『埼玉大学紀要（教養学部）』第 58 巻第 1 号、2022 年

科学的説明の原理

ユークリッド『原論』の再解釈を通して

The Principle of Scientific Explanation
through
the Reinterpretation of EUCLIDIS *ELEMENTA*

都築 正信*
TSUZUKI, Masanobu

ユークリッド幾何学の教典である『原論』は、言葉を定義し、少数の自明と思われる公理を基礎にして、論理的に多数の定理を証明するという体裁をとっている。本稿では、その第 1,2 巻の内容を詳細に検討し、公理には決して明証的とは言えない命題があり、それは一種の規約的なものでありながら、定理の証明、すなわち説明において枢要な役割を果たしていることを示す。この考察に基づいて数学の本質的特性を提示しよう。そして、明証的ではない公理に基づく説明の方式と近代科学の認識論理である仮説演繹法との深い関連を具体的な事例に即して論じる。
キーワード：公理・公準、中立命題、（非）デカルト的原理

序

ことばの本質的役割を一つあげるとすれば、普遍なものを用いて特殊・個別なものを指示し、明るみに出すことにある。一方、人間は生きる過程において常に未知で不可解なものごとに遭遇する。そして、それら未知のものごとの説明を求めることも人間の本性である。説明は通常、ことばによって行われる。この場合もことばのもつ本質が働くことになろう。すなわち、ものごとを説明する際に理想的な方法の一つは、簡明で普遍的な命題を用いて、複雑で明らかではない個別の事象を説明することにある。説明することに成功した個々の事象が多ければ多いほど、初めの単純な命題の価値は増大し、その信頼性は高まることになる。

古来、このような説明の典型的な事例としては、ユークリッドの初等幾何学がある。紀元前 300 年頃著されたユークリッドの『原論』はそのような説明を記述したものとして最良のものであり、その基本的な部分は現在も世界的に広く教育の中に取り入れられている。ことに、『原論』において平面の幾何学的図形を考察している箇所では、ことばの定義と少数の簡単で自明とみなされる命題を前提とし、そこから多数の命題を論理的に導き出し、明瞭に説明している。そこでは、

* つづき・まさのぶ、埼玉大学名誉教授、西洋科学史・言語認識論

単純で分りやすい命題を基礎として、複雑で明証的とは言えない多くの命題を見事に説明することに成功している。

ムロディナウ(2003:221)によれば、アインシュタインもまた『原論』の記述に感動した。

> 三角形の三辺に下した垂線は一点で交わるということ（筆者注：**三角形の垂心定理**）が―これは決して自明なことではないのだが―疑いをさしはさむ余地もないほどの確かさで証明されてしまう。･･･ユークリッドの明快さには言葉にできないほどの感銘を受けた。

近代合理主義の開祖の一人であるデカルトは、『方法序説』や『哲学原理』において、問題を解明するためには、問題を細かく分け、自分において明らかで疑うことのできない命題から出発せよと強力に主張した。「われ考える。ゆえにわれ在り」を哲学の原理とし、自己の思惟に絶大な自信をもつデカルトにふさわしい主張である。デカルトの代表的な著作『方法序説』におけるよく知られたことばを引用しよう（デカルト(1634：37-8)）：

> 私が明証的に真であると認めるのでなければ、どんなものも真であるとして受けいれないこと。すなわち、注意深く速断と偏見を避けること、そして疑いを容れる余地のまったくないほど私の精神に明晰かつ判明に現れるもの以外は、私の判断のなかにとりいれないこと[1]。

後年デカルト(1647:19)は、最高度の知恵に到達するためには、原理の探究からはじめるべきと考え、「それには二つの論拠、その第一はそれらの原理が極めて明白であること、第二はそこからあらゆる他の事物を導き出し得ること、ただこの二つで十分なのであります」と言明する。

このような主張は、近代合理主義の模範とされるような考えとして現在でも世界に広く流布している。知識の獲得において、あるいは事象の説明において、上に述べた二つの条件を、フッサール(1931:40)は,「デカルトの原理」と呼んでいる。本稿でもフッサールにならい、ものごとの究明においては明証的で疑うことのできないことを原理とし、これらの原理から演繹的に明瞭に導くよう努めなければならないという考えを**説明のデカルト的原理**と呼ぼう。

ところで筆者は長く、西洋近代科学における認識（説明）の特性について考察を重ね、その結果を主として二つの論考（都築(2018;2019)）で発表してきた。西洋近代科学の認識の特性は、極言すれば、仮説演繹法にあるとみなし得る。仮説演繹法の要諦は、認識の過程において、初めに仮説を立て、そこから検証命題を演繹的に導き、その検証命題が自然と整合性をもたねばならないというものである。この過程にはある種の帰納を必須とするのであるが、西洋近代科学はこの仮説演繹法によってガリレオ、ニュートン以来膨大な知識を獲得して今日に至っている。

一方、仮説演繹法は、知識の獲得におけるデカルト的原理とは相容れないのではないかという疑問を長く抱いてきた。仮説演繹法は、目に見えない、すなわち自明とはいえない仮説の設定

[1] ちなみに、このような考えの表明はデカルトが最初ではない。ワインバーグ(2016:177)によれば、デカルト以前すでに、13 世紀の代表的な神学者・哲学者トマス・アクイナスの教えとして、命題：「自明である事柄以外、あるいは自明である事柄から主張され得る事柄以外、何事も信じるべきではない」がある。

を不可欠の要件としているからである。例えば、ニュートンの天体力学は、重さと異なる質量という非自明的な観念と、その間に働く遠隔作用力（重力）の存在という、これもまた決して明証的ではない原理に基づいて形成されている。これらの一つをとっても認識におけるデカルト的原理は近代科学の認識方法と鋭く対立する。

そこで筆者はあらためて、認識におけるデカルト的原理の典型とみなされている『原論』の巻1,2 について詳細な検討を試みた。その結果を述べるのが本稿の最初の目的である。

ユークリッドがアインシュタインに感銘を与えたにしても、はたして説明のデカルト的原理によって未知の自明ではない問題を説明できるだろうか。元来、自明な命題とは何ら推理を必要とせず、疑うことなくそのまま明証かつ判明に了解されるものである。この場合、自明な命題群と論理学の基本用語である and, or の組み合わせによって得られる命題はやはり自明な命題に終わろう。それらは自明な命題群の外には出ることはできないと考えられるからである。そこで、自明とはみなされない命題を論理的に導くためには、その前提に必ずしも自明とは言えない命題を設定する必要があるのではないか。本稿は最終的にそのような問題意識の下で数学および自然科学の説明の構造を分析することを試みたものである。

話の順序として、初めに『原論』の、とくに平面の幾何学的図形を扱った巻 1,2 の論理構造を説き明かす。本稿の分析を通して『原論』にあっても、すでに議論の前提として、自明ではない命題、疑う余地のある命題が設定されていて、その前提の下で自明でない命題（定理）が証明されていることを示そう。そして、清宮(1988)の労作が示すように、その非自明的な命題の下に、現在までに驚くほど多くの自明ではないユークリッド幾何学の命題（定理）が証明されている。この考察の結果、未知の問題の解明にあたっては、数学においても自明な命題から出発するというデカルト的原理よりは、むしろ、自明でない命題から出発するという非デカルト原理こそが肝要であろうことが示唆される。この点については、２.で論じよう。

では数学と異なり、自然を対象とした学問、とくに近代自然科学において、近年最も有力な方法とみなされている仮説演繹法と非デカルト的原理はどのような関連にあるのだろう。数学は実証を必要としないが、自然科学では実証が不可欠である。こうした問題に関して最後の３.で論じる。

初めに『原論』の内容を詳細に検討する。まず議論に必要な事項を書き下していこう。

１.『原論』の論理構造

1-1. 定義、公準・公理、定理[2]

『原論』は前置きとか序文なしにいきなり用語の定義から入っている。

定義：

1. 点とは部分をもたないものである。
2. 線とは幅のない長さである。

[2] これらはすべて中村幸四郎(1989)から引用する。

4. 直線とはその上にある点について一様に横たわる線である。
5. 面とは長さと幅のみをもつものである。
7. 平面とはその上にある直線について一様に横たわる面である。
13. 平行線とは、同一の平面にあって、両方向に限りなく延長しても、いずれの方向においても互いに交わらない直線である。

部分をもたない**点**、長さがあって幅のない**直線**、長さと幅があるが厚さをもたない**平面**、これら三つのことばは『原論』において基底をなす用語である。しかし、これによってそれぞれの意味内容が十分に定められているとは言えないだろう。点とは元来、大きさをもたないということを特性としている。だから部分をもたないと言えるであろうが、この定義をもって点となすことはあまりに漠然としている。

『原論』の基本的内容は、世界的にひろく学校教育の中に取り入れられているが、これらの基本用語については、ことばによる定義には拘泥しないで、むしろ直観的感覚的理解に基づいて理解されるものと思われる。例えば直線は、ピンと張った糸とか、雲間かもれる日の光とか、まっすぐに伸びる樹木の姿などから人間の抽象の力によって得られた観念として把握されよう。

直線は点が隙間なくまっすぐに並び連なっているものとも考えられる。一方、平面は直感的には把握されたとしても、ことばで表現することは容易ではない。

人間は二足歩行を覚えて以来、平らな面を好むようになった。どの方向にも歪みなく延長される平面は、平らな石や大地などから抽象の結果得られる一種の観念である。それはどの方向にも限りなく連続して広がっていると考えられたもので、現実に存在するわけではない。

ところが、『原論』では、実際に平らな面の上に多くの直線や円が細い線で描かれて直観的感覚的に把握されるように記述されている。描かれている平面もその上の図形も観念に似た実在である。これらの図形なくして単なる文言のみで『原論』を理解することは極めて困難であったと思われる。『原論』が広く読まれ親しまれたのも、人々が日常目にする様々な図形の性質を根底から説明されていて、実際にも役立っているためでもある。以下では、定義の厳密さにはこだわらずに、以上に述べた直観的理解の下で議論を進めよう。

『原論』では定義の後に、共有されるべき明らかな命題として公準・公理が設定される。

公準（要請）：

1. 任意の点から任意の点へ直線をひくこと。
2. および有限直線を連続して一直線に延長すること。
3. および任意の点と距離（半径）とをもって円を描くこと。
4. およびすべての直角は等しいこと。
5. および 1 直線が 2 直線に交わり同じ側の内角の和を 2 直角より小さくするならば、この 2 直線は限りなく延長されると 2 直角より小さい角のある側において交わること。

公準 5 は、現在の幾何学の教科書にはほとんど見られないから、念のため図を添えておこう（図 1）。

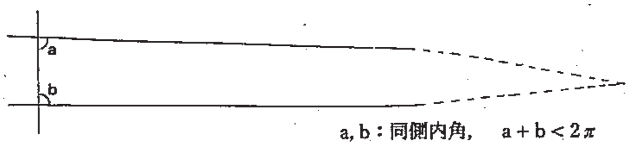

図 1

次に、公準に関して留意すべきことを述べておこう。

『原論』第 1, 2 巻の中身は、作図と定理である。上の公準 1. 2. 3.は作図のために設けられたもので、1. 2.は直線が引かれ、限りなく延長できること、3 は円が描かれることを要請するものである。これらが可能でなければ『原論』は成立しない。

また、すべての直角が等しいことは、直線をまっすぐなものと考えるかぎり成立する。現在ではこれは証明されるものと考えられている。

公準 5 は平行線に関わるもので、『原論』において最も重要な命題である。古代ギリシャにおいては、アリストテレスなどが説くように、世界は有限であって無限ではないとみなしていたから、限りなく遠い場所で起こることは可能性としてのみ考えた。そのためにこの命題は要請として提示されたのであろう。数学史家ツォイテンは公準（アイテーマタ）の意味づけとして、「それの証明なしに承認することを求める主張」（中村幸四郎(1989:492)）としているが、これは自明なことと扱わずに承認を要請するものとして処理したと考えられる。それは、図 1 において同じ側の内角の和が 2 直角より小さいとき、その同じ側においてのみ 2 直線が交わる、そういう面を考察の対象とすることを述べたものとみなすことができる。

公準 1. 2. 3.は作図において不可欠な命題である。『原論』の主体は定理の証明で、次の 1–2. において示されるように、これらの公準の内で定理の証明に必須なのは公準 5 のみである。

公準に続いて公理があげられる。

公理（共通概念）：

1. 同じものに等しいものは互いに等しい。
2. また等しいものに等しいものが加えられれば、全体は等しい。

・・・・・

8. また全体は部分より大きい。
9. また 2 線分は面積を囲まない。

ここに省略した公理 3〜7 は、幾何学というより、1. 2.と同じような一般的事象における自明な命題である。公理 8 について、現在では、対象を無限集合ととらえる場合には、必ずしも成立しないことがあるとみなされている。公理 9 は、二点を結ぶ直線はただ一つしかない、ということを述べている。公理のうちでこれのみが幾何学図形に関する命題であり、しかも、われわれの住む空間では自明とみなしされるものである。

以上から、議論の前提として証明の必要のないと考えられた幾何学的命題は公準 5 と公理 9 だけに絞られる。以下では、議論を分かりやすくするために、公理 9 を**幾何公理 A**、公準 5 を**幾**

何公理 B と呼ぶ。『原論』第一巻は実際にはこの二つの幾何公理を中心に論議が進行する。

『原論』の実質は作図と定理にある。作図は直線を引く定規と円を描くコンパスのみを用い、公理や定理に基づいて図を描くことを目的とする。それは公理・公準ないし証明された定理の応用として行われるものであり、『原論』において枢要な内容は定理の方にある。

一方、定理は、図形の性質や特性を述べる命題であり、その真である根拠を公理・公準に帰するものである。それは公理・公準から論理に従って当の命題にまで到達するもので、その過程が一般には**演繹的証明**、簡単には**証明**と呼ばれている。この場合、前もって設定する公理は、できる限り少数の簡単で明証的と考えられる命題が望ましい。ユークリッドは公理・公準の数をぎりぎりまで絞り込んだものと考えられる。

1-2. 二種類の定理

『原論』第一巻の定理を子細に調べると、幾何公理 A から導かれる定理は、公理と同じ程度の明証性をもつ命題（定理）である一方、非自明的で明証的ではない定理（例えば、序で触れた三角形の垂心定理）は幾何公理 B から導かれている。以下、この点をやや詳しく検討しよう。

『原論』第一巻の定理群は前半と後半に分かれ、前半の定理 28 までは幾何公理 A のみを用いて証明されており、定理 29 に始まり定理 47 までの後半の定理は、前半の定理に加えて幾何公理 B を用いて証明されている。定理 47 はピタゴラスの大定理で、第一巻最後の定理はその逆定理である。第一巻はピタゴラスの定理の演繹的証明を目途に書かれた体裁をしている。

『原論』第一巻の前半の定理のうち、代表的なものを挙げれば次のものである。定理 4 は、三角形の合同定理の一つで、幾何公理 A によって証明される。これは前半の定理の証明にひんぱんに使用される。前半の定理の証明には幾何公理 A が中心である。

定理 4：二つの三角形において、二辺とその狭角が等しいならば、二つの三角形は同じである。

定理 8：二つの三角形において、三辺がそれぞれ等しいとき、二つの三角形は等しい。

定理 20：すべての三角形において、どの二辺の長さの和は、残りの辺の長さより大きい。

定理 26：二つの三角形において、二つの角とその狭辺がそれぞれ等しいとき、二つの三角形は等しい。

定理の特徴は、あらたまって証明の必要もないほど直観的には明らかものとなっている。直観的に自明な幾何公理 A から証明された定理はいずれもまた、直観的には自明に見える。三角形の合同定理は上の定理 4 を含め四つあるが、いずれも簡明で今では、しばしば証明するまでもない命題として扱われる。実際、日本の中学校の教科書では、定理としてより、自明な公理として記述されている。これらの定理は**準公理**とも呼ばれてもよいともみなされよう。定理 20 の「三角形の二辺の和は残りの辺より長い」に関して、数学史家ヒース(1988:167)は、古代ギリシャにおいて、エピクロスの徒らは、この定理を「ロバでも知っている」といってバカにしていたと伝えている。 わが国でも、数学者上野健爾（小平邦彦(2000:215)）によれば、明治の文豪菊池寛は、「これは犬でも知っている」という趣旨のことを述べているそうである。それは考えるまでもなく当たりまえだということであろう。しかし、この自明な定理にしても幾何公理 A に基づく証

明のためには専門的な技量を多少必要とする。

第一巻の後半の定理は、直観的に明証的ではなく、さらに、その証明には幾何公理 B が不可欠であるという特性をもつ。幾何公理 B が初めて適用されるのは次の定理 29 である。

定理 29: 平行な二直線に一直線が交わるとき、錯角は等しい。

定理 29 によって、三角形に関する次のよく知られた定理や平行線の定理が証明される。

定理 32: 三角形の内角の和は二直角である。

平行線の定理：直線外の一点を通ってその直線に平行な直線はただ一つである。

『原論』第一巻の定理 47 すでに述べたように、ピタゴラスの定理で、この定理自体は明証かつ判明な命題ではなく、直観的に自明といえるものでもない。証明では、すでに定理として確立した三角形に関する前半の定理および幾何公理 B から導かれた平行四辺形に関する定理が使用される。ピタゴラスの定理は、幾何公理 B の設定があって証明されるのである。

直観的には明らかではないが、よく知られている次の諸定理もまた、幾何公理 B の下で証明される。

三角形の中点連結定理: 三角形の二辺の中点を結ぶ直線は残りの辺と平行であり、かつその長さは残りの辺の 1/2 である。

三角形の重心の存在定理: 三角形の頂点とその対辺の中点を結ぶ直線は一点で交わる。

アインシュタインに感銘を与えた**三角形の垂心**の存在定理。

極めて複雑な定理として、例えば、**パスカルの定理、フォイエルバッハの九点円定理**などがある。

さらに、三角関数もまた相似三角形の三辺の比をもとに考案されたものであり、これらの比が成立するのも根源は『原論』の幾何公理 B に基づいている。これは『原論』第 6 巻「比例論の幾何学への応用」からも推察されることである。三角関数は現在の数学の中核をなす概念の一つであり、その意味では幾何公理 B は現代数学にとっても不可欠なのである。

２.『原論』および数学―人間によって創作されしもの

2-1. 幾何公理 B（公準 5）の役割

これまで上記に述べた定理はすべてわれわれが日頃親しんでいる平面上のものであることは明らかである。そこでは、本来ならば、平面を特徴づける正確な言葉を必要である。『原論』の平面の定義、「平面とはその上にある直線について一様に横たわる面である」のみでは、平面の観念を把握することはむずかしい。単純に「平らな」面といっても、「平ら」とは何かと問われるならば容易には答えられまい。

われわれは 1-2. において、ユークリッド幾何学を特徴づける三角形の内角の定理（定理 32）や三角形の重心や垂心の存在定理、ピタゴラスの定理、さらに相似三角形の諸定理など、ユークリッド幾何学の根幹をなす諸定理は幾何公理 B（第五公準）から導かれるのを見てきた。ところが、これら諸定理はわれわれが親しむ平面において成立している。したがって、幾何公理 B は実際のところ、いわゆるユークリッド平面を定める役割をはたしていることになろう。

このことは、幾何公理 B がわれわれの考察の対象とする図形の存在する面というものを、ことばによって厳密に定義していることに相当する。公準 5 は解明の対象である図形が存在する平面そのものを規定するものなのである。これを考慮すると、ユークリッドが公準 5 を自明なものとしてではなく、（承認を）要請するものと設定したことはまことに優れた洞察であった。

つまり、公準 5 は自明な命題ではなく、われわれが対処する平面というものの規定なのである。それは自明でも疑い得ないものでもなく、真とか偽とかと言うものではなく人間が案出した約定である。次にこの点をさらに明らかにしてこう。

ここで数学における専門用語の一つ「同値な」命題の概念を述べよう。

命題 P が成立すれば、命題 Q は成立するとき、これを記号⇒を用い、次のように表す：

命題 P ⇒ 命題 Q

さらに、この逆である次が成立することがある。

命題 Q ⇒ 命題 P

このような場合、命題 P と命題 Q は数学の専門用語で**同値**であると呼ぶ。

同値な命題は、表現の仕方は異なるが内容は同じで、理論において同等な役割をはたすことになる。

このとき、著名な定理 32「三角形の内角の和は 2 直角である」は公準 5 と**同値**な命題である。なぜなら、1–2. で述べたように、公準 5 を仮定すれば、定理 32 が成立する一方、逆に、小平(1990:60)が証明しているが、定理 32 を公理として仮定しても、公準 5 を導くことが可能だからである。このことは、公準 5 の代わりに定理 32 を公理として採用しても、『原論』はまったく同じように成立することを意味する。言い換えると、公準 5 が平面を規定する命題であれば、定理 32 も同様に平面を規定する同格の命題なのである。

かくして、定理 32 は、徹頭徹尾人間が作った世界の出来事である。それは、ユークリッドという人間が設定した規約、幾何公理 B のもとでのみ成立する命題である。一見、自明に思われ、時には絶対的な公理とさえみなされるこの定理が幾何公理 B から導かれるものであることは佐々木(1993:100)も強調するところである。

しかし、デカルト(1643；44)は、定理 32 は神の存在と同様な必然的永遠の真理であるとみなしていた。かれは言明する。「三角形の観念のうちにはその三つの内角の和が二直角に等しいことが必然的に含まれている、ということを覚知し、・・・これを明白に確信する場合と同じように、最高に完全な存在者の観念のうちには必然的に永遠な存在がふくまれている」と。

定理 32 が人によって規定された公準 5 と同値の命題であることは、デカルトにとってまったく想定外のことであったろう。それは神の御業によるものではなく、人間自ら規定した公理から導かれるものでしかないものである。

結局、幾何公理 B は人間が日頃親しむユークリッド平面というものを明証かつ確実に表現する仮定であり、規定であった。平面にたいするこの明白な確定した言語表現こそ、演繹論理の具体的遂行、すなわち証明の教示と並んで『原論』の残した史上最大級の文化遺産である。

定理 32 は実際的にも疑う余地のないない定理や公理としてみなすことはできない。ドイツの

偉大な数学者 F.ガウスはこの地球上の空間において定理 32 が成立するか否かを確かめる実験を行った。しかし、人間の行う測定にはつねに誤差が伴うために何らかの確定的な結果は得られなかった。定理 32 は地球上では実際的にも自明とは言えないのである。このことはこれと同値である幾何公理 B も自明でないことを示していることになる。

ガウスの時代、幾何公理 B に代えて、新しい公理（平行線の公理を否定するもの）の下で非ユークリッド幾何学が理論的に構成されたことは周知のことである。しかし、それが現実に空間として存在することが判明するまでにはアインシュタインの出現まで待たねばならなかった。

現今では、公準 5 と同値な命題である、上記の**平行線の定理**が公理として、いわば仮定として採用される傾向にある。公準 5 に比べ、簡明なものとして受け入れやすいからであろう。

2-2. 説明の非デカルト的原理

三角形の内角の和の定理、三角形の垂心の存在定理、ピタゴラスの定理、さらにユークリッド幾何学の複雑な諸定理、これらはそれ自体だけを考えれば決して自明な命題ではない。しかし、これら諸命題は幾何公理 A を補助として幾何公理 B から演繹論理的に導くこと、すなわち証明することができた。一方、上述のように幾何公理 B は、自明な命題ではなく、人間が設定した命題であり、真とも偽ともいえない命題であった。このような命題を**中立命題**と呼ぼう。『原論』は多数の非自明的な複雑な命題が中立命題によって証明（説明）可能であることを示している。

以上のことを大胆に一般化すると、自明ではない未知のものの説明にあたっては、デカルト的原理、すなわち、疑うことのできない明らかな命題から出発する必要はなく、かえって、自明でない命題、中立命題を設定して、そこからでさえ説明することが可能であるということを示唆している。すなわち、次の説明原理が十分考えられることになる。

説明原理: 未知で非自明的な事象の説明においては、明証的でもなく真でも偽でもない中立命題を設定し、そこから演繹的に必要な命題を導き、当の事象を説明する方法が推奨され得る。

この場合、初めの自明ではない中立命題は人によって制作されたものという属性をもつ。なぜなら明証的でないものは人が思考し案出し、制作せざるをえないからである。

明証的ではない中立命題を設定し、それを基に自明でない現象が説明され、明らかにされる。

この説明の方法は、明証的なことから出発せよと説く、説明のデカルト的原理には真っ向反するものであるから、説明の**非デカルト的原理**と呼ぼう。

ものごとの究明において、非デカルト的原理が行われるとき、非自明的な中立命題は、そこから非自明的な命題が多数説明されるという結果において信頼性と大きな価値を獲得する。

これが『原論』における演繹的証明において実際上行われたことであった。この場合、定理（命題）は人間があらかじめ制作した中立命題（公理）に基礎づけられたときのみ真とみなされる。ここで想起されるのは清水(1972:251)が「デカルトの敵」として紹介した 17 世紀の哲学者ジャンバッティスタ・ヴィーコの次の主張である（上村忠男(2009：85)）:

「 幾何学上のことどもをわたしたちが証明するのは、わたしたちはそれらを作っているか

らである。もしかりに自然学上のことどもをわたしたちが証明できるとしたならば、わたしたちはそれらを作っていることになる。」

数学は人間によって制作されたものであるかぎり、人間は数学において真なる命題を所有できるということである。しかも、数学は自然から離れて人間が独自に作ったものであるから、数学において真であることを自然の中に求める必要なく、証明を通して経験とは独立に知ることができる。これは、数学上の真は数学の内部においてのみ判断される、ということでもある。

現代の数学においても、虚数と複素数の存在仮定、実数の連続体仮定、超越数 π や e の存在仮定、これらは明証かつ確実なことではない。公準 5 と同様に人間が設定した仮定である。その設定の上にまことに豊かな数学の世界が展開されている。日本の特有のことばを使えば、それらが現代数学の「土俵」を構成しているのである。その数学の世界では、困難な問題であればあるほど、問題の解明にあたって、人間は非自明的な概念を制作し、問題に対処している。問題が困難であれば、より高度の専門性が必要となるゆえんである。

元来、数学におけることば/観念は、都築(2019:73-5)でやや詳しく述べたように、人間のもつ抽象と創作の能力によって制作されたものである。したがってその公理もまた人によって制作されたものである。全体としてそれらは人の自由なる思惟によって無から創造(create)されたものである、と言える。佐々木(2003:327)はヴィーコの数学観を論じる箇所で、ウィットゲンシュタインの言葉を引用している。曰く、「数学者は発明者であって、発見者ではない」。

他方、数学上で真であるからといってそれが直ちに現実に大きな価値をもつわけではない。『原論』の価値は、証明された命題が身近にある三角形や平行四辺形や円などの特性を簡潔に正確に描写していているからでもあろう。その意味で、初等幾何学が自然科学の一面を有していることは否定できない。それが、現在でもなお『原論』が世界的に学校教育の中に取り入れられている根本的な理由であろう。もう一つの理由は思うに、論理的演繹的思考の訓練であろう。

では、数学ではなく自然を対象とする自然科学においては、命題はどのようなとき「真」とみなされ、さらに、価値をもつようになるのか。自然の説明においても、非デカルト原理はなお有効であろうか、いかなるときその説明は価値をもつか。

３．近代科学における非デカルト原理と中立命題

デカルトがものごとの認識ないし説明においては、明証的なことから出発せよというデカルト的原理を強力に説いたのは西欧 17 世紀であった。これは権威やドグマに捉われることなく自らが明証かつ判明と考えたことを基礎にすえよ、という主張でもあり、長い間、宗教的権威とアリスオテレスの学問によって支配されていた当時の人々に大きな衝撃を与えた思想である。いや、当時だけではなく、その影響は今日にまでも及んでいると思われる。

一方、デカルトの西欧 17 世紀は科学の歴史において科学革命の世紀とも呼ばれている時代である。それは、コペルニクスに始まり、ケプラー、ガリレオを経てニュートンにおいて頂点に達した認識の革命、天動説から地動説への転換の時代でもあった。筆者はこの科学革命に関して一

連の論考を発表してきた（都築(2018 ; 2019)）。そこでは、ガリレオやニュートンの自然認識における革新は、静的なものを対象とする幾何学に代わって、動的変化を正確に描写する新しい数学の導入と「目に見えない」ものの仮定を必須とする仮説演繹法の採用であることを説いた。

ものごとの認識において、ほぼ同時代に生まれたデカルト的原理と科学革命における認識方法、仮説演繹法とはどう関わるのか。ここ３. 節では、この問題について短く言及しておこう。短くというのは、筆者は上の諸論文において近代科学における仮説演繹法を詳細に述べているからである。ここでは、とくに、科学革命の白眉であるニュートンの主著『プリンキピア』における自然認識の論理構造を中心として論じておこう。

『原論』と『プリンキピア』では、両者の探究の対象がまったく異なっていた。前者は、実質的に平面における直線や円という静的な図形を対象としているのに対し、後者は、地上や宇宙空間における物体の動的な運動が対象であった。動的な運動は変化の一種であり、変化に伴って時間が生まれる。だから、後者では、時間に従って変化する物体運動を記述し、分析する数学を必要とした。その新しい数学の分野は今日では**解析学**の基礎部門である。

前者の成功の要因は、上に述べたようにわれわれに親しい図形が存在する平面というものを数学的に厳密に表現できたことにあった。それが幾何公理 B（公準 5）であった。幾何公理 A（公理 9）は補助的な役割をはたしている。

では、後者の成功の要因は何か。

極言すれば、われわれが生きる大きな空間において物体運動を引き起こす**力**というものとその大きさを数学的に厳密に表現できたことにあろう。ここで数学的にというのは、時間や距離を実数で表し、それらを変数とする関数を用いて、力と運動の関係を数式で表現することである。この方法はユークリッド幾何学では実現されないまったく新しいものであった。そこでは二つの枢要な関係式が設定された。それら以外にも補助的な命題、例えば、力の平行四辺形の法則、作用反作用の法則などがあるがここでは省く。

その関係式の一つは力の運動方程式であり、他は重力（万有引力）の存在を表す式である。

前者は、物体に働く力の大きさを F、そのとき物体が得る加速度を α とし、質量を m とすれば、

$$F = \alpha m \qquad \text{(I)}$$

で表される。厳密には、F も α も方向をもつベクトルであるが、ここでは省略する。

これは『プリンキピア』第一編の法則IIであり、一般に、**運動方程式**と呼ばれる。この式において速度の物体の変化を表す加速度 α が時間の関数として表現されていることが重要である。動的な変化が時間を変数とする関数として把握されている。これ以後今日においても、物体運動を明白に把握するにはこの運動方程式が不可欠の手段となる。しかし、(I) は法則というより力の定義ないし提案と考えるべきものであろう。

さて、(I) において、F = 0 ならば、α＝0 であり、物体の速度は変化せず、物体は等速運動をし続ける。これは一般に**慣性の法則**と呼ばれるもので、その内容は、「物体に何ら外力が働かなければ、物体は静止しているか、等速直線運動を続ける」というものであり、『プリンキピア』第一編の法則 I である。しかし、都築(2018:267)で言及しているように、これは決して自明な命

題ではない。デカルトは『哲学原理』(1647:103)において、この法則に相当するものを言明しているが、その根拠は神の不変性というものであり、科学的説明とは次元を異にしている。

また、物体の自然落下現象では、加速度が一定であれば、「落下速度は落下時間に比例する」。この命題は、自然落下現象を説明するためにガリレオが設定した仮説である。いかにもこれは自明な命題ではない。ところが、これを前提とすれば、演繹推理によって、「落下距離は落下時間の平方に比例する」という**落体の法則**が導かれる。この法則は実験で検証することができる。このことをニュートン自ら『プリンキピア』で紹介している。ガリレオはこの法則を、鉛直落下現象ではなく、それに近似した斜面における落下現象で検証した。斜面を利用したのは落下時間の測定を容易にするためであった。しかし、この実験の成功によってガリレオは初めに設定した仮説「落下速度は落下時間に比例する」は検証されたと考えた。

これが仮説演繹法のひな型である。初めに明証的とはいえない仮説を設定し、そこから演繹的に検証命題を導き、その命題を実験や観測で検証する。これにより初めに設定した仮説は検証されたとみなされ受容される。もちろん検証に失敗すれば、仮説は破棄されるか、別に改められる。

「落下速度は落下時間に比例する」も落体の法則も決して自明ではない。デカルトはガリレオのこうした結果を知っていたが、決して受け入れることはなかった。自明な原理から導かれていないためであろう。

ところで、数式（I）において質量ということばが使われている。質量とは、物体に備わる固有の量で、地上のどこにあっても、宇宙のどこにおいても不変なものであるとみなされるものである。われわれが通常、感覚するのは重さ（重量）であり、質量そのものではない。その意味では、質量は自明なものとは言い難い。しかし、『プリンキピア』の第三部において、質量と重量とは比例することが証明され、また実験でも確認されていて、質量は具体的な数値として表されることになる。これによって自明ではない質量は経験で測定される重さに変換されたのである。

ニュートンが設定したもう一つの枢要な数式は、三次元空間に存在する二つの物体の質量をm_1, m_2とし、その間の距離をrとすれば、二つの物体の間には引力が働き、その大きさFは、

$$F = G m_1 m_2 / r^2 \qquad \text{(II)}$$

で表される、というものである。ここにGは定数。

この定理は宇宙に離れて存在する任意の物体の間に目に見えない引力が存在することを主張している。しかし、離れた物体の間に互いに引き合う力（遠隔作用力）が存在するという考えは、人間の通常の経験に反しており、多くの人々の疑念を生むことになった。それは決して証明の必要のない自明な命題ではない。はたして、この考えに対しフランスのデカルト学派やライプニッツは科学にオカルト（超自然的なこと）を持ち込むものだとして激しく反対した。

運動方程式（I）と遠隔作用力の存在を仮定する式（II）はいずれも、自明であるとは言えず、仮説的であり、ただちには真とも偽とも断定できるものではない。いわば、中立命題である。

いうまでもなく自然は人が作ったものではない。自然に関して人が制作した仮説ないし中立命題は、それ自体のみでは真である根拠はない。数学の場合と異なり、真であるためには、自然と融合していること、言い換えると、多くの自然現象がそれによって説明されることが不可欠で

ある。仮説も中立命題もそのためにこそ設定されるものだからである。

ニュートンの設定した中立命題（仮説）を人々が受容するようになったのは、『ピリンキピア』第三編「世界体系」の存在である。この編は、ニュートンが定義したことばや法則や万有引力定理から導かれた結果によって、地上の物体運動や惑星運動を説明するために書かれたものであり、数多くの具体的な観測値と測定値が記載されている。第三編によって理論と現実との整合性がはたされ、物理学は数学の理論で作られてはいるが、同時に実験や測定を本質とする実験科学となった。

ここでは、ニュートンが行った重要な観測と実験を紹介しておこう（都築(2019:84)）。

① 木星とその衛星の運動を正確に把握したこと。

② 質量と重量が比例することを確かめるために行った単振子の実験。

③ 月をその軌道上に保つ力は、地球が月を地球の中心に引き付ける重力に他ならないこと。

④ 地球の形状は球体というより、赤道付近でわずかに膨らんだやや扁平な回転楕円体であること。

⑤ 月による潮汐運動を太陽の影響と重ねて詳細に分析した。

⑥ 彗星は太陽を焦点とする周回する天体であり、いくつかの彗星の位置と時刻を表として提示した。

これらはいずれも説明を必要とする現象であり、観察だけでは、ただちにその根拠はまったくわからないものばかりである。ニュートン理論はこれらを見事に説明に成功しているわけであるが、その出発点において上述のように自明でないことばや仮説が置かれている。

目に見えない、いわば、自明ではない命題が自然法則として存在することを示すには、その命題が自然のなかに融合していることを明らかにするしかない。そのためには最初に設定された命題から導かれた検証命題を観測や実験を通して実証する必要がある。ニュートン以後の自然科学がすべて観測や実験による測定を不可欠としているのはそのことによると言えよう。

非デカルト的原理に基づく説明の基本は自明でない中立命題を設定することから始まる。これは初めに明証的とは言えない仮説を置くことを根本とする仮説演繹法と同じ構造である。ガリレオやニュートンは物体運動の説明において実際上この方法に従っていた。解明されていない現象は、自明ではない中立命題を仮定し、それを用いて現象を説明することを通して、自明でないことが明るみに出される。人間は現在までのところ、この方法においてのみ、自明ではない、ある意味では隠れている未知のことがらを照らし出すことができる。言い換えると、このとき人間は自然に対し、通常の経験の限界を超えて認識を拡大することができる。

他方、自明な命題から出発せよというデカルト的原理を認識の出発点においたデカルトは、自然落下運動の説明に失敗した。ルヴェル(1991:54)が指摘しているが、デカルトは慣性の法則を述べながら、天体運動では渦動説をとって地球が自ら動いていることを否定した。

ワインバーグ(2016:267)は、「信頼できる知識の真の探究法を見つけたと主張している人物にしては、自然に関するデカルトの見解には間違いが多すぎるのである」と言い、多数の事例を挙げている。

日本でも桂は,文献デカルト(1647:176-7)において、かれの自然学が「自然科学の線から外れて

しまった」とし、その理由として、「一種の幾何学主義に走って、物質ないし自然をあまりに単純化しすぎたことによるのである」という。また、デカルトは、物質の「質量」にあたるものを「充分評価することができなかった」。これはかれの運動論にとって致命的欠陥である[3]。

ところが世間では、自明なことから出発せよというデカルト的原理がいまでも根強い。その理由は、ものごとの探究においてその原理があまりに当然のことであり、明確な反論はあり得ないように思われるからであろう。また、その原理を唱道するデカルトの『方法序説』や『哲学原理』が科学革命の時代とほぼ重なる時期に出版されたため、あたかもその原理が科学革命を先導したかのような歴史解釈が行われているためとも考えられる[4]。

ともあれ、近現代科学を推進してきた最有力な方法は上述のように中立命題を前提とする非デカルト的原理と同格の仮説演繹法である。ニュートン以後も、酸素元素を仮説としたラボアジェの燃焼理論、近年では、電子の存在仮説を基にした原子構造論、アインシュタインの光速度不変の仮説を含む特殊相対性理論、造山運動や地震現象を説明するプレートテクトニクスの理論など、これらはすべて仮説演繹法による説明とみなし得る。自然における未知なことがらの探究方法として、これに代わる強力な科学的方法を人間はまだ見出していない。

ところで、何ごとであれ、人間の仕事には成功もあれば失敗もある。仮説演繹法にしてもつねに成功するとは限らない。例えば、燃焼を説明するフロジストン説は失敗の事例であろう。

また、自然科学とは異質な人文社会分野では、考察の対象が自然ではなく、人間およびその集団の心理や思考や行動であり、できごとは自然現象と異なり一般に反復されることはない。A.スミスの労働価値説とマルクスの剰余価値説を前提とする『資本論』の理論は仮説演繹法とどうかかわりあうだろうか。こうした問題の考察には別途多大な時間とエネルギーを必要としよう。

参考文献

R.デカルト(1634)『方法序説』山田弘明訳、ちくま学芸文庫
同上　(1647)『哲学原理』桂　寿一訳・解説、岩波文庫
E.フッサール(1931)　『デカルト的省察』浜渦辰二訳、岩波文庫
T.ヒース(1998)『ギリシア数学史』復刻版、平田　寛、菊池・大沼訳、共立出版
上村忠男(2009)『ヴィーコ』中公新書
小平邦彦(2000)『幾何への誘い』岩波現代文庫
J.F.ルヴエル(1991)『無益にして不確実なるデカルト』飯塚勝久訳、未来社
L.ムロディナウ(2003)『ユークリッドの窓』青木　薫訳、日本放送出版協会
中村幸四郎(1989)『ユークリッド原論』訳・解説、中村他、寺坂、伊藤、池田、岩波書店

[3] デカルトの学問における最大の貢献は、座標平面の導入であろう。これにより、ある種の図形は代数方程式に書き換えられ、また、実数を変数とする関数は座標平面上に曲線図形として表現されることになった。

[4] 例えば、滝浦編(1987:1)に、近世においては「デカルトの『方法序説』が、そのまま科学の方法論であった」とある。本稿を通読されたとき、これが大いなる誤解であることを了解されよう。

佐々木力(1993)『近代学問理念の誕生』岩波書店
　同上　(2003)『デカルトの数学思想』東京大学出版会
清宮俊雄(1998)『モノグラフ幾何学』科学振興新社
清水幾多郎(1972)『倫理学ノート』岩波書店
滝浦静雄編(1987)『哲学の再構築』南窓社
都築正信(2018)「常識と近代科学」埼玉大学紀要、教養学部、第 53 巻（第 2 号）
　同上　(2019)「パタンと表象」IV（自然と言語）、同上、第 55 巻（第 1 号）
G.ヴィーコ(1647)『学問の方法』上村忠男・佐々木力訳、岩波文庫
S.ワインバーグ(2016)『科学の発見』赤根洋子訳、（株）文藝春秋