

濃度センサーの開発

Development of a Concentration Sensor

佐藤 勇一^{1*}

Yuichi Sato¹

¹ 埼玉大学大学院 理工学研究科

Graduate School of Science and Engineering, Saitama University

In this study, I explored the possibility of a concentration sensor by using vibration of a tube. This article describes the vibrations of a glass tube filled with liquid. The effects of mass of liquid on frequencies are investigated. The equation of motion of the tube is derived. Natural frequencies and mode shapes of the glass tube, which is filled with liquid or empty, are shown experimentally and analytically. The analytical results have good agreements with the experimental ones.

Key Words: Concentration Sensor, Vibration, Mode Shape, Liquid, Added Mass

1. はじめに

液体の濃度を計測する原理には、化学反応によって生じる電流を電極で検出する化学的方法、測定物の光学的な性質を利用して検出する光学的方法、測定物の吸着質量や熱伝導度などの物理量の変化を利用して検出する物理的方法等がある。実用されているものとしては、電気化学的方法のバイオセンサなどがあり、計測装置として利用されている。しかし、酵素を利用しているため壊れやすいという欠点もあるようである⁽¹⁾。

本研究は、濃度センサを開発するにあたり、その基本的なメカニズムを検討するものである。本年度はその一歩として、液体を内部に内蔵した管の振動特性について研究を行っている。

ここでは、液体を内蔵した管の振動特性を実験的に検討している。さらに、管の運動方程式を導出し液体を内蔵したときの振動数を解析的に求め実験値とよい一致を得ることができたので、その成果を報告する。

2. 実験

実験装置の概略図を図1に示してある。実験で用いたガラス管(薄肉管)は、外径 50 mm、厚み 1.6 mm、長さ 1510 mm、密度 2500kg/m³、ヤング率 70 GPa、ポアソン比 0.22 を用いた。

はじめに、ガラス管が空と満水の状態において、中央部を弾いたときの音をマイクロフォンで測定した。

図2はガラス管の振動モードを求めるときの変位計の配置を示したものである。空のガラス管の中央部を弾いたときの変位を非接触変位計で測定し、ガラス管の振動モードを求めた。振動モードの腹となる位置に変位計をおいている。さらに計測した変位データを周波数解析し各測定部の位相差を調べた。

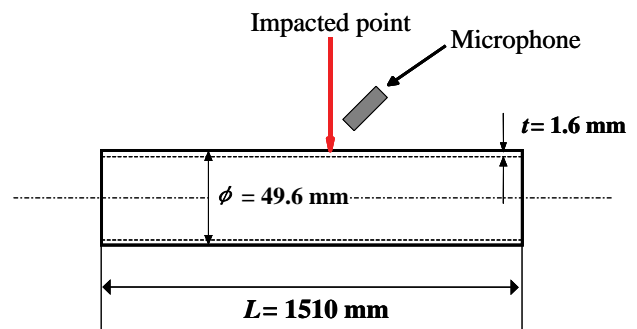
3. 解析

図3の微小体積の質量は

$$dm = \rho_E \times t \times R d\theta \times l = \rho_E R t l d\theta \quad (1)$$

となる。

・半径方向の運動方程式は

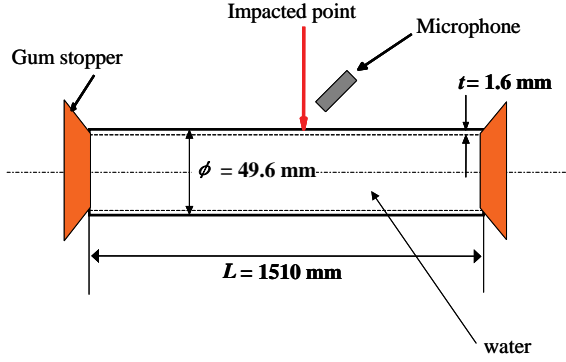


(a) Empty pipe

* 〒338-8570 さいたま市桜区下大久保2 5 5

電話 : 048-858-3454 FAX : 048-858-2577

Email : ysato@mech.saitama-u.ac.jp



(b) Pipe filled with water

Fig. 1 Experimental apparatus

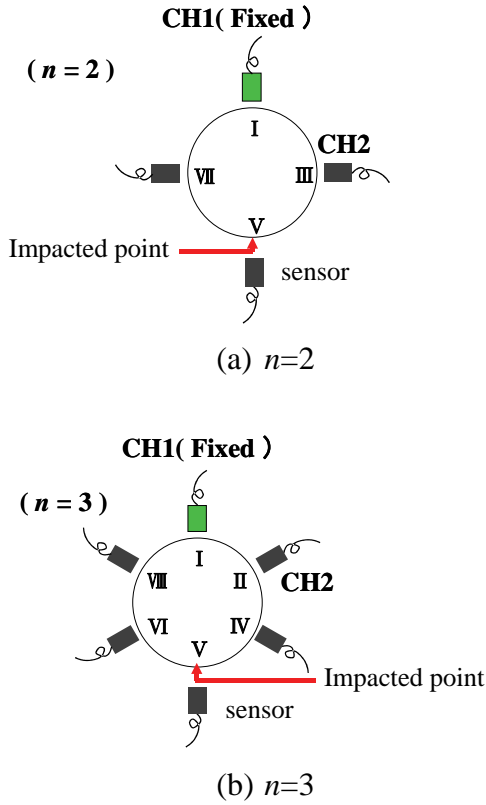


Fig. 2 Mode shape

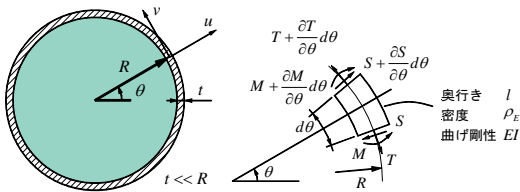


Fig. 3 Analytical model

$$dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \left(T + \frac{\partial T}{\partial \theta} d\theta + T \right) \frac{d\theta}{2} + S + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta - S$$

$$+ p|_{r=R} R l d\theta$$

$$\Rightarrow \rho_E R t l \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -T + \frac{\partial S}{\partial \theta} + p|_{r=R} R l \quad (2)$$

となる。

・円周方向の運動方程式は

$$dm \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = T + \frac{\partial T}{\partial \theta} d\theta - T + \left(S + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta + S \right) \frac{d\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \rho_E R t l \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial \theta} + S \quad (3)$$

となる。

・重心まわりの回転モーメントに関する釣り合いの式は

$$- \left(M + \frac{\partial M}{\partial \theta} d\theta \right) + M - \left(S + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta \right) \frac{R d\theta}{2} - S \frac{R d\theta}{2} = 0$$

$$\Rightarrow S = - \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \theta}$$

(4)

となる。

・曲げモーメントの式は

$$M = \frac{EI}{R^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + u \right) \quad (5)$$

となる。

・弾性体の中央線が伸びない条件から

$$\frac{u}{R} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0$$

$$\Rightarrow u = - \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (6)$$

を得る。

・弾性体の半径方向変位を次のように仮定する (2) と

$$u = a_n \sin n\theta \sin \omega t \quad (7)$$

弾性体の内側に液体がない場合、式(2)右辺の第3項を無視すると、式(2)~(6)より n 角形の固有モードの固有角振動数と固有振動数は以下

のようになる。

$$\omega_n = \frac{n(n^2 - 1)}{R^2 \sqrt{n^2 + 1}} \sqrt{\frac{EI}{\rho_E t l}} \quad (8)$$

$$f_n = \frac{n(n^2 - 1)}{2\pi R^2 \sqrt{n^2 + 1}} \sqrt{\frac{EI}{\rho_E t l}} \quad (9)$$

ここで、リングは長方形断面であるので、断面二次モーメントは次式で与えられる。

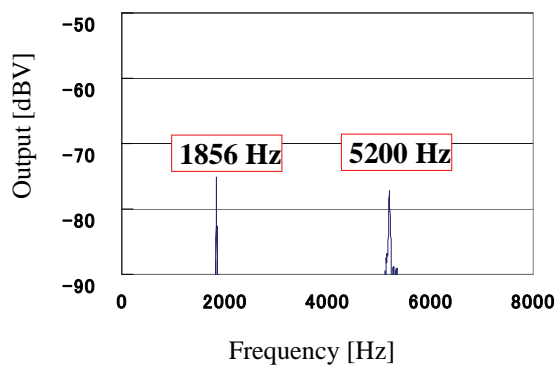
$$I = \frac{t^3 l}{12} \quad (10)$$

したがって、式(9)は次のように書き換えることができる。

$$f_n = \frac{t n(n^2 - 1)}{2\pi R^2 \sqrt{n^2 + 1}} \sqrt{\frac{E}{12\rho_E}} \quad (11)$$

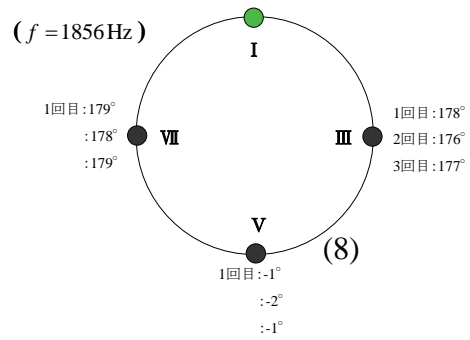
4. 結果および考察

図 4(a)は、ガラス管が空の場合の実験結果を示したものである。マイクロフォンで計測した音圧に周波数解析を行っている。ふたつの卓越周波数成分が計測された。これより高い周波数成分はマイクロフォンの計測範囲外となるため計測できない。周波数解析した結果から各周波数成分の振動モードを調べた。図 5(a)は周波数成分 1856 Hz の位相差を示したものである。計測部 I と V、III と VII が同位相であり、I と III は位相差がほぼ 180° となっている。

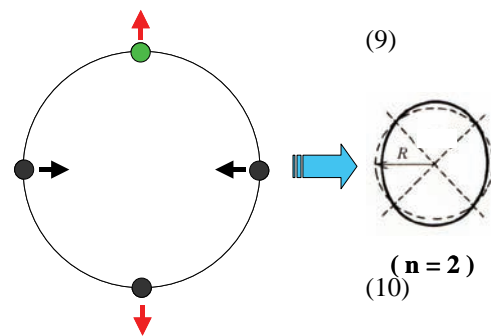


(a) Empty pipe

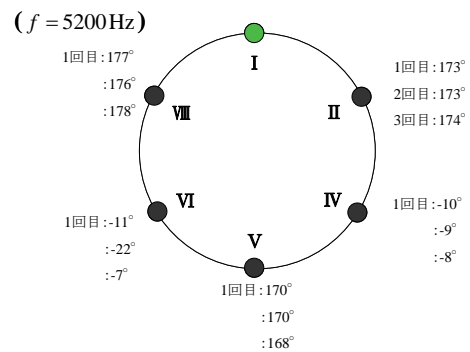
Fig. 4 Observed frequencies



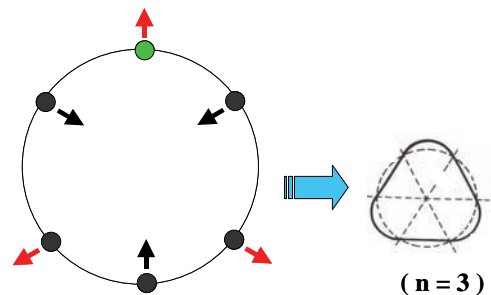
(a) $n=2$



(b) Mode shape ($n=2$)

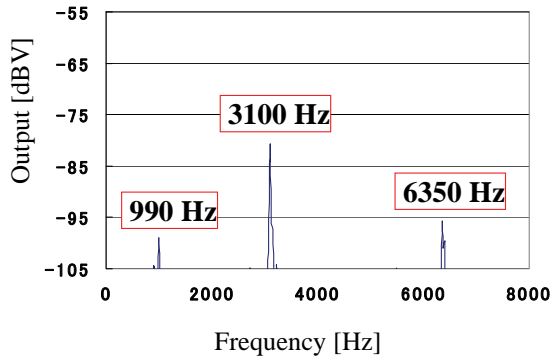


(c) $n=3$



(d) Mode shape ($n=3$)

Fig. 5 Observed mode shapes



(b) Pipe filled with liquid
Fig. 6 Observed frequencies

このことから、振動モードは2次であり、図5(b)に示すように振動していると考えられる。同じように周波数成分5200 Hzについて調べたものが図5(c)、(d)である。計測部Iとの位相差から振動モードを示したものが図5(d)であり、振動数成分5200 Hzは3次モードの振動となっていることが分かる。

図6はガラス管に液体を内蔵したときのマイクロフォンで計測した音圧を周波数解析した結果を示したものである。990 Hz、3100 Hzおよび6350 Hzの周波数成分があることが分かる。各周波数成分を図5と同様にまとめると、990 Hzと3100 Hzがそれぞれ2次と3次の振動モードであることが分かった。各振動モードの振動数に低下がみられる。これは液体を内蔵したことにより、振動数が低下したことによると考えられる。6350 Hzの振動数成分については、振動数が低下したことにより、より高次の振動モードがマイクロフォンにより計測されたものと考えられる。これらの結果からガラス管に液体を内蔵することにより振動数が低下すること、さらに、それを振動数の変化として計測できることが明らかとなった。

表1には実験結果と対応する解析により求めた計算結果を示してある。

Table 1 Observed frequencies and calculated results

< Empty >

($R=24$ mm, $t=1.6$ mm)

n		Frequency [Hz]
2	Experiment	1856
	Calculation	1858
3	Experiment	5200
	Calculation	5254

< Filled with water >

($R=24$ mm, $t=1.6$ mm)

n		Frequency [Hz]
2	Experiment	1000
	Calculation	1008
3	Experiment	3100
	Calculation	3139

ガラス管の2次と3次の振動数は実験結果と計算結果と比較的よい一致を示していると考えられる。

4. まとめ

液体を内蔵した管の振動特性を実験的に検討した。管の運動方程式を導出し振動数を解析的に求め実験値とよい一致を得ている。

参考文献

- [1] 山口昌樹, 濃度を検出するセンサ, “これでわかるセンサ技術”, 工業調査会編, p.193(200).
- [2] たとえば, 中原一郎, 材料力学, 養賢堂.