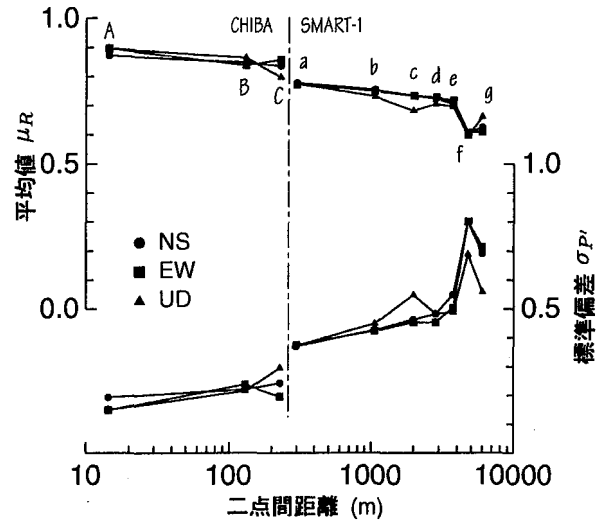


図-7 千葉アレーと SMART-1 アレーにおける二点間距離と平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ の関係

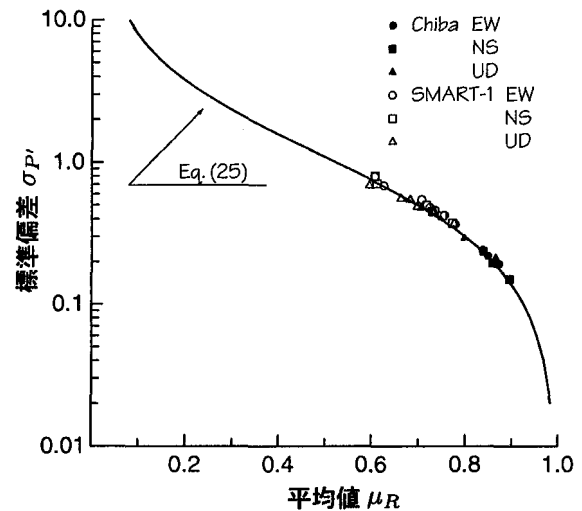


図-8 標準偏差 $\sigma_{P'}$ と平均値 μ_R の関係式 (25) と観測値との比較

密度関数に基づく定量的な検討が必要である。

(3) 最大加速度比の平均値と標準偏差

最大加速度比 R の確率密度関数式 (24) に含まれるパラメータ $\sigma_{P'}$ を次式で推定した。

$$\sigma_{P'}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\ln r'_j - \mu_{P'})^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \ln^2 r_j \quad (31)$$

ここで、 r_j , r'_j , ($j=1, \dots, n$) は最大加速度比のサンプル、 n は各グループに含まれるサンプルの総数である。なお式 (31) では、2.(3) a) 節で示したように $P' = \ln R'$ が平均値 $\mu_{P'} = 0$ の正規分布に従うことに基づいて推定しているため、標本平均を用いる場合の分母 $n-1$ とは異なり、 n を分母に用いている。

図-7は式(31)を用いて推定した、千葉アレーとSMART-1アレーにおけるグループごとの標準偏差 σ_{P_i} と平均値 μ_R を示したものである。横軸の二点間距離はそれぞれのグループごとの平均値を用いた。

各グループの平均値 μ_R を見ると、千葉アレーにおいてAグループでは0.9程度(0.87 EW, 0.90 NS, UD)を示し、Cグループでは0.8~0.85程度(0.84 EW, 0.86 NS, 0.80 UD)まで緩やかに減少している。また、二点間距離が10m程度のごく近傍の場合においても、最大加速度がばらついた結果、最大加速度比の平均値で0.85~0.9程度、標準偏差 σ_{P_i} で0.15~0.2程度の値を示すことがわかる。

SMART-1アレーでは、aグループで0.8程度(0.78 EW, UD, 0.77 NS)、また、eグループでは0.7程度(0.71 EW, 0.72 NS, 0.70 UD)の値を示し、千葉アレーの場合と同様に、二点間距離が増加するにつれて平均値 μ_R が緩やかに減少する傾向を示している。

二点間距離が4kmを越えるf, gグループでは平均値と標準偏差ともに、二点間距離がそれ以下の場合と比べて不安定な値を示している。これは表-2に示すように、f, gグループにおけるデータ数が少ないことが主な原因と考えられる。データ数は基本的には観測点数の組合せと地震数の積で与えられる。観測点数に関しては、他のグループでは円周上にある多数の観測点の結果を用いているのに対し、f, gグループではE01とE02の1~2の観測点の結果を常に用いている。このため、f, gグループでは少数の観測点での観測結果の影響が大きい。また、E01とE02の地震計は他の地点よりも新しく設置されており、観測期間が短いために観測された地震の数が少ない。さらには、3(2) a)節で述べた地盤条件の差の影響もf, gグループにおける不安定さの原因の一つとも考えられる。

最大加速度比の平均値 μ_R の減少に対して、標準偏差 σ_{P_i} は単調に増加する関係にある。図-8はこの関係を式(25)と比較したものである。図中の記号はグループごとの観測値の平均値 μ_R と標準偏差 σ_{P_i} 、また、実線は式(25)の解析解を示す。この図から、観測された最大加速度比の平均値と標準偏差は式(25)の関係をよく満足している。

5. 最大加速度比の確率密度関数と%位値

(1) 千葉アレーにおける最大加速度比の確率密度関数と%位値

図-9(a), (b), (c)はそれぞれ、千葉アレーの観測結果におけるEW, NS, UD成分の最大加速度比の確率密度関数である。図中の●, ■, ▲の記号はそれぞれ、A, B, Cグループにおける最大加速度比の発生頻

度から求めた確率密度関数である。発生頻度は最大加速度比の取り得る $0 < R \leq 1$ の範囲を0.05ごとに20分割して求めた。また図-9には、グループごとに推定した標準偏差 σ_{P_i} を式(24)に代入して求めた対数正規分布の確率密度関数の解析解とそれぞれの50, 95%位値を同じ線種の矢印で示している。

発生頻度から求めた確率密度関数と対数正規分布の確率密度関数を比較すると、対数正規分布によってその概形がほぼ説明できることがわかる。

確率密度関数の形状に着目するとA, Bグループでは三成分ともに0.9~1程度のモード(最頻値)を示し、A, B, Cと二点間距離が増加するにつれて、より幅の広い確率密度関数に推移していく様子がわかる。また、Cグループではデータ数が少なく三成分とも不安定な傾向を示しているが、発生頻度と対数正規分布の確率密度関数の双方からモードは0.8~0.9の範囲にあると考えられ、A, Bグループと比べると散布度が高くなっていることが認められる。

図-9に示した50%位値について着目すると、Aグループでは0.9程度(0.88 EW, 0.90 NS, UD)、またCグループでは0.80~0.9程度(0.85 EW, 0.88 NS, 0.82 UD)であり、モードの場合と同様に二点間距離が増加するにつれてわずかながら減少する傾向を示している。

95%位値はAグループに対して0.7~0.75程度(0.68 EW, 0.74 NS, UD)、また、Cグループに対して0.55~0.7程度(0.62 EW, 0.68 NS, 0.56 UD)である。これらの結果から、危険率を5%と考えるならば、千葉アレーにおける最大加速度比の最小値はAグループでは0.7程度、Cグループでは0.6程度と考えられる。

(2) SMART-1アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

図-10はSMART-1アレー観測記録において図-9の千葉アレーと同様の検討を行ったものである。(a), (b), (c)の各図の上部に比較的二点間距離が小さいa~cグループ、下部にd~gグループに対する確率密度関数を示している。

図-10において、最大加速度比の発生頻度による確率密度関数と対数正規確率密度関数を比較すると、千葉アレーの場合と同様にその概形が対数正規分布によって説明できることがわかる。また、前節で見たように不安定な標準偏差が得られたf, gグループを除いて、二点間距離が増加するにつれて、明瞭なモードを持たない平坦な形状の確率密度関数に推移していく様子もわかる。

図-10から最大加速度比のモードは、近距離のa, bグループでは0.7~0.8程度を示し、遠距離のfグループでは0.6程度まで低下している。50%位値を見ると、

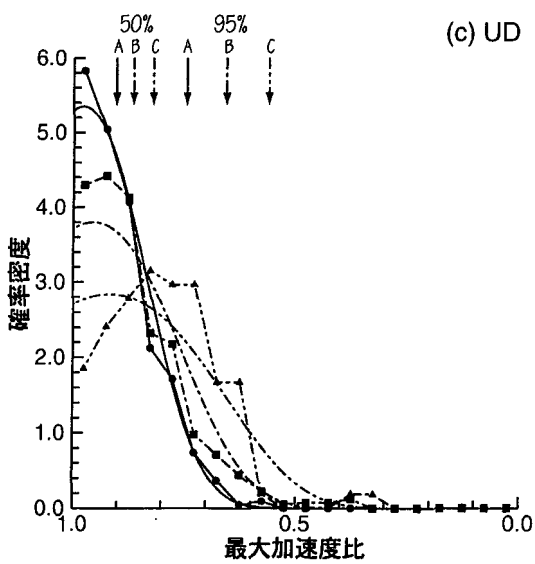
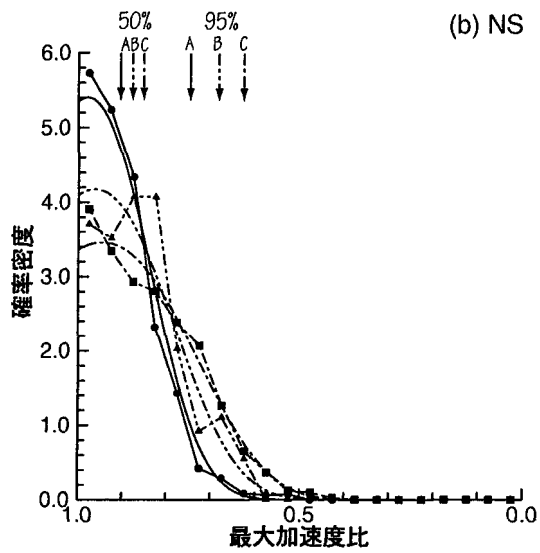
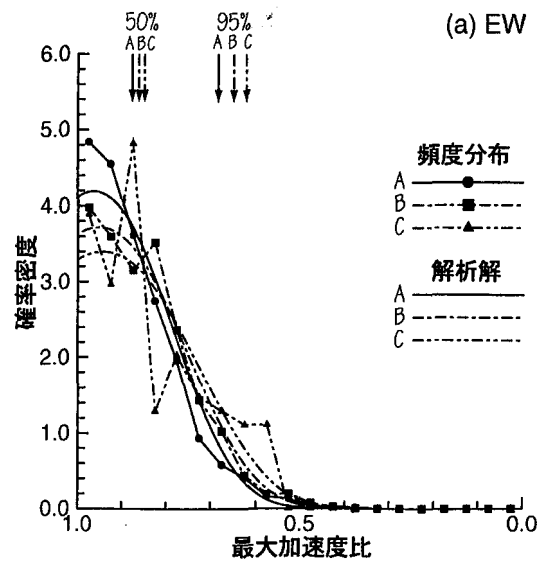


図-9 千葉アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

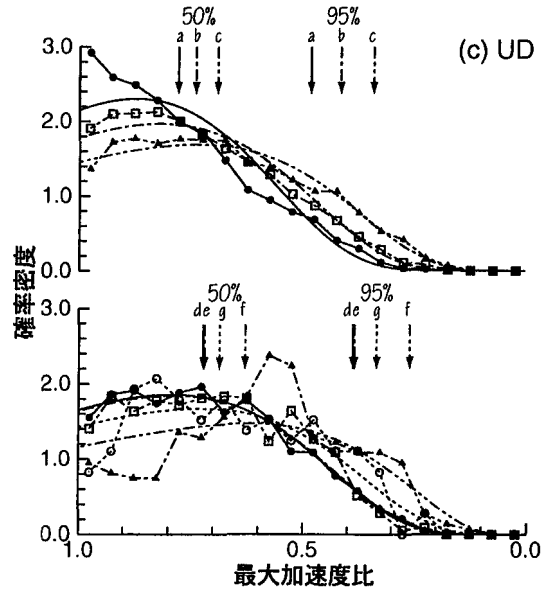
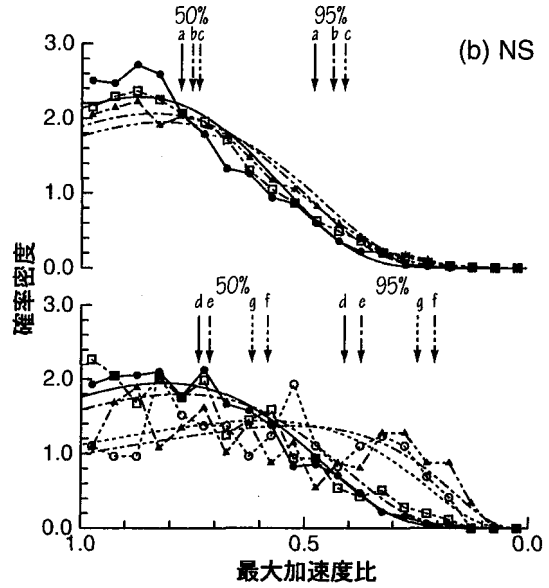
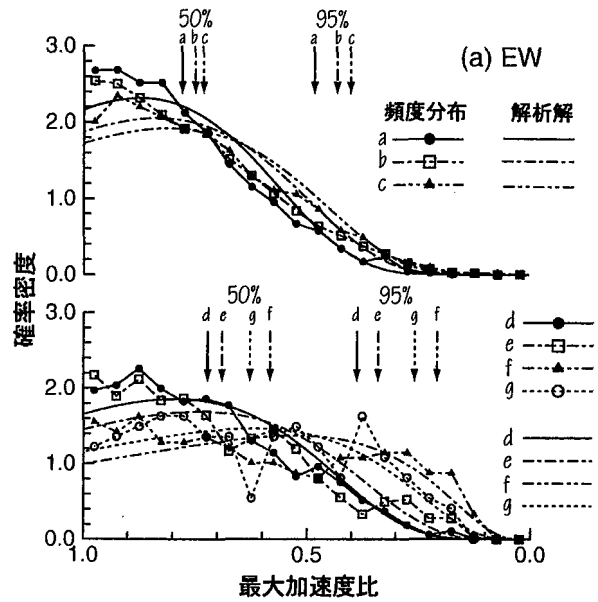


図-10 SMART-1アレーにおける最大加速度比の確率密度関数

aグループでは0.8程度（三成分ともに0.78），f，gグループでは0.6（0.58 fグループ NS，EW）～0.7（0.68 gグループ UD）程度の値を示している。このことから，f，gグループのように4km程度以上離れた二点においては互いに倍，あるいは半分の最大加速度が観測されることが頻繁に起こり得るものと考えられる。なお，統計解析に用いた40地震のうち震央距離が数kmのものも一部含まれており，例えば震央距離が10km以下の地震は6地震である。しかし，アレー内の二点間距離に比べて震央距離が大きい地震が大部分を占めており，少数の近地地震による震央距離の違いに伴う地震動の距離減衰に起因する最大加速度比の平均値や標準偏差への影響は小さいものと考えている。

また，95%位値は最も近距離のaグループでも0.5程度（三成分ともに0.48），f，gグループでは0.2（fグループ NS，EW）～0.35（gグループ UD）程度の値を示しており，危険率を5%と考えた場合，4km程度以上離れた二点においては最大で5倍あるいは1/5倍の最大加速度も観測され得ることになる。

6. 最大加速度の標準偏差 σ_Z と相関係数 ρ の最尤推定

(1) 最尤推定の方法

4(3)節に示したように，最大加速度比は二点間距離の違いに応じて平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ が変化する。式(11)を考慮すれば，この変化は，近い二点においては互いに最大加速度の相関が高く，二点間距離が大きくなるにつれて相関が低くなるためと考えられる。そこで本節では，アレー観測記録から求めた最大加速度比を用いて二点間距離をパラメータとする相関係数 ρ と最大加速度の標準偏差 σ_Z を同時に求めるを試みる。

相関係数 ρ を二点間距離 L の関数と見なし，式(19)に示される最大加速度比の標準偏差 $\sigma_{P'}$ を

$$\sigma_{P'} = \sigma_Z \sqrt{2\{1 - \rho(L)\}} \quad (32)$$

と表す。さらに，相関係数 $\rho(L)$ を二点間距離 L が0である時最大値 α をとり， L が増加するにつれて0に漸近するものと考え，次式で表す。

$$\rho(L) = \alpha \exp(-\beta L) \quad (33)$$

このとき， σ_Z ， α ， β の最尤推定値は式(24)(32)より，次式で表される対数尤度

$$\lambda = \sum_{j=1}^n \left[-\ln \sigma_Z - \frac{1}{2} \ln \{1 - \rho(L_j)\} - \frac{\ln^2 r_j}{4\sigma_Z^2 \{1 - \rho(L_j)\}} \right] \quad (34)$$

を最大化する条件から求められる。

表-3 SMART-1 アレー EW 成分における σ_Z と α ， β の最尤推定値

	σ_Z	α	$\beta(\text{km}^{-1})$	λ
解 A	0.7598	0.900	0.0560	0.1369345×10^5
解 B	3.4250	0.995	0.0023	0.1369619×10^5

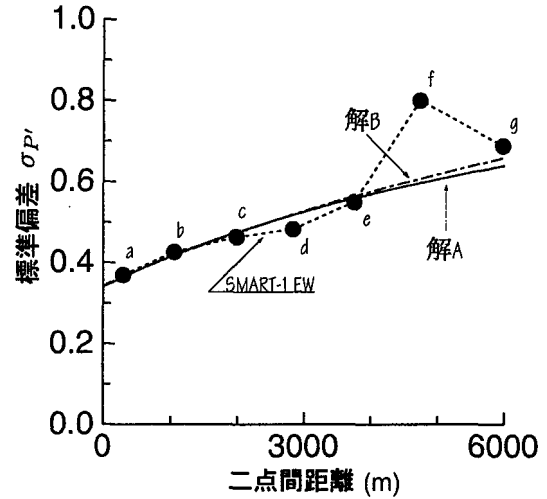


図-11 SMART-1 アレー EW 成分の $\sigma_{P'}$ の最尤推定値

最大加速度の標準偏差 σ_Z の最尤推定値は

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \sigma_Z} = 0 \quad (35)$$

から，次式で与えられる。

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{2n} \sum_{j=1}^n \frac{\ln^2 r_j}{1 - \rho(L_j)} \quad (36)$$

α ， β についても

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} = \frac{\partial \lambda}{\partial \beta} = 0 \quad (37)$$

から求められるが，得られる方程式が σ_Z に対する式(36)のように未知変数が陽な形で表されないこと，また， α の値が $0 < \alpha \leq 1$ の範囲に限定されることから，まず α を仮定し，これに対する β の最適解を数値的に探すことにした。

(2) 最尤推定による結果

SMART-1 アレーのEW成分を用いて上記の最尤推定を行った。本解析では α の値を逐次与えて，それに対する σ_Z ， β の最適解を求めているが， α の値によらず同じような対数尤度 λ が求められ，明瞭な唯一の最大値を示さなかった。そこで，表-3に示す $\alpha=0.9$ に対する最適解（解 A）と $\alpha=0.995$ に対する最適解（解 B）を選び，それぞれを解としたときの二点間距離と最大加速度比の標準偏差 $\sigma_{P'}$ の関係式(32)を図-11に示す。

図-11を見ると二点間距離が増大した場合の漸近値

が異なるが、表-3に示した対数尤度が互いに近い値を示したことに対応して、二つの解A、Bのどちらによっても観測による標準偏差 $\sigma_{P'}$ を説明し得ること、すなわち、数km以下の距離で隣接する二地点間の最大加速度の散布度は両者の解によって表されていることがわかる。

また、解A、Bによる標準偏差 $\sigma_{P'}$ の傾きは3～6kmの範囲でもそれほど小さくなっていないことから、数km離れた二点においてもその最大加速度は互いに相関があることが認められる。

7. 結論

本研究では地震動の最大加速度の散布度を検討する手法として、最大加速度比を用いる方法を展開し、これについて確率的な検討を行った。

- (1) 対数正規分布する最大加速度の大小関係を考慮しない場合と考慮する場合について最大加速度比の確率密度関数の定式化を行い、それぞれ式(20)、(24)を得た。
- (2) 最大加速度比の平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ の関係を定式化し、式(25)を得た。

また、千葉アレーとSMART-1アレーにおける観測記録を用いて二地点間の距離をパラメータとした最大加速度比の確率分布について検討を行い、以下の知見を得た。

- (3) 二点間距離が増加するにつれて最大加速度比の平均値は減少し、標準偏差 $\sigma_{P'}$ は増加する。
- (4) 二つのアレーから得られた最大加速度比の平均値 μ_R と標準偏差 $\sigma_{P'}$ の関係は上記(2)の関係式(25)によく一致する。
- (5) 最大加速度比の発生頻度は二点間距離に応じた標準偏差 $\sigma_{P'}$ をとる、対数正規分布に類似した確率密度関数の解析解(24)によって説明できる。
- (6) 千葉アレーの検討から、二観測点間の距離が10m程度のごく近傍における場合でも最大加速度のばらつきによって、最大加速度比は平均値 μ_R で0.85～0.9程度、標準偏差 $\sigma_{P'}$ で0.15～0.2程度の散布度を示す。
- (7) 千葉アレーにおける最大加速度比の%位値を二観測点間の距離をパラメータとして整理し、50%位値(中央値)は二点間距離が40m以下の場合0.9程度、160m以上の場合0.8～0.9程度であること、危険率5%とした場合の最大加速度比の最小値(95%位値)は、二点間距離が40m以下の場合0.7～0.75程度、160m以上の場合0.55～0.7程度であることなどを示した。

- (8) SMART-1アレーにおける最大加速度比の50%位値は、二点間距離が650m以下の場合0.8程度、また、4km以上の場合0.6～0.7程度であること、危険率5%とした場合の最大加速度比の最小値(95%位値)は二点間距離が650m以下の場合0.5程度、4km以上の場合0.2～0.35程度であることなどを示した。

- (9) 二点間距離をパラメータとする相関係数 $\rho(L)$ のモデルを仮定し、最尤法によって未知パラメータを求めた。そして、仮定したモデルによって観測された標準偏差 $\sigma_{P'}$ が表現できることを示した。また、数km離れた二地点においても最大加速度は互いに相関があることを指摘した。

本研究で示した最大加速度の空間的なばらつきの物理的な原因としては様々なものが挙げられる。例えば、震源に対する観測点の僅かな方位の違いに伴う放出波形の違い、震源から観測点に至るパスに沿った地盤物性の違い、観測点近傍での地盤条件の違いなどである。これらの違いのうち、現在において測定が可能なものとして観測点近傍の地盤条件が挙げられ、顕著な不整形が認められる場合には、地震動強度の違いについて波動論的な考察が可能であると考えられる。しかしこれ以外にも、現在は測定が困難な原因も前述したように多く考えられ、これらの原因によっても最大加速度のばらつきが強く支配されているものと考えられる。将来、これらの物理量が余すところなく測定できる場合には、本研究で扱った最大加速度のばらつきが全て説明し得るようになることも考えられる。しかし、本研究で示されたように、現在観測できる物理量から見た場合には不均一性が小さいと考えられる千葉とSMART-1の二つのアレーにおいても、最大加速度にはかなりばらつきが生じており、この程度に関する統計量を検討することは重要である。特に図-7のように、二つのアレーのばらつきの程度に連続的な結果が得られていることは注目に値する。なお、本研究の解析結果は非常に多くのデータを解析しているとは言え、二つのアレーにおけるサンプルであり、将来、観測結果や解析結果の数が増加することによって、母集団の特性がより明確になるものと考えられる。

謝辞： 本研究は、震災予防協会によるアレーデータベースにおける東京大学生産技術研究所片山・山崎研究室によるアレー観測記録、並びにSMART-1アレーにおけるアレー観測記録を用いた。また、本研究の数値計算の一部は西一彦氏(当時埼玉大学理工学研究科)による。関係各位に謝意を表す。

参考文献

- 1) 兵庫県南部地震道路橋震災対策委員会：兵庫県南部地震における道路橋の被災に関する調査・中間報告書，1995.
- 2) 阪神大震災被害状況調査報告書（概要版），建設工学研究所，1995.
- 3) Schuëller, G. I. : 構造物の安全性と信頼性，小西一郎，高岡宣善，石川 浩訳，丸善，1984.
- 4) 中村孝明，岡田和明，本間直樹：統計手法による地震時斜面崩壊確率に関する研究，土木学会論文集，No.570/I-40，pp.73-82，1997.
- 5) 動的解析と耐震設計第4巻・ライフライン施設，土木学会，技報堂出版，1989.
- 6) 川島一彦，相沢 興：地震動の同時多点観測記録の解析，土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要，pp.33-36，1981.
- 7) 土田 肇，井合 進，倉田栄一：2次元アレーによる地震動の観測と解析（第一報），港湾技術研究所報告，22，2，pp.327-378，1983.
- 8) 原田隆典，高本智博，堤 一，赤木正見：アレー観測記録による地震動の空間的変動特性の解析について，土木学会第40回年次学術講演会講演概要集，第一部，pp.809-810，1985.
- 9) Oliveira, C. S. and Penzien, J. : Spatial variation of seismic ground motions based on SMART-1 array data, *Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering*, Taipei, Taiwan, pp.59-75, 1985.
- 10) Loh, C-H. : Analysis of the spatial variation of seismic waves and ground movements from SMART-1 array data, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 13, pp.561-581, 1985.
- 11) 中村博一，山崎文雄：高密度アレー観測記録に基づく地震動の空間相関モデル，土木学会論文集，No.512/I-32，pp.185-197，1995.
- 12) Boore, D. M., Joyner, W. B., Oliver, A. A. and Page, R. A. : Peak acceleration, velocity, and displacement from strong-motion records, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 1, pp.305-321, 1980.
- 13) Campbell, K. W. : Near-source attenuation of peak horizontal acceleration, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 71, 6, pp.2039-2070, 1981.
- 14) 片山恒雄，岩崎敏男，佐伯光昭：地震動加速度応答スペクトルの統計解析，土木学会論文集，No.275，pp.29-40，1978.
- 15) 東京大学生産技術研究所片山研究室：東京大学生産技術研究所千葉実験所における地震動の3次元アレー観測，強震動アレー観測記録データベース・推進委員会／作業部会報告書，1991.
- 16) Bolt, B. A., Loh, C. H., Penzien, J., Tsai, Y. B. and Yeh, Y. T. : Preliminary report on the SMART-1 strong motion array in Taiwan, *Report No.UCB/EERC-82/13*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1982.
- 17) 北川敏男，稲葉三男：基礎工学・統計学通論，共立出版，1960.
- 18) Ang, A. H-S. and Tang, W. H. : 土木・建築のための確率・統計の基礎，伊藤 學，亀田弘行訳，丸善，1977.
- 19) Gumbel, E. J. : 極値統計学，河田竜夫，岩井重久，加瀬滋男監訳，生産技術センター新社，1978.
- 20) 森口繁一，宇田川銑久，一松 信：岩波数学公式I，微分積分・平面曲線，岩波書店，1956.
- 21) Hoel, P. G. : 入門数理統計学，浅井 晃，村上正康訳，培風館，1978.
- 22) 依田 浩：技術者の統計学，宝文館出版，1966.
- 23) SM-TAI04 磁気テープ添付資料.
- 24) Figueras, S., Roca, A., Goula, X. and Blázquez, R. : Larger soil amplification for stronger ground motion from SMART-1 records, *Tenth WCEE*, 2, pp.1043-1048, 1992.
- 25) 泉谷恭男，寺田 彰：強震動卓越方向の震源依存性と観測点依存性—千葉アレーにおける8~10 Hz 地震動の主軸解析—，地震第2輯，46，1，pp.35-44，1993.

(1998. 12. 14 受付)

PROBABILITY DISTRIBUTION OF PEAK GROUND ACCELERATION RATIOS ESTIMATED FROM STRONG GROUND MOTION ARRAY DATABASE

Hideji KAWAKAMI and Hidenori MOGI

In the earthquake resistant design and the reliability analysis of structures, the peak ground acceleration (PGA) is widely used as an intensity measure of earthquake motions. Since the PGA is a random variable, its probabilistic characteristics have to be examined. First, we have formulated the probability density function and statistical mean and standard deviation of the PGA ratio, and revealed that utilizing the ratio avoids estimating the mean of the PGA. Next, dense array seismograms in Japan and Taiwan are analyzed to examine the relationship between the statistics of the ratios and the separation distance. Finally, we have shown the standard deviations, means and 50- and 95-percentiles of the ratios, and discussed the expected difference between the PGAs at the neighboring two sites.