

評価関数の進化：結果の頑健性の検討

高 木 英 至

評価関数の進化：結果の頑健性の検討

高木 英 至*

プロスペクト理論の評価関数（効用関数，確率重みづけ関数）の「進化」に関するシミュレーション（高木，2007）の結果の頑健性ないし安定性を検討する。オリジナルのシミュレーションモデルを基礎に、新たに要因を操作してシミュレーションを実施した。本稿で報告するシミュレーション結果では，高木(2007)で見出したパターンは頑健に再現されたといえる。生き残り基準を課すことにより効用関数が危険回避的になることは再び確認された。また意思決定で提示される選択枝数が減少すると効用関数が危険回避的になる傾向も観測された。この結果は，技術的・社会的条件によって選択枝数が多くなることで選択結果がより「安全」になるためと理解できるかも知れない。

キーワード：プロスペクト理論，効用関数，進化的計算

1 はじめに

1. 1 プロスペクト理論における評価関数： 効用関数と確率重みづけ関数

不確実性下の意思決定事態を考えたとき，効用系による合理的選択は，単純化すれば次のように進むと仮定される。行為主体は結果に対する基底的効用関数を持ち，その効用の値と（その値を持つ結果が生じる）主観確率の積和（期待効用）を最大化する選択枝を選ぶ，と考える（期待効用仮説）。

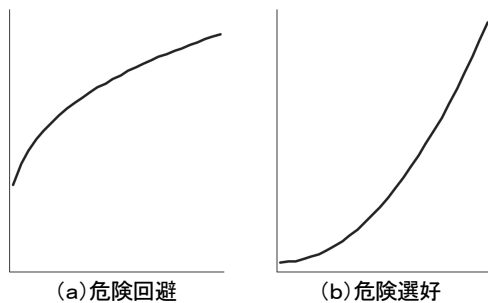


図 1：古典的理論での効用関数の形状

効用関数の典型的な形状は図 1 のごとくと想定される。上側に凸な効用関数(a)は危険回避的であり（限界代替率ないし限界効用が逓減する），下側に凸な関数(b)は危険選好的と呼ばれる。

Kahneman と Tversky らによるプロスペクト理論（ないし行動経済学）は，上記のような古典的な経済学ないし合理的選択論の定式化に対して重要な挑戦を提起している（Kahneman & Tversky, 1979; Maital, 2007）。古典的な経済学では，行為主体は自己の効用関数から総資産の評価を行い，その総資産の評価に基づいて選択を行うと仮定している。その評価は行為主体に備わった固有の効用関数に基づき，効用関数はしばしば図 1 (a) のような上側に凸の（危険回避的

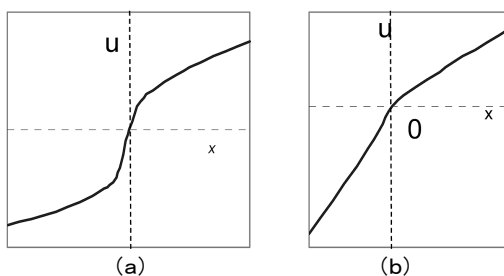


図 2：プロスペクト理論が想定する効用関数

* たかぎ・えいじ
埼玉大学教養学部教授、社会心理学

な)形態であることが仮定される.これに対し,プロスペクト理論は概ね次の前提に立脚する点で古典的経済学理論とは異なっている.

- 1) 選択の評価(効用関数)は総資産額によってではなく参照点(e.g., 現状)を基準にした変化への評価によってなされる.
- 2) 参照点から見て gain であるか loss であるかによって結果に適用される効用関数が異なる.概して人は loss に対してより敏感だと仮定される.
- 3) 不確実性が導入される選択事態では,確率も重み付け評価の関数によって評価される.

効用関数として次のような関数が例示されることもある.

$$u(x) = \begin{cases} x^\alpha, & \text{if } x \geq 0 \\ -\lambda (-x)^\beta, & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

この関数を適用すれば,効用関数のグラフは図2のような形状となる.図2(a)は効用関数の特徴を分かりやすくするために描いたグラフである.しばしば例示されるパラメータの値($\alpha = \beta = 0.88, \lambda = 2.25$)を使うなら,上記の効用関数は図2(b)のグラフを描く.

こうしたプロスペクト理論をどのように評価するかはモデル構成者の立場によるだろう.効

用系を前提に社会システム全体の挙動を説明しようとする立場からすれば,プロスペクト理論は無用な複雑さを導入するものと見えるかも知れない.しかし実際に人間が行う選択を直接説明しようとする立場からは,この理論の出現はより説明力を高める進歩と映るだろう.実際,プロスペクト理論ないし行動経済学の名によって進められた多くの経験的研究は,古典的な定式化による以上に,プロスペクト理論の定式化が説明力を持つことを示してきた(e.g., 多田, 2003; 友野, 2006).

1. 2 意思決定の適応モデル

高木(2007)ではこのプロスペクト理論を別の視点から位置づけることを試み,意思決定の適応モデルという考えを提起した.この適応モデルは次のアイデアから出発する.すなわち,これまで議論されてきた評価関数(例えば効用関数)は進化的な,ないし適応上の根拠によって生成されるのではないか,という点である.判断事態が量的(金額や確率など)に表現されるとすれば,人はプロスペクト理論が仮定するように,結果の価値の評価(効用関数)や可能性の評価(確率の重みづけ関数)を用いて判断

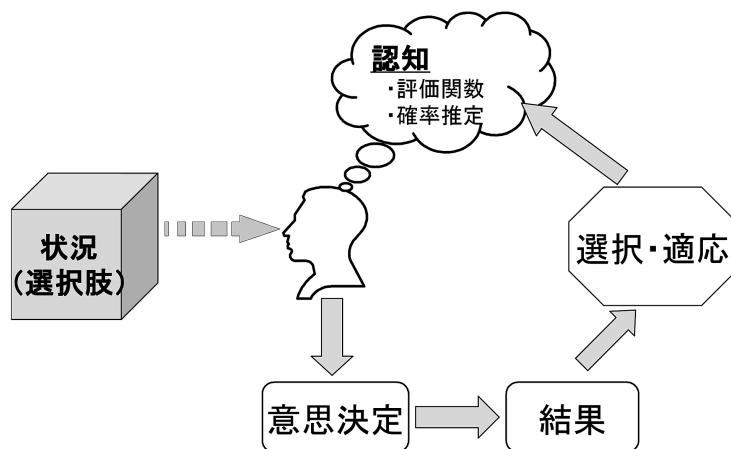


図3 : 意思決定の適応モデルの概念図

するだろう。しかしそれらの関数は行為主体に固有に備わっているというより、行為主体が適応反応として獲得し（あるいは進化の過程で遺伝的に獲得し）、状況に応じて使い分けられていると見るべきものだろう。

例えば、プロスペクト理論はその効用関数の仮定に基づき、ある額の獲得より同じ額の喪失の回避の方が行為主体にとって重要となると考える（損失回避反応）。しかしこうした損失回避の反応は、損失によって行為主体の生存が危うくなる事情に基づく適応的な戦略と見ることができるだろう。

図3は適応モデルの概念図である。まず行為主体は状況（選択肢群を含む）に対して認知を持ち、その判断（選択）はこの認知に基づくと考えられる。認知の中には、選択肢がもたらす結果を評価する関数（効用関数）、確率推定機能（確率重みづけ関数）などが含まれていると仮定する。従来の理論では、プロスペクト理論を含め、この認知の機能は固定的な与件と考えていた。しかしこの認知は、適応モデルでは条件依存的と考える。認知に基づいて行為主体が意思決定した結果に応じて適応が生じ、認知自体が（少なくとも長い目で見れば）適応的に選択されると考えるのである。

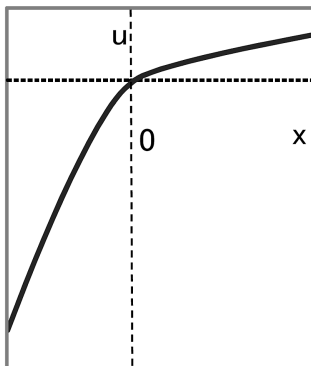


図4：計算上の効用関数
（生き残り基準あり）

1. 3 進化的シミュレーション

図3のアイデアをシミュレーション（計算機実験）で試したのが筆者の研究（高木, 2007）である。この研究では複数選択肢を含む架空の意思決定事態を計算上構成し、進化的計算（遺伝的アルゴリズムの一種）によってどのような効用関数と確率重みづけ関数が生じるか（進化するか）を検討した。ここに選択肢とは、それを選べば2つの結果（利得のgain/loss）の何れかが一定の確率で選択され結果となるような選択肢である。高木(2007)の主たる結果は次の3点といえる。

- 1) 「生き残り基準」の有無によって出現する効用関数は異なる。生き残り基準とは、一定期間で得た利得がその基準以上でなければ行為主体は生き残れない（従って自己の関数を継承する子孫を作れない）基準のことである。すなわち、生き残り基準が課される場合、効用関数は危険回避的な形状をとる傾向がある（図4）。
- 2) 確率重みづけ関数はプロスペクト理論の想定通り、低い確率（高い確率）は過大評価（過小評価）されるように形成される傾向が再現された（図5）。ただしこの傾向は、確率重みづけ関数の反応感度が低いことを反映するに過ぎないかも知れない。

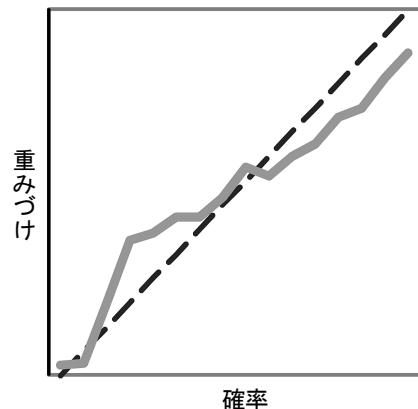


図5：確率重みづけ(生存基準あり)

3) 結果の正負 (gain/loss) に応じて別の確率重みづけ関数を導入したとき、2つの重みづけ関数は異なった形状となる。正の結果に対する重みづけ関数は1つの関数だけを仮定したときの結果 (図5) に近似するが、負の結果が生じる確率に関しては、その確率が特に低いと分からない限りは、ほぼ等しく「起きるかもしれない」と判断する傾向がある。また、何れの関数も生き残り基準があるときには悲観的なとらえ方をする (良い結果の生起確率を低く見積もる) 傾向がある。

本研究の目的はこれらの結果がどれほど安定定的か、頑健かを検討することにある。次に見るように、先の研究で用いた計算上の意思決定事態には次のような特殊性がある。第1に、用いた意思決定事態では選択肢の中に「安全な選択肢」が1つ含まれている。安全な選択肢はエージェント (計算上の行為主体) が一定の利得は確保できる (従って生き残り基準を満たせないエージェント数が抑制される) ように導入している。しかしこの安全な選択肢の存在がシミュレーション結果に何らかの偏りを生んでいる可能性もある。第2に、用いた意思決定事態は判断ごとに10の選択肢をエージェントに提示しているが、その選択肢数の多少が結果に影響を与えている可能性もある。以下の分析ではこれらの「特殊性」が結果にいかなる影響を与えるかを検討することを通して、高木(2007)で得た結果がどれほど頑健であるかを評価する。同時に、こうした単純な要因の変化だけで結果にどれほどのヴァリエーションが生まれるかを検討することが課題といえる。

2 シミュレーション1 : 再現

最初に高木(2007)で用いた設定のシミュレ

ーションを再試行する。ただし用いたモデルは高木(2007)のシミュレーション2, すなわち、結果の正/負に応じて別の確率重みづけ関数を導入したモデルである。高木(2007)との相違はエージェント数を100から200に増やしたことだけである。エージェント数を増やしたのは、global maximumに結果がより近づくことが期待されることによる。

2. 1 シミュレーションの設定

判断事態 以下では計算上のエージェントに次のような選択肢を複数提示する。

$[a, p; -b, 1-p]$

つまり、この選択肢を選べば利得 a の結果と利得 $-b$ の結果の何れかが生じる ($a, b \geq 0$)。生起確率はそれぞれ、 p と $1-p$ である。利得の a と $-b$ はエージェントの効用関数によって評価される ($u(a), u(-b)$)。また、 p と $1-p$ もエージェントの重みづけ関数 w によって評価されると考える ($w(p), w(1-p)$)。ただし $w(p) + w(1-p) = 1$ という制約はない。

エージェントには1回のラウンドで10個の選択肢が提示され、自己の判断基準 (u と w) に従って1つを選ぶ。選んだ選択肢の p の値をそのまま用いて結果が a か $-b$ かが決まる。確率的に生じた結果の値がエージェントのそのラウンドでの利得となる。

p は $[0, 15/15]$ を一様乱数に従って選ぶ (可能な値は16個)。 a は $[0, 12.0]$ 、 b は $[0, 10.0]$ の一様乱数で決める。なお、10個の選択肢のうち1つは「安全な選択肢 ($[3, 14/15; -3, 1/15]$)」である。安全な選択肢があるため、どのような選択肢が並ぼうと、判断基準が適切であれば1ラウンド当たり期待値 2.6 の利得は確保することができることになる。

戦略 エージェントの戦略は152次元の2進数

表1：パラメータの平均値(シミュレーション1)

	α		β		λ	
	平均	信頼区間	平均	信頼区間	平均	信頼区間
生き残り基準あり	0.74	[0.68, 0.80]	1.04	[0.90, 1.19]	3.10	[2.90, 3.52]
生き残り基準なし	1.29	[1.21, 1.36]	0.81	[0.69, 0.93]	2.98	[2.79, 3.40]

から成り立つ。効用関数には上式をそのまま用い、 α 、 β 、 λ のためにそれぞれ8次元を使う(8×3=24次元)。確率重みづけ関数は結果の正負に応じた2つがある。それぞれにつき、確率は[0.0, 1.0]で1/15刻みで生じ、その間の16の値に対するwの値が確率重みづけ関数に相当する。確率の値ごとのwは4次元の2進数で決まるので、確率重みづけ関数を表現するのは128次元の2進数である(2×16×4=128次元)。

計算手順 1度のシミュレーションのrunには200のエージェントを使う。1つのラウンドで各エージェントは1回の選択を行い、1世代で500ラウンドを繰り返す。500ラウンドの利得の合計がエージェントのその世代での利得となる。「生き残り基準」(後述)がある条件では、生き残り基準を充たせなかったエージェントは子孫を作る計算から除外される。ただし生き残り基準を充たすエージェントが全くいないとき、次世代のエージェントを確保するために、すべてのエージェントが生き残り基準を充たしたものとして計算を続行するようプログラムした。

世代の終わりで生き残ったエージェントの中から利得比例確率で「両親」を選び、交差を施して次の世代のエージェントを生成する。交差後、新エージェントの戦略の各次元に突然変異を施す。

実験計画 「生き残り基準」のある条件とない条件を導入した。生き残り基準を充たせぬ場合とは、過去10ラウンドの利得合計が基準(合計10)に達さないことである。生き残り基準のある条件では、生き残り基準を充たせなければ次

世代の「親」にはならない。各条件につき、1000世代までの試行を20回繰り返した。

2. 2 結果

シミュレーションのrunごとに、エージェントの最終のパラメータ値の平均をそのrunでの結果指標と考える。その結果指標のうち効用関数を定義する3つのパラメータ(α 、 β 、 λ)の平均値が条件ごとにどの範囲にあるかを計算した結果が表1である。表1の結果は先のシミュレーションでの結果(高木(2007)の表1)をほぼ再現している。ただし今回は β の値が生き残り基準あり条件でも生き残り基準なし条件でも、やや低めに計算されている。

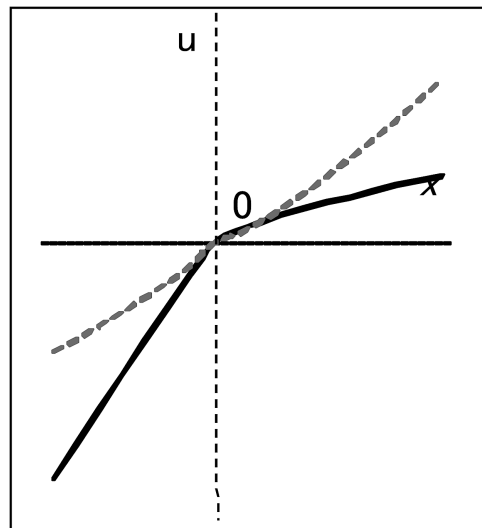


図6：シミュレーション1の効用関数
実線：生き残り基準あり
点線：生き残り基準なし

表1にある α , β , λ 値から効用関数をグラフ化したのが図6である。基準なしの場合は効用関数は全体的に危険選好的（下側に凸）になっており、古典的理論の危険選好的効用関数の形状に近い（図1(b)）。生き残り基準が作用する場合は全体として危険回避的（上側に凸）になっており、古典的理論の危険回避的な効用関数（図1(a)）に近づいている。結果は大まかに高木(2007)を再現しているといえる。

このシミュレーション1で生じた確率重みづけ関数の w の値の平均をとってプロットしたのが図7である。図7は既述の高木(2007)で確認された傾向（1.3の3）の通りであり、高木(2007)の結果を再現するものといえる。

3 シミュレーション2：「安全な選択肢」を除去した場合

3.1 「安全な選択肢」の効果

ここまでのシミュレーションではエージェントの意思決定において、常に「安全な選択肢」（2.1で記載）が存在していた。安全な選択肢を導入したのは、選択肢に伴う利得を乱数で

決めていることによる。つまり、エージェント側が合理的な意思決定システムを備えていても、偶然的に選びようのない選択肢だけが並んでそのエージェントが死滅してしまう可能性を除去するためであった。しかしこの安全な選択肢の存在が、シミュレーションの結果に影響（歪み）を及ぼしていたかも知れない。

シミュレーション1と同じ条件で、この安全な選択肢を除去して実施したのが次のシミュレーション2である。安全な選択肢がなくなることによって意思決定はよりリスクを含んだものとなると考えれば、結果として生じる効用関数はより危険回避的になることが予想できる。

なお、シミュレーション1とシミュレーション2を合わせた結果は、 2×2 （安全な選択肢の有無 \times 生き残り基準の有無）の実験計画に従うと見ることができる。そこでシミュレーションの結果の指標に 2×2 の分散分析を適用した。

3.2 結果

まずシミュレーション2における α , β , λ の値の平均値を表2に示す。表2の数値は表1（シミュレーション1）とほとんど変わらない

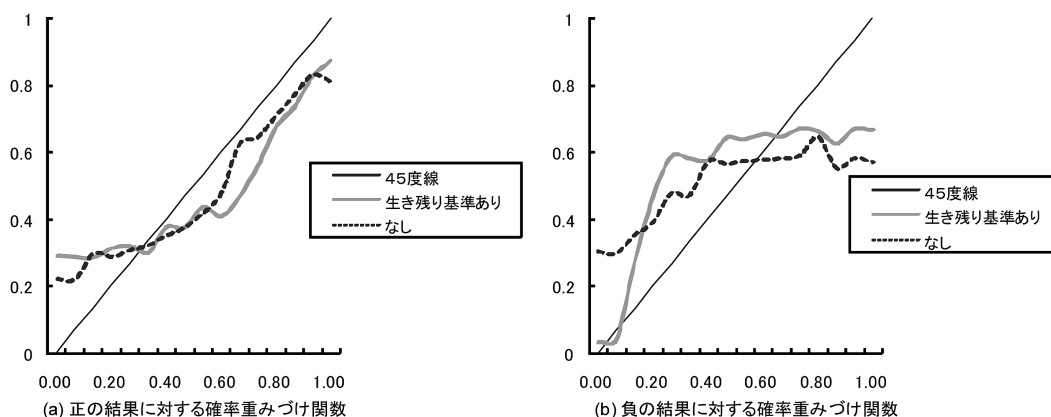


図7：確率重みづけ関数(シミュレーション1)

表 2 : パラメータの平均値(シミュレーション2、安全選択肢なし)

	α		β		λ	
	平均	信頼区間	平均	信頼区間	平均	信頼区間
生き残り基準あり	0.85	[0.75, 0.95]	0.97	[0.86, 1.09]	2.81	[2.59, 3.03]
生き残り基準なし	1.42	[1.32, 1.53]	0.82	[0.71, 0.93]	2.33	[2.02, 2.64]

ことが分かる。表2をもとに効用関数をグラフ化したのが図8である。図8は図6(シミュレーション1)とは同じではないが、質的には変化がないことが分かる。

ただし2要因によってこれらの係数は有意な影響を受けている。まず安全な選択肢の存在は、先の予想とは逆に正の結果の範囲で効用関数をより危険回避的にしている(α の平均値は低下する。F(1,76)=8.86, $p<.01$)。また、生き残り基準の存在は、全般に効用関数を危険回避的にしている。つまり、生き残り基準があることで α は低くなり(F(1,76)=184.67, $p<.0001$)、 β と λ の平均値は高くなっている(それぞれ、F(1,76)=10.66, $p<.01$; F(1,76)=37.18, $p<.0001$)。

このように、生き残り基準や安全な選択肢の有無によって係数は変異している。しかし、次の点において、シミュレーション1とシミュレーション2の結果は同じパターンを示しているといえる。第1に、生き残り基準がある場合は正の利得の領域で効用関数は危険回避的であり($\alpha \leq 1$)、負の結果の範囲では効用関数は直線に近い($\beta \approx 1$)。第2に、生き残り基準がない場合は正の結果の範囲でも負の結果の範囲でも効用関数は下側に凸で危険選好的になることである。

また、確率重みづけ関数についても、図5(シミュレーション1)の結果とほとんど変わらない。

以上のように、シミュレーション結果を大きく規定するのは生き残り基準の有無であり、安全な選択肢の有無はほとんど結果に影響してい

ないということができる。

4 シミュレーション3 : 選択肢数の効果

4.1 分析計画

ここまでのシミュレーションでは、1回の判断事態でエージェントに10個の選択肢が提示されると仮定してきた。この選択肢数をどう設定するかによって、シミュレーション結果に変化が生じるかも知れない。

選択肢数の多少については次の2点を考慮することができる。第1に、このシミュレーションでは乱数によって、個々の選択肢がもたらす結果と生起確率を決めている。従って、選択肢

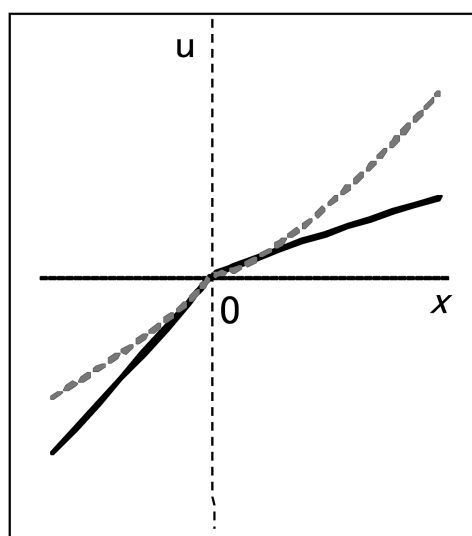


図8 : シミュレーション2の効用関数
 実線 : 生き残り基準あり
 点線 : 生き残り基準なし

数が多ければ特に好ましい、ないし好ましくない選択肢が選択対象に含まれる可能性が高くなるだろう。そのことがエージェントの評価関数（効用関数や確率重みづけ）に影響を与えるかも知れない。第2に、選択肢の多さは、現実世界の技術的ないし社会的な環境の水準を表していると見ることができるかも知れない。選択肢数が多い方が、より「豊かな」環境を意味する、という意味においてである。

このシミュレーション3では、他の条件を同じにして、選択肢数を15, 5, 3, 2に変異させた。選択肢数10についてはシミュレーション1の結果を当てる。従って5×2（選択肢数×生き残り基準の有無）の実験計画に従う。条件ごとに20の観察(run)を求めるのも同じである。安全な選択肢を含める点はシミュレーション1と共通している。

4.2 結果

シミュレーションによって得られた α , β , λ の平均値を条件ごとにプロットしたのが図9である。5×2の分散分析の結果から次の点を指摘できる。

α に対しては、選択肢数要因が有意な効果を及ぼす($F(4,190)=45.75, p<.001$)。図9に見られるように、選択肢数が少ないほど α の値は低下する。ただし選択肢数要因と生き残り基準の有無

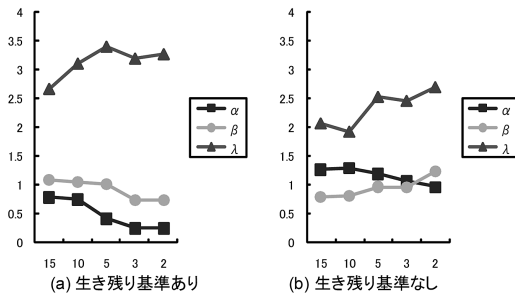


図9： α , β , λ の平均値(シミュレーション3)

との交互作用効果も有意である($F(4,190)=6.43, p<.001$)。基準ありの条件で選択肢数に基づく差は大きい。

β に対しては、選択肢数要因の効果は有意ではない。が、生き残り基準要因との交互作用効果がある($F(4,190)=12.68, p<.001$)。つまり、選択肢数の増大とともに、生き残り基準あり条件では β が高まるのとは逆に、生き残り基準なし条件では β が低下する。この交互作用効果がなぜ生じるかは今は分からない。

λ に対しては、選択肢数要因の主効果が観測される($F(4,190)=7.79, p<.001$)。選択肢数が2, 3, 5であるとき, 10, 15のときよりも λ の値は高い (s-n-k検定, $p<.05$)。

大まかにいえば、選択肢数が減少することによって効用関数は危険回避傾向が高まるといえる。まず α の値が低下することで正の利得を過小評価する（正の誘惑に抵抗する）傾向が生まれる。また λ が高まることで、負の結果を忌避する程度が高まっている。

注目してよいと思えるのは、生き残り基準があり、かつ選択肢数が2ないし3の場合である。

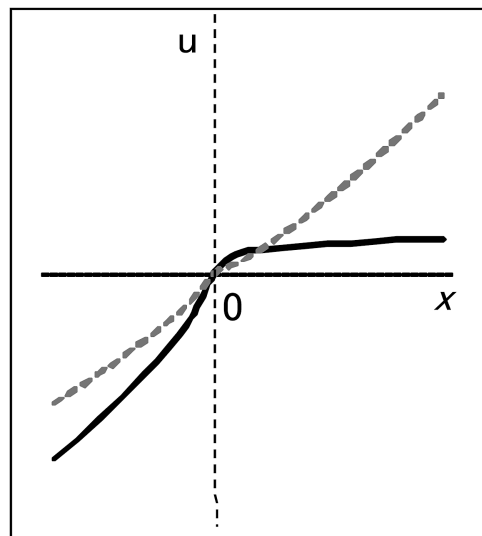


図10：シミュレーション3の効用関数
実線：選択肢数3、生き残り基準あり
点線：選択肢数15、生き残り基準なし

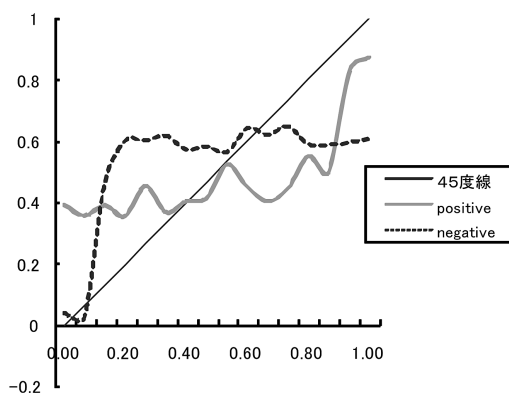


図11：確率重みづけ関数(シミュレーション3)

この条件では、プロスペクト理論の当初の想定のように、 α と β がともに1より小さくなる。正の結果の範囲では効用関数が上に凸、負の結果の領域では下に凸になっている。図10の実線の曲線は、生き残り基準があって選択枝数が3の場合に得られた平均的な効用関数である。同じ条件での確率重みづけ関数は図11に示す。客観的確率に対する重みづけの感度は鈍く、また負の結果に比べて正の結果は出現確率が控えめに推定されることが読み取れる。

シミュレーション3の結果で最も危険選好的になるのは、生き残り基準がなく、選択枝数が15の場合である。対比のため、そのときの効用関数を図10の点線で示す。

4 まとめ

本稿では、エージェント数を増加させた以外は高木(2007)と同じ条件で、安全な選択枝の有無と選択枝数を新たに操作したシミュレーションの結果を報告した。本稿が扱う条件の変異の範囲では、効用関数と確率重みづけ関数の進化について高木(2007)が見出した基本パターン(1.3で述べた3点)は再度確認されたといつてよい。同時に、条件の変異によって効用関数や確

率重みづけ関数はある範囲で変化することもデモンストレイトされた。まず高木(2007)同様に、生き残り基準を課したとき効用関数は(主に、パラメータ α がカバーする正の結果の範囲で)危険回避的になることが確認された。また意思決定での選択枝数が減少すると、効用関数が危険回避的な形状に変わる傾向があることが示された。選択枝の多いことは、技術的、社会的要因によって行為主体に提供される機会が増えた状態であることを意味するかも知れない。そうした機会の豊富さ(選択枝数の多さ)は、行為主体のリスクを低減させ、結果として危険回避度が低下する、と考えるべきかも知れない。

本稿のシミュレーションでは高木(2007)では見られなかった効用関数の形状が条件によって出現することが観測された。まず生き残り基準がない場合は古典的な危険選好的効用関数が見出された(e.g.,図10の点線)。また、生き残り基準があって選択枝数が少ない場合は、プロスペクト理論がしばしば想定するように、 α 、 β がともに1.0未満になる効用関数も出現した。今後は特定の効用関数を出現させるのに「最適」な条件を計算的に求めるべきかも知れない。

引用文献

- Kahneman, D. & Tversky, A. 1979 Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47, 263–291.
- Maital, S. (Ed.) 2007 *Recent developments in behavioral economics*. Cheltenham: Edward Elgar.
- 高木英至 2007意思決定の適応モデル、『埼玉大学紀要(教養学部)』, 43(2), 35–44.
- 多田洋介 2003 『行動経済学入門』, 日本経済新聞社.
- 友野典男 2006 『行動経済学』, 光文社(新書).