

限界質量の計算モデル

高木 英 至*

単純推論型の計算モデルとして、距離空間を仮定した限界質量モデルを提示する。このモデルは動的な社会的影響理論（DSIT）同様に、エージェント間の相互影響の前提から成り立つ。計算機シミュレーションの結果は、相互影響の範囲がローカルであることを前提に、次の帰結が生じることを示した。（1）同じ行動をするエージェントのクラスタが出現する。（2）エージェントの行動採用率に、初期状態の方向に向けた「極性化」が生じる。距離空間に展開したとき、限界質量モデルが構造的に DSIT と類似した前提で成り立つことを論じる。

キーワード：限界質量，セル空間，コンピュータシミュレーション，集合行動

1 はじめに

計算モデル（computational models）は計算機プログラミング言語によって現象の挙動を説明することを目的とする。この計算モデルは自然言語によるモデル（言語モデル）、数理モデルに次ぐ、第3のモデルと位置づけることが出来る（Ostrom, 1988）。計算モデルは数理的な定式化によらぬアイデアをも組み込む柔軟さを備え、かつ効率的にモデル構成を達成する利点を持つ（Taber, 1996）。特に曖昧なアイデアによって議論が構成されやすい社会科学分野において、計算モデルは適用の範囲を確保できる可能性がある。

しかし実際には、数理モデルが社会科学の一部の領域において確立されたに過ぎないように、計算モデルについても、その適用範囲が広いとはいえない。このことは、計算モデルの実例が限られた著者によってしか生み出されておらず、適用例の絶対数も限られていることに由来するだろう。

社会科学分野でいえば、計算モデルは、進化的な計算手順に従って動的な均衡を求めようと

する進化型のモデルと、一定の前提から何が帰結するかを実験するための単純推論型のモデルに区分できる（高木, 2004）。進化型のモデルについては、ゲームの理論の定式に基づいて均衡分析をする必要が増えることから、今後ともその適用例を多く見出すものと見込まれる。より広く計算モデルが普及するための鍵を握るのは単純推論型のモデルの方だろう。多くの現象について構成可能な単純推論型のモデルの例が増えることによって、より広い社会科学のオーディエンスに計算モデルの存在を意識させることができるからである。

筆者はこの『紀要』の論考としてしばしば計算モデルの適用例の提示を試みてきた。そのうちのいくつかは、単純推論型の計算モデルによるシミュレーション結果の報告である（高木, 1990, 1991, 1992, 1993, 1996, 2003, 2004）。これらの論考は単純推論型の計算モデルの適用範囲を拡張するための試みと位置づけることができる。

本稿も同様の企画に従っている。本稿で取り上げるのは、既に社会学者には知られている限界質量モデルの、計算モデルへの展開である。

* たかぎ・えいじ

埼玉大学教養学部教授、社会心理学

2 モデル構成

2.1 限界質量モデル

限界質量 (critical mass) モデル (Schelling, 1978) は社会の中で特定の行動の採用率がどの水準で均衡するかを説明することを目的としている。どれだけの他者がある行動を採用すれば自分も採用するかについての戦略を、各人 (マイクロなエージェント) が持つと仮定する。他者の 30% が信号無視をするなら自分も信号無視をする、といった戦略である。エージェントが自己の戦略に従いつつある行動を採用するか否かを選択し行動したとして、それらの行動を集計した社会全体の行動採用率を与件として、エージェントはさらに選択を行うと考える。社会全体である行動採用率を前提にしたときに、その行動をとるエージェントの比率を示す曲線を「反応曲線」と呼んでおこう。反応曲線はエージェントの戦略を社会全体で集計して求めることができる。反応曲線が得られると、その社会の中で問題の行動を採用する者の比率の均衡値、つまり社会のマクロな状態を求めることができる。図1はS字型の反応曲線を仮定したときの

条件付きの
行動採用率
(%)

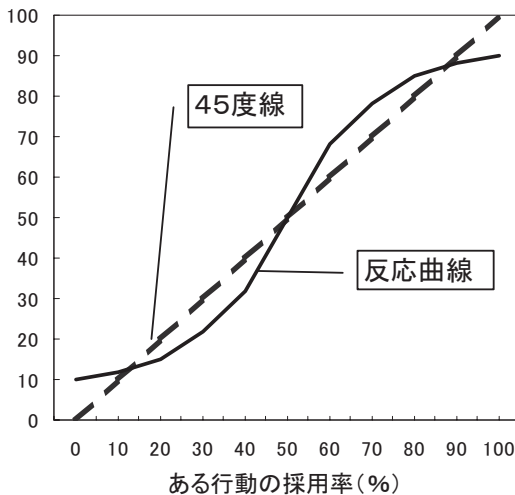


図1: 限界質量モデルの例 (S字型)

例示である。反応曲線と45度線との3つの交点 (均衡点) のうち、反応曲線の傾きが45度線より低い交点 (両端の交点) が安定な均衡点となる。すなわちこの2点では、誤差によって交点から離れることがあっても元の均衡点に引き戻すような作用が生じる (高木, 2005)。

2.2 DSIT との関係

限界質量モデルは社会のマイクロなエージェントが周囲の他者から影響を受けて反応を決めると仮定している。その結果として社会全体でどのような反応分布 (マクロなパターン) が生じるかを説明しようとする。同様のモデルにLatanéらの動的社会的影響理論 (DSIT; e.g., Nowak, Szamrei & Latané, 1990) があることに気づく。DSITと限界質量モデルでは、少なくとも次の2点において大きな違いがある。

第1はエージェントの反応の仕方に関する相違である。

DSITは、エージェントが2値的な状態の何れかをとることを前提とする。ある状態をとるエージェントは別の状態の他者には自分と同じ状態になるような影響を、同じ状態の他者には現状を維持する方向の影響を及ぼす。これらの影響力は一定の方法で集計される。エージェントが現在の状態を継続するか別の状態に移行するかは次の手順に従って決まると考える。

変化への影響 > 現状維持への影響 → 別の反応

変化への影響 ≤ 現状維持への影響 → 現在の反応

これに対し、限界質量モデルはある行動を採用するか否かという2つの状態を仮定する点がDSITと類似している。しかし限界質量モデルの場合は、エージェントがある「閾値」(その値を超えたときにはじめて問題の行動を採用するような値) を持つと考え、次の手順に従ってその行動を採用するか否かを決める、と考える。

社会の反応率 \geq 本人の閾値 \rightarrow 採用

社会の反応率 $<$ 本人の閾値 \rightarrow 非採用

つまり両モデルは、エージェントに2種類の状態を仮定すること、および社会的影響によってエージェントの状態が変化すると仮定すること、の2点で類似している。しかし、反応の決定メカニズムの仮定は異なっている。

第2に、両モデルはエージェントに働く影響力の範囲に関する仮定において異なっている。DSITではエージェントは距離を備えた空間(セル空間)に位置し、影響力は距離の減少関数であると考え、そこで主に、自己の周囲から発せられる影響力に反応することになる。対して限界質量モデルでは、エージェントは常に、社会全体の反応分布が分かっていると考えている。

2.3 空間モデルの構成

DSITは、空間を仮定している分だけ限界質量モデルより一般性の高いモデルであるといえる。限界質量モデルのように個々のエージェントが「社会一般」から影響を受ける場合は、DSITのように距離を持つ空間を仮定する定式を用いるなら、距離による影響力の減少が極めて緩慢な場合として表現できるからである。

以下の本稿では次の2点を扱う。第1は、限界質量モデルをDSITのようなセル空間を持つモデルとして定義し直すことである。第2は、距離を持つ空間において限界質量モデルの元来の挙動がいかなる影響を受けるかを、計算機シミュレーションから評価することである。

2.4 反応曲線

計算モデルを組む上での1つの問題はどのような反応曲線を仮定するかにある。

図1は、無条件採用者(他者の分布にかかわらずその行動を採用する者)と無条件非選択者(無条件に採用しないと決めている者)が一定比率いる以外は、反応の閾値が正規分布状の単峰型対称分布をなすことを仮定している。閾値

が正規分布に近いことは直感的には納得できる仮定である。しかし質問紙調査の結果では図1のような(均衡点が複数ある)反応曲線はほとんど見出されなかった(高木, 2005)。多くは反応曲線が右上がりになり、1点だけで45度線を交わるケースである。

Latanéら(Latané, 1981; Latané & Wolfe, 1981)は同調などの社会的影響の結果がべき乗法則に従って影響源の人数とともに増大することを多くのデータから示している。このべき乗法則から推論すれば図2のような反応曲線が成り立つと考えるのが自然かも知れない。しかし、高木(2005)で得られた反応曲線は情報に凸とは限らず、直線に近いものもある。

同調率

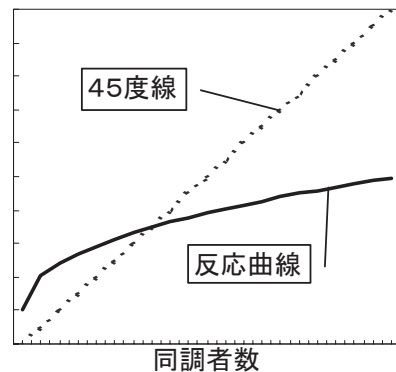


図2: べき乗法則から予想される反応関数

以下の分析では図3の単純な反応曲線を用いてシミュレーションを実施する。直線を仮定するのは反応曲線の形状を仮定する根拠がないためである。また、反応曲線の特殊な形状に起因する影響を除去するためでもある。

図3の反応曲線は、無条件的採用者と無条件的不採用者がそれぞれ10%おり、傾きは4/5の直線である。45度線との交点(50%)が安定的な均衡点であり、普通に限界質量モデルを作動させれば採用率は50%で落ち着く。

2.5 セル空間

モデルで仮定するのは 50×50 の2次元のセル空間 (2-dimensional lattice) である (図4). torus であり, 図4の上下, 左右は繋がっている. 隣接セル間の距離を1とし, ムーア近傍を仮定する. 「近隣」(同じ距離内にある近傍) 内のエージェントは同じ強さの影響力を持つと仮定する.

2.6 シミュレーション手順

2500のセルがそれぞれエージェントであると仮定する. エージェントには反応曲線(図3)を再現するように「閾値」を当てはめ, 無作為にセルに配置する. シミュレーションはラウンドにそって離散的に進む. ラウンドごとにセルの反応機会の順番を無作為に決め, 各ラウンドで各セルは1回ずつ反応する. 反応時点で, エージェントはその時点での「近隣」内の反応率を算定し, 自己の閾値より反応率が高いときだけ行動を採用する. 初期状態で採用しているのは, 無条件的採用者 (図3の条件のもとでは10%) と仮定する.

条件付きの
行動採用率
(%)

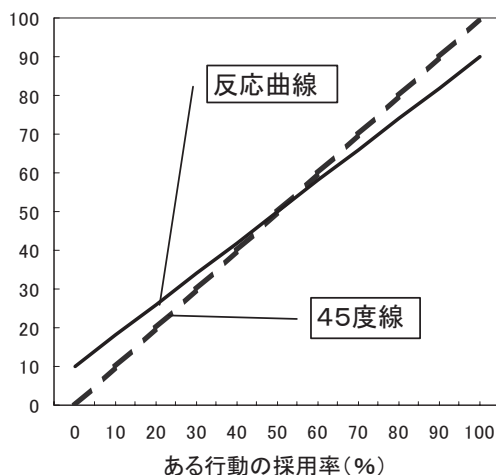


図3:シミュレーションで用いた反応曲線

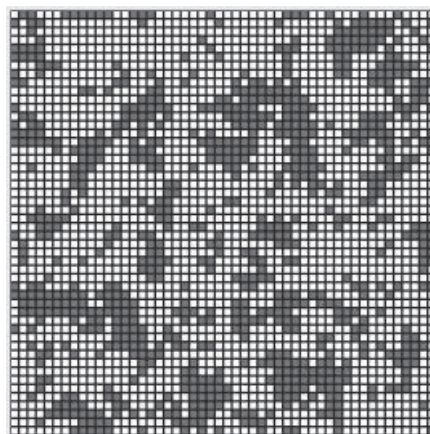


図4:シミュレーションのセル空間

2.7 実験計画

近隣の距離 (4水準) を実験要因として導入する. 距離が1/3/5/7で近隣を定義する. 距離が長いほど, 広い範囲の他者から影響を受けることになる.

各水準で20試行を繰り返した. 各試行で30ラウンドを実施した (12ラウンド程度で何れの試行でも結果は収束する).

3 シミュレーション結果

主な結果は, エージェントのクラスタ, および最終採用率の2点である.

3.1 採用者のクラスタ

DSITによる一連のシミュレーションは, 影響力が近隣に限定されるとき, 状態値ごとのエージェントのクラスタができることを示してきた (e.g., Latané & L'Herrou, 1996). 空間を装備した限界質量モデルでも同様の効果を確認できるか否かが本稿の関心の1つといえる.

結果は, 大まかにはエージェントのクラスタが形成されることを示す. 上記の図4は距離1の範囲で影響が生じると仮定したときの反応分布である. 濃い色のセルが採用者を表す. 影響の範囲が大きくなるほどクラスタは不明確になり, 反応者が均質に分布するようになる.

3. 2 採用率

図5はシミュレーション各試行での最終採用率の水準別の平均値を示す。図3の反応曲線を仮定しているため、元来の（つまり空間を仮定しない）限界質量モデルでの均衡値（比率0.50）が図5の「理論値」に当たる。結果はまず、元来の限界質量モデルよりも一様に採用率が低いことを示す。しかし距離、つまり近隣の範囲が大きくなるほど採用率は上がり、理論値に近づいている。別のいい方をすれば、影響力の範囲がローカルであるとき（典型的には距離1で、直接隣接するセルだけが影響力の範囲であるとき）、採用率は理論値よりも大きく抑えられることになる。

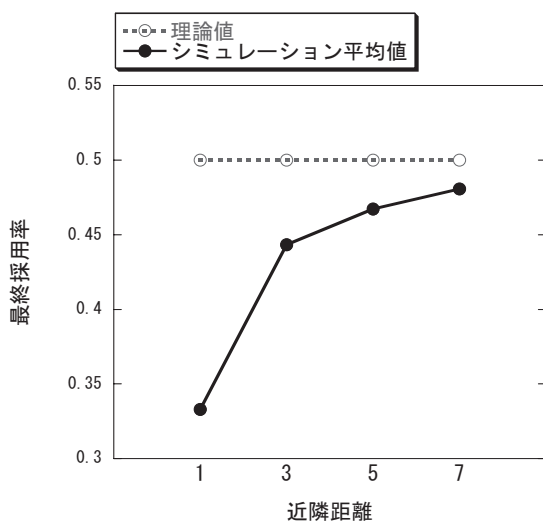


図5: 結果 — 最終採用率

3. 3 追加のシミュレーション

ここまでの結果で、次の2点を確認できた。

第1は影響力がローカル（局所的）であるとき、DSITのシミュレーション結果同様に、同じ反応をするエージェントのクラスタが生じたことである。この結果は直感的に了解しやすい。空間的な制約のもとにあるとき、エージェントは近隣のエージェントだけを眺めて反応する。従って、採用が優勢になるエリアとそうでない

エリアが大域的には混在して不思議はない。

第2は、影響力の範囲が広がるほど採用率は「理論値」に近づき、狭いと採用率は低下してゆく、という結果である。この結果の前半、つまり影響力が大域的であるほど採用率が理論値に近づくことは容易に了解できる。理論値とは、影響力の範囲が極限まで（つまり社会全体に）拡大された場合だからである。しかし影響力が限定されると採用率が体系的に低下するのはなぜだろう？

1つの可能性は、限界質量モデルでは自己の状態が影響を与えないと仮定するため、採用者が自らの採用状態を近隣の中でカウントできないことによる、という考えである。1つの採用例（自己）の除外は近隣の範囲が狭いほど重みが大いなので、範囲が狭いほど影響力の低下が大いいかも知れない。しかしこの可能性は妥当しそうでない。既述のシミュレーションモデルでエージェントが自己の採用をカウントするように設定しても、全体の採用率はやや上昇するものの、距離要因と採用率との関係（図5）に変化はなかった。

条件付きの
行動採用率
(%)

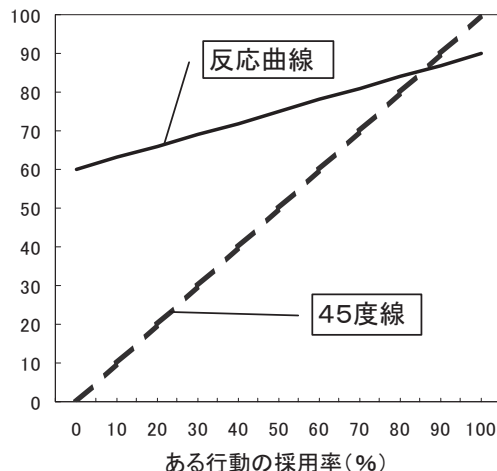


図6: 追加シミュレーションに用いた条件

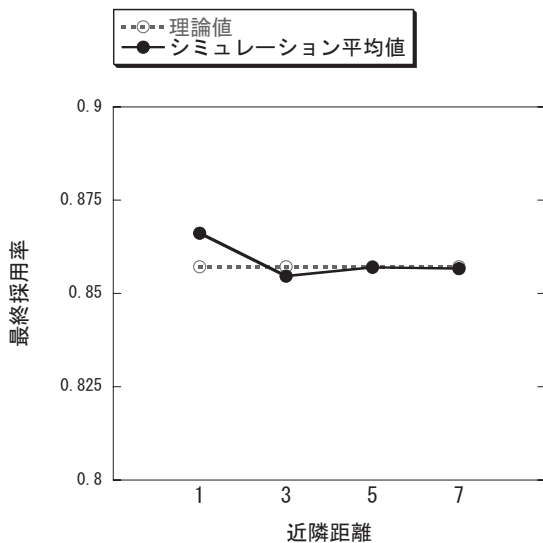


図7:結果 — 最終採用率

もう1つの可能性は、この結果が2項分布の歪みに起因するという可能性である。近隣における初期状態での採用者数の確率分布は、初期採用率を p とおいたときの二項分布 $B(p, N)$ で近似できるだろう (N は近隣範囲に入るエージェント数)。この分布は、 $p < .5$ なら低い値(左側)方向に歪む。従って分布のメディアンは期待値 (Np) より左に偏ることになる。つまり、社会全体の初期採用率が同じく p であっても、近隣での採用率が p より低くなるエージェントの数は、 p より高くなるエージェントより多くなる。つまり近隣での採用者数が過小出現するエージェントが多くなるので、空間的制約を仮定しない理論値よりも採用しないエージェント数が増えるのかも知れない。この分布の歪みは N が小さいほど(影響の範囲が限定されるほど)高く、 N が大きくなれば分布は左右対称な正規分布に近づくために歪みが生じない(つまり採用率は理論値に近づく)、という可能性である。

分布の歪みによるこの説明が妥当するなら、初期採用率が.5より大きい場合には採用率は理論値より大きくなることが予想できる。なぜ

なら、 $p > .5$ の場合は近似される確率分布は右(値が大きい方向)に歪み、近隣での採用者数が近隣で過大出現するエージェントが多くなるはずだからである。

そこで図6のような反応曲線を用い、同じ条件でシミュレーションを実施した。図6では、無条件採用率は全体の60%であり、無条件的非採用率は先述のシミュレーション同様に10%である。均衡点(理論値)は採用率85.7%となる。

結果を示したのが図7である。予想通り、近隣の範囲が小さいとき(距離が1のとき)に採用率は理論値より高い。距離が3, 5, 7のときの採用率の平均値の間には差がない(SNK検定, $p < .05$)。

4 考察

4.1 シミュレーション結果のまとめ

本研究はオリジナルの限界質量モデルを拡張し、セル空間上の社会を仮定してエージェントが空間的な制約を受けるように再定式化した。シミュレーション結果は、影響力の範囲が局所的なとき、限界質量モデルがDSITの予測(e.g., Latané & L'Herrou, 1996)と同様の結果をもたらすことを示した。第1に、採用/非採用者は空間的にクラスタをなす傾向が生じることである。第2は、初期採用者の全体的傾向が顕著に現れ、いわば反応の「極性化」、つまり初期採用者が少ない(多い)ときには最終的採用者もより少なく(多く)なる傾向が生じる、ということである。この第2の結果も、結局はDSITの結果と一致すると見ることができる。

一般論として、新たな行動の採用者は初期状態では少数派である。本稿が提示した空間を装備した限界質量モデルは、エージェントの交流の範囲が狭いときにはその新たな行動の採用は抑制されることを予測している。この予測は経

験的に評価されるべきであるものの、われわれの一般通念とも一致しているというべきだろう。

4. 2 限界質量モデルと DSIT の形式上の類似性

ここで限界質量モデルと DSIT の形式上の関係を再考してみよう。エージェントは a か b の 2 値をとるとする。このとき、a に向けた影響力を I_a 、b に向けた影響力を I_b と書けば、2. 2 で記述した DSIT の規則は次のように表現できる（エージェントの現状を a とする）。

$$I_a \geq I_b \rightarrow a \text{ を採用} \quad (1)$$

$$I_a < I_b \rightarrow b \text{ を採用}$$

他方、限界質量モデルでのエージェントの閾値を x 、近隣内での a (b) の採用者数を n_a (n_b) とおく。ただし $0 < x < 1$ であり、a を行動の採用反応とする。このとき、2. 2 で述べた限界質量モデルのルールは次のように表せる。

$$\frac{n_a}{n_a + n_b} \geq x \rightarrow a \text{ を採用}$$

$$\frac{n_a}{n_a + n_b} < x \rightarrow b \text{ を採用}$$

上式を書き換えると、

$$(1-x)n_a \geq x n_b \rightarrow a \text{ を採用} \quad (2)$$

$$(1-x)n_a < x n_b \rightarrow a \text{ を採用}$$

式(1)と(2)を比べれば両者が極めて似た構造を持つことは明らかである。DSIT を基準に考えれば、b 採用者数 n_b を閾値で重みづけた数値が I_a に、a 採用者数 n_a を $(1-x)$ で重みづけた数値が I_b に相当している。ここで比率 $(1-x)/x$ は、採用反応へのエージェントの傾性を表すことになる。DSIT では、 $(1-x)/x$ に機能的に相当するのが、a 反応ないし b 反応をとるエージェント状態の初期値である、ということになるだろう。

先のシミュレーションでは空間を備えた限界

質量モデルが DSIT と同様の帰結を導くことが示された。これらの結果は、2つのモデルの形式上の類似性を考えれば了解可能であるといえる。

以上のように、限界質量モデルは DSIT ときわめて似た構造を持つ。しかしこの類似性はモデルとしての形式上のものであることは考慮しなければならない。形式上は類似していても、実質的にそれぞれのモデルを適用する状況は類似しているとは限らない。DSIT の場合は、変化は同調圧力や社会的学習など、多様とはいえ、基本的に対人的な影響力によってもたらされると想定される。対して限界質量モデルの場合は、エージェントを動機づける（従って反応関数の形状の根拠となる）要因は社会における利得構造であると想定することが多い（Schelling, 1978）。重要なのは、適用される状況が実質的に異なり得る両モデルが形式上は似た側面を持つこと、そしてモデルの帰結においても類似した予測を導き得ることである。

引用文献

- Latané, B. (1981). The psychology of social impact. *American Psychologist*, 36, 343-356.
- Latané, B. & L'Herrou, T. (1996) Spatial clustering in the conformity game: Dynamic social impact in electronic groups. *Journal of Personality and Social Psychology*, 70, 1218-1230.
- Latané, B. & Wolf, S. (1981). The social impact of majorities and minorities. *Psychological Review*, 88, 438-453.
- Nowak, A., Szamrei, J. & Latané, B. (1990) From private attitude to public opinion. *Psychological Review*, 97, 362-376.
- Schelling, T.C. (1978) *Micromotives and Macrobehaviour*. WW Norton & Co.
- 高木英至 (1990) 友人関係のコンピュータ・シミュレーション. 『埼玉大学紀要』, 26, 65-77.
- 高木英至 (1991) 派閥加入の損得勘定. 『埼玉大学紀要』, 27, 49-60.

- 高木英至 (1992) 恋愛市場のコンピュータ・シミュレーション, 『埼玉大学紀要』, 28, 55-74.
- 高木英至 (1993) 投票連合のパラダイム, 『埼玉大学紀要』, 29, 73-88.
- 高木英至 (1996) 社会過程のシミュレーション・プログラム (1), 『埼玉大学紀要』, 32, 1-20.
- 高木英至 (2003) エージェントのクラスタ化の相互調整モデル: コンピュータシミュレーションによる検討, 『埼玉大学紀要』, 39(2), 105-112.
- 高木英至 (2004) 女性への小さな偏見は組織における男性支配をもたらすか: 組織における性比のシミュレーション, 『埼玉大学紀要』, 40(2), 11-18.
- 高木英至 (2005) 限界質量モデルの反応曲線の推測, 『埼玉大学紀要』, 41(2), 65-72.