

# 弾性地盤上の隣接剛体構造物の動的相互作用

正会員 川 上 英 二\*

## 1. 序 文

地盤一構造物の動的相互作用に関する研究が近年精力的に行われ、その結果、今日では、地震時の構造物の挙動を考える際、動的相互作用の影響が無視できないことが認識されている。

しかし、これまでの研究では、そのほとんどが単独に存在する構造物を対象としており、複数の構造物を対象としたものは数少ない。しかし、動的相互作用において重要な逸散減衰は、構造物の振動により発せられた波動が地盤中を伝播していくことにより生ずることを考えれば、隣接構造物の存在は、当然、相互作用に何らかの影響を与えるはずである。したがって、複数のまたは群設された構造物の振動性状については、構造物一地盤一構造物の連成系として解析する必要があり；特に、比較的近接して各建屋が建設される原子炉構造物の複合建屋、および、地上タンク群についてはその必要性が高い。また、都市部では、既設構造物の周辺に新たに構造物を隣接させる場合が多く、構造物一地盤一構造物の連成系の動特性を把握することは、耐震設計上の重要課題であると考えられる。

近年、隣接構造物による相互干渉の影響を考慮した複数基礎と地盤との動的相互作用に関して、実験的研究<sup>1)~3)</sup>のほかに解析的研究がいくつか行われている<sup>1), 4)~18)</sup>。

まず、弾性体理論に基づいた混合境界値問題として解析した研究としては、二次元問題を扱ったものがある<sup>5)~8)</sup>。しかし、これらの二次元解析では、伝播する波動の距離減衰が三次元問題の場合とは異なるため、逸散波が隣接構造物に与える影響の評価に信頼性を欠くと考えられ、相互干渉問題は三次元問題として解析する必要性が指摘されている<sup>9), 19)</sup>。

相互干渉を三次元問題として扱う方法としては、単独基礎に対してと同様に、質量集中系<sup>10)</sup>または有限要素法を用いる方法がある。しかし、これらの手法では、複数の構造物を対象とした場合には自由度が増大し、三次元問題を扱うには問題があるばかりでなく、仮想境界での

逸散波の扱いに問題が残る<sup>20)</sup>。

これに対し、弾性体理論に基づいた離散的手法は有用であるが<sup>1), 11), 12)</sup>、単独基礎の解析<sup>21)~24)</sup>に際しても問題点であった膨大な計算量を必要とするという欠点は、複数の構造物を対象とした場合には、更に大きな障害となる。著者らは、参考文献 25) において Green 関数を近似式で表し、しかも、接触圧の扱い方に工夫を加えることにより、計算時間の短縮された手法を提案している。本論文では、著者らが単独基礎の場合に対して提案した解析手法を複数基礎の場合に拡張することにより、更にその利点を生かそうとしたものである。

また、従来、構造物間の相互干渉を弾性体理論に基づいた手法により扱った研究<sup>1), 11), 13), 14)</sup>は、基礎下の剛体変位条件を直接使用する代わりに、応力条件に置き換え、基礎下の接触圧の分布形を仮定したものが多い。しかしながら、この方法では、基礎下の剛体変位（平面保持）条件が厳密には満足されないことになるので、本条件をできれば直接使用することが望ましいと考える。

一方、基礎下の弾性体および隣接基礎間の弾性体をそれぞれ一つのばねに置き換える簡単な手法により、構造物間の相互干渉を算定した研究も幾つかある<sup>15), 16)</sup>。これらの手法は、計算が簡単であり、構造物の数を容易に増加できるという利点を有する。しかし、ばね常数の算定のためには結局上記のいずれかの方法によらなければならない。

本論文では、半無限完全弾性体上に置かれた複数のまたは群設された任意形状の剛体基礎に平面波が入射する場合に生ずる連成振動を解析することを目的としている。ただし、基礎は浮き上がりらず、また、滑動もしない密着した接触条件を仮定した。また、基礎と地盤との接触面では、基礎下の接触圧の分布形を仮定せず、剛体変位（平面保持条件）を直接設定するものとした。そして、基礎以外の地表面では表面力が零の条件を課して、混合境界値問題をグリーン関数を用いて解析することを目的とした。本論文では、上記の理論および仮定に基づく結果を厳密解と考え、これを、離散的手法を展開し数値計算を行うことにより検討した。その際、基礎底面下の変位は、底面の分割要素の数に等しい数だけの変位点で、

\* 埼玉大学 助教授・工博  
(昭和 62 年 9 月 9 日原稿受理)

剛板条件および密着した接触条件を満足するように、また、基礎の運動方程式を満足するように接触圧を決定した。また、接触圧は各要素内で線形分布するものと仮定した。

更に、隣接構造物の相互干渉を解析した従来の多くの研究は、ある幾つかの構造物間の距離の場合に対して相互干渉の影響が無視できないことを示すことに成功しているものは多いが、得られた結果を直感的で簡単に説明するには至っていないばかりでなく、相互干渉の影響と、振動数および構造物間の距離との関係を連続的に明示するに至っていないものが多い。本論文では、相互干渉の程度を表す直感的で簡単なモデルを用いて解析結果を説明することを試みた。更には、振動数および構造物の距離と相互干渉の影響との関係をより明確な形で整理して示すことを試みた。

## 2. 離散的手法による相互干渉の解析方法

本節では、弾性地盤上の構造物群が調和的な入射波動を受けた際の各構造物の応答の解析方法を示す。本手法は、基礎底面をメッシュで分割する離散的手法の一つであり、田治見ら<sup>21), 11)</sup>により定式化された手法の延長線上に位置するものである。更に、この手法は、Wong ら<sup>22), 23)</sup>が定式化した単独剛基礎に対する手法を複数の構造物群の場合に拡張したものであり、境界要素法を用いた川瀬ら<sup>12)</sup>による方法と考え方は類似している。しかし、以下に述べる計算時間上の工夫を行っている点、マトリクスを用いて解を数値計算のために便利な形で表現している点などに特色があり、また、本論文の完結性のために理論の概要を本節に示してある。本手法の解析方法は Substructure Method であり、まず、質量を無視した剛基礎底面に対する Compliance Matrix と Input Motion Matrix とを離散的手法により別々に求め、その後、上部構造物の質量、入射波動を考慮して運動方程式を解くものである。その際、著者らが単独基礎の場合に対して参考文献 25) で提案したように、Green 関数は近似式で表し、接触圧は各要素内で線形分布するものとする方法を応用することにより、精度を保ち、計算時間を短縮

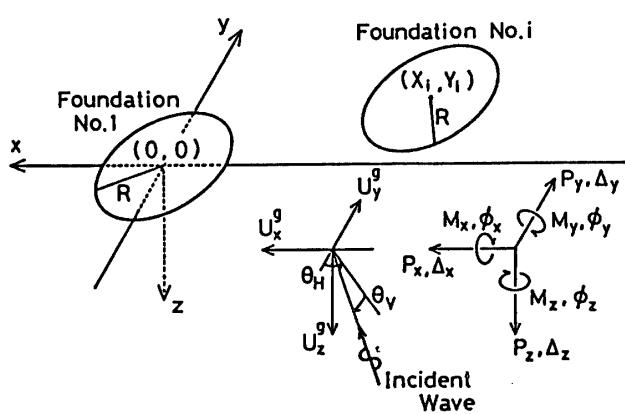


図-1 座標系

してある。

いま、図-1 に示すように地表面  $x-y$  平面上に  $N$  個の剛基礎を考える。各基礎の底面を任意形状の三角形の要素に分割する。ただし、その際、応力集中の発生する領域の分割は細かくすると、解析の精度は向上する。そして、各要素の頂点を加振点とし表面力を定める点とし、同数の変位点を底面上に配置するものとする。基礎  $i$  の底面内に設けた  $n$  個の変位点での変位、および、基礎中心での変位を、それぞれ  $\{u\}_i$ 、 $U_i$  で表す。ただし、本節の定式化においては、 $\exp(i\omega t)$  ( $i$  : 虚数単位、 $\omega$  : 角振動数、 $t$  : 時間) を簡単化のため省略するものとする。

$$\{u\}_i = \{u_i^1, \dots, u_i^n\} \dots \quad (1)$$

$$U_i = (U_{xi}, U_{yi}, U_{zi}, R\phi_{xi}, R\phi_{yi}, R\phi_{zi}) \dots \quad (2)$$

ただし、 $i$  は基礎の番号 ( $i=1 \sim N$ ) であり、 $u_i^j$  は基礎  $i$  の底面上の変位点  $j$  ( $j=1 \sim n$ ) での  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の変位を表す変位ベクトル

$$u_i^j = (u_{xi}^j, u_{yi}^j, u_{zi}^j) \dots \quad (3)$$

である。また、 $U_i$  の各要素は、剛体の変位の 6 自由度を表すものであり、 $U_{xi}$ 、 $U_{yi}$ 、 $U_{zi}$  は基礎  $i$  の底面の中心での  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の変位を表し、 $\phi_{xi}$ 、 $\phi_{yi}$ 、 $\phi_{zi}$  は各軸回りの回転角、 $R$  は基本長さ（円筒基礎では底面の半径を用いた）を表している。これら両者はマトリクス  $[A]_i$  を用いて次式で関係づけられる。

$$\{u\} = \begin{bmatrix} \{u\}_1 \\ \vdots \\ \{u\}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A]_1 & & & & U_1 \\ & \ddots & & & \vdots \\ & & [A]_i & & U_i \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & [A]_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_i \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix} = [A]\{U\} \quad (4)$$

ただし、 $[A]$ 、 $\{U\}$  はそれ respective 上式のマトリクス、ベクトルを置き換えたものであり、また、

$$[A]_i = \begin{bmatrix} [A]_i^1 \\ \vdots \\ [A]_i^n \end{bmatrix} \dots \quad (5)$$

$$[A]_i^j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -(Y_i^j - Y_i)/R \\ 0 & 1 & 0 & 0 & (X_i^j - X_i)/R \\ 0 & 0 & 1 & (Y_i^j - Y_i)/R & -(X_i^j - X_i)/R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ただし、 $(X_i^j, Y_i^j)$  は基礎  $i$  の底面上の変位点  $j$  の座標であり、 $(X_i, Y_i)$  は基礎  $i$  の底面の中心の座標を表す。

入射波による加振問題を考えた場合、底面の変位  $\{u\}$  は、入射波による自由表面での地盤の変位  $\{u^g\}$  と基礎の振動による変位  $\{u^v\}$  との和で表される。

$$\{u\} = \{u^g\} + \{u^v\} \dots \quad (7)$$

まず、各基礎に関する自由表面での地盤の変位  $\{u^g\}_i$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} \{\mathbf{u}^g\} &= \begin{pmatrix} \{\mathbf{u}^g\}_1 \\ \vdots \\ \{\mathbf{u}^g\}_i \\ \vdots \\ \{\mathbf{u}^g\}_N \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [A^g]_1 & & & & \mathbf{0} & & \{\mathbf{U}^g\}_1 \\ & \ddots & & & & & \vdots \\ & & [A^g]_i & & & & \{\mathbf{U}^g\}_i \\ & & & \ddots & & & \vdots \\ & & & & [A^g]_N & & \{\mathbf{U}^g\}_N \end{bmatrix} \\ &= [A^g]\{\mathbf{U}^g\} \end{aligned} \quad (8)$$

ただし、 $[A^g]$ 、 $\{\mathbf{U}^g\}$ はそれぞれ上式のマトリクス、ベクトルを置き換えたものであり、また、 $\{\mathbf{U}^g\}$ は基礎  $i$  の底面の中心における入射波の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の成分

$$\mathbf{U}^g_i = (U_{ix}^g, U_{iy}^g, U_{iz}^g) \quad (9)$$

であり、直交座標系  $x$ - $y$ - $z$  の原点に底面の中心を一致させた基礎  $i$  の変位  $\mathbf{U}^g_i$  を基準にして、次式で表される。

$$\mathbf{U}^g_i = [\exp(-i\omega(X_i \sin \theta_h + Y_i \cos \theta_h)/V_a)] \mathbf{U}^g_i \quad (10)$$

ただし、 $\theta_h$ 、 $\theta_v$ は入射角であり、 $(X_i, Y_i)$  は各基礎の中心の位置座標を表す(図-1参照)。また、 $V_a$ は地表面上に生じた進行波の速度、すなわち、斜め下方から入射した実体波の地表面上での見かけの速度、または、表面波の速度であり、

$$V_a = \begin{cases} V_p / \cos \theta_v & (V_p: P \text{ 波の伝播速度}) \\ V_s / \cos \theta_v & (V_s: S \text{ 波の伝播速度}) \\ V_R & (V_R: Rayleigh \text{ 波の伝播速度}) \end{cases} \quad (11)$$

また、マトリクス  $[A^g]_i$  は次式で与えられる。

$$[A^g]_i = [E_{gi}^1 \mathbf{I}, \dots, E_{gi}^n \mathbf{I}, \dots, E_{gi}^m \mathbf{I}] \quad (12)$$

$$E_{gi}^j = \exp[-i\omega((X_i^j - X_i) \sin \theta_h + (Y_i^j - Y_i) \cos \theta_h)/V_a] \quad (13)$$

また、 $\mathbf{I}$  は  $3 \times 3$  の単位マトリクスである。

一方、基礎  $i$  の底面での接触圧  $\{\mathbf{T}^s\}_i$  を基礎  $i$  の変位点  $j$  での  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向の表面応力  $\sigma_{xxi}^j$ 、 $\sigma_{yyi}^j$ 、 $\sigma_{zzi}^j$  を用いて次式のように表せば、

$$\{\mathbf{T}^s\}_i = \{\mathbf{T}_i^{s1}, \dots, \mathbf{T}_i^{sN}\} \quad (14)$$

$$\mathbf{T}_i^{sj} = -(\sigma_{xxi}^j, \sigma_{yyi}^j, \sigma_{zzi}^j) \quad (15)$$

$\{\mathbf{u}^s\}_i$  は Green 関数から導かれる影響係数マトリクス  $[\bar{G}]_i$  ( $j=1 \sim N$ ) を介して次式のように関係づけられる。

$$\begin{aligned} \{\mathbf{u}^s\}_i &= \begin{pmatrix} \{\mathbf{u}^s\}_1 \\ \vdots \\ \{\mathbf{u}^s\}_i \\ \vdots \\ \{\mathbf{u}^s\}_N \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{G}]_{11} & \cdots & [\bar{G}]_{1N} & \{\mathbf{T}^s\}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & [\bar{G}]_{ii} & \vdots & \{\mathbf{T}^s\}_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [\bar{G}]_{NN} & \cdots & [\bar{G}]_{NN} & \{\mathbf{T}^s\}_N \end{bmatrix} \\ &= [\bar{G}]\{\mathbf{T}^s\}_i \end{aligned} \quad (16)$$

ただし、 $[\bar{G}]$ 、 $\{\mathbf{T}^s\}$  はそれぞれ上式のマトリクス、ベクトルを置き換えたものであり、また、 $[\bar{G}]$  の算定に際しては、著者らが単独基礎の場合に対して示した方法を用い、Green 関数を近似式で表し、接触圧を線形分布すると仮定して導いた方法を使用した[参考文献 25]、式(19)参照]。式(4)(7)(8)(16)より、接触圧と剛体の変位成分および入射波との関係を表す次式が導かれる。

$$[\bar{G}]\{\mathbf{T}^s\}_i = [A]\{\mathbf{U}\}_i - [A^g]\{\mathbf{U}^g\}_i \quad (17)$$

ここで、接触圧を次式のように分離して表す。

$$[\mathbf{T}^s] = \frac{1}{R} [\bar{G}][\mathbf{U}] - \frac{1}{R} [\bar{G}][A^g]\{\mathbf{U}^g\} \quad (18)$$

ここで、 $[\bar{G}]$  は入射波が無い場合に、剛基礎の振動のみによって発生する接触圧に対応しており、 $[\bar{G}]$  は、剛基礎が固定されており、入射波の変位を基礎が拘束することにより生ずる接触圧に対応している。両者は、式(18)を式(17)に代入することにより、次の連立方程式問題の解として求められる。

$$\frac{1}{R} [\bar{G}][\mathbf{T}^s] = [A] \quad (19)$$

$$\frac{1}{R} [\bar{G}][A^g]\{\mathbf{U}^g\} = [A^g] \quad (20)$$

更に、各基礎の接触面において生ずる合力、およびモーメント  $\mathbf{F}_i$

$$\mathbf{F}_i = (P_{xi}, P_{yi}, P_{zi}, M_{xi}/R, M_{yi}/R, M_{zi}/R) \quad (21)$$

は、参考文献 25)、式(25)で導いたマトリクス  $[\bar{A}]$  を用いて次式により求められる。ただし、このマトリクスは  $[A]$  とは異なり、各要素に作用する接触圧を線形分布と仮定することにより求められている。

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}\} &= \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{F}_i \\ \vdots \\ \mathbf{F}_N \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{A}]_1 & & & & \mathbf{0} & & \{\mathbf{T}^s\}_1 \\ & \ddots & & & & & \vdots \\ & & [\bar{A}]_i & & & & \{\mathbf{T}^s\}_i \\ & & & \ddots & & & \vdots \\ & & & & [\bar{A}]_N & & \{\mathbf{T}^s\}_N \end{bmatrix} \\ &= [\bar{A}]\{\mathbf{T}^s\} \end{aligned} \quad (22)$$

ただし、 $[\bar{A}]$ 、 $\{\mathbf{T}^s\}$  はそれぞれ上式のマトリクス、ベクトルを置き換えたものである。したがって、 $\{\mathbf{F}\}$  は式(17)に  $[\bar{A}][\bar{G}]^{-1}$  を左から乗じることにより、また、式(19)(20) より次式で表現される。

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}\} &= [\bar{A}][\bar{G}]^{-1}[A]\{\mathbf{U}\}_i - [\bar{A}][\bar{G}]^{-1}[A^g]\{\mathbf{U}^g\}_i \\ &= [\bar{A}][\mathbf{T}^s]_i \cdot 1/R - [\bar{A}][A^g]\{\mathbf{U}^g\}_i \cdot 1/R \\ &= \mu R[K]\{\mathbf{U}\}_i - \mu R[K^*]\{\mathbf{U}^g\}_i \end{aligned} \quad (23)$$

ただし、

$$[K] = \frac{1}{\mu R^2} [\bar{A}][\mathbf{T}^s] \quad (24)$$

$$[K^*] = \frac{1}{\mu R^2} [\bar{A}][A^g] \quad (25)$$

$[K]$ 、 $[K^*]$  は、それぞれ Impedance マトリクス、Driving Force マトリクス<sup>23)</sup>と呼ばれ、それぞれ、剛体変位をする基礎が地盤に及ぼす合力、固定された剛基礎が入射波を拘束することにより生ずる接触圧の合力に関係する剛性を表している。

したがって、底面の変位  $\mathbf{U}_i$  は、式(23)に Compliance マトリクス

$$[C] = [K]^{-1} \quad (26)$$

を左から掛けることにより、次式で表される。

$$\{U\} = \frac{1}{\mu R} [C][F] + [S]\{U^0\} \dots\dots\dots(27)$$

なお、 $[C]$  は基礎  $j$  に加わる力により生ずる基礎  $i$  の変位を表す  $N \times N$  個のサブマトリクス  $[C]_{ij}$  ( $i, j=1 \sim N$ ) で表される。

$$[C] = \begin{bmatrix} [C]_{11} & \cdots & [C]_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & [C]_{ii} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [C]_{NN} & \cdots & [C]_{NN} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(28)$$

一方、 $[S]$  は次式で定義される Input Motion マトリクスであり、質量を無視した剛基礎の入射波動によって生ずる変位成分を表すものである。

$$[S] = [C][K^*] \dots\dots\dots(29)$$

なお、 $[S]$  は  $N$  個のサブマトリクス  $[S]_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) からなる。

$$[S] = \begin{bmatrix} [S]_1 \\ \vdots \\ [S]_i \\ \vdots \\ [S]_N \end{bmatrix} \dots\dots\dots(30)$$

以上のように、底面が変形しない場合の底面の中心における変位  $\{U\}$  は式 (27) により表される。さらに、構造物を剛体でモデル化すれば、 $|F|$  は質量マトリクス  $[M]$  を用いて次式により表される。

$$\begin{aligned} |F| &= \begin{pmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_i \\ \vdots \\ F_N \end{pmatrix} = \omega^2 \begin{pmatrix} [M]_1 & & & & U_1 \\ & \ddots & & & \vdots \\ & & [M]_i & & U_i \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & [M]_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_i \\ \vdots \\ U_N \end{pmatrix} \\ &= \omega^2 [M]\{U\} \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

ただし、 $[M]$  は上式のマトリクスを置き換えたものであり、また、

$$[M]_i = \begin{bmatrix} M_i & 0 & 0 & 0 & -H_i/R & 0 \\ 0 & M_i & 0 & H_i/R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_i/R & 0 & I_{xi}/R^2 & 0 & 0 \\ -H_i/R & 0 & 0 & 0 & I_{yi}/R^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zi}/R^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(32)$$

なお、 $M_i$  は基礎  $i$  の質量、 $H_i$  は重心位置の高さ、 $I_{xi}$ 、 $I_{yi}$ 、 $I_{zi}$  はそれぞれ、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  軸に関する剛体基礎  $i$  の慣性モーメントである。

結局、剛体の底面の変位  $\{U\}$  は次式により計算される。

$$\{U\} = \left( [I] - \frac{\omega^2}{\mu R} [C][M] \right)^{-1} [S]\{U^0\} \dots\dots\dots(33)$$

### 3. 離散的手法による計算結果と考察

#### (1) 解析モデル

解析は、図-2 に示すように  $x$  軸上に配置された 2 つ

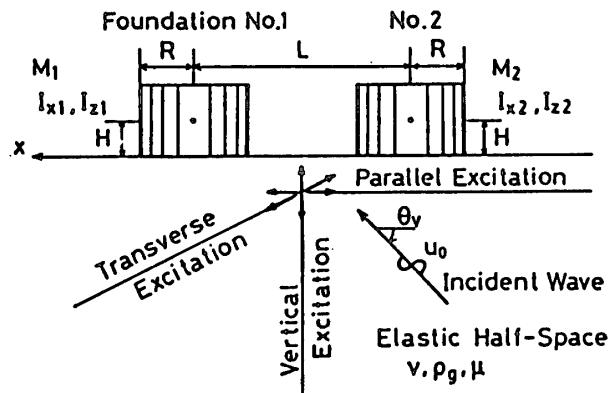
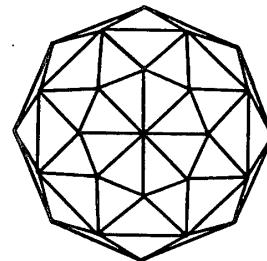


図-2 二剛体-地盤系



C-3b

図-3 円形底面の離散化解析モデル

の剛体円筒基礎に対して行った。なお、 $M_i$  は、各基礎の質量であり、 $I_{xi}=I_{yi}$ 、 $I_{zi}$  は底面に関するそれぞれ水平 ( $x$  または  $y$ ) 軸回り、 $z$  軸回りの慣性モーメントである。また、底面の半径および、重心位置の高さは両基礎とも等しくとり、それぞれ、 $R$ 、 $H$  で表し、基礎間の距離  $L$  は両基礎の底面の中心間の距離と定義する。

一方、地盤は等方均質な半無限弾性体であり、 $\nu$ 、 $\rho_g$ 、 $\mu$  は、それぞれ、ポアソン比、密度、せん断弾性係数であり、 $\nu=1/3$  を用いている。ただし、本論文では、これらの数値を表-1 に示すような無次元パラメータを用いて表している。なお、基礎に関するパラメーター  $m$ 、 $i$ 、 $h$  は表-1 に示されるように、それらのうちの 2 つが既知であれば残りの 1 つは算出できるため、基礎に関しては  $m$ 、 $h$  の 2 つのパラメーターを用いる。原子力建屋の場合<sup>26)</sup>にはほぼ  $m=2 \sim 4$ 、 $h < 1$  であり、地上タンクの場合にはおよそ  $m=2 \sim 6$ 、コンクリートブロックを用いた起振実験を対象とした場合には、 $m$  は 10 前後まで考慮する必要があると考えた。また、ロッキング

表-1 無次元パラメーター

質量	$m_i = M_i / \rho_g R^3$
高さ	$h_i = H_i / R$
構造物間距離	$\ell = L / R$
振動数	$\alpha \omega = \omega R / V_s$
慣性モーメント	$i_i = I_i / \rho_g R^5$

の影響を排除してモード間の連成が起こらないようにし、相互干渉の影響を判断しやすいように  $h=0$  の場合を選定して示してある。

また、入射波は、S 波または P 波の正弦波が鉛直下方より入射する場合を示してある。ただし、加振方向が剛基礎の配列方向に平行 ( $x$  軸方向) の場合を並行加振 (Parallel Excitation)、直交する ( $y$  軸方向) の場合を直交加振 (Transverse Excitation)、また、上下方向の場合を上下加振 (Vertical Excitation) と呼ぶ。また、原子力建屋に関する起振実験結果によると、一次固有振動数は、 $a_0$  で 1.0 前後にある<sup>27)</sup>ことを考慮して、 $0 < a_0 < 2.5$  に対して計算を行っている。なお、基礎底面の分割は、参考文献 25)において、本手法では十分精度良く解が求められていることが確かめられたモデル C-3 b (図-3 参照) を使用した。

#### (2) 単独剛体の応答性状

剛体間の相互干渉に触れる前に、まず、単独剛体一地盤の連成系の応答特性についての解析結果を示す。

図-4 は、単独剛体一地盤の連成系に鉛直下方から S

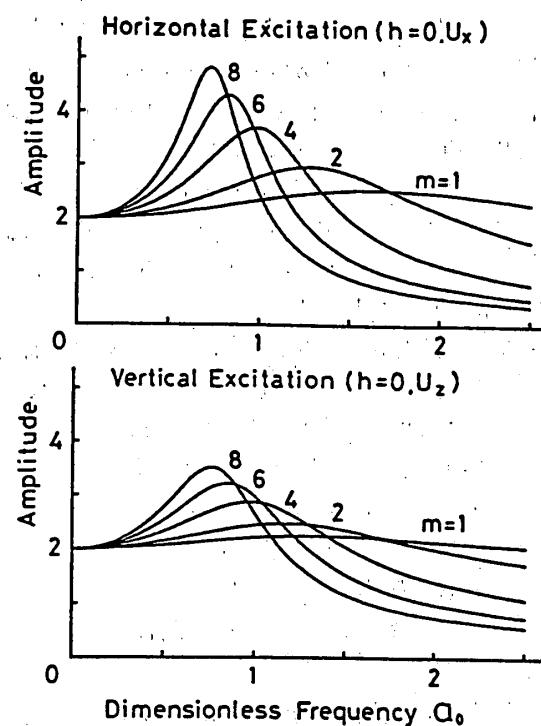


図-4 単独剛体一地盤系の周波数応答曲線

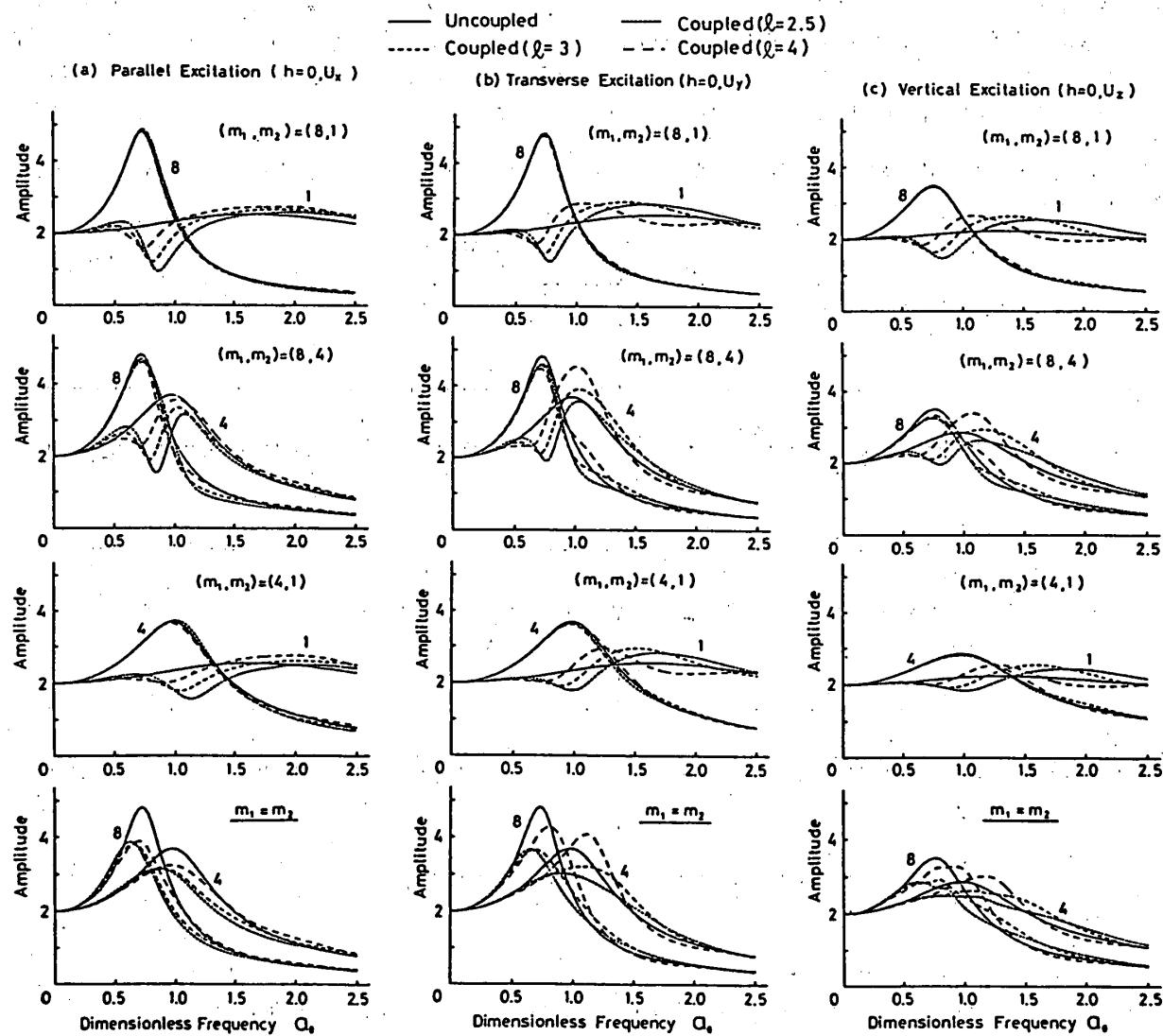


図-5 相互干渉による周波数応答曲線への影響

波またはP波の正弦波が入射した場合の剛体の底面の応答振幅を表したものであり、入射波の振幅で割って無次元化して示してある。図を見ると、地盤は完全な弾性体であり、連成系の中には減衰効果を導入していないにもかかわらず、応答は有限値となっていることが確認できる。このことは逸散減衰の存在を示しており、地盤の剛性が複素数で表されることの大きな特徴である。

### (3) 剛体間の相互干渉

図-5は、鉛直下方からの(a)S波による並行加振、(b)直交加振、また、(c)P波による上下加振を受けた場合の剛体群の応答を表したものである。なお、 $m$ は、1, 4, 8の中から2個を組み合わせた5種を対象としており、図の上から $(m_1, m_2)$ が(8, 1), (8, 4), (4, 1), (8, 8)および(4, 4)の組み合わせの場合における、それぞれの基礎の応答振幅を示している。また、剛体間の距離としては $\ell=2.5, 3, 4$ の場合に対して示してある。

この図より、隣接構造物の影響が、加振方向、剛体の質量、剛体間の距離、加振振動数などのパラメーターの相違により複雑に異なることが認められる。

まず、基礎の質量の影響について検討すると、 $(m_1, m_2)$ が(8, 1), (4, 1)の場合で認められるように、軽い剛体が隣接する場合には、相互干渉の影響はあまり

著しくないことがわかる。しかし、逆に、重い剛体が隣接する場合には、この影響は著しいことがわかる。

基礎間の距離の影響については、基礎間距離が短いと影響は概して著しいが、加振振動数によって影響が異なり、例えば、 $m=1$ の基礎の応答曲線では、変動の性状が、 $\ell$ の増加と共に低振動数側へ移行しており、後述するような剛基礎から発生する逸散波動の特性が現れている。

また、加振振動数による隣接基礎の影響の変化を検討すると、振動数が零付近での影響は少ないと、また、振動数が大きくなると再び影響は比較的小さく、剛体基礎—弾性体系の卓越振動数近辺での影響が著しいことが認められる。

しかし、上記パラメーターの変化による相互干渉の影響の変化は複雑であるため、この影響をより明瞭に示すため、図-6には、複数の剛体の場合の応答量を単独の場合に対する比で示してある。ただし、(a) (b) (c)はそれぞれ並行、直交、上下加振であり、上図からぞれぞれ構造物距離 $\ell=3, 4, 6, 10$ の場合であり、隣接構造物の質量 $m_a$ が一定値( $m_a=4$ )の場合に対して、考慮している構造物の質量 $m_c=1, 4, 8$ の応答を単独の場合に対する比の値として求め、入射波の振動数の関数として示してある。

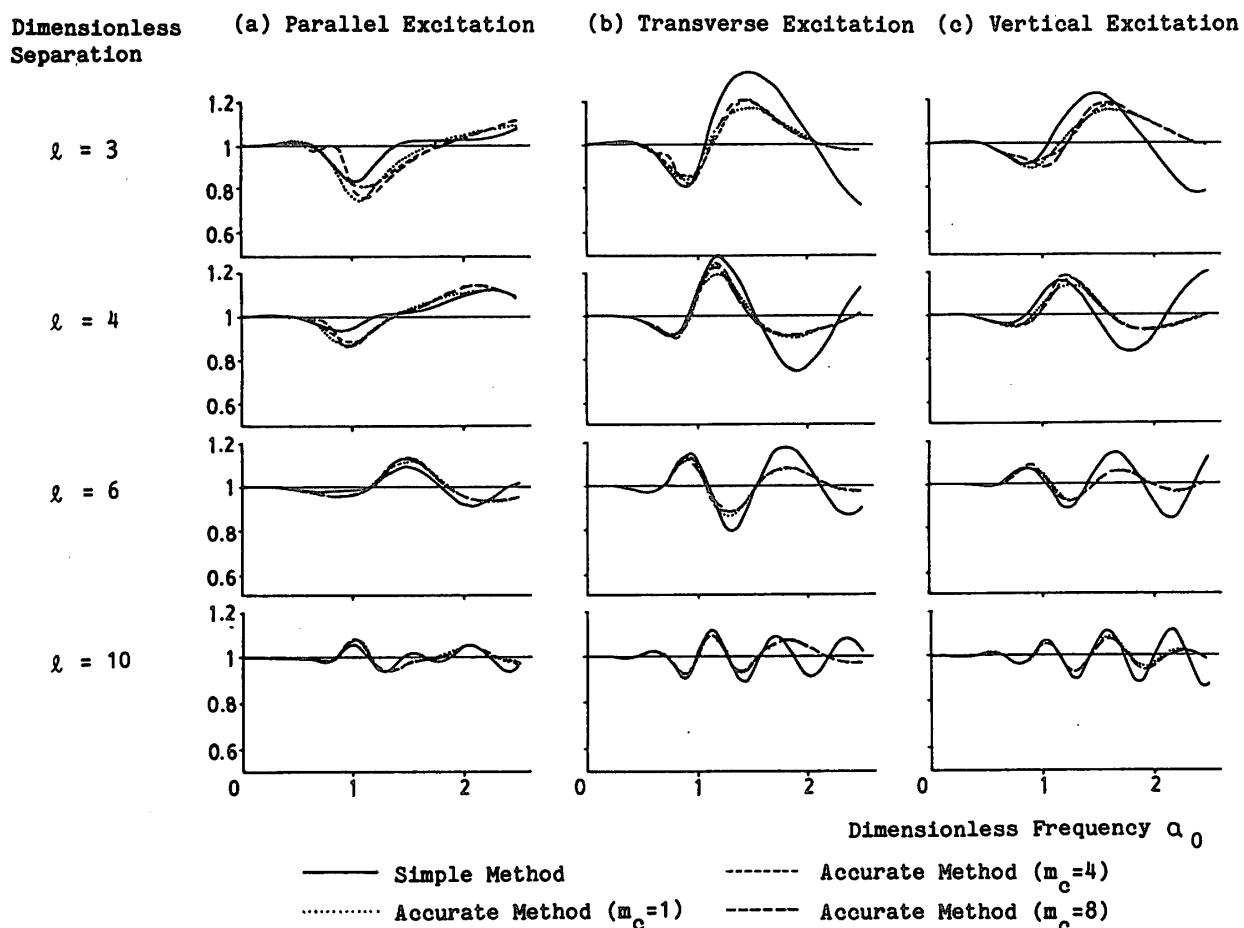


図-6 隣接基礎の応答への影響 ( $m_a=4$ )

相互干渉が剛体の応答を増大させる方向に働くか減少させる方向に働くかは、二剛体のそれぞれの質量、剛体間の距離、加振方向、加振振動数によって複雑に異なるが、本図より、その変動は加振振動数に関して周期的に変化すること、剛体間の距離が短い程著しいことがわかる。また、隣接構造物の応答への影響は、隣接する剛体の質量  $m_a$  には著しく影響されるが、考慮している剛体自身の質量  $m_c$  には余り影響を受けないことがわかる。したがって、剛体の質量が相互干渉に及ぼす影響は、2つの剛体の質量の相対的な比の値が問題となるのではなくて、隣接剛体の質量の絶対的な値が重要であることがわかる。

#### 4. 簡易解析方法

前節で示した解析結果を簡単で直感的なモデルを用いて整理して理解することを試みた。まず、弾性地盤上に構造物が2つ存在する場合の相互干渉を解析する方法を展開する。解析に際しては、構造物から発生する逸散波を点加振時の応答を表す Green 関数<sup>28)</sup>を用いて近似し、これと、構造物が単独に存在する場合における構造物の応答の解を用いて、構造物が複数存在する場合の解を簡単に推定したものである。本論文では、相互干渉の影響を明確に示すため、モード間の連成が無い場合を考慮し、構造物が単独に存在する場合における応答に対する、構造物が複数個存在する場合の応答の比を検討している。

地盤の自由表面での変位が  $\exp(i\omega t)$  (振幅 1,  $\omega$ : 角振動数) となる波動が入射するものとする。構造物が単独の場合の応答  $Q \exp[i(\omega t - \phi)]$  ( $Q$ : 増幅率,  $\phi$ : 位相遅れ) が既に求められているものとする [参考文献 25] 参照]。この第一の構造物と自由表面との相対変位は

$$Q \exp[i(\omega t - \phi)] - \exp(i\omega t) \quad \dots \dots \dots \quad (34)$$

であり、この相対変位により、逸散波が発生すると考える。この逸散波を点加振により自由表面の応答を表す Green 関数を用いて算定する。

$$[Q \exp[i(\omega t - \phi)] - \exp(i\omega t)] \cdot q \exp(-i\psi) \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

ただし、 $q$ ,  $\psi$  は Green 関数より求めた振幅比と位相遅れである。したがって、もう一つの第二の構造物の位置での地盤の変位は式 (35) の逸散波と地盤の自由表面での変位の和

$$[Q \exp[i(\omega t - \phi)] - \exp(i\omega t)] \cdot q \exp(-i\psi) + \exp(i\omega t) \quad \dots \dots \dots \quad (36)$$

で表すことができる。第二の構造物の応答は式 (36) に  $Q \exp(-i\phi)$  を乗じたものと考えることができ、第二の構造物と単独構造物との応答振幅の比は式 (36) の絶対値で与えられる。

$$\begin{aligned} & |[Q \exp[i(\omega t - \phi)] - \exp(i\omega t)] \\ & \cdot q \exp(-i\psi) + \exp(i\omega t)| \\ & = |[Q \exp(-i\phi) - 1] \cdot q \exp(-i\psi) + 1| \end{aligned}$$

$$= \sqrt{q^2(Q^2+1) + 2qQ \cos(\phi+\psi)} \cdot \\ -2q^2Q \cos\phi - 2q \cos\psi + 1 \dots \dots \dots \quad (37)$$

この値が 1 よりも大きい場合には、構造物間の相互干渉の結果、応答が大きくなり、1 よりも小さい場合には応答が小さくなるものと考えられる。この値は、 $Q$ ,  $\phi$  の値には、つまり、隣接する（第一の）構造物の質量  $m_a$  には著しく影響を受ける。しかし、剛体自身（第二の構造物）の質量  $m_c$  には影響されない。しかし、この値は、単独の場合に対する応答振幅の比であり、応答振幅そのものには両剛体の質量が共に影響を与えることになる。なお、以上の結果は前述の離散的手法による結果と整合的である。

ただし、式 (37)において、 $Q$ ,  $\phi$  の値としては参考文献 25) に示した方法で既に求められたかなり厳密な数値解を用いた。また、 $q$ ,  $\psi$  の値としては、第一の構造物の剛体変位を、底面の中心を点加振した場合の底面の半径の半分の点における変位に等しいものと近似し、この点の Green 関数の値に対する第二の構造物の底面の中心での Green 関数の値の比から算定した。もとより、円形基礎の場合には、静的載荷の場合の変位を解析的に求めることができ、この値を第一の構造物の剛体変位として使用することも可能であると考えられる。しかし、本論文では、基礎の形状の任意性、高振動数の場合への適用性、または、簡単化などを考え、上述の値を用いている。

まず、並行方向への加振の場合を考える。原点を  $x$  方向へ加振した場合の  $x$  方向への変位を表す Green 関数  $G_{xx}$  は次式で与えられる<sup>28)</sup>。

$$G_{xx} = \frac{1}{2\pi\mu} \left( \frac{1-\nu}{r} g + \frac{\nu X^2}{r^3} h \right) \dots \dots \dots \quad (38)$$

ただし、変位を表す点の  $x$  座標を  $X$ 、この点と加振点(原点)との距離を  $r$  としてある。ここで、 $X = r = L$  における  $G_{xx}$  と  $X = r = R/2$  における  $G_{xx}$  との比を求め、

$$q \exp(-i\psi) = G_{xx}(X=r=L)/G_{xx}(X=r=R/2) \quad \dots \dots \dots \quad (39)$$

より、 $q$  および  $\psi$  を算定した。

同様に  $y$  方向へ加振した場合には Green 関数  $G_{yy}$  を、 $z$  (上下) 方向に加振した場合には  $G_{zz}$  を用いて、 $q$  および  $\psi$  を算定した。

#### 5. 簡易解析方法による解と離散的手法による解との比較

前節で展開した簡易解析手法による解を図-6 実線で示す。前述の解と比較すると、無次元振動数  $a_0$  が 1.0 位迄はよく一致していること、それ以上の振動数においても傾向はかなり合っていることがわかる。 $a_0 = \omega R/V_s \leq 1$ ,  $V_s = (\text{波長}) \cdot \omega / (2\pi)$  より (波長)  $\geq 2\pi R$  が得られ、波長が構造物の半径の 6 倍程度以上であれば本簡易解析方法でかなり説明できていることが示されて

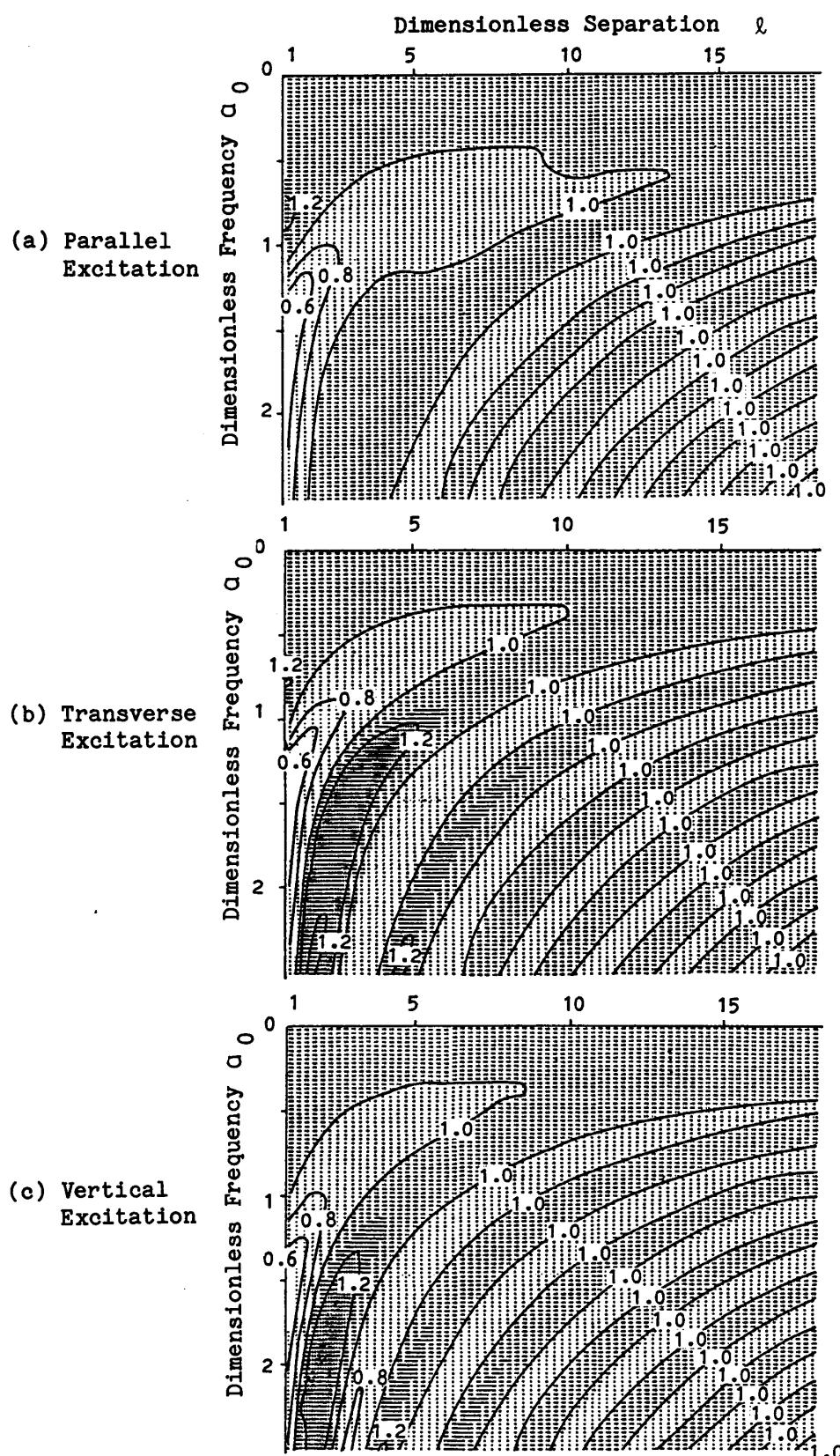


図-7 構造物間の距離、入射波の振動数と隣接基礎の応答への影響との関係（簡易解析手法による）

いる。しかし、本手法では基礎の大きさによる入力損失の影響<sup>29)</sup>が考慮されていないため、高振動数では簡易計算の近似度が悪くなっているものと考えられる。

図-7には並行、直交、上下の三方向それぞれの加振に対して、無次元振動数  $a_0$  と構造物間距離  $\ell$  の関数と

して相互干渉の影響を単独基礎の場合に対する比の値で濃さを変えて示してある。相互干渉の影響は周期的に変化しており、この影響は構造物間距離が短い程、著しいことが確かめられる。この周期性は、第一の構造物と地盤との連成振動により発生する逸散波動が、第二の構造

物へ伝播し入力として作用する際、その位相が元来の入射波の位相と一致するか逆であるかが、構造物間の距離および加振振動数の変化に対し、周期的に変動するという物理的現象の結果であると解釈される。また、地上タンクを建設する際の隣接構造物間の距離は規定により定められているが、隣接構造物間の距離をタンクの半径分または直径分だけ離した場合、これは  $\ell=3$  または 4 に相当し、この場合には、およそ 1 割から 3 割程度の応答量への影響が予想されることになる。

この簡易解析方法は容易に  $N$  個の構造物群の場合に拡張することが可能であり、ある構造物の応答量の変化はほかの  $N-1$  個の構造物から受ける影響の総和で表される。つまり、

$$\left| \sum_{k=1}^{N-1} [Q_k \exp(-i\phi_k) - 1] \cdot q_k \exp(-i\phi_k) \right| + 1 \quad \dots \dots \dots (40)$$

構造物を 4 個または 9 個と群設する場合には、これらの影響がたし合わされるため相互干渉の影響はかなり重要なものと考えられる。これについてはさらに検討を加えるつもりである。

## 6. 結 論

(1) 本論文では、半無限完全弾性体上の任意形状の剛体基礎群の連成振動を解析するための離散的手法を開発した。ただし、基礎と地盤との接触面では、密着した接触条件を仮定した。また、基礎下の接触圧の分布形を仮定せず、平面保持条件を直接設定し、その他の地表面では表面力が零の条件を課した混合境界値問題をグリーン関数を用いて解析した。

(2) 一方、隣接構造物の相互干渉を直感的で簡単に解析するモデルを開発し、これを用いて(1)で得られた結果を説明することを試みた。さらには、振動数および構造物の距離と相互干渉の影響との関係を統計的に明示し、整理して示すことを試みた。

(3) 相互干渉の影響を明瞭に示すため、複数の剛体の場合の応答量を単独の場合に対する比で検討した。相互干渉が剛体の応答を増大させる方向に働くか減少させる方向に働くかは、各条件によって複雑に異なるが、その変動は、剛体間の距離および加振振動数に関して周期的に変化すること、そして、その変動の性状は、剛体間の距離の増加と共に低振動数側へ移行しており、構造物からの逸散波動で説明が可能であることがわかった。また、この比への影響は、構造物間距離が短い程概して著しいことが確かめられた。

(4) また、この比の値は、隣接する剛体の質量には著しく影響されるが、考慮している剛体自身の質量には余り影響を受けないことがわかった。したがって、剛体の質量が相互干渉に及ぼす影響は、2つの剛体の質量の相対的な比の値が問題なのではなくて隣接剛体の質量の

絶対的な値が重要であり、軽い剛体が隣接する場合には、相互干渉の影響をあまり受けないが、重い剛体が隣接する場合には、相互干渉の影響が著しいことがわかった。

(5) 離散的手法による解と簡易解析方法による結果との比較を行った。無次元振動数  $a_0$  が 1.0 位迄はよく一致していること、それ以上の振動数においても傾向はかなり合っていることが認められた。また、簡易解析手法により上記(3)(4)の結果を説明することができることがわかった。

## 謝 辞

本研究をまとめるに当たり埼玉大学工学部渡辺啓行先生に貴重な御助言を頂きました。また、数値計算では本学工学系研究科建設工学専攻学生の田崎信一・小川 仁君に御協力を頂きました。謹んで感謝いたします。

## 参考文献

- 野嶋 治・対馬義幸・今沢民雄・佐々木幸男ほか：建物間動的相互作用に関する基礎的研究（その1～その5），日本建築学会大会梗概集，1978～1980。
- 小堀鐸二・日下部馨・瀬戸川藻：連成基礎におけるDynamical Ground Compliance の実験的評価，日本建築学会大会梗概集，pp. 641-642，1981。
- 岩崎敏男・萩原良二・小山達彦：隣接構造物の地震時挙動に関する模型振動実験，土木技術資料，Vol. 25, No. 2, pp. 79-84, 1983.
- 鳥海 黙：2つの基礎の振動の相互干渉について，日本建築学会論文報告集，第 60 号，pp. 277-279, 1958.
- Luco, J. E. and Contesse, L. : Dynamic structure-soil-structure interaction, Bull. Seis. Soc. Am., Vol. 63, No. 4, pp. 1289-1303, 1973.
- Wong, H. L. and Trifunac, M. D. : Two-dimensional, antiplane, building-soil-building interaction for two or more buildings and for incident plane SH waves, Bull. Seis. Soc. Am., Vol. 65, No. 6, pp. 1863-1885, 1975.
- Murakami, H. and Luco, L. E. : Seismic response of a periodic array of structures, J. Engng Mech. Div., ASCE, Vol. 103, No. EM 5, pp. 965-977, 1977.
- 中村満喜男：半無限弾性地盤上にある2つの剛基礎の振動性状について，日本建築学会大会梗概集，1980～1981。
- Snyder, M. D., Shaw, D. E. and Hall, J. R. Jr. : Structure-soil-structure interaction of nuclear structures, Trans. 3rd Int. Conf. on Struct. Mech. in Reactor Technol., Vol. 4, Paper K 2/9, 1975.
- Minami, K. and Sakurai, J. : Soil-foundation interaction effects on the seismic response of buildings, 関東地震 50 周年記念地震工学シンポジウム, pp. 101-108, 1973.
- 塩見忠彦・対馬義幸・慈道順一・小黒栄市ほか：建物間相互作用を考慮した原子炉建屋の地震応答解析法（その1～その2），日本建築学会大会梗概集，pp. 629-632, 1977.
- 川瀬 博・吉田一博・佐藤俊明：境界要素法による地表面上剛基礎の相互連成系解析，清水建設研究報告，第 39 号，pp. 11-21, 1984.
- 多賀直恒・大島幸雄：弾性地盤上の構造物群の連成振動，

- 関東地震50周年記念地震工学シンポジウム, pp. 109-116, 1973.
- 14) 小堀鐸二・南井良一郎・日下部馨: 粘弹性地盤上の構造物群の振動特性, 関東地震50周年記念地震工学シンポジウム, pp. 195-202, 1973.
  - 15) Warburton, G. B., Richardson, J. D. and Webster, J. J. : Forced vibrations of two masses on an elastic half-space, *J. Appl. Mech.*, ASME, Vol. 37, No. EM 1, pp. 148-156, 1971.
  - 16) 田治見宏・滝田博章: 隣接基礎間の動的相互作用における負のダンパー効果について, 日本建築学会大会梗概集, pp. 719-720, 1982.
  - 17) 三浦賢治・犬飼伴幸・西川孝夫・寺田貞一ほか: 根入れ構造物間の動的相互作用について(その1~その5), 日本建築学会大会梗概集, 1978-1980.
  - 18) 小堀鐸二・日下部馨: 隣接建物による影響を考慮した根入れ構造物の振動特性, 日本建築学会大会梗概集, pp. 667-668, 1978.
  - 19) Hadjian, A. H. : Soil-structure interaction—an engineering evaluation, *Nucl. Engng Des.*, Vol. 38, pp. 267-272, 1976.
  - 20) 赤尾嘉彦・伯野元彦: 動的解析における無限境界での波動的処理, 土木学会論文報告集, 第336号, pp. 21-29, 1983.
  - 21) 田治見宏・佐々木幸男・対馬義幸・野嶋 治・今沢民雄 : 弹性理論による基礎底面—地盤の動的ばねに関する研究, 日本建築学会大会梗概集, pp. 395-396, 1975.
  - 22) Wong, H. L. and Luco, J. E. : Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape, *Earthq. Engng Struct. Dyn.*, Vol. 4, pp. 579-587, 1976.
  - 23) Wong, H. L. and Luco, J. E. : Dynamic response of rectangular foundations to obliquely incident seismic waves, *Earthq. Engng Struct. Dyn.*, Vol. 6, pp. 3-16, 1978.
  - 24) 北村泰寿・桜井春輔: 弹性地盤上の構造物の動的解析における地盤の柔軟マトリックス, 土木学会論文報告集, 第341号, pp. 119-127, 1984.
  - 25) 川上英二・田崎信一: 任意形状の剛基礎底面に対する動的 Compliance の簡易解析法, 土木学会論文集, 第350号/1-2, pp. 253-262, 1984.
  - 26) 水野二十一: 異種構造物間連成振動の諸パラメーターとその効果, 第4回日本地震工学シンポジウム, pp. 887-894, 1975.
  - 27) 平島新一: 原子炉建屋の減衰量, 昭和55年度日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 817-818, 1980.
  - 28) 野嶋 治・田治見宏・市川修三: 建物と地盤の相互作用に関する基礎的研究, 竹中技術研究所報告, 第9号, pp. 59-69, 1973.
  - 29) 石井 清: 実測資料に基づく入力損失フィルターの提案, 清水建設研究報告, 第33号, pp. 51-57, 1980.

## SYNOPSIS

UDC : 624.131.55 : 624.042.7 : 550.34

### SOIL-STRUCTURE INTERACTION OF RIGID STRUCTURES CONSIDERING THROUGH-SOIL COUPLING BETWEEN ADJACENT STRUCTURES

by Dr. HIDEJI KAWAKAMI, Associate Professor of Saitama University, Member of A. I. J.

The objective of this study is to develop a theory for the response of a group of rigid structures with arbitrarily shaped bases attached to the surface of an elastic half space under the effects of the seismic excitation.

Two methods are developed for the calculation of the dynamic response of a group of rigid structures. One is the application of a computationally efficient boundary element method. This procedure is based upon subdividing the contact area into a number of smaller triangular sub-regions, and the contact tractions and the Green's functions are assumed to be linearly varying functions of space coordinate within each sub-region. The obtained system of integral equations is discretized and reduced to a system of linear algebraic equations.

The other is a much simpler method than the first one, and it is for obtaining a first order approximation. For this method only the response of a isolated structure and the Green's functions for the elastic half-space are needed.

Numerical results for two cylindrical masses (Fig. 2) are presented when they are excited by vertically incident plane waves. The amplitude ratio of the motion of the structure to that of the corresponding isolated structure is plotted in Fig. 6 as functions of dimensionless frequency for different values of separation. A comparison of the four sets of curves of Fig. 6 makes it evident that the effect of varying the mass of the structure,  $m_c$ , on such a ratio is not so significant as the mass of the second structure,  $m_a$ , and that the agreement between the results of the proposed two methods is reasonably good.