

半導体レーザーネットワークの遅延カオス同期を用いた  
強化学習と意思決定

指導教員 内田 淳史 教授

令和4年3月10日提出

埼玉大学 大学院 理工学研究科 (博士後期課程)  
理工学専攻 数理電子情報コース

19DM002

巳鼻 孝朋

埼玉大学 理工学研究科・工学部  
内田研究室  
埼玉県さいたま市桜区下大久保255



# 概要

多くのコンピュータを接続するクラウドコンピューティングを用いた大規模コンピューティングが進展しているが、即時的な処理に適していないという問題点がある。そこで、エッジ・フォグコンピューティングのような小規模コンピューティングが注目されている。一方で、小規模コンピューティングでは少ない台数のコンピュータを用いて処理を行うため、高度な情報処理には向いていない。そこで情報処理を加速するために、GPUやFPGAなどの電子的な外部アクセラレータが用いられている。一方で、光を用いた外部アクセラレータも近年注目されている。特に光を用いた場合には、波長多重性や空間多重性を用いた並列化や高速化に大きく寄与できるため、光アクセラレータが盛んに研究されている。

光アクセラレータの一例として、強化学習を用いた多腕バンディット問題における意思決定が行われている。強化学習はゲームのAIやロボットアームの操作などに応用される機械学習の重要な一分野である。また強化学習の1つである多腕バンディット問題は、1人のプレーヤが複数台のスロットマシンの選択を繰り返して報酬を得ることで、総報酬の最大化を目指す問題である。ここで、プレーヤは探索と知識利用が重要となる。探索とは、当たり確率が最も高いスロットマシンを探すことであり、当たり確率が未知のスロットマシンを選択する必要がある。一方で知識利用では、総報酬の最大化のために、探索で得られた知識から当たり確率が最も高いスロットマシンを選択する必要がある。しかしながら探索と知識利用にはトレードオフの関係があり、それらのバランスが重要となる。

このような多腕バンディット問題に対して、光を用いた実装が報告されている。単一光子を用いた実装では、偏光板とビームスプリッタを通した後に、単一光子が垂直方向と水平方向のどちらで観測されるかにより意思決定を行う。またレーザカオスを用いた実装では、レーザカオス出力の高速かつ複雑な時間波形を利用した意思決定が提案されている。カオス時間波形にしきい値を導入し、レーザカオスの光強度出力の時間波形がしきい値の上下どちらで観測されるかによりスロットマシンを選択する。多くのスロットマシンにおける多腕バンディット問題を解くために、本手法をトーナメントに拡張した方式が提案されているが、スロットマシンの配置

に依存して性能が低下するという問題点が挙げられる。

また、複数台の半導体レーザーのダイナミクスでは、遅延カオス同期が観測される。相互結合された半導体レーザーにおいて低注入電流かつ強い結合強度の条件下で発振させた場合、一方のレーザー（リーダー）は他方のレーザー（ラガード）に対して、結合遅延時間分だけ先行振動して同期する。またリーダーは結合遅延時間ごとに自発的にスイッチングを行い、レーザーパラメータの変化により、一方のレーザーがリーダーとなる確率を制御できることが知られている。この自発的スイッチングとパラメータ変化によるリーダー確率の制御を利用することで、意思決定が可能であると考えられる。しかしながら、結合レーザーの遅延カオス同期を用いた意思決定は未だ報告されていない。半導体レーザーの同期ダイナミクスを利用することで、多腕バンディット問題を高速かつ高効率に解くことが期待できる。

そこで本研究では、一方向結合された半導体レーザーネットワークの遅延カオス同期を用いた多腕バンディット問題における強化学習と意思決定を行うことを目的とする。

第1章では本研究の背景、目的、及び本論文の構成を述べる。

第2章では、本論文の序論として、多腕バンディット問題や競合バンディット問題について説明する。

第3章では、遅延カオス同期が生じるための条件について隣接行列から考察を行い、Lang-Kobayashi 方程式を用いて半導体レーザーネットワークの一般式を記述する。また、波長の異なる半導体レーザーが同期することを仮定した定常解について、Lang-Kobayashi 方程式から導出する。

第4章では、戻り光半導体レーザー、相互結合された半導体レーザー、および3つの半導体レーザーのネットワークを用いてダイナミクス調査を行う。ダイナミクスを定量的に評価して、規格化注入電流と結合強度の2次元分岐図を作成する。作成した2次元分岐図から、ダイナミクスの変化を示す分岐が類似していることが分かった。

第5章では、相互結合された半導体レーザーを用いて意思決定を行う。相互結合された半導体レーザーのレート方程式を示し、短時間相互相関値とリーダーの判定方法について述べる。そして、相互結合された半導体レーザーを用いた意思決定方法について述べる。本方式ではスロットマシンとレーザーを対応させ、短時間相互相関値からリーダーとなるレーザーを判定し、対応するスロットマシンを選択する。選択したスロットマシンの結果から、結合強度を変化させるとリーダーとなる確率が変化する。この2つの操作を繰り返すことで意思決定を行う。また、本方式を平均正答率により評価したところ、意思決定が達成できることを確認した。さらに、パラメータ変

化により，意思決定性能にどのような影響があるかを調査した．

第6章では，スロットマシンの台数を増加した場合における半導体レーザネットワークを用いた意思決定を行う．各レーザがラグードとなる短時間相互相関値を計算し，最小となる相関を有するレーザがリーダーであると判定する．さらに意思決定方式では，リーダーとなるレーザのスロットマシンを選択し，スロットマシンの報酬から結合強度を制御することで意思決定を行う．またスロットマシンの台数  $N$  の増加に対するスケーリングを調査した．平均正答率が0.95以上になる試行回数とスロットマシンの台数  $N$  との関係性を調査したところ， $N^{1.85}$  のスケーラビリティがあることが分かった．

第7章では，レーザネットワークを用いて競合バンディット問題に対する意思決定を行う．競合バンディット問題では複数人のプレーヤが多腕バンディット問題を解くが，プレーヤ同士のスロットマシンの選択が衝突するために競合が生じる．そこでレーザネットワークを用いた多腕バンディット問題の意思決定方式を拡張して実装を行う．あるプレーヤが最も良いスロットマシンを決定した場合に，そのプレーヤのみが最も良いスロットマシンを専属的に選択し，他のプレーヤは別のスロットマシンから選択するアルゴリズムを提案した．また，平均正答率および非選択衝突率により評価を行い，半導体レーザネットワークを用いた競合バンディット問題における意思決定を達成した．

第8章では，本論文の全体の結論を述べる．

本研究で得られた知見は，一方向結合された半導体レーザネットワークの遅延カオス同期を用いた多腕バンディット問題の意思決定において有用であり，強化学習のための光アクセラレータとしての応用が強く期待できる．特に，キャリア波長が動的に変化する光通信ネットワークのための強化学習用光デバイスへの応用が考えられ，今後の発展が重要である．



# 目次

概要	i
目次	v
図目次	xi
表目次	xxi
<b>第1章 はじめに</b>	<b>1</b>
1.1 背景	1
1.2 目的	4
1.3 本論文の構成	5
<b>第2章 序論</b>	<b>7</b>
2.1 多腕バンディット問題	7
2.2 競合バンディット問題	9
2.3 ソフトウェアアルゴリズム	9
2.3.1 $\epsilon$ -greedy 法	9
2.3.2 Softmax 法	10
2.3.3 Upper confidence bound (UCB) 法	10
2.3.4 綱引き理論	11
2.3.5 綱引きボンベ理論	14

2.4	光を用いた意思決定の実装 . . . . .	16
2.4.1	単一光子を用いた実装 . . . . .	16
2.4.2	半導体レーザカオスを用いた意思決定 . . . . .	26
2.4.3	リングレーザを用いた実装 . . . . .	32
2.5	意思決定の応用 . . . . .	35
2.5.1	意思決定を利用した無線チャネル選択 . . . . .	35
2.5.2	リザーバコンピューティングと組み合わせたモデル選択 . . . . .	36
2.6	レーザカオス . . . . .	39
2.6.1	Lorenz-Haken 方程式 . . . . .	39
2.6.2	戻り光を有する半導体レーザのレート方程式 . . . . .	42
2.7	低周波不規則振動 . . . . .	49
2.7.1	低周波不規則振動の性質 . . . . .	49
2.7.2	低周波不規則振動と定常解 . . . . .	51
2.8	レーザカオスによる同期現象 . . . . .	59
2.8.1	遅延カオス同期とリーダー・ラガード関係 . . . . .	59
2.8.2	ゼロ遅延同期とクラスタ同期 . . . . .	63
<b>第 3 章</b>	<b>レーザネットワークの数値計算モデルと定常解</b>	<b>71</b>
3.1	リング状に一方向結合された半導体レーザのモデルとレート方程式	71
3.2	リング状に一方向結合された半導体レーザの定常解 . . . . .	74
3.2.1	定常解の導出 . . . . .	74
3.2.2	定常解の数値計算 . . . . .	77
3.3	ローパスフィルタの設計 . . . . .	80
3.4	まとめ . . . . .	83
<b>第 4 章</b>	<b>レーザネットワークのダイナミクスの数値計算</b>	<b>85</b>



4.1	戻り光を有する半導体レーザのダイナミクス調査 . . . . .	85
4.1.1	規格化注入電流が 1.1 の場合 . . . . .	88
4.1.2	規格化注入電流が 2.0 の場合 . . . . .	96
4.2	相互結合された半導体レーザのダイナミクス調査 . . . . .	101
4.2.1	規格化注入電流 $j$ が 1.1 の場合 . . . . .	102
4.2.2	規格化注入電流 $j$ が 2.0 の場合 . . . . .	108
4.3	リング状一方向結合された 3 台の半導体レーザネットワークのダイ ナミクス調査 . . . . .	111
4.3.1	規格化注入電流 $j$ が 1.1 の場合 . . . . .	114
4.3.2	規格化注入電流が 2.0 の場合 . . . . .	120
4.4	レーザネットワークによる 2 次元分岐図の比較 . . . . .	125
4.5	まとめ . . . . .	129
<b>第 5 章</b>	<b>相互結合された半導体レーザを用いた多腕バンディット問題における 意思決定</b>	<b>131</b>
5.1	相互結合された半導体レーザのレート方程式 . . . . .	131
5.2	相互結合された半導体レーザにおける短時間相互相関値とリーダの 定義 . . . . .	132
5.3	2 台のスロットマシンにおける意思決定 . . . . .	141
5.4	平均正答率を用いた意思決定の評価 . . . . .	143
5.4.1	平均正答率 . . . . .	143
5.4.2	平均当たり確率 . . . . .	143
5.4.3	本方式による意思決定と評価 . . . . .	144
5.5	パラメータ変化による性能評価 . . . . .	147
5.5.1	相互結合された半導体レーザの結合強度による性能評価 . . .	147
5.5.2	意思決定のサンプリング間隔による性能評価 . . . . .	152

5.5.3	綱引き理論の結合強度差のステップ数 $V$ による性能評価 . . .	154
5.6	UCB1 方策との比較 . . . . .	157
5.7	まとめ . . . . .	158
<b>第 6 章</b>	<b>半導体レーザネットワークを用いた多腕バンディット問題における意思決定</b>	<b>161</b>
6.1	3つの半導体レーザによるリング状に一方方向結合されたレーザネットワークのレート方程式 . . . . .	161
6.2	レーザネットワークにおける短時間相互相関値とリーダの定義 . . .	164
6.3	3台のスロットマシンにおける意思決定 . . . . .	175
6.3.1	遅延カオス同期を用いた意思決定方式 . . . . .	175
6.3.2	2台のスロットマシンの綱引き理論との式の等価性 . . . . .	176
6.3.3	1サイクルの意思決定と平均正答率を用いた統計的評価 . . .	178
6.3.4	パラメータによる意思決定の性能変化 . . . . .	180
6.4	4台のスロットマシンにおける意思決定とスロットマシンの配置依存性	183
6.5	$n$ 台のスロットマシンに対する意思決定とスケーラビリティ . . . . .	188
6.6	まとめ . . . . .	189
<b>第 7 章</b>	<b>半導体レーザネットワークを用いた競合バンディット問題における意思決定</b>	<b>191</b>
7.1	競合バンディット問題 . . . . .	191
7.2	レーザネットワークを用いた競合バンディット問題の意思決定への実装 . . . . .	192
7.2.1	多腕バンディット問題の解法を用いた実装 . . . . .	193
7.2.2	綱引きボンベ理論を用いた実装 . . . . .	195
7.2.3	改良綱引きボンベ理論を用いた実装 . . . . .	196
7.3	平均正答率と非選択衝突率による意思決定の評価 . . . . .	199

7.3.1	綱引き理論における統計的評価 . . . . .	200
7.3.2	綱引きボンベ理論における統計的評価 . . . . .	200
7.3.3	改良綱引きボンベ理論における統計的評価 . . . . .	201
7.4	問題設定による性能変化 . . . . .	202
7.5	まとめ . . . . .	206
<b>第 8 章</b>	<b>結論</b>	<b>207</b>
	<b>謝辞</b>	<b>211</b>
	<b>公表論文</b>	<b>213</b>
	<b>参考文献</b>	<b>219</b>



# 目 次

1.1	本論文の構成	6
2.1	粘菌の動き [67]	12
2.2	綱引き理論によるデータ範囲の動き [68]	12
2.3	綱引き理論とソフトマックス法の比較 [67]	14
2.4	綱引きボンベ理論の概念図 [69]	15
2.5	綱引きボンベ理論を用いた意思決定の結果 [69]	15
2.6	単一光子による意思決定 [22]	17
2.7	トーナメント構造を有する単一光子による意思決定方式 [23]	18
2.8	トーナメント構造を有する単一光子による意思決定結果 [23]	18
2.9	量子もつれ光子による意思決定方式 [32]	19
2.10	量子相関光子と量子もつれ光子の意思決定における平等性 [32]	20
2.11	量子相関光子と量子もつれ光子による意思決定結果 [32]	21
2.12	非協力的なプレーヤの検知 [32]	21
2.13	光の軌道角運動量を利用した意思決定方式 [34]	22
2.14	光の軌道角運動量を利用した複数プレーヤに対する意思決定方式 [34]	23
2.15	光の軌道角運動量を利用した意思決定の初期検出確率 [34]	24
2.16	光の軌道角運動量を利用した意思決定結果 [34]	25
2.17	半導体レーザカオスによる意思決定 [26]	26
2.18	レーザカオスによる意思決定の平均正答率 [26]	27

2.19	トーナメント構造を有するレーザカオスを用いた意思決定方式 [27]	28
2.20	多くのスロットマシンに対するレーザカオスを用いた意思決定結果 [27]	28
2.21	サンプリング間隔と問題依存性の調査 [27]	29
2.22	サニャック効果を利用した意思決定方式 [30]	30
2.23	サニャック効果を利用した意思決定結果 [30]	30
2.24	全結合レーザネットワークを利用した意思決定 [31]	31
2.25	全結合レーザネットワークを利用した意思決定結果 [30]	31
2.26	リングレーザの模式図 [29]	32
2.27	リングレーザの時間波形 [29]	32
2.28	リングレーザを用いた意思決定方式 [29]	33
2.29	リングレーザを用いた意思決定結果 [29]	34
2.30	レーザカオスの意思決定を利用したチャンネル選択 [46]	35
2.31	チャンネル選択の評価結果 [46]	36
2.32	レーザカオスの意思決定を利用したモデル選択 [75]	37
2.33	単一の重みづけを利用した場合の予測結果 [75]	38
2.34	レーザカオスの意思決定を用いたモデル選択結果 [75]	38
2.35	一方向リング共振器 [79]	39
2.36	Lorenz-Haken 方程式によるアトラクタ [79]	42
2.37	半導体レーザにおける複素電界のモデル図 [79, 85, 86]	43
2.38	戻り光を有する半導体レーザにおける複素電界のモデル図 [85, 86]	46
2.39	低周波不規則振動の光強度時間波形 [93]	49
2.40	低周波不規則振動の時間波形とローパスフィルタを適用した時間波形 [92]	50
2.41	戻り光を有する半導体レーザにおける外部共振器長と占めるダイナミクスの割合 [94]	50

2.42 戻り光を有する半導体レーザの定常解 [91] . . . . .	51
2.43 戻り光を有する半導体レーザの周波数とキャリア密度の時間波形と定常解の関係 [90] . . . . .	52
2.44 戻り光を有する半導体レーザの定常解とカオス遍歴 [79] . . . . .	53
2.45 実験による光強度, 周波数, キャリア密度の検出実験 [95] . . . . .	53
2.46 実験による光強度, 周波数, キャリア密度の位相空間プロット [95] .	54
2.47 光注入される半導体レーザのモデル [86] . . . . .	55
2.48 相互結合された半導体レーザの定常解 [61] . . . . .	57
2.49 相互結合された半導体レーザにおける定常解と軌道 [61] . . . . .	58
2.50 相互結合された半導体レーザの装置図と時間波形 [53] . . . . .	59
2.51 相互結合された半導体レーザの時間波形とローパスフィルタを適用した時間波形 [61] . . . . .	60
2.52 短時間相互相関値 [61] . . . . .	60
2.53 初期光周波数差を有する場合の短時間相互相関値 [61] . . . . .	61
2.54 初期光周波数差によるリーダ確率と実効光周波数差の変化 [61] . . .	62
2.55 3レーザによるレーザネットワークの実験装置図 [93] . . . . .	63
2.56 レーザネットワークによる時間波形と相互相関値 [93] . . . . .	64
2.57 3,4 台の半導体レーザにおけるレーザネットワークの種類 [97] . . . .	65
2.58 クラスタ同期とループを構成するレーザの数の最大公約数 [98] . . .	66
2.59 結合遅延時間が異なるレーザネットワークとクラスタ同期 [98] . . .	67
2.60 ループ形状を持たないレーザネットワークとクラスタ同期 [99] . . .	68
2.61 レーザネットワークと情報混合 [99] . . . . .	70
3.1 式 (3.3) の隣接行列のレーザネットワークのモデル図 . . . . .	73
3.2 3レーザのレーザネットワークにおける定常解 . . . . .	79

3.3	3レーザのレーザネットワークの定常解と低周波不規則振動のアトラクタ	79
3.4	正弦波とローパスフィルタを適用した結果	81
3.5	無限インパルス応答のローパスフィルタの周波数特性	82
3.6	低周波不規則振動におけるレーザの光強度時間波形とローパスフィルタ	82
4.1	戻り光を有する半導体レーザのモデル	86
4.2	戻り光量比率が0.0のときの戻り光半導体レーザの時間波形	88
4.3	戻り光量比率が0.01のときの戻り光半導体レーザの時間波形	89
4.4	戻り光量比率が0.01のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル	89
4.5	戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザの時間波形	90
4.6	戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形	91
4.7	戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル	91
4.8	戻り光量比率が0.30のときの戻り光半導体レーザの時間波形	92
4.9	戻り光量比率が0.30のときの戻り光半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形	93
4.10	戻り光量比率が0.30のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル	93
4.11	戻り光量比率が0.39のときの戻り光半導体レーザの時間波形	94
4.12	戻り光量比率が0.40のときの戻り光半導体レーザの時間波形	95
4.13	戻り光量比率が0.40のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル	95
4.14	戻り光量比率が0.00のときの戻り光半導体レーザの時間波形	96
4.15	戻り光量比率が0.05のときの戻り光半導体レーザの時間波形	97
4.16	戻り光量比率が0.05のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル	97
4.17	戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザの時間波形	98
4.18	戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル	98



4.19 戻り光量比率が 0.35 のときの戻り光半導体レーザの時間波形 . . . . .	99
4.20 戻り光量比率が 0.35 のときの戻り光半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形 . . . . .	100
4.21 戻り光量比率が 0.35 のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル	100
4.22 相互結合された 2 台の半導体レーザのモデル . . . . .	102
4.23 結合強度比率 $r_3$ が 0.00 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形 . . . . .	103
4.24 結合強度比率 $r_3$ が 0.01 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形 . . . . .	104
4.25 結合強度比率 $r_3$ が 0.01 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル . . . . .	104
4.26 結合強度比率 $r_3$ が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形 . . . . .	105
4.27 結合強度比率 $r_3$ が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル . . . . .	105
4.28 結合強度比率 $r_3$ が 0.30 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形 . . . . .	106
4.29 結合強度比率 $r_3$ が 0.30 のときの相互結合された半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形 . . . . .	107
4.30 結合強度比率 $r_3$ が 0.30 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル . . . . .	107
4.31 結合強度比率 $r_3$ が 0.00 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形 . . . . .	108
4.32 結合強度比率 $r_3$ が 0.04 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形 . . . . .	109
4.33 結合強度比率 $r_3$ が 0.04 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル . . . . .	109
4.34 結合強度比率が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形	110

4.35	結合強度比率 $r_3$ が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル . . . . .	110
4.36	リング状に一方向結合された 3 台の半導体レーザネットワークのモデル . . . . .	112
4.37	結合強度比率 $r_3$ が 0.00 のときの半導体レーザネットワークの時間波形	113
4.38	結合強度比率 $r_3$ が 0.01 のときの半導体レーザネットワークの時間波形	114
4.39	結合強度比率 $r_3$ が 0.01 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル . . . . .	115
4.40	結合強度比率 $r_3$ が 0.20 のときの半導体レーザネットワークの時間波形	116
4.41	結合強度比率 $r_3$ が 0.20 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル . . . . .	117
4.42	結合強度比率 $r_3$ が 0.30 のときの半導体レーザネットワークの時間波形	118
4.43	結合強度比率 $r_3$ が 0.30 のときの半導体レーザネットワークのローパスフィルタを適用した時間波形 . . . . .	119
4.44	結合強度比率 $r_3$ が 0.30 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル . . . . .	120
4.45	結合強度比率 $r_3$ が 0.00 のときの半導体レーザネットワークの時間波形	121
4.46	結合強度比率 $r_3$ が 0.04 のときの半導体レーザネットワークの時間波形	122
4.47	結合強度比率 $r_3$ が 0.04 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル . . . . .	123
4.48	結合強度比率 $r_3$ が 0.20 のときの半導体レーザネットワークの時間波形	124
4.49	結合強度比率 $r_3$ が 0.20 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル . . . . .	125
4.50	戻り光半導体レーザの 2 次元分岐図 . . . . .	126
4.51	相互結合された半導体レーザによる 2 次元分岐図 . . . . .	127
4.52	半導体レーザネットワークによる 2 次元分岐図 . . . . .	128
5.1	相互結合された半導体レーザのモデル . . . . .	131

5.2	時間波形と短時間相互相関値による相関図 . . . . .	135
5.3	結合強度 $\kappa$ が $30 \text{ ns}^{-1}$ のときの時間波形 . . . . .	136
5.4	結合強度 $\kappa$ が $30 \text{ ns}^{-1}$ のときのローパスフィルタを適用した時間波形	136
5.5	結合強度 $\kappa$ が $30 \text{ ns}^{-1}$ のときの短時間相互相関値 . . . . .	137
5.6	相互結合された半導体レーザにおけるリーダ確率の変化 . . . . .	137
5.7	相互結合された半導体レーザのリーダの継続時間 ( $\Delta\kappa = 0 \text{ ns}^{-1}$ ) .	139
5.8	結合強度差変化と相互結合された半導体レーザにおけるリーダの継続時間 . . . . .	140
5.9	遅延カオス同期を用いた意思決定の概念図 . . . . .	141
5.10	表 5.3 のパラメータ値における短時間相互相関値, 選択系列, 推定当たり確率, 結合強度差の変化 . . . . .	144
5.11	表 5.3 のパラメータ値における平均正答率 . . . . .	145
5.12	異なる当たり確率の組による平均正答率と分散 . . . . .	146
5.13	異なる当たり確率の組による平均正答率と分散の分布図 . . . . .	146
5.14	結合強度 $\kappa$ が $10 \text{ ns}^{-1}$ のときの時間波形 . . . . .	147
5.15	結合強度 $\kappa$ が $10 \text{ ns}^{-1}$ のときのローパスフィルタを適用した時間波形と短時間相互相関値 . . . . .	148
5.16	$\kappa_{\text{ini}} = 10 \text{ ns}^{-1}$ (カオス)における1サイクルの短時間相互相関値, スロットマシンの選択, 結合強度差 $\Delta\kappa$ , 推定当たり確率 . . . . .	149
5.17	$\kappa_{\text{ini}} = 30 \text{ ns}^{-1}$ (低周波不規則振動)における1サイクルの短時間相互相関値, スロットマシンの選択, 結合強度差 $\Delta\kappa$ , 推定当たり確率 .	150
5.18	異なるダイナミクス変化による平均正答率 . . . . .	151
5.19	当たり確率の変化による平均正答率 ( $t = 1000$ ) . . . . .	151
5.20	当たり確率の変化による平均当たり確率 . . . . .	152
5.21	意思決定のサンプリング間隔 $\tau_{SI}$ に対する平均正答率と平均当たり確率	153
5.22	時間長を合わせた意思決定のサンプリング間隔 $\tau_{SI}$ に対する平均正答率	153

5.23	意思決定のサンプリング間隔 $\tau_{SI}$ に対する平均正答率 . . . . .	154
5.24	意思決定のサンプリング間隔 $\tau_{SI}$ に対する時間を合わせた平均正答率	155
5.25	ステップ数によるしきい値の位置の違い . . . . .	156
5.26	結合強度差のステップ数による平均正答率 . . . . .	156
5.27	結合強度差のステップ数による平均正答率の最終値 . . . . .	157
5.28	結合強度差のステップ数による平均当たり確率 . . . . .	157
5.29	UCB1-tuned 方策と本研究による方式による平均正答率 . . . . .	158
6.1	3つの半導体レーザによるリング状に一方向結合されたレーザネットワークのモデル . . . . .	162
6.2	2レーザの相互結合と3レーザのネットワークにおける光強度の時間波形 . . . . .	165
6.3	相互結合と3レーザのネットワークにおけるローパスフィルタを適用した時間波形 . . . . .	166
6.4	第5章における定義による短時間相互相関値 . . . . .	167
6.5	本章における定義による短時間相互相関値 . . . . .	169
6.6	結合強度とリーダ確率の変化 . . . . .	171
6.8	結合強度 $\kappa_1$ による時間間隔の確率変化 . . . . .	172
6.9	結合強度 $\kappa_2$ による時間間隔の確率変化 . . . . .	172
6.10	結合強度 $\kappa_3$ による時間間隔の確率変化 . . . . .	173
6.7	結合強度が等しい場合 $\kappa_i = 40\text{ns}^{-1}$ . . . . .	174
6.11	3つのスロットマシンによる意思決定方式の概念図. 丸はレーザを表す. . . . .	175
6.12	3つのスロットマシンによる意思決定の1サイクルの変位 . . . . .	179
6.13	3つのスロットマシンによる意思決定の平均正答率 . . . . .	180
6.14	結合強度移動段数 $V$ に対する性能変化 . . . . .	181
6.15	意思決定のサンプリング間隔 $\tau_{SI}$ に対する性能変化 . . . . .	182

6.16	意思決定のサンプリング間隔 $\tau_{SI}$ に対する性能変化 . . . . .	183
6.17	4台のスロットマシンにおける半導体レーザネットワークを用いた意思決定方式 . . . . .	184
6.18	100 プレイ目における平均正答率から見た配置依存性 . . . . .	185
6.19	200 プレイ目における平均正答率から見た配置依存性 . . . . .	186
6.20	500 プレイ目における平均正答率から見た配置依存性 . . . . .	186
6.21	平均当たり確率から見た配置依存性 . . . . .	187
6.22	$n$ 台に拡張したレーザネットワークのモデル . . . . .	188
6.23	スロットマシンの台数による性能変化 . . . . .	189
7.1	レーザネットワークを用いた競合バンディット問題に対する意思決定方式の概念図 . . . . .	192
7.2	綱引き理論を用いた競合バンディット問題の解決 . . . . .	194
7.3	綱引きボンベ理論を用いた競合バンディット問題の解決 . . . . .	196
7.4	専属的選択の概念図 . . . . .	196
7.5	改良綱引きボンベ理論を用いた競合バンディット問題の解決 . . . . .	198
7.6	綱引き理論を用いた意思決定の統計的評価 . . . . .	200
7.7	綱引きボンベ理論を用いた意思決定の統計的評価 . . . . .	201
7.8	改良綱引きボンベ理論を用いた意思決定の統計的評価 . . . . .	202
7.9	当たり確率の最も高いスロットマシンによる性能変化 . . . . .	203
7.10	当たり確率が2番目に高いスロットマシンによる性能変化 . . . . .	204
7.11	当たり確率の最も低いスロットマシンによる性能変化 . . . . .	204
7.12	当たり確率の高さによる性能変化 . . . . .	205



# 表 目 次

3.1	レーザのレート方程式の記号とパラメータ . . . . .	74
3.2	レーザの記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	78
4.1	レーザの記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	87
4.2	レーザの記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	102
4.3	レーザの記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	112
5.1	相互結合されたレーザの記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	133
5.2	$X(t)$ の値 . . . . .	142
5.3	意思決定で用いる記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	142
6.1	レーザの記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	164
6.2	意思決定で用いる記号とパラメータと本節で用いる値 . . . . .	179
6.3	各問題におけるスロットマシンの当たり確率 . . . . .	184





# 第1章 はじめに

## 1.1 背景

コンピュータにおけるプロセッサは1960年代からムーアの法則 [1] に従うようにサイズが非常に小さくなっている。しかしながら、ムーアの法則は終焉を迎えている。特に電子を情報媒体として用いた場合の性能向上を制約する要因として、プロセッサと記憶装置がバスを通してやり取りを行わなければならないため、アクセス速度の問題となるフォンノイマン・ボトルネックや、論理ゲートやチップ間の信号通信能力の制約が問題にある [2]。特に、電子素子の微小化、高密度化は行われているが、内部抵抗や浮遊容量が発生することで信号通信速度は制限される。一方で光の並列性により通信能力の増加が期待できる。したがって、光を情報媒体として用いることで以下の利点が挙げられる。まず、電子と比較して  $3 \times 10^8$  m/s という非常に高速であるという点が挙げられる。また、波長多重や空間多重を利用できるように並列性に優れているため、大容量情報の処理が可能である。特に、空間多重においては空間的な2次元配列データを保ったまま、情報処理を行うことができる。空間多重では並列性の他に光の強度や位相、偏光と組み合わせることで様々な物理量を情報処理のパラメータとして利用できることから、多次元性を有する処理が可能であると言える。しかしながら、1990年代では、以下の部分が問題点に挙げられている。まず、光子は電子に比べ外部電磁場の影響を受けづらく、制御することが容易ではない点が挙げられる。また、現在行われている研究は現在のエレクトロニクス技術に合わせて設計されたものが多く、光の本質を利用できる形になっていない。次に、電子におけるトランジスタに対応する光信号用の素子が存在しない。光電子の複合素子の開発は進んでいるものの、光単体のみで利用できる素子は非常に少ない。

近年、ムーアの法則の終焉 (プロセッサの性能向上の鈍化) に対してネットワークを利用したクラウド・コンピューティングが用いられている [3]。これはネットワークを利用して複数のコンピュータを利用することにより処理能力を向上させることができる。しかしながら、コンピュータ間のデータ転送において数百 ms オーダの

遅延が生じてしまい、即時性のある処理には向いていない。そこで、エッジ・フォグコンピューティングに挙げられる小規模コンピューティングが研究されている。しかしながら、クラウドコンピューティングに挙げられる大規模コンピューティングと比較して処理性能が低い。そのために、単体のプロセッサにおいて低遅延で動作できるようなハードウェア・アクセラレータが必要となる。ハードウェア・アクセラレータの1つとして電子アクセラレータが挙げられる。電子アクセラレータでは電気信号によるデータに対し、電子アクセラレータで処理を行う。そして、処理されたデータをプロセッサに渡すという流れである。電子アクセラレータの具体例としてGPU (Graphics Processing Unit) やFPGA (Field-Programmable Gate Array) が挙げられる。しかしながら、電子アクセラレータには、前述した性能向上や小型化に対する制約要因が存在する。一方で、光データに関しては、光アクセラレータ [3] により処理を行い、光電変換及びAD (Analog to Digital) 変換を行うことでプロセッサに渡すことができる。現在、光アクセラレータとして、行列計算 [4-10] や光電変換 [11, 12] リザーバコンピューティング [13-21], 意思決定 [22-34] が盛んに研究されている。光アクセラレータの研究の進展とともに、1990年代で問題に挙げられていた素子の開発が行われており、さらに、光情報処理と機械学習を組み合わせることで光機械学習も行われている。このように光を機械学習に挙げられる情報処理に利用する理由として、電子の信号通信速度の制限やクロックスキューなどの遅延現象を光の性質である高速性や強力な並列信号通信能力が解決できる可能性があることが挙げられる。

また、強化学習 [35] の一例として多腕バンディット問題 [36] における意思決定が知られている。強化学習はエージェントと環境の相互作用による学習方式である。エージェントは環境に対して1つの行動を選択する。環境はエージェントの行動に対して、エージェントに報酬を与える。これを繰り返すことでエージェントが総報酬の最大化を目指す。強化学習の応用例として、ゲームのAI [37, 38] やロボットアームの操作 [39], 光ネットワークの最適化 [9] が挙げられる。また、強化学習においてエージェントは探索と知識利用が重要になる。探索とは報酬が未知の行動を選択することである。一方で、知識利用とは報酬の大きい行動を選択することである。しかしながら、探索と知識利用はトレードオフの関係にある。探索が多すぎると報酬の大きい行動が確実に分かるが、知識利用が少なくなるため、総報酬の最大化ができない。一方で知識利用が多い場合には報酬が高いと推定される行動を多く選択できるが、探索が少ないため、この推定の正しさに問題がある。このように、探索と知識利用のバランスが重要となる。

多腕バンディット問題は強化学習の中でも基本的な問題である。1人のプレイヤーが複数台の当たり確率が未知なスロットマシンを選択し、選択したスロットマシン

から報酬を受け取る。プレーヤは総報酬が最大となるように学習を行う。ここで探索は当たり確率が未知、もしくは推定が不十分であるスロットマシンを選択する。また、知識利用では最も当たり確率が高いスロットマシンを選択する。さらに、複数人のプレーヤで多腕バンディット問題を解く競合バンディット問題 [40](多プレーヤ多腕バンディット問題 [41]) も存在する。競合バンディット問題においては、複数人のプレーヤが同じスロットマシンを選択した場合、報酬が山分けとなる。また、全プレーヤの総報酬が最大になるように学習を行う。この問題を解く上では、探索と知識利用のバランスを取るだけでなく、プレーヤ間の競合回避も重要なポイントとなる。

これらの多腕バンディット問題に対して、光アクセラレータとしての実装が行われている。単一光子を用いた実装 [22, 23] ではビームスプリッタを用いて 2 つの単一光子検出器のうちのどちらで観測されるかによりスロットマシンを選択する。また、選択したスロットマシンの結果により半波長板を動かすことで意思決定を行っている。さらに、競合バンディット問題に対しては単一光子の代わりに量子もつれ光子や軌道角運動量を有した光子を用いることでハードウェアレベルで競合を回避することに成功している [32–34]。また、半導体レーザカオス出力を用いた実装も行われている [26–28]。この実装では半導体レーザカオスの高速かつ複雑な時間波形を利用した乱数生成 [42–44] を利用している。また、本実装においてはサロゲートデータによる調査 [45] も詳細に行われている。さらに、レーザカオス波形を用いた無線通信への応用 [46] が行われている。無線通信の応用では、ワイヤレス LAN の規格の 1 つである、IEEE 802.11a [47] に着目している。5 GHz 帯の 4 つのチャンネルをスロットマシンに見立て、今までの平均スループットよりも良いか悪いかをスロットマシンの「当たり」・「はずれ」に割り当てている。これにより、最大通信速度 54 Mbps に対して、平均スループットが 10 Mbps を超える値を出すことができた。現在、レーザカオスの光強度波形は 200 GS/s でのサンプリングが可能であり、高速集積回路との協調も含めると数 GHz オーダの処理が可能であると考えられる。一方で、現在利用されている IEEE 802.11 [47] では最大通信速度が 9.6 Gbps (IEEE 802.11ax) であることから、実際の通信を考えると、本方式の意思決定では数 kHz 程の意思決定速度で十分であると考えられる。しかしながら、伝送速度が 10.16 Pbps となる光コヒーレント通信 [48] や、300 GHz 帯を利用した 100 Gbps の通信 [49] も研究されており、意思決定を用いたチャンネル選択は Beyond 5G における革新的な応用になると考えられる。

一方でレーザカオスにおける同期現象は、秘密鍵配送 [50–52] に挙げられるように情報セキュリティに利用されてきた。セキュリティ応用では同期現象における連続的な高い相関が必要であるが、条件によっては一時的に相関が急激に下がる現象

も見られる。相互結合された半導体レーザにおいて、低い注入電流かつ強い結合強度で発振させたとき、2つレーザは低周波不規則振動（Low Frequency Fluctuations, LFFs）で発振することが知られている [53]。低周波不規則振動では、低周波成分において急激な強度低下と段状の回復過程をもち、高周波では不規則なカオス振動が生じるダイナミクスである。また、このダイナミクスの時に、2つレーザ間で遅延カオス同期 [53–61] が発生する。遅延カオス同期は一方のレーザが他方のレーザを結合遅延時間分遅れて同期する現象である。先行振動するレーザをリーダと呼び、遅れて同期するレーザをラガードと呼ぶ [53]。また、リーダとなるレーザは自発的にスイッチングを行っており、リーダとなるレーザは結合遅延時間ごとに異なるレーザにスイッチングする [61]。さらに、レーザの可変パラメータである光周波数差を変更することで、リーダとなる確率であるリーダ確率を制御することができる。この性質により、スロットマシンとレーザを対応し、選択の結果を結合強度の制御にフィードバックすることで意思決定が可能であると考えられる。

これまでの研究において、意思決定においては単一光子やレーザカオス波形を用いた実装ではトーナメント構造を用いて多腕化を行っているが [23, 27]、トーナメント構造では、意思決定性能のスロットマシンの配置による依存性が大きい点が問題となっている。また、同期現象における低周波不規則振動は、急激な相関の低下から情報セキュリティには用いることができず、今までに応用されていない。相互結合が含まれるリング状に一方向結合された半導体レーザネットワークでは、レーザの配置が円順列となるため、スロットマシンの配置依存性を小さくできると期待される。また、低周波不規則振動に対する新たな応用として意思決定を提案することで、半導体レーザネットワークにおける低周波不規則振動の有用性を示すことができると思われる。

## 1.2 目的

本研究では、半導体レーザネットワークの遅延カオス同期を用いた多腕バンディット問題における強化学習と意思決定を数値計算により行うことを目的とする。はじめに、リング状に一方向結合された半導体レーザネットワークにおけるダイナミクス調査を行う。また、相互結合された半導体レーザを用いた多腕バンディット問題に対する意思決定を行う。さらに、レーザネットワークに拡張することでスロットマシンの台数が増加した場合の多腕バンディット問題に対する意思決定を行う。最後に、半導体レーザネットワークを用いて競合バンディット問題に対する意思決定を行う。

### 1.3 本論文の構成

本論文の構成図を図 1.1 に示す。第 1 章では本論文の背景と目的について述べた。第 2 章では、光アクセラレータやレーザにおける同期に関する先行研究について述べる。第 3 章では、リング状に一方向結合された半導体レーザネットワークにおけるモデルと、一般化されたレート方程式を示し、定常解を求める。第 4 章では、レート方程式からそれぞれのダイナミクスを調査し、レーザネットワークの特性について調査する。第 5 章では、相互結合された半導体レーザを用いて 2 台のスロットマシンに対する多腕バンディット問題における意思決定方式について提案し、数値計算にて実証する。第 6 章では、一方向結合された半導体レーザネットワークを用いて、より多くのスロットマシンに対する多腕バンディット問題における意思決定方式について提案し、数値計算にて実証する。第 7 章では、半導体レーザネットワークを用いて競合バンディット問題における意思決定方式について提案し、数値計算にて実証する。最後に、第 8 章において、本論文の全体の結論について述べる。

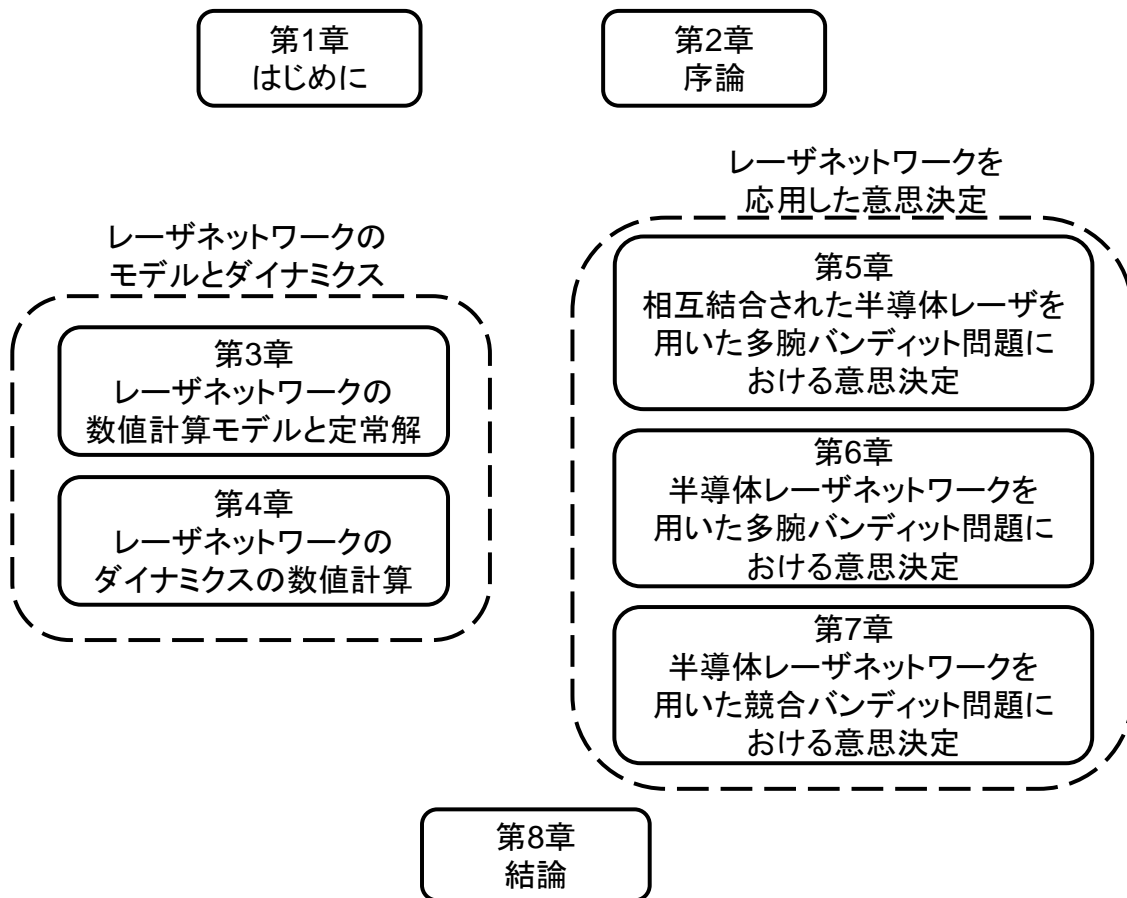


図 1.1: 本論文の構成

## 第2章 序論

### 2.1 多腕バンディット問題

Robbins らにより，多腕バンディット問題 (Multi-armed bandit problem)[36] が提起された．この時の多腕バンディット問題ではスロットマシンではなく，2つのコインの表の回数ができる限り多くするにはどのようにすればよいかという問題であった．またこの問題に対して，「最初の1回はランダムに選択し，表が出れば次も同じコインを選択し，裏が出ればもう一方のコインを選択する」というアルゴリズムが提案されている．このアルゴリズム  $R$  が問題に対してどれだけ有効なのかを評価するために，ロス (Loss) という評価が用いられる．ロスは以下の式で定義される．

$$L(A, B, R) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \max(\alpha, \beta) - E \left( \frac{S_n}{n} \right) \right] \quad (2.1)$$

ここで  $\alpha, \beta$  はそれぞれ2つのコイン  $A, B$  で表が出る期待値， $E(x)$  は  $x$  の期待値， $S_n$  はアルゴリズム  $R$  で得た  $n$  回目までの報酬の和を表している．最大の期待値である表になる確率の高いコインを選び続けるときの期待値から，アルゴリズムにより得られる期待値を引いたロスを式 (2.1) は示している．そのため，ロスは小さければ良い評価であることが分かる．提案されたアルゴリズムのロスは以下の式で表せる．

$$L(A, B, R) = \gamma + \frac{\delta^2}{1 - \gamma} \quad (2.2)$$
$$\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2}, \delta = \frac{|\alpha - \beta|}{2}$$

式 (2.2) の中で最大のロスは  $\alpha = 0, \beta = 0.586$  のときに  $L(A, B, R) = 0.172$  を示す．比較として，「2つのコインを毎回ランダムに選択する」というアルゴリズム  $R_0$  を考える．この場合の最大のロスは  $L(A, B, R_0) = 0.5$  となる．これにより，はじめに提案されたアルゴリズム  $R$  はランダムに選択する  $R_0$  よりもロスが低いため，良いアルゴリズムであることが分かる．

一方で現在ではスロットマシンにより多腕バンディット問題は定義される。スロットマシンは意思決定により選択して引いた時にそのスロットマシンの「当たり」または「はずれ」の情報を得ることができる。しかしながら、スロットマシンの当たり確率を直接知ることはできず、その当たり確率は時間的に変化する場合 [28] もある。

多腕バンディット問題を解くには、最も当たり確率の高いスロットマシンを探す「探索」と、最も当たり確率の高いスロットマシンを選択する「知識利用」のバランスが重要となる。探索の回数が多いと、最も当たり確率の高いスロットマシンが確実に分かる。しかしながら、知識利用の回数が少なくなるため報酬が大きくなる。一方で、知識利用の回数が多い場合には、最も当たり確率の高いと仮定されたスロットマシンを多く引くことができる。しかしながら、探索の回数が少なくなるため推定の正しさが失われる。このように多腕バンディット問題には「探索と知識利用のジレンマ」があることが知られており、このジレンマのバランスが多腕バンディット問題を解くために重要である。

最後に現代用いられているアルゴリズム評価について述べる [62]。本研究で用いる多腕バンディット問題は各スロットマシンの報酬が確率分布に従って生成されるため、確率的バンディットと呼ばれる。確率的バンディットに対する評価では（期待）リグレットを用いる。リグレットは最も当たり確率の高いスロットマシン  $S_{i^*}$  を選択し続けたときと実際の選択系列の差から求まる。つまり、最も当たり確率の高いスロットマシンの期待値を  $\mu^*$  とし、実際の選択系列  $i(t)$  での期待値を  $\mu_{i(t)}$  とすると

$$\begin{aligned} \text{regret}(T) &= \sum_{t=1}^T (\mu^* - \mu_{i(t)}) \\ &= \sum_{i: \mu_i < \mu^*} (\mu^* - \mu_i) N_i(T+1) \\ &= \sum_{i: \mu_i < \mu^*} \Delta_i N_i(T+1) \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここで  $N_i(T)$  はスロットマシン  $S_i$  を  $T$  回目までに選択した回数である。また、 $\Delta_i = \mu^* - \mu_i$  とした。式 (2.3) をリグレットと呼ぶ。リグレットでは、1 試行だけのリグレットだけで評価してしまうため、実際には期待リグレットを計算する。

$$E[\text{regret}(T)] = \sum_{i: \mu_i < \mu^*} \Delta_i E[N_i(T+1)] \quad (2.4)$$



## 2.2 競合バンディット問題

多腕バンディット問題ではプレーヤが1人であったが、複数人のプレーヤが多腕バンディット問題を解くことも考えられる。このような場合を競合バンディット問題 (Competitive multi-armed bandit problem) [63] と呼ぶ。競合バンディット問題ではプレーヤが同じスロットマシンを選択する競合が発生する。競合バンディット問題では競合が発生した場合には報酬が山分けとなる。また、競合バンディット問題は全プレーヤの総報酬の最大化を目的としている。そのため、プレーヤ数がスロットマシンの台数より少ない場合にはスロットマシンの中から、期待値の高い順でプレーヤ数までの順位までの全てのスロットマシンを選択する必要がある。このとき、プレーヤの競合をできる限り生じさせない必要もある。

ここでは例として、当たりのときに報酬 1 を返し当たり確率が  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{0.2, 0.4, 0.6\}$  の 3 台のスロットマシンがあり、2 人のプレーヤが競合バンディット問題を解くことを考える。もし、両プレーヤが一番良い当たり確率  $P_3$  のスロットマシンを選択した場合、期待値  $E_c$  は以下の通りとなる。

$$E_c = 0.5 \times 0.6 + 0.5 \times 0.6 = 0.6 \quad (2.5)$$

一方で両プレーヤが一番高い当たり確率と 2 番目に高い当たり確率のスロットマシンを選択した場合の期待値  $E_n$  は以下の通りとなる。

$$E_n = 1 \times 0.6 + 1 \times 0.4 = 1.0 \quad (2.6)$$

したがって、最も良いスロットマシンを両プレーヤが選択するより、良いスロットマシンを競合せずに選択することが重要である。

## 2.3 ソフトウェアアルゴリズム

本節では多腕バンディット問題を解くための複数のソフトウェアアルゴリズムを示す [62]。

### 2.3.1 $\varepsilon$ -greedy 法

$\varepsilon$ -greedy 法では確率  $\varepsilon$  を用いてスロットマシンを選択する。  $0 < x < 1$  の一様乱数に対して、 $\varepsilon$  以下である場合には探索を行い、それ以上である場合には知識利用

を行う。探索ではスロットマシンをランダムに選択する。一方で、知識利用では今までの選択から期待値を算出し、期待値が最も高いスロットマシンを選択する。\$K\$台のスロットマシンに対する \$\epsilon\$-greedy 方策の期待リグレットは次のようになる。

$$E[\text{regret}(T)] \leq \sum_{i \neq i^*} \Delta_i \left( \frac{\epsilon T}{K} + e^{\log T - \frac{\epsilon \Delta_i^2 T}{2K}} \right) \quad (2.7)$$

しかしながら、期待リグレットの最小値を満たす \$\epsilon\$ は以下の通りである。

$$\epsilon = \frac{2K \log T}{\min_{i \neq i^*} \Delta_i^2 T} \quad (2.8)$$

この式より、最も良い性能にはプレイヤーが知らない情報である \$\Delta\_i = \mu^\* - \mu\_i\$ が必要となることが分かる。

### 2.3.2 Softmax 法

\$\epsilon\$-greedy 法では探索時に全てのスロットマシンを平等に探索するため効率が悪い。そこでソフトマックス関数を用いて、推定当たり確率 \$\hat{\mu}\_i\$ の高いスロットマシンが高い確率で探索されるように以下のような変換を行う。

$$p_i = \frac{\exp(\hat{\mu}_i / \tau)}{\sum_{j=1}^n \exp(\hat{\mu}_j / \tau)} \quad (2.9)$$

ここで \$\tau\$ はパラメータであり \$\tau \rightarrow 0\$ でグリーディな意思決定を行い、\$\tau \rightarrow \infty\$ でランダムな意思決定を行う。

### 2.3.3 Upper confidence bound (UCB) 法

\$\epsilon\$-greedy 方策では探索において全てのスロットマシンを一定回数選択しており、これも期待リグレットが大きくなる原因になる。一方で、探索なしに最も当たり確率の高いスロットマシンを選択し続けることで期待リグレットが0にすることができるが、強化学習のアルゴリズムとしてありえない。そこで真っ当なアルゴリズムの条件として一貫性が知られている [62]。一貫性を満たすためにはアルゴリズムによる期待リグレットが任意の多項式オーダーよりも小さい必要がある。また、スロットマシンの全選択回数 \$t\$ に対して一貫性を満たすために当たり確率が低いスロットマシンを選択する回数は \$\log t\$ 回選択する必要があることが知られている。そのた

め、各時刻において当たり確率低いスロットマシンの選択確率のオーダが  $1/t$  であれば一貫性を満たすことができる。このように信頼区間を見積もったアルゴリズムを UCB (Upper Confidence Bound) 方策 [64] として知られている。UCB 方策のアルゴリズムを以下に示す。はじめに、全てのスロットマシンを 1 回ずつ選択する。全てのスロットマシンを選択した後、各スロットマシンにおける UCB 値を以下の式で決定し、最も高いスロットマシンを選択する。

$$\bar{\mu}_i(t) = \hat{\mu}_i(t) + \sqrt{\frac{\log t}{2N_i(t)}} \quad (2.10)$$

ここで  $\hat{\mu}_i$  はスロットマシン  $i$  の推定当たり確率を示している。また、 $N_i(t)$  はスロットマシンの選択回数を示している。選択回数の多いスロットマシンは式 (2.10) の第 2 項の値が 0 に近づき、UCB 値は推定当たり確率に近くなる。一方で、選択回数の少ないスロットマシンは  $N_i(t)$  の値は変化が小さく、第 2 項の分子の部分が大きくなる。したがって、UCB 法では最終的に最も高い当たり確率のスロットマシン以外も選択される可能性がある。

さらに、分散を考慮するアルゴリズムである UCB1-tuned 方策が知られている [64]。UCB1 方策との違いは、評価式のみが分散を考慮する式に変更されることである。UCB1-tuned 方策の評価式を以下に示す。

$$\bar{\mu}_i = \hat{\mu}_i(t) + \sqrt{\frac{\log t}{N_i(t)} \min\left(\frac{1}{4}, V_i(t)\right)} \quad (2.11)$$

$$V_i(t) = \hat{\sigma}_i(t) + \sqrt{\frac{2 \log t}{N_i(t)}} \quad (2.12)$$

ここで、 $\hat{\sigma}_i(t)$  はスロットマシン  $S_i$  に対して、時刻  $t$  までに選択した結果から求めた分散である。多腕バンディット問題の報酬は「当たり」(1) または「はずれ」(0) の 2 値を想定しているため、ベルヌーイ分布となる。そのため、分散は当たり確率  $p$  に対して  $p(1-p)$  で計算され、その最大値は  $1/4$  となる。分散の補正では、分散の最大値を超えないように補正が行われていることが分かる。その他にも UCB 法は様々な変更が行われたアルゴリズムが提案されており、UCB-V 法 [65]、KL-UCB 法 [66] が挙げられる。

### 2.3.4 綱引き理論

多腕バンディット問題に対し、綱引き理論が提唱されている [67, 68]。綱引き理論の元となった粘菌の動きを図 2.1 に示す。この粘菌は図 2.1(B) の大きさまで収縮

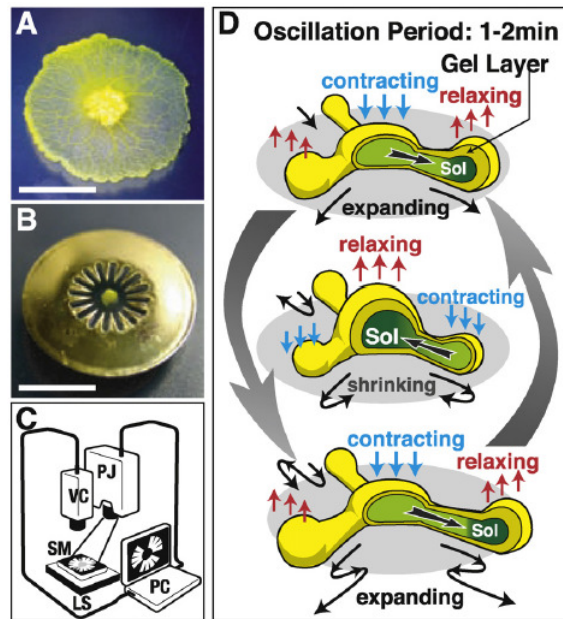


図 2.1: 粘菌の動き [67]

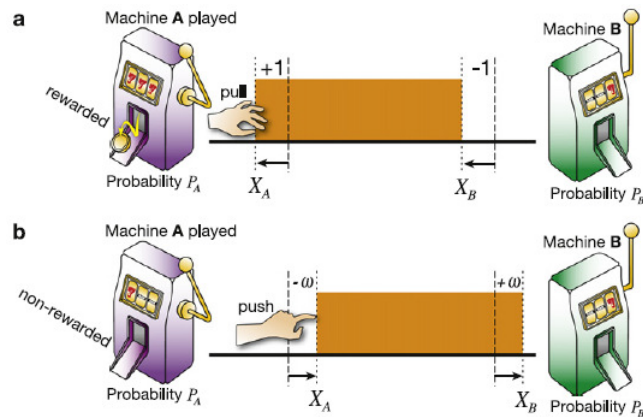


図 2.2: 綱引き理論によるデータ範囲の動き [68]

することができる。粘菌は餌を得るために体積は一定のまま面積を広げて周りの環境の情報を収集する。一方で図2.1(D)のように、粘菌は光が当たった部分を収縮させる性質も持っている。綱引き理論はこのような粘菌の意思決定アルゴリズムを模倣して、非局所性と不規則性を利用している [67]。

ここでは、2台のスロットマシン  $S_A, S_B$  を用いた多腕バンディット問題を用いて、綱引き理論のアルゴリズムを説明する [68]。綱引き理論による時系列データの値の

範囲の動きを図 2.2 に示す。はじめにランダムな時系列のデータとしきい値を用意する。ある時系列のデータがしきい値よりも大きければ、スロットマシン  $S_A$  を選択する。一方で、しきい値よりも小さい場合には、スロットマシン  $S_B$  を選択する。選択したスロットマシンが「当たり」を出したならば、時系列データの値の範囲を選択したスロットマシンが次の意思決定で有利になるように動かす。一方で、選択したスロットマシンが「はずれ」を出したならば、時系列データの値の範囲を選択したスロットマシンが次の意思決定で不利になるように動かす。例えば、図 2.2(a) のようにスロットマシン  $S_A$  が「当たり」を出したならば、次の意思決定でスロットマシン  $S_A$  を選択する確率を上げるために、しきい値より大きい値の領域が広がるように時系列データの値の範囲を移動させる。また、図 2.2(b) のようにスロットマシン  $S_A$  が「はずれ」を出したならば、次の意思決定でスロットマシン  $S_A$  を選択する確率を下げるために、しきい値より大きい値の領域が狭くなるように時系列データの値の範囲を移動させる。綱引き理論はこのような操作を繰り返すことにより意思決定を行う。

また、綱引き理論と比較を行うために、従来法であるソフトマックス法 (2.3.2 節参照) を用いた意思決定も行っている [67]。ソフトマックス法は綱引き理論と似ており、「当たり」が出た場合には選択したスロットマシンが次の意思決定で選択される確率を上げ、「はずれ」が出た場合には次の意思決定で選択される確率を下げるという操作を繰り返す。ソフトマックス法はパラメータにより、1 回のスロットマシンの選択の影響を変化させることができる。1 回のスロットマシンの選択の影響が小さくなるようにパラメータを設定した場合には「探索」に重点を置く意思決定を行い、影響が大きくなるようにパラメータを設定した場合には「知識利用」に重点を置く意思決定を行う。

意思決定の評価方法として、平均正答率 (Correct Decision Rate, CDR) が用いられている。  $n$  サイクル繰り返し行うことにより得られる「最も当たり確率の高いスロットマシンを選べたか」という正答率をスロットマシンの選択の回数ごとに求めたのが平均正答率である。平均正答率  $CDR(t)$  は以下の式で求められる。

$$CDR(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i(t) \quad (2.13)$$

ここで、 $C_i(t)$  は全  $n$  サイクル中  $i$  サイクル目  $t$  回目のスロットマシンの選択において、最も高い当たり確率のスロットマシンを選択した場合には  $C_i(t) = 1$  とし、その他のスロットマシンを選択した場合には  $C_i(t) = 0$  を返す関数である。また、スロットマシンの当たり確率が変化することは、環境変化と呼ばれている。最も当たり確率の高いスロットマシンが変わってしまう環境変化が起こると、平均正答率が急激に下がってしまう。環境変化が起きてから、再び平均正答率が回復するまでの

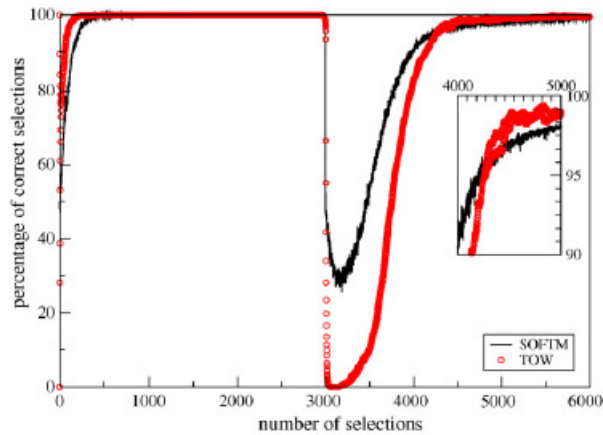


図 2.3: 綱引き理論とソフトマックス法の比較 [67]

スロットマシンの選択の回数が短い場合は環境変化に適応しているため適応性があると言える。文献 [67] の評価では、2つのスロットマシンの当たり確率が0.4と0.6と設定し、3000回で2つのスロットマシンの当たり確率を入れ替えて1000サイクル繰り返して平均正答率を求めている。綱引き理論とソフトマックス法による平均正答率での評価を図2.3に示す。当たり確率の入れ替え(3000回目)以降の平均正答率に着目すると、両アルゴリズムとも平均正答率が落ちていることが分かる。これは、スロットマシンの当たり確率が変わったことが影響している。両アルゴリズムはこの後、当たり確率の高いスロットマシンを再度認識し直すため、平均正答率が回復していく。この時、綱引き理論はソフトマックス法に比べて、3000回目での平均正答率の低下が大きいことが分かる。しかしながら、綱引き理論は平均正答率の回復速度が速く、5000回付近でソフトマックス法を追い抜いている。このことから、綱引き理論はソフトマックス法に比べて適応性があると言える [67]。

### 2.3.5 綱引きボンベ理論

綱引きボンベ理論 [69] は綱引き理論を拡張した競合バンディット問題に対するソフトウェアアルゴリズムである。図2.4に概念図を示す。綱引きボンベ理論では図2.4の青色の液体で満たされたスロットマシンに対する管と黄色の液体で満たされたプレーヤに対する管の2種類が存在する。スロットマシンの選択により2つの管

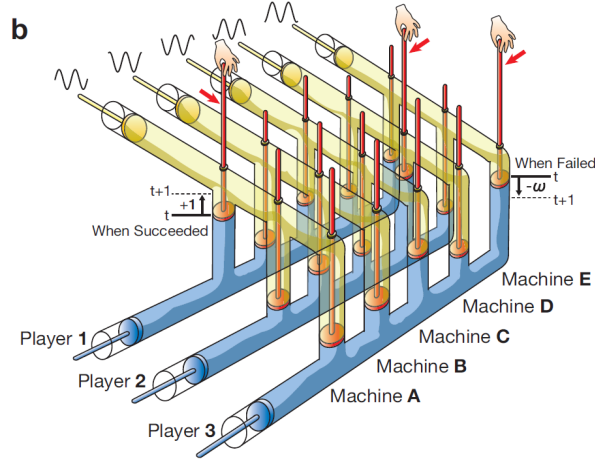


図 2.4: 綱引きボンベ理論の概念図 [69]

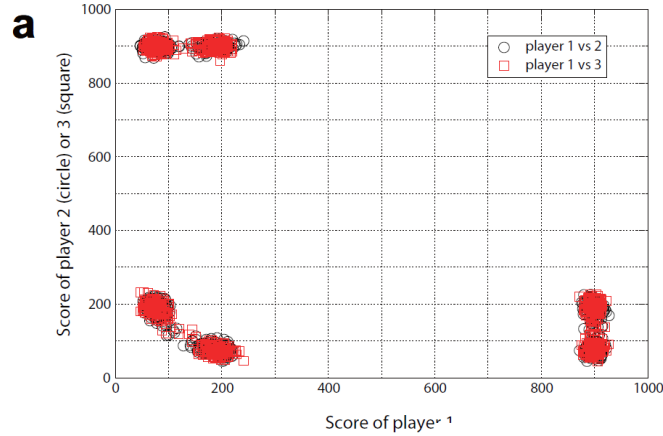


図 2.5: 綱引きボンベ理論を用いた意思決定の結果 [69]

を調整するバルブを操作することで意思決定を行う。モデル式を以下に示す。

$$Q_{(i,k)}(t) = \Delta Q_{(i,k)}(t) + Q_{(i,k)}(t-1) - \frac{1}{M-1} \sum_{j \neq i} \Delta Q_{(j,k)}(t) \quad (2.14)$$

$$X_{(i,k)}(t+1) = Q_{(i,k)}(t) - \frac{1}{N-1} \sum_{l \neq k} Q_{(i,l)}(t) + \delta_{(i,k)}(t) \quad (2.15)$$

ここで  $\Delta Q_{(i,k)}$  はスロットマシンの「当たり」または「はずれ」に対して  $+1, -w$  をそれぞれ割り当てられる。本方式を用いて3プレーヤで5台のスロットマシンによる競合バンディット問題を解いた。それぞれのスロットマシンの当たり確率は  $\{P_A, P_B, P_C, P_D, P_E\} = \{0.03, 0.05, 0.1, 0.2, 0.9\}$  に設定した。したがって、総報酬が

最大となるのは  $P_C, P_D, P_E$  の当たり確率に設定されたスロットマシンを選択した場合である。また、ナッシュ均衡と呼ばれる避けるべき状態は全プレーヤが  $P_E$  のスロットマシンを選択した場合である。1000 プレイで1サイクルとし、1000 サイクル行った結果を図 2.5 に示す。この図ではそれぞれのプレーヤの1サイクル分の総報酬をプロットしている。この方式では100, 200, 900 の値の組からなる交点でクラスタになっていることから、総報酬最大となる選択ができていることが分かる。また、(300, 300) の交点はナッシュ均衡と呼ばれる、全プレーヤが一番良いスロットマシンを選択することで最もロスが大きい状態となる。しかしながら、綱引きボンベ理論を用いた方式ではナッシュ均衡に当たる (300, 300) の交点には1点もないことからナッシュ均衡を避けることができています。

## 2.4 光を用いた意思決定の実装

多くのソフトウェアアルゴリズムが前述の通り提案されている。本節では光の性質を用いてハードウェアを利用した意思決定アルゴリズムについて文献調査を行う。

### 2.4.1 単一光子を用いた実装

綱引き理論を用いた単一光子の実装が提案されている [22]。単一光子による意思決定の装置図を図 2.6 に示す。レーザから単一光子が生成され、偏光板と偏光ビームスプリッタ (PBS) を通って Ch. 0 または Ch. 1 のどちらかの光検出器で単一光子が観測される。Ch. 0 の光検出器で検出された場合はスロットマシン L を選択し、Ch. 1 の光検出器で検出された場合はスロットマシン R を選択する。スロットマシンの選択と「当たり」または「はずれ」の結果から偏光板を回転させる。スロットマシン L が「当たり」を出した場合、Ch. 0 の光検出器での検出がされやすくなるように偏光板を動かす。一方でスロットマシン R が「当たり」を出した場合、Ch. 1 の光検出器での検出がされやすくなるように偏光板を動かす。また、スロットマシンが「はずれ」を出した場合には、スロットマシンに対応する検出器で検出されにくくなるように反対方向に偏光板を動かす。この動作を繰り返すことにより意思決定を行う。

また、偏光板と PBS を複数個使うことにより、3 台以上のスロットマシンによるバンディット問題を解くことが可能である [23]。特に4台のスロットマシンに対する意思決定では図 2.7 に示すように  $PBS_1$  の Coarse layer と  $PBS_2, PBS_3$  の Fine



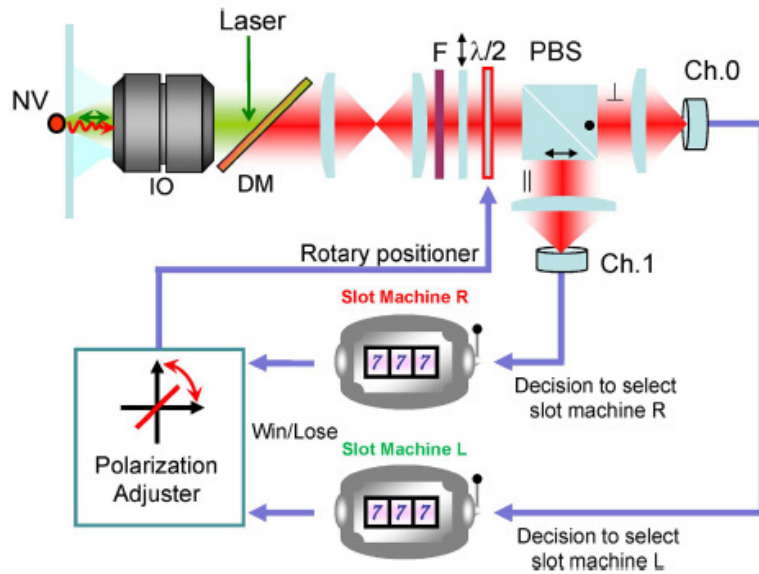


図 2.6: 単一光子による意思決定 [22]

layer の 2 つの層から構成される。Fine layer の当たり確率の平均が大きいレイヤと最も当たり確率の高いスロットマシンが存在するレイヤが一致する場合，図 2.8 に示すように各レイヤを同時に調整することで意思決定を達成できる。これは Coarse layer における比較では，Fine layer の当たり確率の加重平均となる仮想的なスロットマシンでの意思決定が行われるためである。一方で，Fine layer の当たり確率の平均が大きいレイヤと最も当たり確率の高いスロットマシンが存在するレイヤが異なる場合，Fine layer の制御だけを行い，その後で Coarse layer における偏光板の制御を行うトーナメント制御を行うことで意思決定が可能となる。

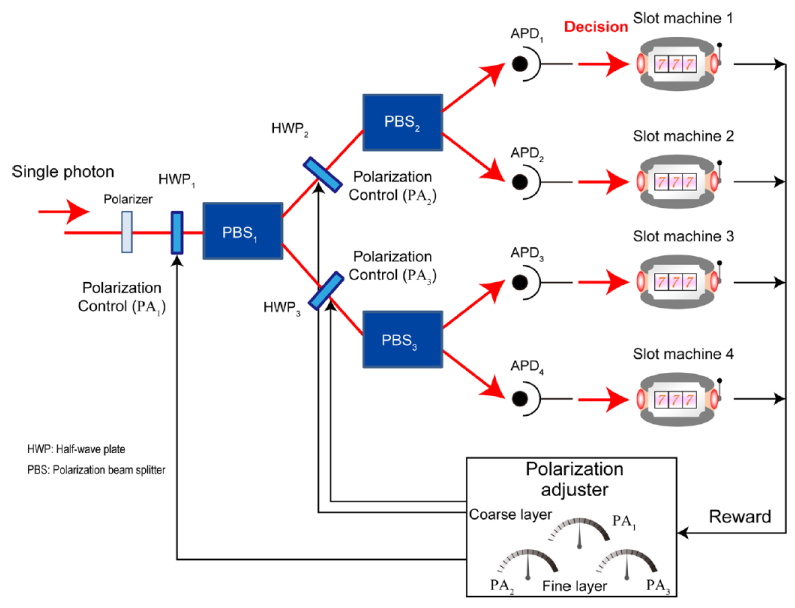


図 2.7: トーナメント構造を有する単一光子による意思決定方式 [23]

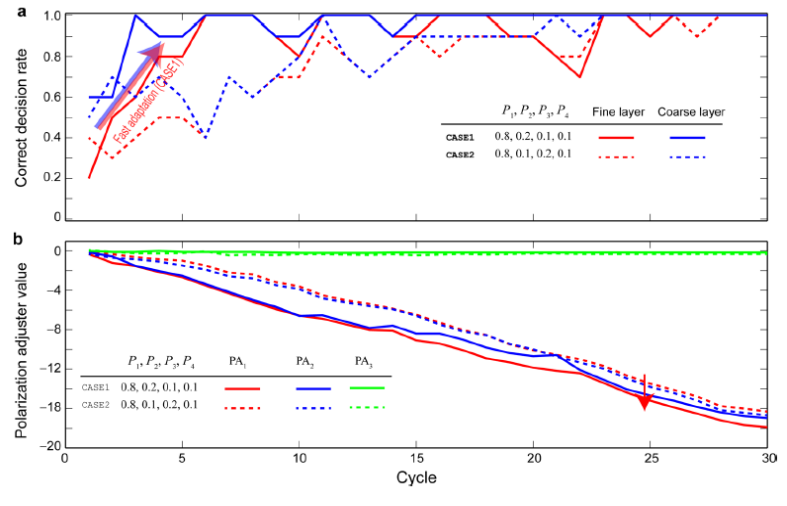


図 2.8: トーナメント構造を有する単一光子による意思決定結果 [23]

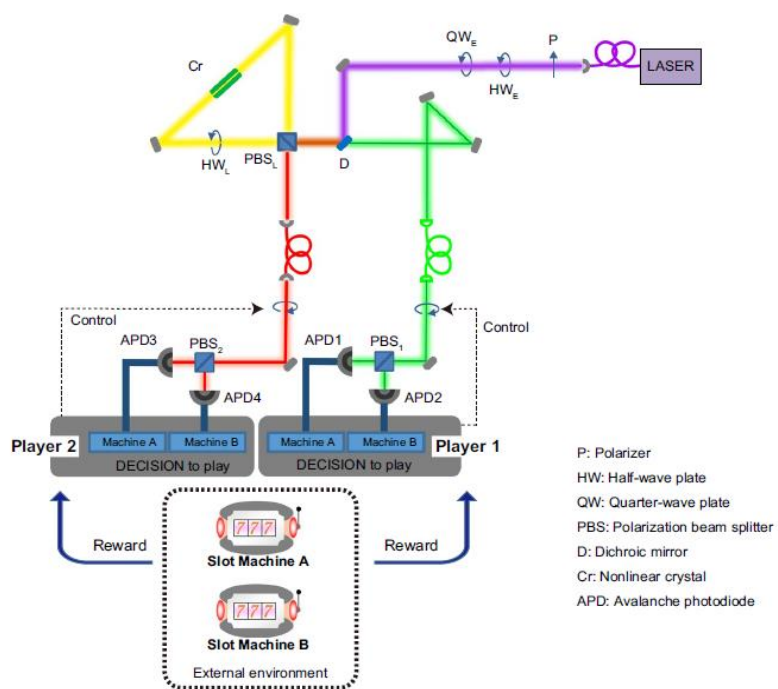


図 2.9: 量子もつれ光子による意思決定方式 [32]

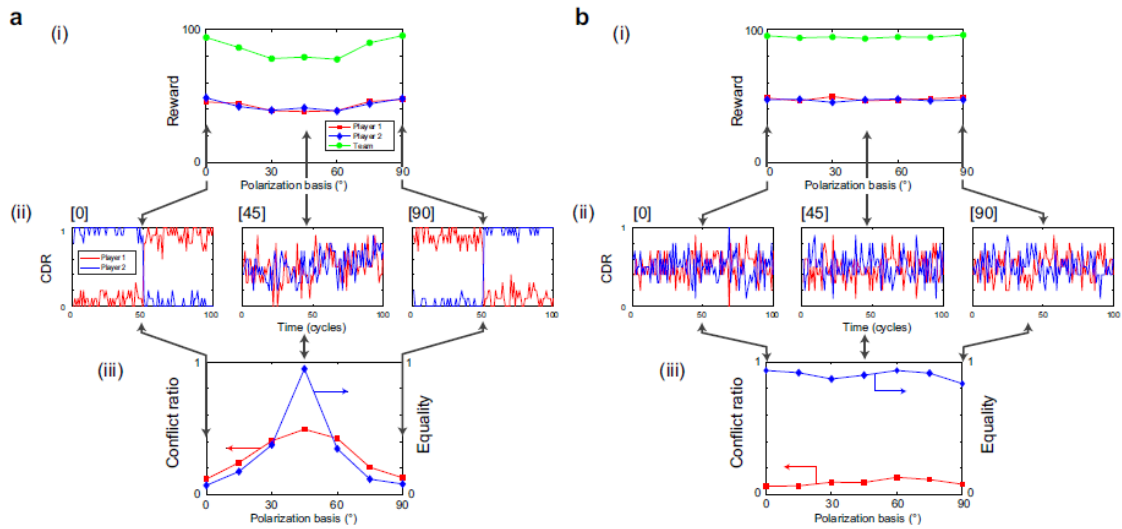


図 2.10: 量子相関光子と量子もつれ光子の意思決定における平等性 [32]

さらに、競合バンディット問題に対する意思決定も行われている [32–34]。量子もつれ光子を用いた実装では、2 プレーヤで 2 台のスロットマシンからなる競合バンディット問題を解決している [32]。装置図を図 2.9 に示す。紫、茶色、黄色の経路から、量子もつれ光子が生成されビームスプリッタにより分割される。分割された光子は垂直方向と水平方向の偏光をそれぞれ有しており、これが各プレーヤに渡される。各プレーヤにおいてはこの光子を用いて先述した単一光子による意思決定を行う。本研究では、量子もつれ光子の他に、相関光子対を用いた方式と比較している。図 2.10 では実験的に得られた相関光子対と量子もつれ光子の比較を行っている。図 2.10(i) では偏光板の動きに対する報酬を示している。相関光子対の方では半波長板の角度が  $45^\circ$  のときに総報酬が減少していることが分かる。これは、図 2.10(iii) に示す衝突率 (Conflict ratio) が  $45^\circ$  のときに増加していることが原因であると考えられる。また、図 2.10(ii) に示す、平均正答率の変化を見ると、半波長板の角度が  $0^\circ, 90^\circ$  のときに、相関光子対では入れ替わりが生じていることが分かる。したがって、図 2.10(iii) に示す平等性 (Equality) では  $0^\circ, 90^\circ$  のときに低下している。一方で、量子もつれ光子では、総報酬の減少が起きていないことが分かる。図 2.10(ii) では、どの半波長板の角度においても平均正答率が揺らいでいることが分かる。しかしながら、図 2.10(iii) の衝突率が低く、平等性が高いことから、量子もつれ光子のペアは同じ偏光を持つことが少なく、偏光状態の入れ替わりが高速であることが分かる。

図 2.11 に非協力的な場合と相関光子対、量子もつれ光子を用いた場合の意思決

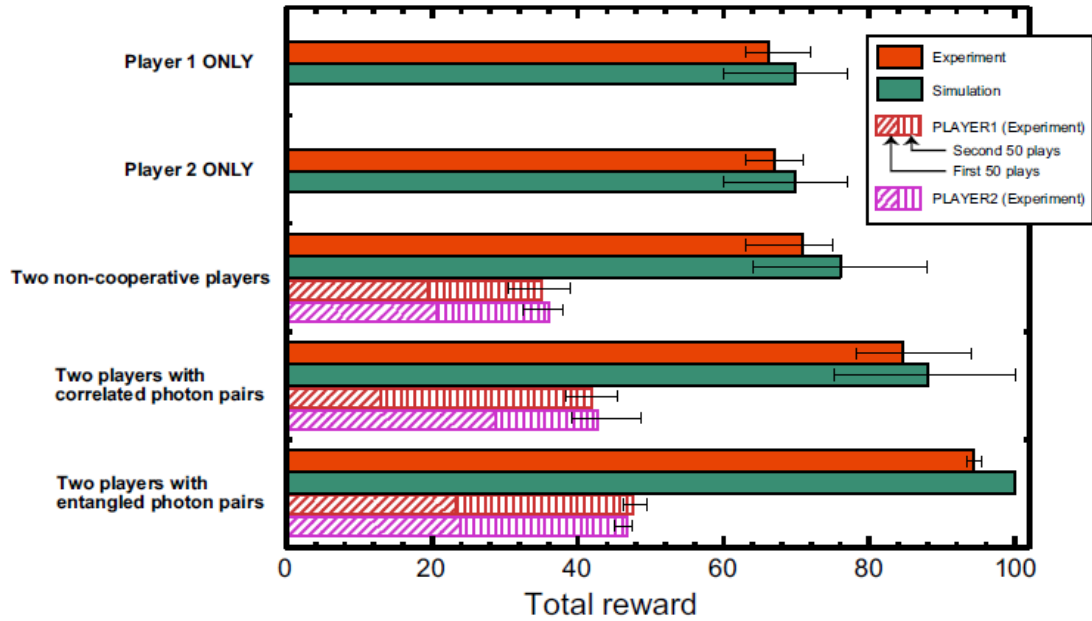


図 2.11: 量子相関光子と量子もつれ光子による意思決定結果 [32]

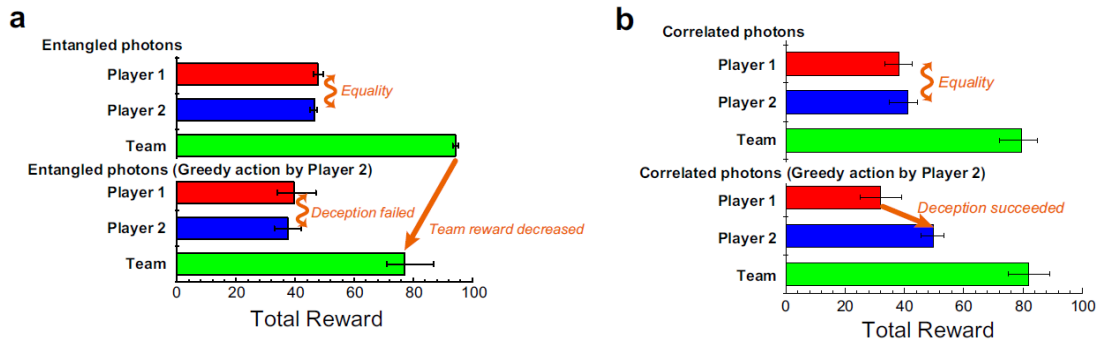


図 2.12: 非協力的なプレーヤの検知 [32]

定の総報酬を比較する。2人が非協力的に意思決定を行った場合よりも相関光子対，量子もつれ光子を用いた場合のほうが総報酬が高いことが分かる。さらに，相関光子と量子もつれ光子を各プレーヤごとの総報酬で比較すると，両方式の総報酬の差が小さいことが分かる。しかしながら，プレイ数を50プレイごとに分けて評価を行うと，相関光子対では最初の50プレイではプレーヤ2の方の総報酬が高く，次の50プレイではプレーヤ1の総報酬が大きくなることが分かる。これは，先述した相関光子対の性質が影響している。

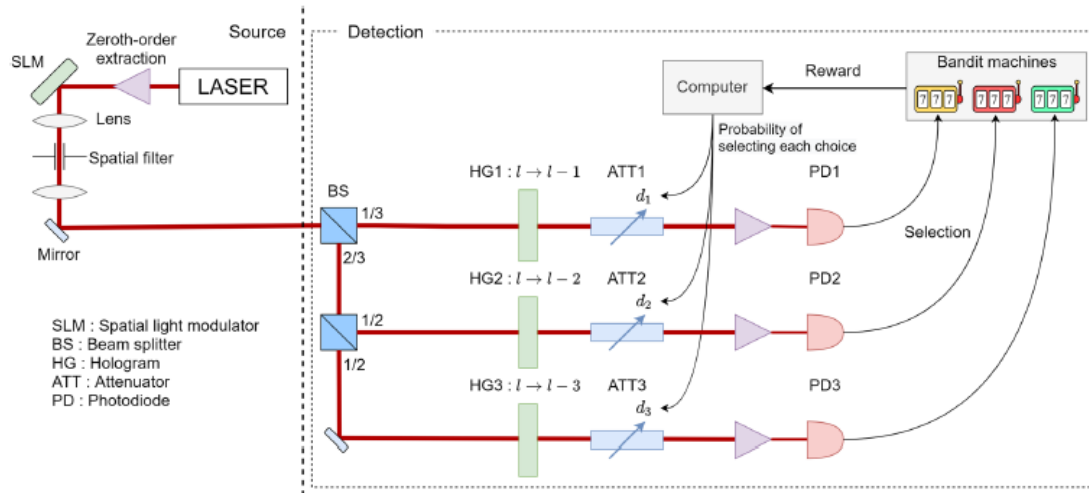


図 2.13: 光の軌道角運動量を利用した意思決定方式 [34]

また、片方のプレーヤが意思決定システムを無視し、グリーディな選択を行った場合についての評価を図 2.12 に示す。図 2.12(a) では、量子もつれ光子における評価を示している。両プレーヤが意思決定方式に基づきスロットマシンを選択した結果、両プレーヤの総報酬は等しいことが分かる。一方で、プレーヤ 2 がグリーディな選択を行った結果ではプレーヤ 2 の報酬はプレーヤ 1 と比較して大きくなり、総報酬が大きく減少していることが分かる。これにより、プレーヤの不正を検知することができる。しかしながら、相関光子対の場合には、プレーヤ 2 がグリーディな選択を行うと、プレーヤ 1 よりも多くの報酬を得られており、総報酬が変化していないことから、プレーヤの不正の検知をすることができないことが分かる。

より多くのスロットマシンに対する競合バンディット問題も研究されている [34]。この実装では、光の軌道角運動量 [70] を利用している。また、光の軌道角運動量を利用した学習として囚人のジレンマ [71] や決闘ゲーム [72] が挙げられる。しかしながら、光の軌道角運動量は従来のレーザー光源では軌道角運動量を持たない。そのため、本方式ではレーザー光から軌道角運動量を有する光を生成する方法として、空間光変調器を利用した方法 [73] を用いる。プレーヤが 1 人の場合を図 2.13 に示す。Source 部分により生成された軌道角運動量を有する光子は、ビームスプリッタ (BS) によりそれぞれの比率で分割される。Detection 部分にあるホログラム (HG1, 2, 3) は軌道角運動量の状態  $l$  ( $l$  は整数) に対して、それぞれ変換を行い  $l = 0$  となる光子のみを通過させる。また、アッテネータ (ATT) で光量を調節することで光検出器 (PD) で光子が検出される確率を変化させる。意思決定においては単一光子と同じく、光子が検出された光検出器に対応するスロットマシンを選択する。選択したスロット

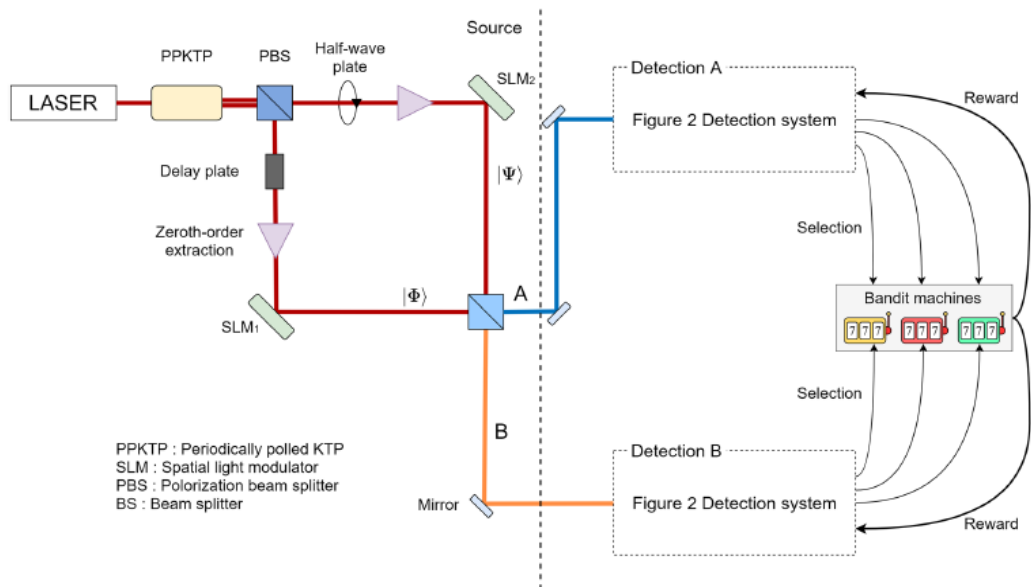


図 2.14: 光の軌道角運動量を利用した複数プレイヤーに対する意思決定方式 [34]

マシンの結果は、アッテネータに反映される。選択したスロットマシンが「当たり」の場合には、選択したスロットマシンに対応するアッテネータの光量を増加させ、選択したスロットマシンがより検出されやすくする。一方で、選択したスロットマシンが「はずれ」の場合には、選択したスロットマシンに対応するアッテネータの光量を減少させ、選択したスロットマシンがより検出されにくくする。観測される PD によりスロットマシンを選択し、結果をアッテネータにフィードバックさせることで意思決定を行う。また、図 2.14 に 2 プレーヤが 3 台のスロットマシンからなる競合バンディット問題の方式を示す。Source 部分では非線形結晶をで光子対を生成し、量子干渉を行う。干渉を行った光子をそれぞれのプレーヤの意思決定に利用する。また、意思決定が行われるのは両プレーヤの光検出器にて同時に光子が検出された場合に限定している。さらに、図 2.15 には各レーザの台数ごとの検出確率を示している。プレーヤ A では正の軌道角運動量を持つ光子が観測され、プレーヤ B では負の軌道角運動量を持つ光子が観測される。本方式では両プレーヤの光検出器が同時に検出した場合に限定されるため、赤線で囲われている部分に注目する。両プレーヤが同じ軌道角運動量 (絶対値が同じ整数) をもつ光子は観測されないことが分かる。また、スロットマシンが  $K \leq 3$  までの場合には各検出パターンは同確率で生じることが分かる。競合バンディット問題の意思決定結果を図 2.16 に示す。両プレーヤがそれぞれ独立に意思決定を行う Greedy 方式よりも軌道角運動量を利用する Quantum interface 方式がどの当たり確率の組に対しても良い性能が得られ

A	B	Detection probability
+1, +1	-	$\frac{1}{2}$
+1	-1	0
-	-1, -1	$\frac{1}{2}$

A	B	Detection probability
+1, +1	-	$\frac{1}{8}$
+1, +2	-	$\frac{1}{4} \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$
+2, +2	-	$\frac{1}{8}$
+1	-1	0
+1	-2	$\frac{1}{4} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$
+2	-1	$\frac{1}{4} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$
+2	-2	0
-	-1, -1	$\frac{1}{8}$
-	-1, -2	$\frac{1}{4} \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$
-	-2, -2	$\frac{1}{8}$

When  $\theta_k = \frac{k-1}{2} \pi$

A	B	Detection probability
+1, +1	-	$\frac{1}{18}$
+1, +2	-	$\frac{1}{9} \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$
+1, +3	-	$\frac{1}{9} \cos^2(\theta_1 - \theta_3)$
+2, +2	-	$\frac{1}{18}$
+2, +3	-	$\frac{1}{9} \cos^2(\theta_2 - \theta_3)$
+3, +3	-	$\frac{1}{18}$
+1	-1	0
+1	-2	$\frac{1}{9} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$
+1	-3	$\frac{1}{9} \sin^2(\theta_1 - \theta_3)$
+2	-1	$\frac{1}{9} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$
+2	-2	0
+2	-3	$\frac{1}{9} \sin^2(\theta_2 - \theta_3)$
+3	-1	$\frac{1}{9} \sin^2(\theta_1 - \theta_3)$
+3	-2	$\frac{1}{9} \sin^2(\theta_2 - \theta_3)$
+3	-3	0
-	-1, -1	$\frac{1}{18}$
-	-1, -2	$\frac{1}{9} \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$
-	-1, -3	$\frac{1}{9} \cos^2(\theta_1 - \theta_3)$
-	-2, -2	$\frac{1}{18}$
-	-2, -3	$\frac{1}{9} \cos^2(\theta_2 - \theta_3)$
-	-3, -3	$\frac{1}{18}$

When  $\theta_k = \frac{k-1}{3} \pi$

A	B	Detection probability
+1, +1	-	$\frac{1}{32}$
⋮	⋮	⋮
+4, +4	-	$\frac{1}{32}$
+1	-1	0
+1	-2	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$
+1	-3	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_1 - \theta_3)$
+1	-4	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_1 - \theta_4)$
+2	-1	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_1 - \theta_2)$
+2	-2	0
+2	-3	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_2 - \theta_3)$
+2	-4	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_2 - \theta_4)$
+3	-1	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_1 - \theta_3)$
+3	-2	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_2 - \theta_3)$
+3	-3	0
+3	-4	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_3 - \theta_4)$
+4	-1	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_1 - \theta_4)$
+4	-2	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_2 - \theta_4)$
+4	-3	$\frac{1}{16} \sin^2(\theta_3 - \theta_4)$
+4	-4	0
-	-1, -1	$\frac{1}{32}$
⋮	⋮	⋮
-	-4, -4	$\frac{1}{32}$

When  $\theta_k = \frac{k-1}{4} \pi$

図 2.15: 光の軌道角運動量を利用した意思決定の初期検出確率 [34]

ることが分かる。しかしながら、単一光子を用いるシステムでは単一光子が放出するタイミングが不確定なため、任意の一定間隔での意思決定を行うことはできないことが問題となっている。さらに、量子もつれ光子を利用した競合バンディット問題に対する意思決定では、片方のプレーヤの複数の検出器で光子を検出が起きる可能性があり、4台以上の場合には均等な検出確率を達成できないことが分かる。



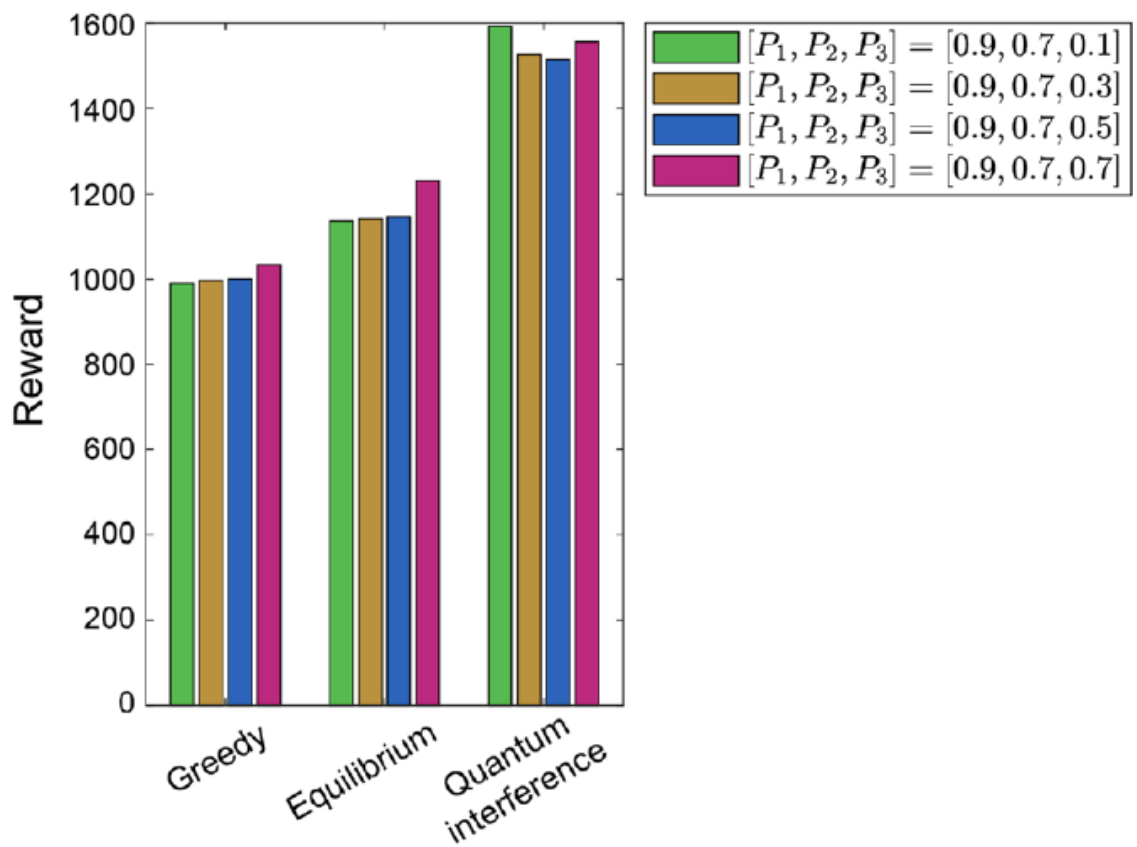


図 2.16: 光の軌道角運動量を利用した意思決定結果 [34]

## 2.4.2 半導体レーザカオスをを用いた意思決定

また，半導体レーザカオスをを用いた意思決定が提案されている [26]．半導体レーザカオスは GHz オーダで不規則振動するため，物理乱数生成や秘密鍵配送に利用されており，このようなレーザカオス波形を用いることにより高速な意思決定が実現できる．半導体レーザカオスによる意思決定の装置図を図 2.17 に示す．戻り光を有する半導体レーザからカオス波形を実験的に取得し，このカオス波形と綱引き理論に基いて動くしきい値を比較することにより，意思決定を行う．カオス波形がしきい値よりも大きい場合にはスロットマシン 1 を選択する．一方で，しきい値を下回った場合にはスロットマシン 2 を選択する．例えば，スロットマシン 1 を選択した場合，スロットマシン 1 が「当たり」を出したならば，次の意思決定でスロットマシン 1 が選択されやすくなるようにしきい値を低く設定する．一方で，スロットマシン 1 が「はずれ」を出したならば，しきい値は次の意思決定でスロットマシン 1 が選択されにくくなるようにしきい値を高く設定する．このようなしきい値  $T(t)$  は以下の式で定義される [26]．

$$T(t) = \begin{cases} -kN & ((\text{int})TA < -N) \\ k(\text{int})TA & (-N < (\text{int})TA < N) \\ kN & ((\text{int})TA > N) \end{cases} \quad (2.16)$$

ここで  $k$  はしきい値ステップ幅であり，しきい値が 1 回に移動する量を示す．また， $N$  はしきい値ステップ数であり，しきい値の移動範囲を制限する．そして， $TA(t)$  はしきい値制御変数と呼ばれており，以下の式で決定される．

$$TA(t) = X(t) + \alpha TA(t - 1) \quad (2.17)$$

ここで， $X(t)$  はスロットマシンの選択と「当たり」または「はずれ」の結果から  $+1$  または  $-1$  の値を取る．また， $\alpha$  は記憶係数と呼ばれており，過去のしきい値制御変数の値を重み付けして，現在のしきい値制御変数に反映させている．

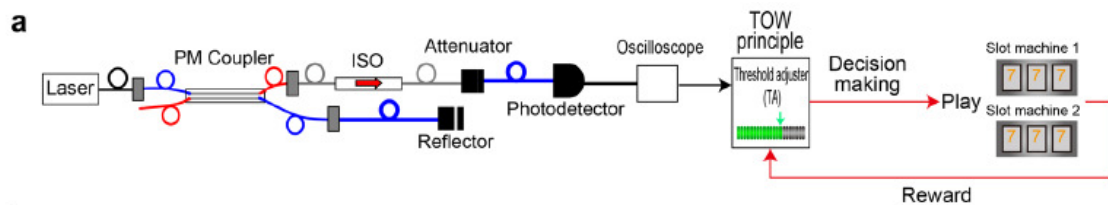


図 2.17: 半導体レーザカオスによる意思決定 [26]

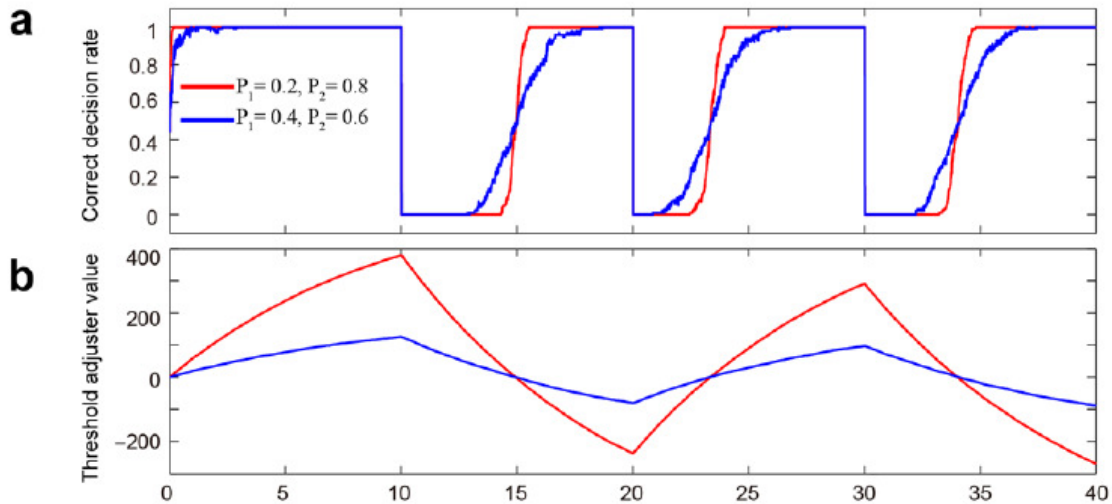


図 2.18: レーザカオスによる意思決定の平均正答率 [26]

半導体レーザカオスを用いた意思決定の平均正答率による評価結果を図 2.18(a) に示す. スロットマシンの選択を 10 ps で行っており, 評価に用いた多腕バンディット問題は 10 ns (1000 回のスロットマシンの選択) ごとにスロットマシンの当たり確率を入れ替えている. また, 2 つの当たり確率の和は既知であるとして数値計算で実装している. 赤色のグラフはスロットマシン 1 の当たり確率が 0.2, スロットマシン 2 の当たり確率が 0.8 の場合を示している. 一方で, 青色のグラフはスロットマシン 1 の当たり確率が 0.4, スロットマシン 2 の当たり確率が 0.6 の場合を示している. つまり, 青色のグラフの方が赤色のグラフに比べてスロットマシンの当たり確率の差が小さいため, 問題が難しくなっている. 2 つのグラフはどちらの場合でも, 環境変化が起きても平均正答率は 1 に達している. しかしながら, 平均正答率が 1 に達するまでに要するスロットマシンの選択回数が異なり, スロットマシンの当たり確率の差が小さい (つまり問題が難しい) 青色のグラフの方が適応に時間を要することが分かる. また, 2 つの当たり確率の和が未知の場合でも意思決定を行っている. 当たり確率の和が分からない場合には, それぞれのスロットマシンの当たり確率を推定し, その推定値から  $X(t)$  の量を変化させることにより, しきい値  $T(t)$  の移動量を調節する. このような実装により, 当たり確率の和が分かっている場合と比較して意思決定の回数が多くなってしまいが, 平均正答率が 1 まで達する意思決定を行うことができる.

さらにしきい値を複数用意することで 128 台までの意思決定が行われている [27]. 本方式では単一光子で用いたトーナメント方式を図 2.19 に示すように, 異なるサンプリング点から時系列を取得している. したがって, 任意の台数の多重化が可能となっ

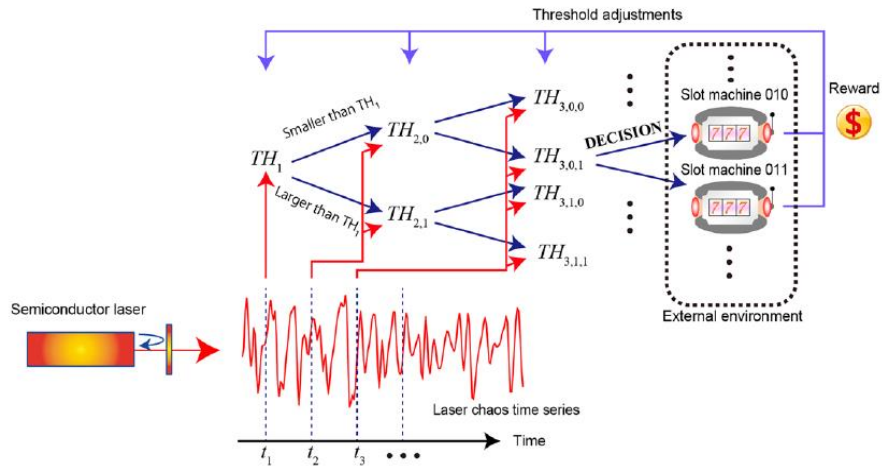


図 2.19: トーナメント構造を有するレーザカオスを用いた意思決定方式 [27]

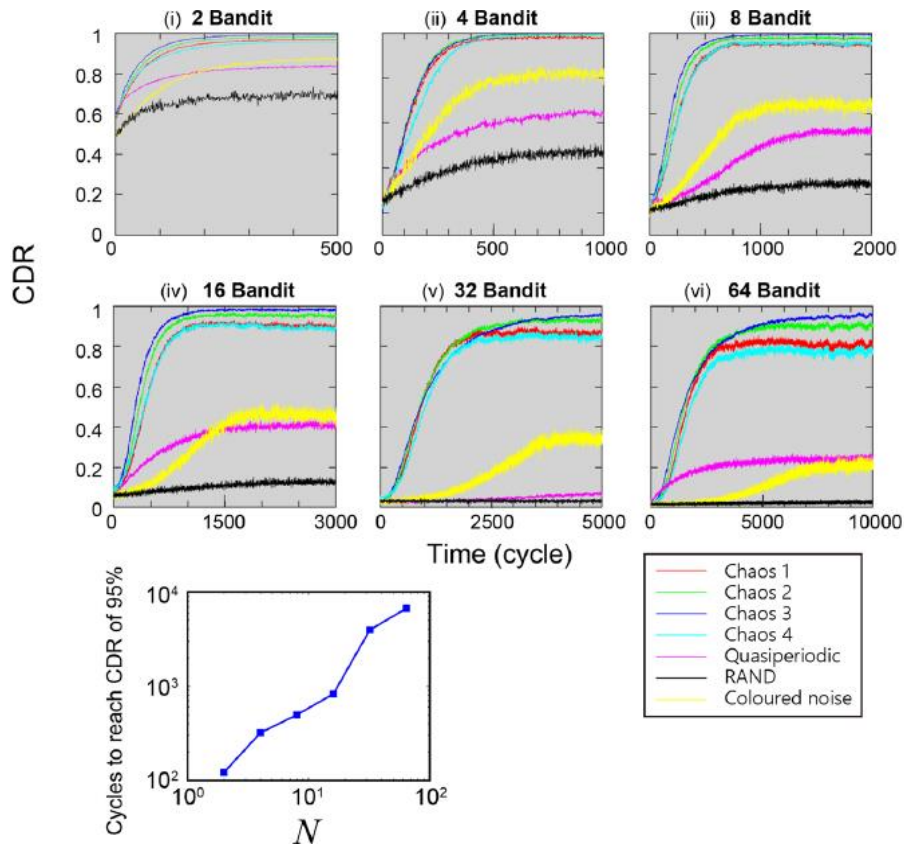


図 2.20: 多くのスロットマシンに対するレーザカオスを用いた意思決定結果 [27]

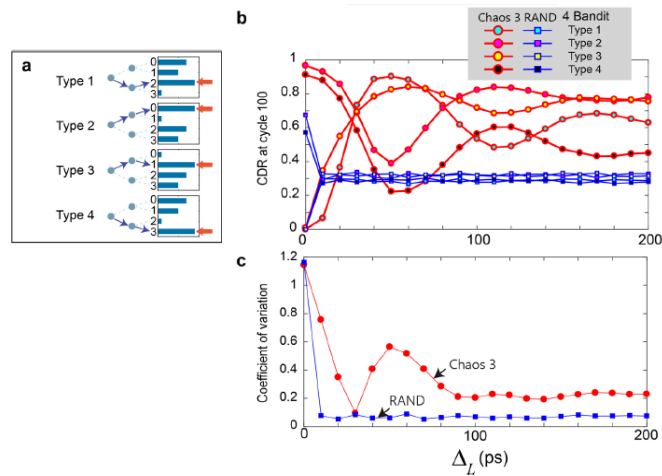
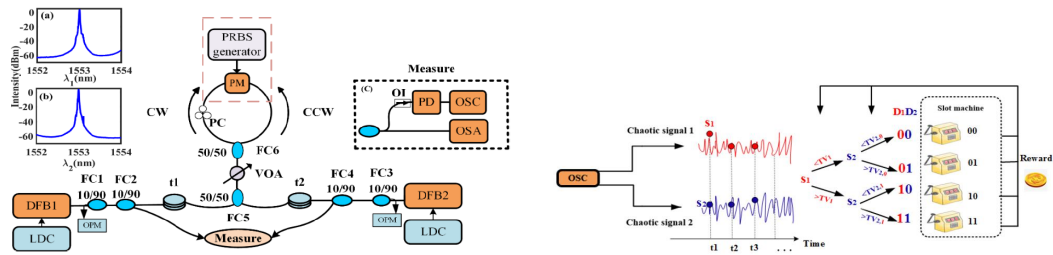


図 2.21: サンプリング間隔と問題依存性の調査 [27]

ている．この方式を用いて多くのスロットマシンの台数に対する意思決定の評価を行っている．図 2.20 にその意思決定結果を示す．特に，カオスの時間波形 (Chaos1, 2, 3, 4) を利用することで，一様乱数 (RAND) や準周期波形 (Quasiperiodic), 有色ノイズ (Coloured noise) よりも性能が良いことが分かる．また，平均正答率が初めて 0.95 以上となるサイクル数を調査することで，スロットマシンの台数  $N$  に対して， $y = N^{1.16}$  のオーダーでスロットマシンの選択回数が増加することが分かった．さらにスロットマシンの当たり確率を変えずに，配置が異なる問題を解決させた場合を図 2.21 に示す．サンプリング間隔を変化させることで問題に対して，100 プレイ目の平均正答率は擬似乱数を用いた場合と比較して変化していることが分かる．また，当たり確率の組は変わっていないにも関わらず，スロットマシンの配置に対して平均正答率の変化が異なることから，スロットマシンの配置に対して大きく影響を受けているといえる．

また，異なるレーザカオスの時系列を利用した方法として，サニャック効果を利用した 2 出力カオスシステムを利用する意思決定が報告されている [30]．図 2.22(a) に実験装置図を示す．この方式では，2つの半導体レーザに対してサニャックループにより相互結合させる．サニャックループでは時計回りの信号だけを位相変調する．得られた 2つの時間波形は図 2.22(b) に示すそれぞれのしきい値判定に用いられる．

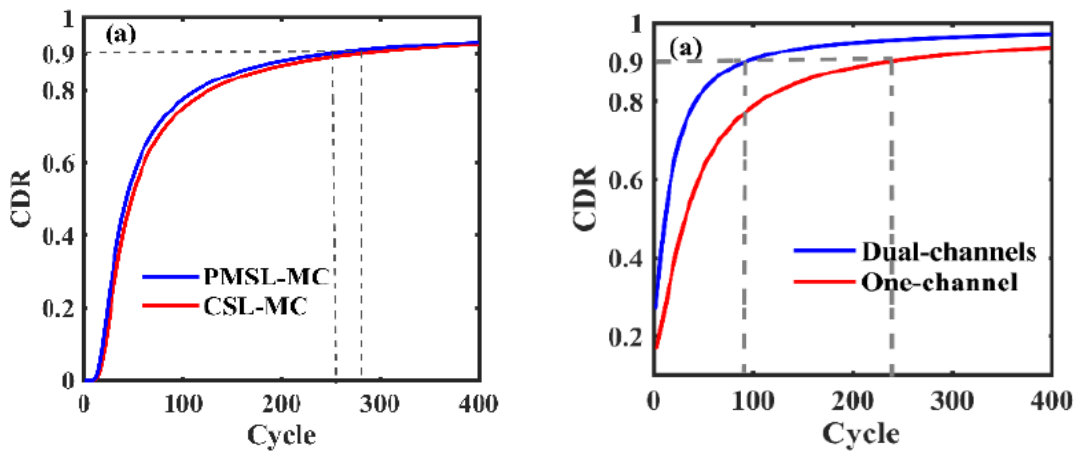
意思決定の評価結果を図 2.23 に示す．図 2.23(a) は図 2.22(a) 中の位相変調器を利用する場合 (PMSL-MC) と利用しない場合 (CSL-MC) の評価を行っており，位相変調器を利用することで性能が良くなることが示された．また，図 2.23(b) では 2



(a) サニャック効果を利用した意思決定の実験装置図

(b) サニャック効果を利用した意思決定におけるスロットマシンの選択方法

図 2.22: サニャック効果を利用した意思決定方式 [30]



(a) サニャック効果の有無による評価結果

(b) 利用するレーザの台数による評価結果

図 2.23: サニャック効果を利用した意思決定結果 [30]

つのレーザを利用する場合 (Dual-channels) と 1 つのレーザから 2 点をサンプリングして用いた場合 (One-channel) を比較すると、2 つのレーザを利用する場合の方が性能が良いことが分かる。

さらに、全結合レーザネットワークを利用した意思決定も報告されている [31]。実験装置図を図 2.24(a) に示す。3 つの半導体レーザは 1 つのフィードバックループに接続されている。これにより、各レーザの信号は全レーザに注入される。本レーザネットワークでは結合遅延時間が  $\tau_{11} = 2 \text{ ns}$ ,  $\tau_{22} = 2.02 \text{ ns}$ ,  $\tau_{33} = 2.04 \text{ ns}$  に設定されており、それぞれのレーザ間には非対称な遅延時間を有している。本装置で用い

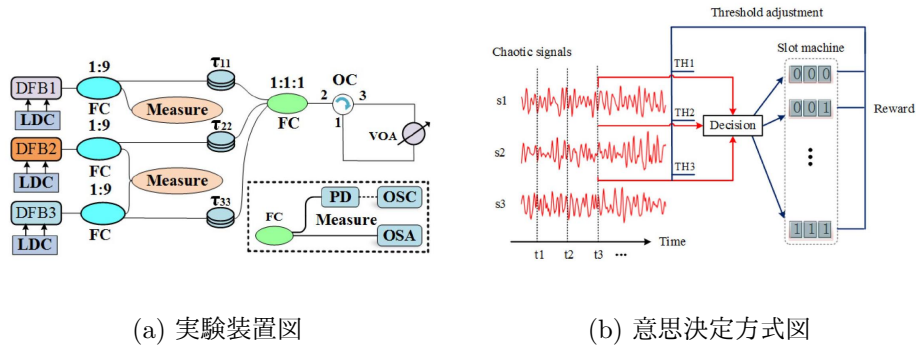


図 2.24: 全結合レーザネットワークを利用した意思決定 [31]

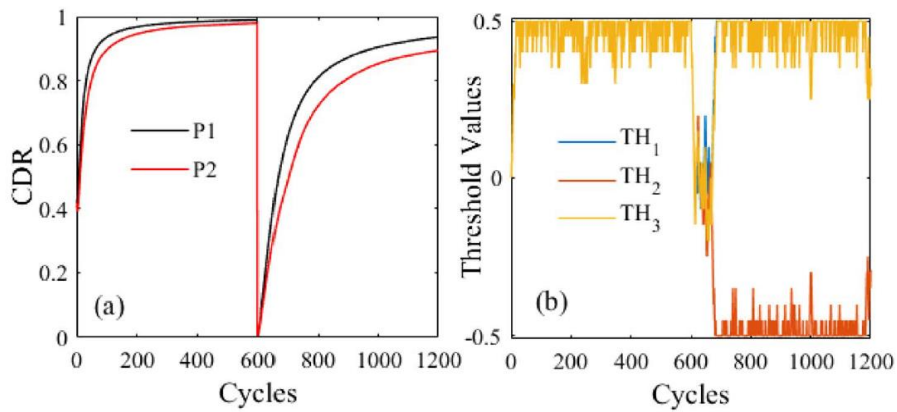


図 2.25: 全結合レーザネットワークを利用した意思決定結果 [30]

る半導体レーザネットワークでは異なる波形が観測される．そこで図 2.24(b) に示す意思決定方式を考える．3 台の半導体レーザから生成された光強度をサンプリングし、しきい値で 0, 1 を判定し、3 桁の 2 進数の乱数を生成する．8 台のスロットマシンには 2 進数における割当が行われており、対応するスロットマシンを選択する．また、選択したスロットマシンの結果に応じてしきい値を変化させる．図 2.25 に、平均正答率の結果を示す．黒線は当たり確率の最大と最小の差が大きく、赤線は当たり確率の差が小さい．黒線の方が早く 1 に収束していることが分かる．また、600 サイクルで当たり確率を入れ替えているが、正しいスロットマシンを選択していくことが分かる．

### 2.4.3 リングレーザを用いた実装

リングレーザを用いた意思決定が報告されている [29]. リングレーザでは, 図 2.26 のようにリング状の導波路が形成されており, その中で, 時計回り方向と反時計回り方向の発振が生じる. それぞれの光は PD<sub>1</sub> と PD<sub>2</sub> により検出される. また, 検出器の反対側には, それぞれの方向の発振を誘起させる電極 BC<sub>1</sub> と BC<sub>2</sub> が設置されている. 図 2.27a に, それぞれ誘起電流を流した時間波形を示す. 図 2.27a(i) では誘起

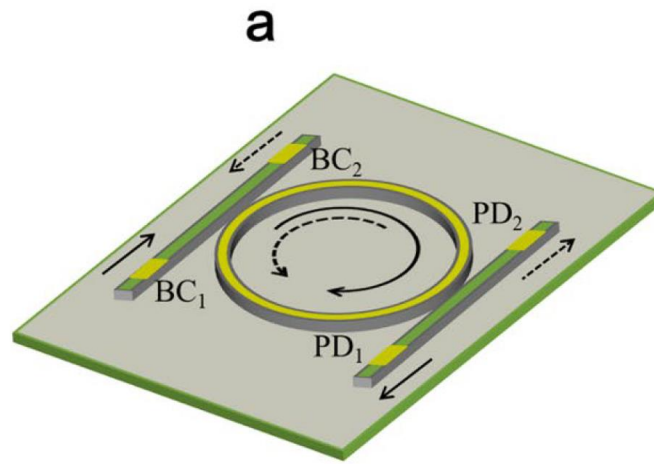


図 2.26: リングレーザの模式図 [29]

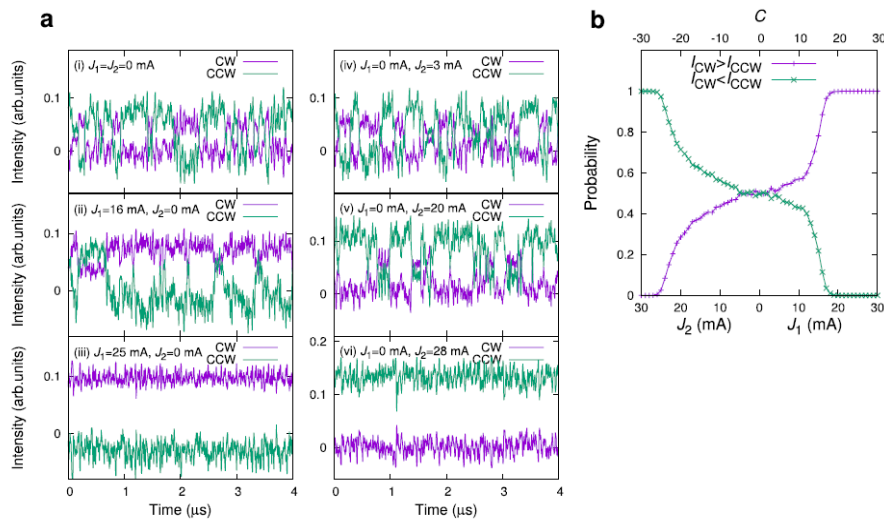


図 2.27: リングレーザの時間波形 [29]



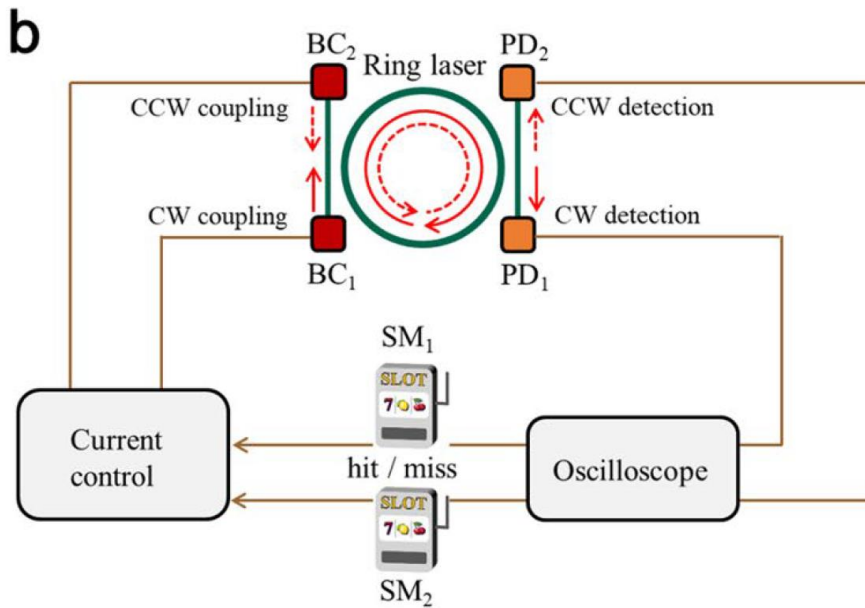


図 2.28: リングレーザを用いた意思決定方式 [29]

電流がない状態の時間波形である。時計回り方向 (CW) と反時計回り方向 (CCW) の光強度の時間波形は不規則振動をしながら、大小関係がスイッチングしていることが分かる。また、図 2.27a(ii),(iii) と電極  $BC_1$  の注入電流  $J_1$  が大きくなるにつれて、大小関係のスイッチングがなくなり、図 2.27a(iii) では必ず、時計回り方向の時間波形が一意に値が大きい。一方で、図 2.27a(iv),(v),(vi) と電極  $BC_2$  の注入電流  $J_2$  が大きくなるにつれて、反時計回りの時間波形の値が大きくなることが分かる。そこで、各パラメータにおいて時間波形を大小比較により求めた確率を図 2.27b に示す。また、ここでは 2 つの注入電流を  $C = J_1 - J_2$  として 1 つのパラメータとしている。示した時間波形の通り、 $C = 0$  のときには、2 つの時間波形は均等なスイッチングしているのに対し、 $C$  の絶対値が大きくなるにつれて片方の時間波形が大きくなる確率が高くなる。この確率変化を利用して意思決定を行う。

意思決定方法を図 2.28 に示す。リングレーザから時間波形を取得し、大小比較を行う。時計回り方向の値が大きい場合には  $SM_1$  を選択し、反時計回り方向の値が大きい場合には  $SM_2$  を選択する。次に、スロットマシンの結果に応じて注入電流を調整する。「当たり」の場合には対応する方向の注入電流が大きくなる方に変化させ、「はずれ」の場合には対応する方向の注入電流が小さくなる方に変化させる。この操作を繰り返すことで意思決定を行う。図 2.29a に意思決定による時間波形と注入電流の変化を示す。本研究での意思決定では当たり確率として、 $\{P_{CW}, P_{CCW}\} = \{0.7, 0.3\}$  とした。意思決定の序盤では、 $C$  の値は 0 付近であり、2 つの時間波形はスイッチ

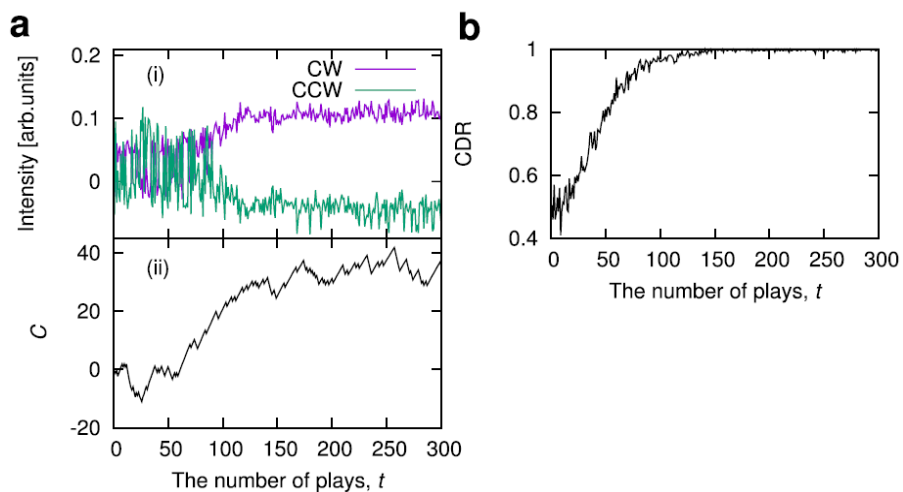


図 2.29: リングレーザを用いた意思決定結果 [29]

ングをしていることが分かる。スロットマシンを選択するにつれて、当たり確率の高い時計回り方向の時間波形の値が高くなることが分かる。この結果、図 2.29b に示すように平均正答率が 150 play で 1 に収束することが分かる。リングレーザでの意思決定は初めて光の発振モードによる意思決定を達成したが、時計回り方向と反時計回り方向の 2 つのモードしかないため、拡張性が課題となる。

## 2.5 意思決定の応用

前節では様々な光意思決定方式を示したが、これらの意思決定を利用した応用が研究されている。

### 2.5.1 意思決定を利用した無線チャンネル選択

はじめに、意思決定を利用したチャンネル選択 [46] について述べる。無線通信では、様々なチャンネル帯があり、時間帯によりチャンネルの通信しやすさが異なる。そこで、図 2.30a に示すようにスロットマシンを各チャンネルに対応させることで、意思決定とみなすことができる。また、スロットマシンの「当たり」・「はずれ」を今までの平均スループットと現在のスループットを大小比較の結果に対応させる。本研究では図 2.30b に示す、CH36, 40, 44, 48 の4つのチャンネルでの評価を行った。意思決定で

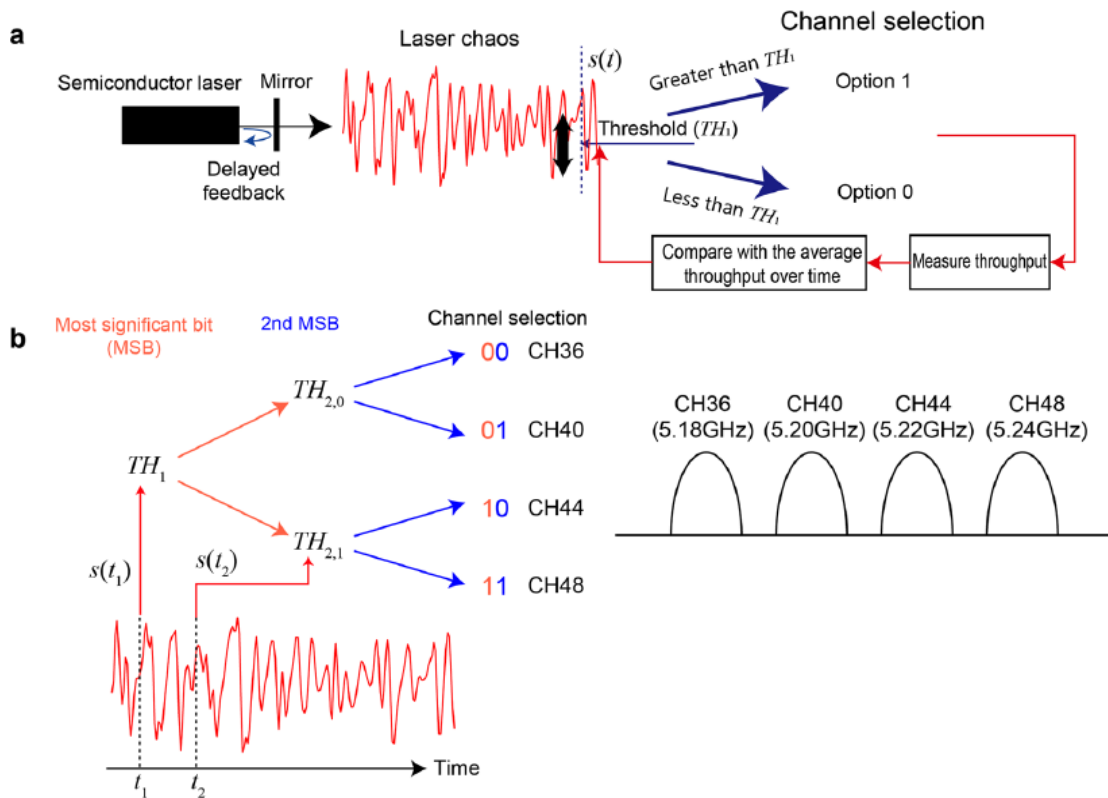


図 2.30: レーザカオスの意思決定を利用したチャンネル選択 [46]

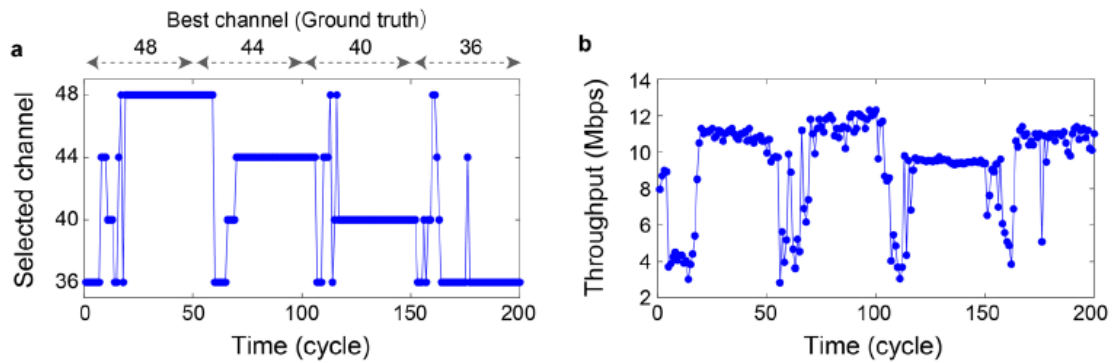


図 2.31: チャンネル選択の評価結果 [46]

は参考文献 [27] の方式を用いている．意思決定によるチャンネル選択の結果を図 2.31 に示す．図 2.31a では時間により良い高いスループットに変化しており，意思決定によるチャンネル選択を正しく行えることが分かる．一方で，図 2.31b に示すスループットを見てみると，最も良いチャンネルが切り替わる部分では，低いスループットになっているが，多くの部分においてチャンネルを切り替えながら，10 Mbps を超える高いスループットを有していることが分かる．本研究では IEEE 802.11a [47] という 5 GHz 帯で最大速度が 54 Mbps となる家庭用で用いられていた規格を利用して高いスループットを達成した．また，最新の研究として，このチャンネル非直行多元接続 (Non-Orthogonal Multiple Access, NOMA) における複数ユーザのペアリングに対して意思決定を用いた研究 [74] が報告されている．

## 2.5.2 リザーバコンピューティングと組み合わせたモデル選択

また，意思決定の応用として，リザーバコンピューティングと組み合わせたモデル選択が提案されている [75]．モデル選択は，複数のモデルから，リザーバコンピューティングにて予測を行い，どのモデルが正しいかを意思決定を利用して選択を行う．モデル選択の装置図を図 2.32 に示す．本研究では，レスラーモデルとローレンツモデルの 2 つのモデルに対するモデル選択を考える．リザーバコンピューティングはそれぞれの時系列のみを用いて学習を行い，レスラーモデルの時系列予測用の重み付けを  $w_1$  に，ローレンツモデルの時系列予測用の重み付けを  $w_2$  に保存しておく．時系列データ  $u(t)$  を入力とし，リザーバコンピューティングに入力する．出力された波形に対し，2 つの重み付け  $w_1, w_2$  から次の入力される値  $p_1, p_2$  を予測する．予測された値のどちらを利用するかを半導体レーザーの時間波形を用いた意思決定で決

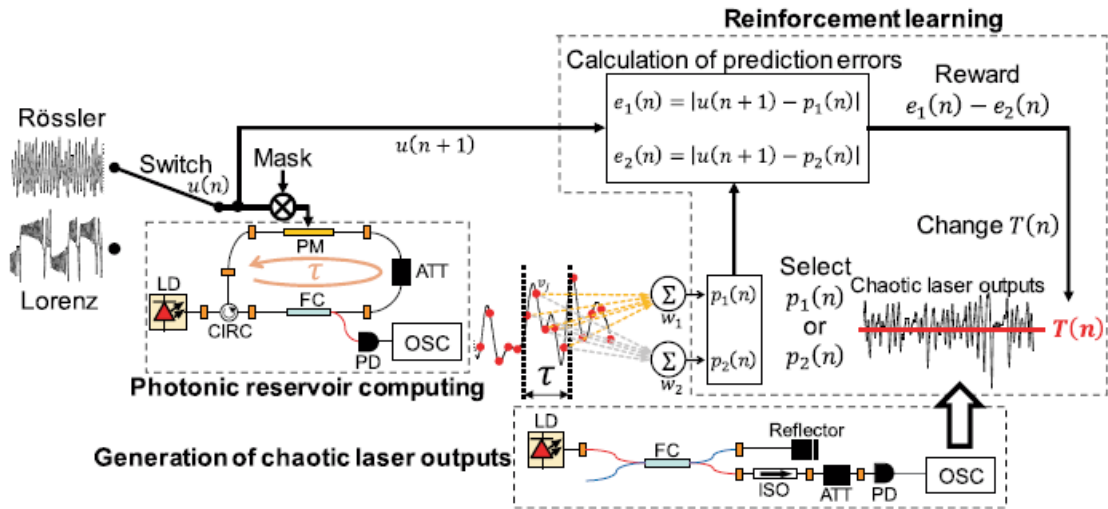
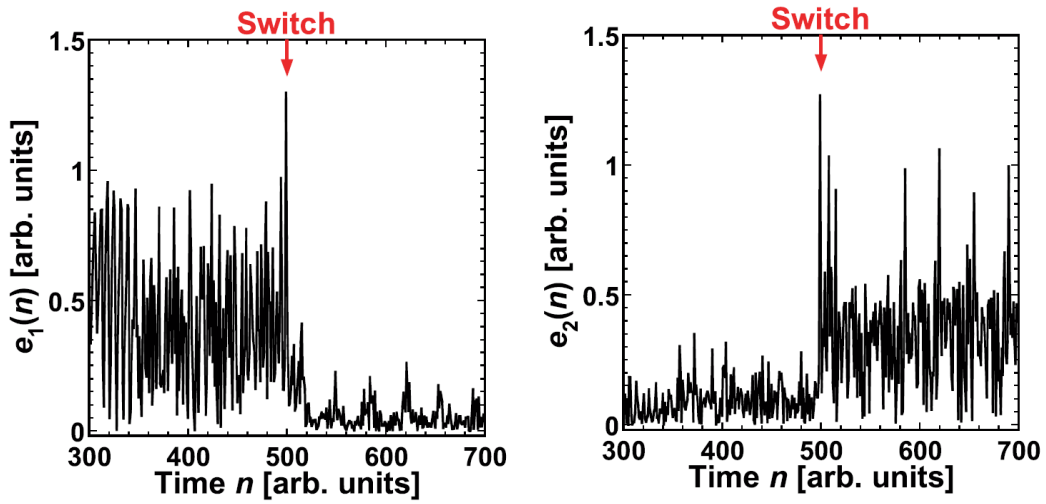


図 2.32: レーザカオスの意思決定を利用したモデル選択 [75]

める。意思決定における学習は2つの予測  $p_1, p_2$  と実際の次の入力される値  $u(t+1)$  からそれぞれ誤差  $e_1, e_2$  を求め、しきい値に  $e_1(t) - e_2(t)$  を反映させる。これを繰り返すことで、モデル選択が行われる。本研究では、ローレンツモデルとレスラーモデルが500点ごとにスイッチングする時系列を用いてモデル選択を行う。

はじめに、学習をした重み  $w_1, w_2$  の片方だけを利用した場合の予測結果を図 2.33 に示す。図 2.33(a) ではレスラーモデルの予測に対する重み付け  $w_1$  のみを利用した場合の誤差  $e_1$  を示している。500点目まではローレンツモデルの時系列であるため、大きな誤差が生じており、500点目以降ではレスラーモデルの時系列であるために、誤差が小さくなっている。また、図 2.33(b) ではローレンツモデルの予測に対する重み付け  $w_2$  のみを利用した場合の誤差  $e_2$  を示している。500点目まではローレンツモデルの時系列であるため、小さな誤差が生じており、500点目以降ではレスラーモデルの時系列であるため、誤差が大きくなっている。このように、片方の重み付けだけでは予測誤差が定常的に小さくすることができない。モデル選択を行った結果を図 2.34 に示す。平均モデル選択率 (Correct model selection rate, CMSR) では、平均正答率と同じように、同じ入力時系列データに対して複数回評価を行うことで、正しくモデルを選択できているかを評価する。平均モデル選択率はモデルが切り替わるごとに0から1へと収束していることが分かる。本研究では、一つのモデルが切り替わる時系列だけでなく、2つのモデルを混合した時系列や、パラメータの異なるレスラーモデルの時系列に対するモデル予測も達成している。また、光電気システムにおいてのオフラインでの実装実験が行われている [76, 77]



(a) レスラーモデルの予測の重みづけのみを利用した予測結果

(b) ローレンツモデルの予測の重みづけのみを利用した予測結果

図 2.33: 単一の重みづけを利用した場合の予測結果 [75]

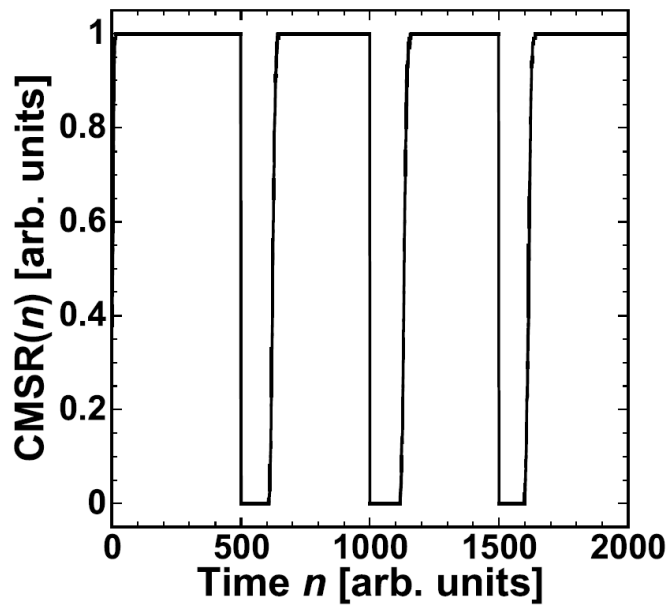


図 2.34: レーザカオスの意思決定を用いたモデル選択結果 [75]

## 2.6 レーザカオス

本研究では半導体レーザネットワークの一般化を行う．そこで本節では，レーザカオスの歴史として Lorenz-Haken 方程式と戻り光を有する半導体レーザのレート方程式として Lang-Kobayashi 方程式について文献調査を行う．特に，Lang-Kobayashi 方程式においては導出を行う．

### 2.6.1 Lorenz-Haken 方程式

レーザカオスにおける理論は文献 [78] が説明している．この理論は図 2.35 に示す一方向性のリング共振器で説明されている．実際のレーザとして用いられている Fabry-Perot レーザとは厳密には異なるが，単純な構成での説明ができる [79]．リング共振器によるレーザのモデルは電界  $E$ ，原子分極  $P$ ，反転分布  $W$  からなる

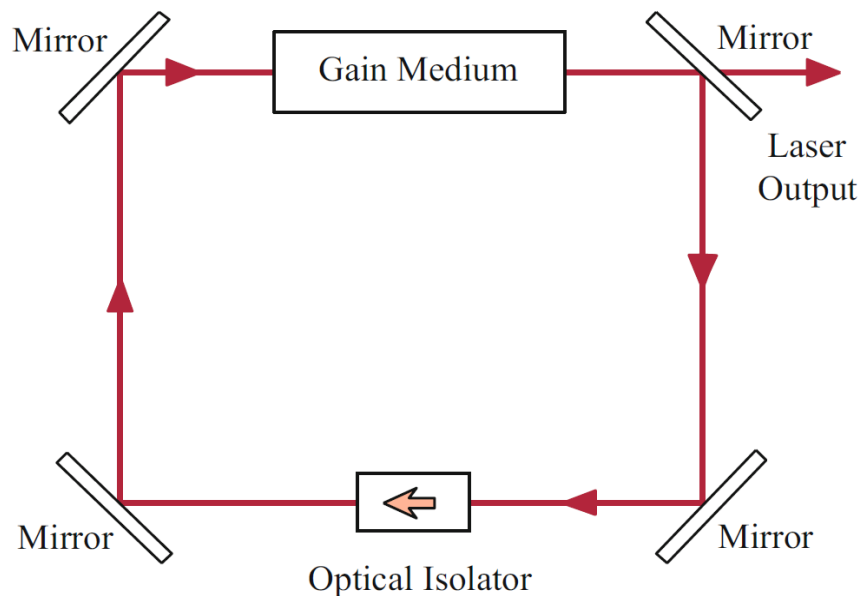


図 2.35: 一方向リング共振器 [79]

Maxwell-Bloch 方程式 [80] から算出される.

$$\frac{\partial E(z,t)}{\partial z} + \frac{\eta}{c} \frac{\partial E(z,t)}{\partial t} = i \frac{k}{2\varepsilon_0 \eta^2} P(z,t) - \frac{\eta}{2T_{ph}c} E(z,t) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial P(z,t)}{\partial t} = -i(\omega_A - \omega_0)P(z,t) + \frac{i\mu^2}{2\hbar} E(z,t)W(z,t) - \frac{P(z,t)}{T_2} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial W(z,t)}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} \{E(z,t)P^*(z,t) - E^*(z,t)P(z,t)\} + \frac{W_0 - W(z,t)}{T_1} \quad (2.20)$$

ここで,  $W_0$  は外部ポンプにより誘起される反転分布である.  $\varepsilon_0$  は真空中の誘電率,  $\omega_A, \omega_0$  は放出・吸収される光の角周波数と発振角周波数,  $c$  は真空中の光の速さ,  $\mu$  は透磁率,  $\eta$  はレーザー媒質の屈折率,  $\hbar$  はプランク定数を示す. また,  $T_{ph}, T_2, T_1$  はそれぞれ, 光子寿命, 原子分極緩和時間, 反転分布緩和時間である.

この方程式が Lorenz モデル [81] と等価であることを示す. まず以下の変数変換を行う.

$$\bar{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 c \eta}{2E}} \quad (2.21)$$

$$\bar{P} = \frac{k}{\varepsilon_0 \eta^2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 c \eta}{2P}} \quad (2.22)$$

$$w = \sigma_s W \quad (2.23)$$

$$\sigma_s = \frac{\mu^2 \omega_0 T_2}{2\varepsilon_0 \hbar c \eta} \quad (2.24)$$

$$\delta = (\omega_0 - \omega_A) T_2 \quad (2.25)$$

$$I_{\text{sat}} = \frac{\hbar^2 c \eta \varepsilon_0}{2\mu^2 T_1 T_2} \quad (2.26)$$

さらに, 小さな平均場とみなして,  $\partial E/\partial z$  を省略すると以下の方程式が得られる [82].

$$\frac{d\bar{E}(t)}{dt} = i \frac{c}{2\eta} \bar{P}(t) - \frac{1}{2T_{ph}} \bar{E}(t) \quad (2.27)$$

$$T_2 \frac{d\bar{P}(t)}{dt} = -(1 - i\delta) \bar{P}(t) + i\bar{E}(t)w(t) \quad (2.28)$$

$$T_1 \frac{dw(t)}{dt} = w_0 - w(t) + \frac{\text{Im}[\bar{E}^*(t)\bar{P}(t)]}{I_{\text{sat}}} \quad (2.29)$$



さらに、この方程式について以下の正規化を行う。

$$x = \sqrt{b/I_{\text{sat}}}\bar{E} \quad (2.30)$$

$$y = i(cT_{ph}/\eta)\sqrt{b/I_{\text{sat}}}\bar{P} \quad (2.31)$$

$$z = (w_0 - w)cT_{ph}/\eta \quad (2.32)$$

また、時間を  $t/T_2 \rightarrow t$  に置き換えることで以下の方程式が得られる。

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\sigma\{x(t) - y(t)\} \quad (2.33)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -(1 - i\sigma)y(t) + \{r - z(t)\}x(t) \quad (2.34)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = -bz(t) + \text{Re}[x^*(t)y(t)] \quad (2.35)$$

これらの方程式を Lorenz-Haken 方程式と呼ぶ。これらの方程式は以下に示す Lorenz モデル [81] とよく似ている。

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\Sigma\{X(t) - Y(t)\} \quad (2.36)$$

$$\frac{dY(t)}{dt} = RX(t) - Y(t) - X(t)Z(t) \quad (2.37)$$

$$\frac{dZ(t)}{dt} = -\beta Z(t) + X(t)Y(t) \quad (2.38)$$

図 2.36 に Lorenz-Haken 方程式による時間波形とアトラクタを示す。図 2.36(a) の時間波形は不規則な振動をしており、カオス振動をしている。また、図 2.36(b) のアトラクタは Lorenz モデル [81] のアトラクタとよく似ている。

特にローレンツモデルのような、3変数からなる連立微分方程式ではカオスシステムになることが示唆されている。したがって、一方向リング共振器からなる Maxwell-Bloch 方程式や、Lorenz-Haken 方程式では3変数のシステムであるため、カオスシステムであることが分かる。しかしながら、実際に多くのレーザーは不安定なカオス的振る舞いを示さず、ほとんどのレーザーで安定な発振を行う。これは、緩和振動の時定数  $T_{ph}$ ,  $T_2$ ,  $T_1$  のスケールが違うため、変数の断熱消去が行われるためである。レーザーはこのスケールの違いにより、3つのクラスに分けられる [83, 84]。クラス C レーザでは時定数のスケールがほぼ同じであるため、断熱消去が行われな。クラス B レーザでは原子分極の緩和時間  $T_2$  のオーダーが非常に小さいため、原子分極の変数の断熱消去が行われる。クラス A のレーザーでは原子分極の緩和時間  $T_2$  に加え反転分布緩和時間  $T_1$  のオーダーが非常に小さいため、原子分極の変数及び反転分布の変数の断熱消去が行われる。半導体レーザーを含めた多くのレーザーはクラ

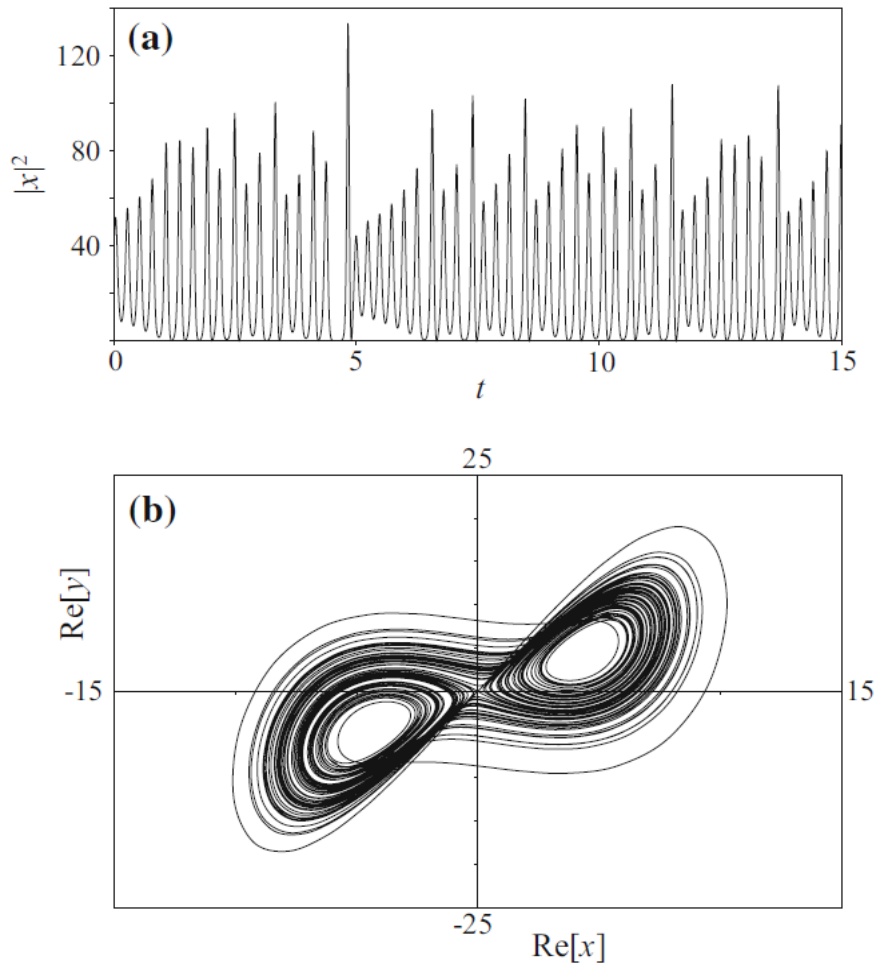


図 2.36: Lorenz-Haken 方程式によるアトラクタ [79]

ス B に属しており、2変数であるため、カオス的な振る舞いが生じない。しかしながら、外部から新たな自由度を加えることでカオス的な振る舞いを生じさせることができる。

## 2.6.2 戻り光を有する半導体レーザのレート方程式

戻り光を有する半導体レーザのレート方程式は Lang-Kobayashi 方程式 [87] としてよく知られている。本節では Lang-Kobayashi 方程式の導出を行う [79, 85, 86]。本レート方程式では、Fabry-Perot 型の半導体レーザに着目する。そこで、図 2.37

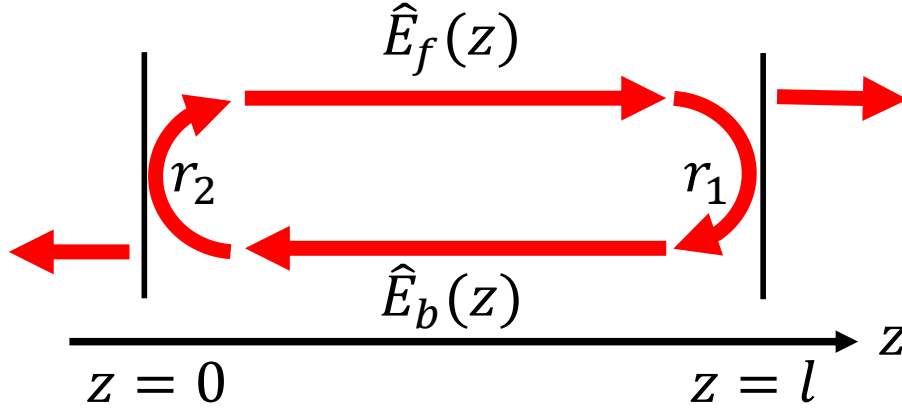


図 2.37: 半導体レーザにおける複素電界のモデル図 [79, 85, 86]

に示す導波路を考える．まず，レーザの発振条件を求める [88]．導波路に対して， $z$  軸の正方向への電界を  $\hat{E}_f(z)$ ，負方向への電界を  $\hat{E}_b(z)$  とすると，以下の式で求められる．

$$\hat{E}_f(z) = \hat{E}_{0f} \exp \left[ ikz + \frac{1}{2}(g - a)z \right] \quad (2.39)$$

$$\hat{E}_b(z) = \hat{E}_{0b} \exp \left[ ik(l - z) + \frac{1}{2}(g - a)(l - z) \right] \quad (2.40)$$

ここで， $g$  はレーザ媒質による利得であり， $a$  は媒質による吸収や散乱による総損失を表す．また， $k$  は波数であり，以下のように定義される．

$$k = \eta \frac{\omega}{c} = \frac{\omega_{th}}{c} \left\{ \eta_0 + \frac{\partial \eta}{\partial N} (N(t) - N_{th}) + \frac{\eta_e}{\omega_{th}} (\omega - \omega_{th}) \right\} \quad (2.41)$$

ここで， $\eta$  は波長または角周波数の関数としてのレーザ媒質の屈折率（各媒質ごとの波長に対する屈折率は文献 [88] を参考）， $\omega_{th}, n_{th}$  はレーザの発振しきい値における光角周波数とキャリア密度， $\eta_e$  は実効屈折率， $N, \omega$  はキャリア密度と光角周波数を示す．レーザが発振するとき，共振器の端面ではそれぞれ以下の式が成り立つ．

$$\hat{E}_f(0) = r_2 \hat{E}_b(0) \quad (2.42)$$

$$\hat{E}_b(l) = r_1 \hat{E}_f(l) \quad (2.43)$$

そこで，式 (2.42), (2.43) を用いて展開すると次の式が得られる．

$$r_1 r_2 \exp \{ -2ikl + (g - a)l \} = 1 \quad (2.44)$$

したがって、式 (2.44) の実部を取り出すことにより、発振のためのしきい値利得  $g_{th}$  は以下のようになる。

$$g_{th} = a + \frac{1}{2l} \ln \left( \frac{1}{r_1 r_2} \right) \quad (2.45)$$

厳密には半導体レーザーには自然放出光が存在するため、発振のための媒質のしきい値利得はこの値よりも小さい。また、式 (2.44) の虚部から位相条件  $kl = m\pi$  が取り出せる ( $m$  は自然数)。

次に、発振しきい値における利得を考える。光が共振器内を一往復したときの利得  $G$  は、式 (2.44) の左辺に等しい。

$$G = r_1 r_2 \exp\{-2ikl + (g - a)l\} \quad (2.46)$$

また、式 (2.41) を用いて周波数無依存項  $G_1$  と依存項  $G_2$  の積  $G = G_1 G_2$  に分割する。

$$G_1 = r_1 r_2 \exp \left\{ (g - a)l - 2i \frac{\omega_{th} l}{c} \frac{\partial \eta}{\partial N} (N(t) - N_{th}) \right\} \quad (2.47)$$

$$G_2 = \exp \left[ -2i \frac{\omega_{th} l}{c} \left\{ \eta_0 + \frac{\eta_e}{\omega_{th}} (\omega - \omega_{th}) \right\} \right] \quad (2.48)$$

ここで位相条件から  $\omega_{th} \eta_0 l / c$  が  $\pi$  の整数倍である必要がある。また、光の往復時間は  $\tau_{in} = 2\eta_e l / c$  で表せられる。さらに、 $i\omega$  が作用素  $d/dt$  と等価であるため、 $G_2$  を以下のように書き表す。

$$G_2 = \exp\{i\tau_{in}(\omega - \omega_{th})\} = \exp(-i\omega_{th}\tau_{in}) \exp \left( -\tau_{in} \frac{d}{dt} \right) \quad (2.49)$$

レーザー発振が達成されるためには、往復前の電解と一致する  $\hat{E}_f(t) = G\hat{E}_f(t)$  必要がある。したがって、利得を展開することで以下の式が得られる。

$$G = G_1 \exp(i\omega_{th}\tau_{in}) \exp(-i\omega\tau_{in}) \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_f(t) &= G_1 \exp(i\omega_{th}\tau_{in}) \exp(-i\tau_{in} \frac{d}{dt}) \hat{E}_f(t) \\ &= G_1 \exp(i\omega_{th}\tau_{in}) \hat{E}_f(t - \tau_{in}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

ここで、 $\exp(-\tau_{in} d/dt)$  は  $\hat{E}_f(t)$  の  $-\tau_{in}$  分の時間シフトを意味する。さらに、光角周波数  $\omega_{th}$  に対して、ゆっくりと変動する  $E_f(t)$  に分けると  $\hat{E}_f(t) = E_f(t) \exp(i\omega_{th}t)$  のように式変形ができる。そこで、得られた式を展開すると次のようになる。

$$\begin{aligned} E_f(t) \exp(i\omega_{th}t) &= G_1 \exp(i\omega_{th}\tau_{in}) E_f(t - \tau_{in}) \exp(i\omega_{th}(t - \tau_{in})) \\ &= G_1 E_f(t - \tau_{in}) \exp(i\omega_{th}t) \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$E_f(t) = G_1 E_f(t - \tau_{in}) \quad (2.53)$$

ここで、式(2.53)において、 $E_b(t)$ でも同じ式が得られる。そこで統一を行い全体の電界を $E(t)$ とする。また、共振器内の光の往復時間は非常に短いため、次の近似を用いる。

$$E(t - \tau_{in}) = E(t) - \tau_{in} \frac{dE(t)}{dt} \quad (2.54)$$

よって、式(2.53)は次のように式変形される。

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_{in}} \left(1 - \frac{1}{G_1}\right) E(t) \quad (2.55)$$

また、 $G_1$ について、レーザ発振の振動に対して一定に近い場合、以下の近似を行う。

$$\begin{aligned} \frac{1}{G_1} &= \exp \left[ -(g - a)l - \frac{1}{2} \ln(r_1 r_2) + 2i \frac{\omega_{th} l}{c} \frac{\partial \eta}{\partial N} (N(t) - N_{th}) \right] \\ &\approx 1 - (g - a)l - \frac{1}{2} \ln(r_1 r_2) + 2i \frac{\omega_{th} l}{c} \frac{\partial \eta}{\partial N} (N(t) - N_{th}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

式(2.56)と式(2.45)から次の関係式が得られる。

$$\frac{1}{\tau_{in}} \left(1 - \frac{1}{G_1}\right) = \frac{c}{2\eta_e} (g - g_{th}) - i \frac{\omega_{th}}{\eta_e} \frac{\partial \eta}{\partial N} (N(t) - N_{th}) \quad (2.57)$$

ここで、 $\tau_{in} = 2\eta_e l / c$ という関係を用いた。さらに、媒質の利得 $g$ は次の関係式で表される。

$$g = g_{th} + \frac{\partial g}{\partial N} (N(t) - N_{th}) \quad (2.58)$$

以上より、式(2.55)に代入することで次の式が得られる。

$$\frac{dE(t)}{dt} = \left[ \frac{c}{2\eta_e} \frac{\partial g}{\partial N} (N(t) - N_{th}) - i \frac{\omega_{th}}{c} \frac{\partial \eta}{\partial N} (N(t) - N_{th}) \right] E(t) \quad (2.59)$$

ここで、線幅増大係数 $\alpha$ を導入する。

$$\alpha = -2 \frac{\omega}{c} \frac{\partial \eta / \partial n}{\partial g / \partial n} \quad (2.60)$$

これにより次の式に変形できる。

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{c}{2\eta_e} \frac{\partial g}{\partial N} (1 + i\alpha) (N(t) - N_{th}) E(t) \quad (2.61)$$

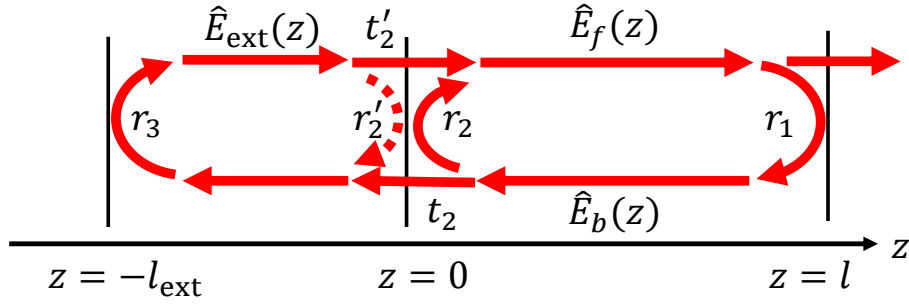


図 2.38: 戻り光を有する半導体レーザにおける複素電界のモデル図 [85, 86]

ここで新たに微分利得  $G_N = (c/\eta_e)(\partial g/\partial N)$  を定義すると、以下のように変形できる.

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{2}G_N(1 + i\alpha)(N(t) - N_{th})E(t) \quad (2.62)$$

さらに、微分利得は光子寿命  $\tau_p$  を用いることで次の変形ができる.

$$G_N(N_{th} - N_0) = \frac{1}{\tau_p} \quad (2.63)$$

これにより、半導体レーザの複素電界  $E(t)$  を表すレート方程式が算出される.

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{(1 + i\alpha)}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) \quad (2.64)$$

式 (2.64) では、キャリア密度  $N$  は変数である. したがってレーザのレート方程式は式 (2.64) だけでは求められない. そこで2準位による反転分布のキャリア密度  $N$  に関する方程式は以下で表される [89].

$$\frac{dN(t)}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G_N(N(t) - N_0)|E^2(t)| \quad (2.65)$$

ここで、 $\tau_s$  はキャリア寿命を表し、 $J$  は外部注入電流である. 式 (2.64),(2.65) より半導体レーザのレート方程式を表す.

次にカオス発振させるため、追加の自由度として戻り光を付加させる. 図 2.38 には戻り光を有する場合の模式図を表している. ここで外部共振器長を  $l_{\text{ext}}$  とし、その往復時間は  $\tau = 2l_{\text{ext}}/c$  とする. 共振器から出力された複素電界  $t_2\hat{E}_b(0)$  が再び共振器に入射される  $z = 0$  における複素電界  $t'_2\hat{E}_{\text{ext}}(t)$  は以下の式で表される.

$$\begin{aligned} t'_2\hat{E}_{\text{ext}}(t) = & r_3t_2t'_2\hat{E}_b(t - \tau) + r'_2r_3^2t_2t'_1\hat{E}_b(t - 2\tau) + \dots \\ & + \frac{(r'_2r_3)^2}{r'_2}t_2t'_2\hat{E}_b(t - n\tau) \end{aligned} \quad (2.66)$$

ここで、順方向と逆方向の電界には次の関係がある。

$$\hat{E}_f(t) = r_2 \hat{E}_b(t) \quad (2.67)$$

また、透過と反射による関係式  $t_2 t'_2 = 1 - r_2^2, r_2 = -r'_2$  を用いることで次のように変形できる。

$$\hat{E}_f(t) = G_1 \exp(i\omega_{th}\tau_{in}) \hat{E}_f(t - \tau_{in}) + \frac{r_2^2 - 1}{r_2^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-r_2 r_3)^n \hat{E}_f(t - n\tau) \quad (2.68)$$

ここで、ゆっくりと変動する電界と分解  $\hat{E}_f(t) = E_f(t) \exp(i\omega t)$  し、式 (2.64) までの変形を行うことで次のように式を変形できる。またここでは、外部共振器部分において、 $1/G_1 \approx 1$  としている。

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1 + i\alpha}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) + \kappa E(t - \tau) \exp(-i\omega_{th}\tau) \quad (2.69)$$

外部共振器による影響は2次以上は非常に小さくなるため、1次までに近似している。さらに結合強度  $\kappa$  は以下の式によりまとめた。

$$\kappa = \frac{1}{\tau_{in}} \frac{(1 - r_2^2)r_3}{r_2} \quad (2.70)$$

最後に、複素電界  $E(t)$  を電界振幅  $A(t)$  と電界位相  $\Phi(t)$  に分解する。以下に複素の関係式を示す。

$$E(t) = A(t) \cos(\Phi(t)) + iA(t) \sin(\Phi(t)) = A(t) \exp(i\Phi(t)) \quad (2.71)$$

この式を用いて式 (2.69) を展開する。

$$\begin{aligned} \frac{dA(t)}{dt} \exp(i\Phi(t)) + i \frac{d\Phi(t)}{dt} A(t) \exp(i\Phi(t)) = \\ \frac{1 + i\alpha}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] A(t) \exp(i\Phi(t)) \\ + \kappa A(t - \tau) \exp(i\Phi(t - \tau)) \exp(-i\omega_{th}\tau) \end{aligned} \quad (2.72)$$

両辺を  $\exp(i\Phi(t))$  で割り、式 (2.71) を用いて実部と虚部を分離する。

$$\begin{aligned} \frac{dA(t)}{dt} + i \frac{d\Phi(t)}{dt} A(t) = \frac{1 + i\alpha}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] A(t) \\ + \kappa A(t - \tau) \exp(-i\{\omega_{th}\tau + \Phi(t) - \Phi(t - \tau)\}) \end{aligned} \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned} \frac{dA(t)}{dt} + i \frac{d\Phi(t)}{dt} A(t) &= \frac{1}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] A(t) + \kappa A(t - \tau) \cos \theta(t) \\ &+ i \left\{ \frac{\alpha}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] A(t) - \kappa A(t - \tau) \sin \theta(t) \right\} \end{aligned} \quad (2.74)$$

ここで  $\theta(t) = \omega_{th}\tau + \Phi(t) - \Phi(t - \tau)$  とした. それぞれの式にまとめ, キャリア密度の式である式 (2.65) を加えることで戻り光を有する半導体レーザのレート方程式である Lang-Kobayashi 方程式 [87] が完成する.

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] A(t) + \kappa A(t - \tau) \cos \theta(t) \quad (2.75)$$

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ G_N(N(t) - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A(t - \tau)}{A(t)} \sin \theta(t) \quad (2.76)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G_N(N(t) - N_0) A^2(t) \quad (2.77)$$

また, 発振しきい値よりもはるかに大きな光出力の場合, ゲイン飽和の影響を考慮する必要がある [86]. そのために, 微分利得を  $G_N \rightarrow G_N/(1 + \varepsilon A^2(t))$  に変更する. 変更した式を以下に示す.

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N(N(t) - N_0)}{1 + \varepsilon A^2(t)} - \frac{1}{\tau_p} \right] A(t) + \kappa A(t - \tau) \cos \theta(t) \quad (2.78)$$

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N(N(t) - N_0)}{1 + \varepsilon A^2(t)} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A(t - \tau)}{A(t)} \sin \theta(t) \quad (2.79)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - \frac{G_N(N(t) - N_0)}{1 + \varepsilon A^2(t)} A^2(t) \quad (2.80)$$



## 2.7 低周波不規則振動

戻り光を有する半導体レーザでは結合強度変化により準周期崩壊ルートによりカオスが発生するが、カオスのときよりも強い結合強度に設定することで低周波不規則振動が見られる。本節では低周波不規則振動について文献調査を行う。

### 2.7.1 低周波不規則振動の性質

低周波不規則振動は戻り光を有する半導体レーザ [90–92] や相互結合された半導体レーザ [53, 61] で観測されている。図 2.39, 2.40 に戻り光を有する半導体レーザにおける低周波不規則振動の時間波形を示す。低周波不規則振動では、図 2.39a に示す MHz オーダの周期的な振動と図 2.39b に示す高速な不規則振動からなるダイナミクスである。特に、MHz オーダの振動では図 2.40(b) に示すように、ローパスフィルタをかけることでドロップアウトと階段状の回復過程を有していることが分かる [92]。相互結合された半導体レーザにおいても同様な時間波形が観測される [53, 61]。また、低周波不規則振動下において相互結合された半導体レーザでは後述する遅延カオス同期が生じる。

低周波不規則振動が観測される条件は外部共振器長が長く、低い注入電流で強い結合強度のときに発生する。特に外部共振器長については、文献 [94] において調査が行われている。異なる外部共振器長を有する光集積回路を用いて、注入電流と戻り光強度を変化させることで 2 次元分岐図を作成した。そして、図 2.41 はそれぞれの光集積回路における 2 次元分岐図のダイナミクスが占める比率を表している。

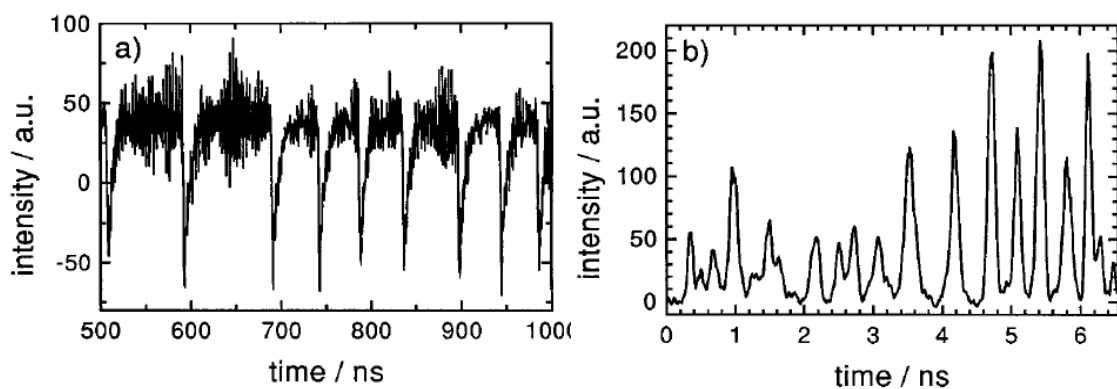


図 2.39: 低周波不規則振動の光強度時間波形 [93]

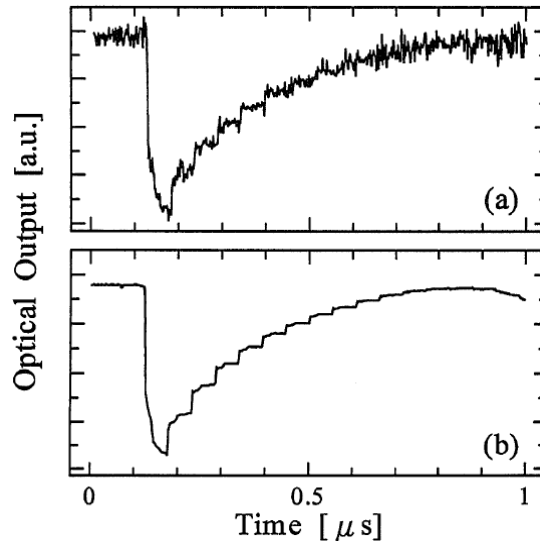


図 2.40: 低周波不規則振動の時間波形とローパスフィルタを適用した時間波形 [92]

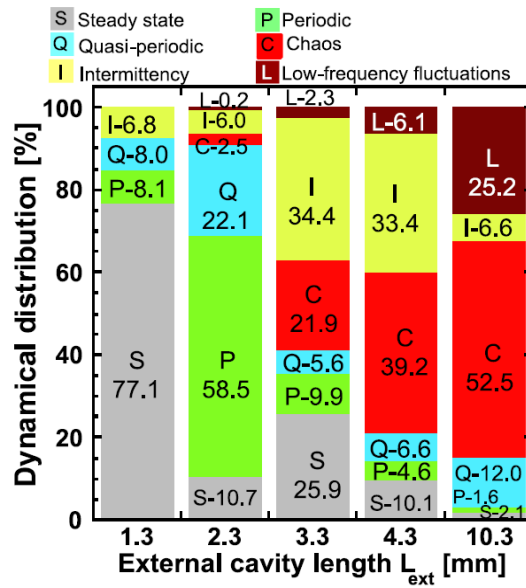


図 2.41: 戻り光を有する半導体レーザにおける外部共振器長と占めるダイナミクスの割合 [94]

外部共振器長が 10.3 mm と長い場合には低周波不規則振動が 25.2 % を占めている。しかしながら、外部共振器長が短くなると、低周波不規則振動が占める割合は小さくなり、1.3 mm の場合には、低周波不規則振動は観測されなくなる。

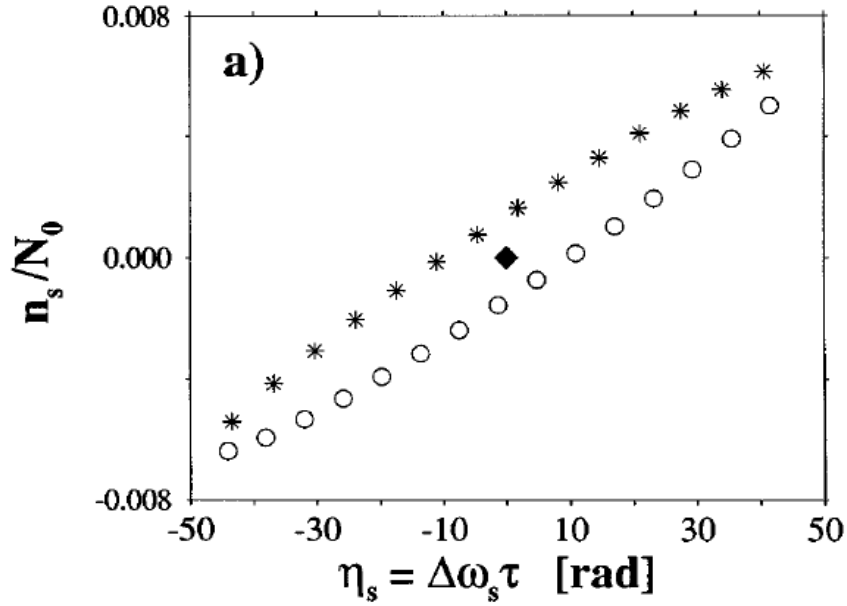


図 2.42: 戻り光を有する半導体レーザの定常解 [91]

## 2.7.2 低周波不規則振動と定常解

低周波不規則の観測にはレーザシステムにおける定常解が大きく関係している [90, 91]. まずは, 戻り光を有する半導体レーザにおける定常解  $\omega_s, N_s, A_s$  を求める式を以下に示す.

$$(\omega_s - \omega_0) = -\kappa\sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\omega_s\tau + \tan^{-1} \alpha) \quad (2.81)$$

$$N_s = N_0 + \frac{1}{G_N\tau_p} - \frac{2\kappa \cos(\omega_s\tau)}{G_N} \quad (2.82)$$

$$A_s^2 = \frac{jN_t h - N_s}{\tau_s G_N (N_s - N_0)} \quad (2.83)$$

また, この定常解を図 2.42 に示す. 定常解は, 白丸と星印をあわせた楕円状に分布する. 白丸は安定な定常解でありモードと呼ばれる. 一方で星印は不安定な定常解であり, アンチモードと呼ばれる. また, 黒い四角の点は, 単体発振モードと呼ばれ, 戻り光がないレート方程式から求められた定常解である. ここで, 低周波不規則振動下における位相差とキャリア密度の時間波形と位相差-キャリア密度平面上の軌跡を図 2.43 に示す. 図 2.43(a) は位相差の時間波形を示している. 位相差においては, 光強度の時間波形と似ており急激な位相差の現象と階段状の位相差の増加が見られる. 図 2.43(b) のキャリア密度においては, 位相差の時間波形とは異なり,

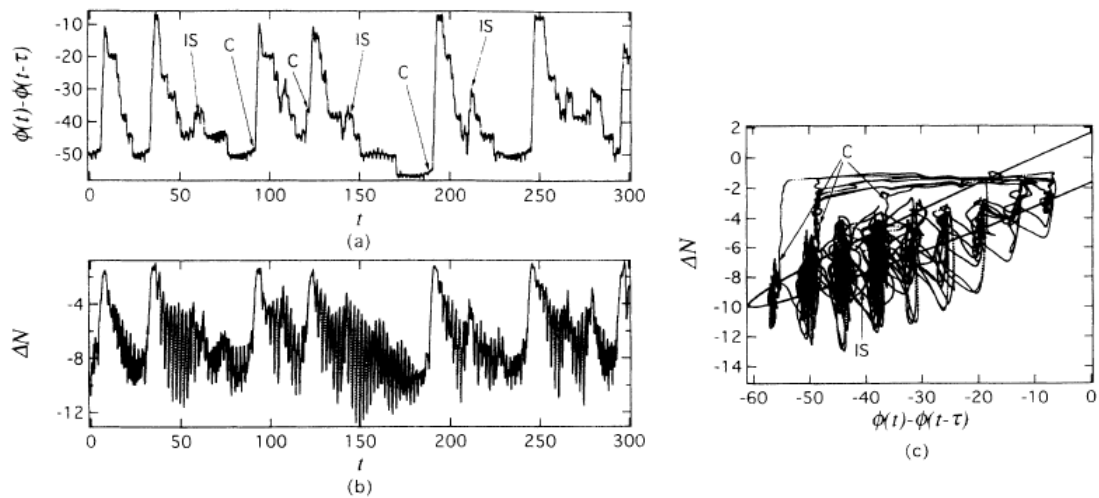


図 2.43: 戻り光を有する半導体レーザの周波数とキャリア密度の時間波形と定常解の関係 [90]

ドロップアウトは見られるものの、高速な振動が見られる。図 2.43(c) の軌跡において、楕円の線が定常解が存在する部分を表している。低周波不規則振動による軌跡はモードに停留しながら、左下の方向に遷移する。モードの最もキャリア密度の低いモードを最大利得モードと呼ぶ。最大利得モードから外れるとアンチモードには遷移せずに、楕円の中心部分にある単体発振モード付近のモードに遷移する。さらに、定常解と低周波不規則振動の軌道の間を詳しく説明する。図 2.44(a) は図 2.43(c) と同じ平面図を示している。黒丸がモード、白丸がアンチモード、黒い四角が単体発振モードをそれぞれ表している。A から F までの矢印は低周波不規則振動による軌跡の遷移である。また、図 2.44(b) は光強度の時間波形を示している。A から F まではそれぞれ図 2.44(a) の対応している状態を表している。単体発振モードは、外部共振器が存在するときの定常解ではないため、最も近くのモードに遷移する。このとき光強度の時間波形ではドロップアウトの最低値に落ちる (C に対応)。ここから、キャリア密度がより低いモードへ遷移していく (D に対応)。モードの中で一番低いキャリア密度を有する最大利得モードまで到達し、光強度が急激に低下すると、キャリア密度が大幅に上昇する (A に対応)。このあと、単体発振モードへと遷移する (B に対応)。これを繰り返すことで低周波不規則振動のダイナミクスが生じる。また、キャリア密度が低いモードへと遷移している最中に E, F のようなドロップアウトの発生やモードの逆遷移が生じる。

低周波不規則振動と定常解の関係は実験による観測も行われている [95]。図 2.45 には、戻り光を有する半導体レーザにおける光強度、周波数、キャリア密度の検出

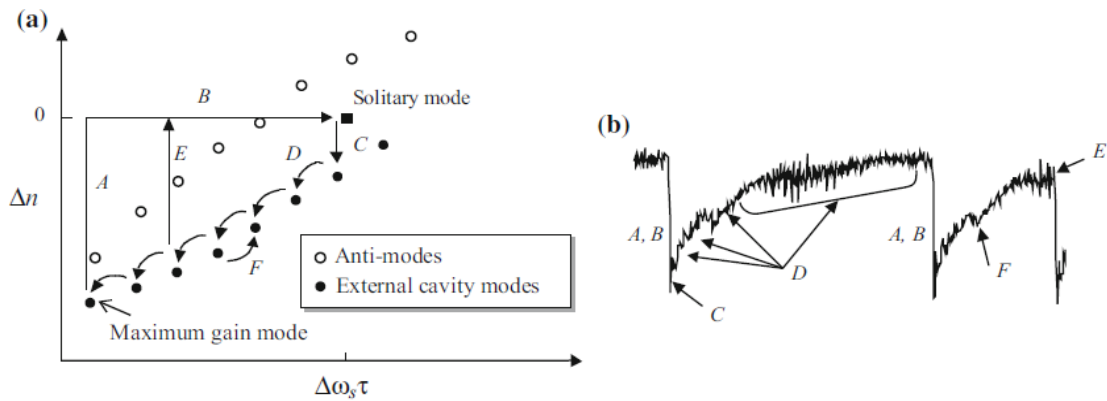


図 2.44: 戻り光を有する半導体レーザの定常解とカオス遍歴 [79]

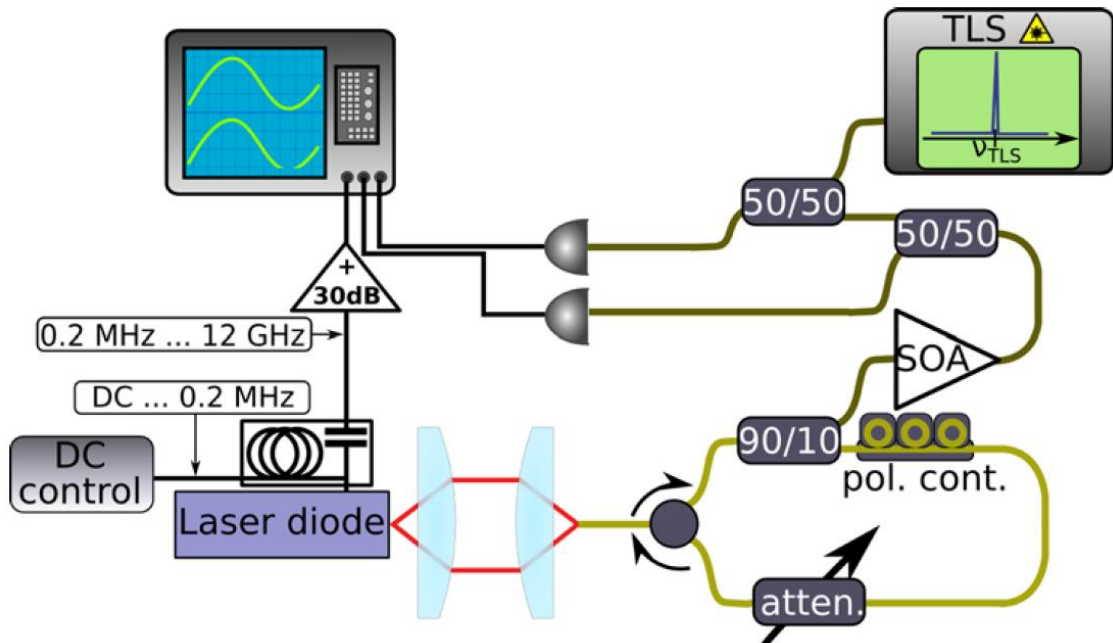


図 2.45: 実験による光強度，周波数，キャリア密度の検出実験 [95]

を行う実験装置図を示している。まず半導体レーザとフィードバックループにより戻り光をレーザに注入する。この一部を90/10カプラーにおいて検出を行う。光強度  $I(t)$  はそのまま光検出器を通して検出を行う。光周波数においてはヘテロダイン検波を行うことで検出することができる。また、キャリア周波数においては半導体レーザを電気的に出力させバイアスティーを用いて低周波部分の電圧を測定する。以上3つのダイナミクスをオシロスコープでサンプリングする。サンプリングを

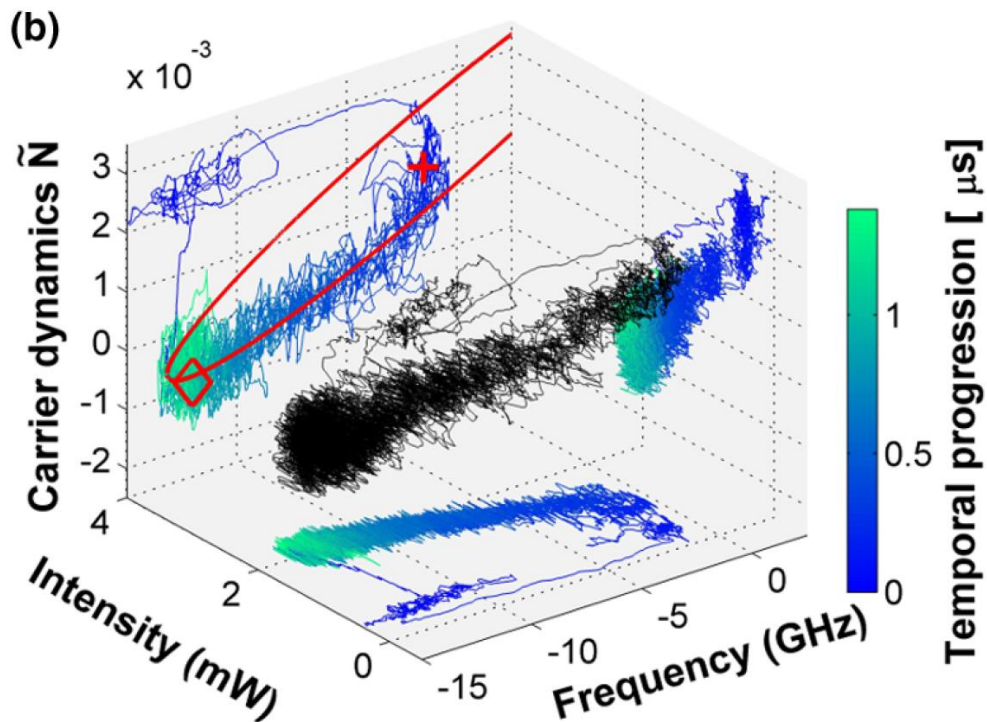


図 2.46: 実験による光強度，周波数，キャリア密度の位相空間プロット [95]

行った位相空間へのプロットを図 2.46 に示す．黒線が 3 次元位相空間の軌跡を示し，色が付いている線が各 2 次元平面における軌跡を示している．また，色付きのプロットでは，色により時間が表されている．また，赤色による楕円は周波数-キャリア密度平面における定常解の位置を示している．特に，赤色のひし形は最大利得モードを示しており，赤色のプラスマークは単体発振モードを示している．低周波不規則振動による軌道は定常解の楕円のモードに該当する下半分と単体発振モード付近を遍歴していることが実験からも分かる．

さらに、相互結合された半導体レーザにおいても低周波不規則振動が観測されている [53, 61]. ここではまず、光注入される半導体レーザのレート方程式を導出する [79, 86]. 図 2.47 には外部光  $\hat{E}_{\text{inj}}(z)$  が注入される場合のモデルを示している. ここで、結合遅延時間は  $\tau_{\text{inj}} = l_{\text{inj}}/c$  とする. このとき  $z = 0$  の往復した光の複素電界は次のように表される.

$$\hat{E}_f(t) = G_1 \exp(i\omega_{th}\tau_{in})\hat{E}_f(t - \tau_{in}) + t'_2\hat{E}_{\text{inj}}(t - \tau_{\text{inj}}) \quad (2.84)$$

$\hat{E}_{\text{inj}} = E_{\text{inj}} \exp(i\omega_{\text{inj}}t)$  ( $\omega_{\text{inj}}$  は光注入するレーザの光角周波数) であることに注意し、戻り光を有する半導体レーザの複素電界と同様に展開していくことで次のレート方程式を得ることができる.

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} = & \frac{1 + i\alpha}{2} \left[ \frac{G_N(N(t) - N_0)}{1 + \varepsilon|E^2(t)|} - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) \\ & + \kappa E_{\text{inj}}(t - \tau_{\text{inj}}) \exp(i(\Delta\omega t - \omega_{\text{inj}}\tau_{\text{inj}})) \end{aligned} \quad (2.85)$$

ここで  $\Delta\omega = \omega_{\text{inj}} - \omega_{th}$  である. この結果を元に相互結合された半導体レーザのレート方程式を以下に示す.

### Laser 1

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_1(t) + \kappa A_2(t - \tau) \cos \theta_1(t) \quad (2.86)$$

$$\frac{d\Phi_1(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_2(t - \tau)}{A_1(t)} \sin \theta_1(t) \quad (2.87)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = J - \frac{N_1(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} |A_1(t)|^2 \quad (2.88)$$

$$\theta_1(t) = (\omega_2 - \omega_1)t + \omega_2\tau \quad (2.89)$$

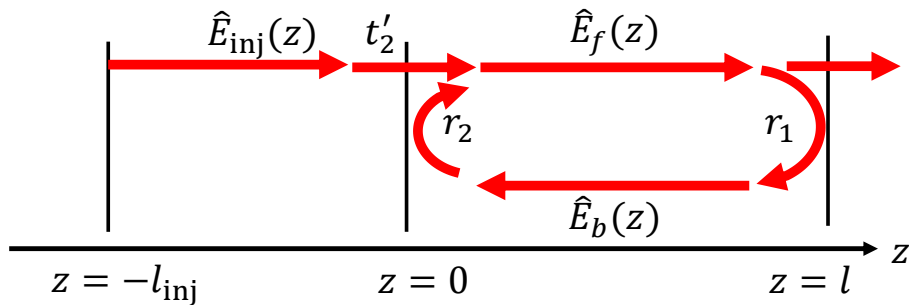


図 2.47: 光注入される半導体レーザのモデル [86]

## Laser 2

$$\frac{dA_2(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_2(t) + \kappa A_1(t - \tau) \cos \theta_2(t) \quad (2.90)$$

$$\frac{d\Phi_2(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_1(t - \tau)}{A_2(t)} \sin \theta_2(t) \quad (2.91)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = J - \frac{N_2(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} |A_2(t)|^2 \quad (2.92)$$

$$\theta_2(t) = (\omega_1 - \omega_2)t + \omega_1\tau \quad (2.93)$$

さらに，相互結合された半導体レーザにおいて，遅延カオス同期が生じる場合の定常解を求める式を以下に示す [61].

$$(\omega_s - \omega_1)(\omega_s - \omega_2) = \kappa^2(1 + \alpha^2) \sin^2(\omega_s\tau + \tan^{-1} \alpha) \quad (2.94)$$

$$N_{s1,s2} - N_{th} = \frac{2\kappa^2\tau_s\sqrt{1 + \alpha^2} \cos(\omega_s\tau) \sin(\omega_s\tau + \tan^{-1} \alpha)}{(G_N\tau_s + \varepsilon)(\omega_s - \omega_{2,1})} + \frac{\varepsilon N_{th}(j - 1)}{G_N\tau_s + \varepsilon} \quad (2.95)$$

$$A_s^2 = \frac{jN_{th} - N_s}{\tau_s G_N(N_s - N_0) - \varepsilon(N_s - jN_{th})} \quad (2.96)$$

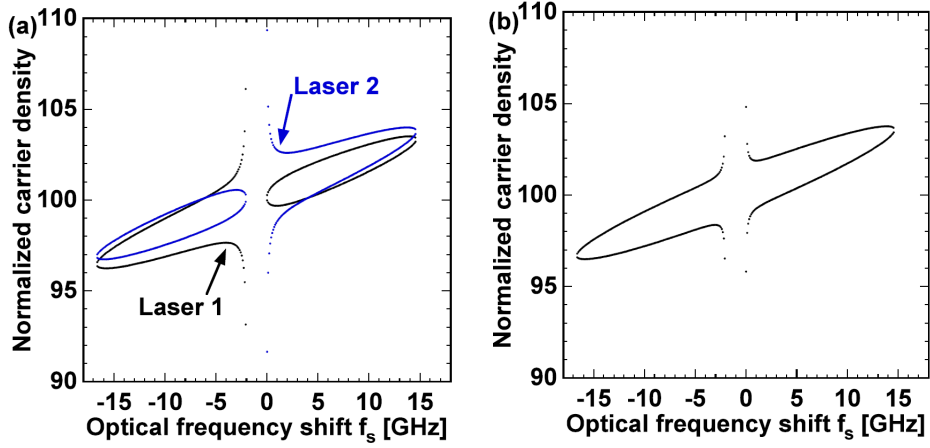
定常解の分布図 2.48 に示す．それぞれの定常解は光周波数シフト  $f_s$  と規格化キャリア密度  $N'_{s1,s2}$  を用いて分布図に示している．以下に定常解  $\omega_s$ ,  $N_{s1,s2}$  との変換を示す．

$$f_s = \frac{(\omega_s - \omega_1)}{2\pi} \quad (2.97)$$

$$N'_{s1,s2} = \frac{100N_{s1,s2}}{N_{th}} \quad (2.98)$$

本研究では周波数シフトを Laser 1 を基準としている．また，光角周波数の定常解は両レーザともに等しいと仮定しているため，それぞれのレーザに対する定常解の数は等しい．そこで図 2.48(b) には各光周波数シフトごとに平均化した定常解を示している．周波数シフトが 0 Hz 付近の分布は異なるものの戻り光を有する半導体レーザの定常解と同じく，楕円状に分布している．この平均化した定常解に対して，相互結合された半導体レーザの光周波数の変化とキャリア密度の時間変化をプロットしたものが図 2.49 となる．軌道に対する光周波数と規格化キャリア密度の平





(a) Laser 1 と Laser 2 のそれぞれの定常解

(b) Laser 1 と Laser 2 の平均した定常解

図 2.48: 相互結合された半導体レーザの定常解 [61]

均化  $f_A$ ,  $N'_A$  は以下の式を用いる.

$$f_A(t) = \frac{f_1(t) + f_2(t)}{2} \quad (2.99)$$

$$f_1(t) = \frac{\Phi_1(t) - \Phi_1(t - \tau)}{2\pi\tau} \quad (2.100)$$

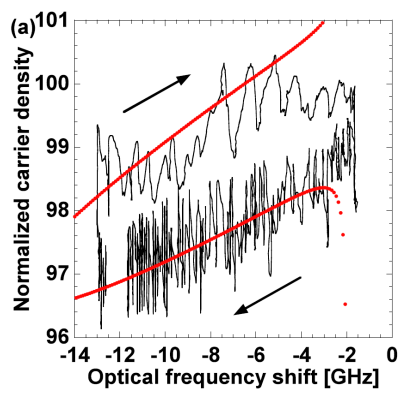
$$f_2(t) = \frac{\Phi_2(t) - \Phi_2(t - \tau)}{2\pi\tau} - \Delta f_{\text{ini}} \quad (2.101)$$

$$\Delta f_{\text{ini}} = \frac{\lambda_1}{c} - \frac{\lambda_2}{c} \quad (2.102)$$

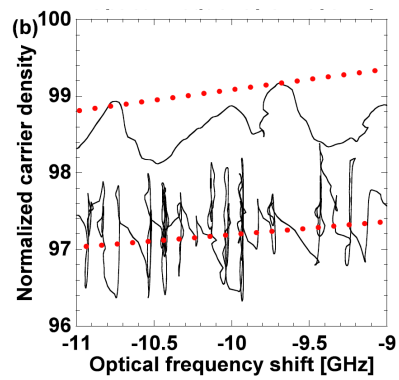
$$N'_A(t) = \frac{100N_A(t)}{N_{th}} \quad (2.103)$$

$$N_A(t) = \frac{N_1(t) + N_2(t)}{2} \quad (2.104)$$

図 2.49(a) では、矢印の方向に軌道が動いており、平均化された定常解と軌道はよく一致している。また、図 2.49(b) を見ると、戻り光を有する半導体レーザにおける場合と同じように、楕円下部のモードを遷移し、楕円上部のアンチモードでは軌道が遷移していないことが分かる。



(a) 定常解と低周波不規則振動による軌道



(b) 定常解と低周波不規則振動による軌道 (拡大図)

図 2.49: 相互結合された半導体レーザにおける定常解と軌道 [61]

## 2.8 レーザカオスによる同期現象

レーザカオスによる同期現象は結合された半導体レーザアレイの数値計算から初めて観測されている [96]. 特に多くの同期現象では, 相関値が常に高い同期現象を用いており, この同期精度の良さからセキュリティの応用されている. 本節では, まず一時的に相関値が小さくなる遅延カオス同期とリーダ・ラガード関係に着目する. また, レーザネットワークとして部分的に遅延時間なしで同期するゼロ遅延同期とクラスタ同期に着目する.

### 2.8.1 遅延カオス同期とリーダ・ラガード関係

相互結合による遅延カオス同期が報告されている [53, 61]. 図 2.50(a) には相互結合された半導体レーザの実験装置図を示している [53]. 2つの半導体レーザは結合遅延時間  $\tau$  で相互に結合されている. 2つの相互結合された半導体レーザの時間波形を図 2.50(b) に示す. グラフ下部の Laser 2 に対する時間波形の縦軸はマイナスがかけられており, 上下が反転している. 2つの時間波形はよく似ており, 特に強度が急激に低下するドロップアウトの部分に着目すると, Laser 2 の光強度が最も小さくなる部分が結合遅延時間  $\tau$  分だけ遅れていることがわかる. また, この現象はローパスフィルタを適用することでより明確に分かる [61]. 図 2.51 には2つの相互結合された半導体レーザの時間波形と, この時間波形からローパスフィルタを適用した時間波形を示している. 参考文献 [53] の時間波形ではドロップアウトだけが見えたが, ローパスフィルタを適用することで結合遅延時間に対応した遅延したド

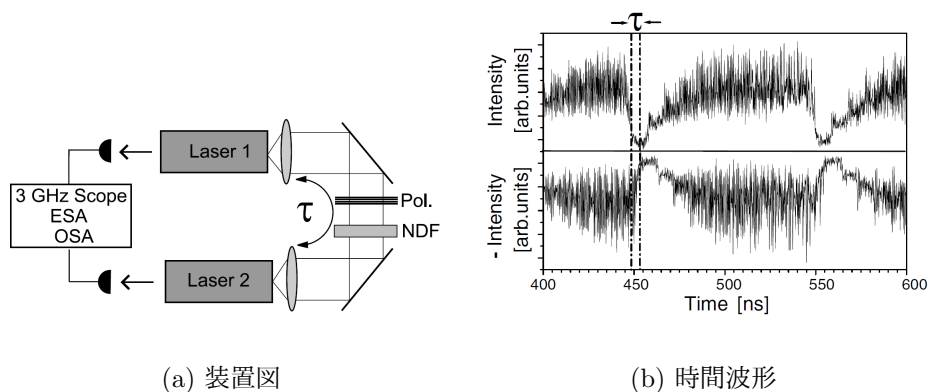


図 2.50: 相互結合された半導体レーザの装置図と時間波形 [53]

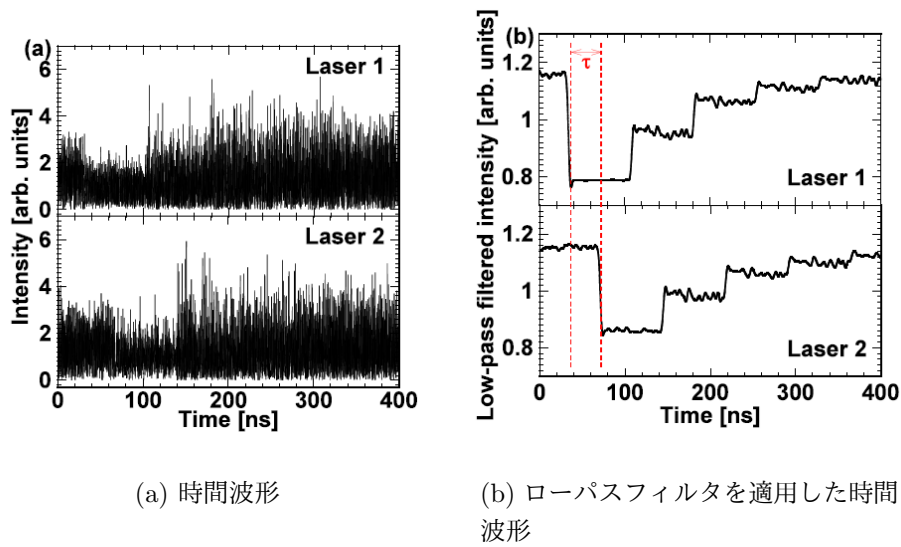


図 2.51: 相互結合された半導体レーザの時間波形とローパスフィルタを適用した時間波形 [61]

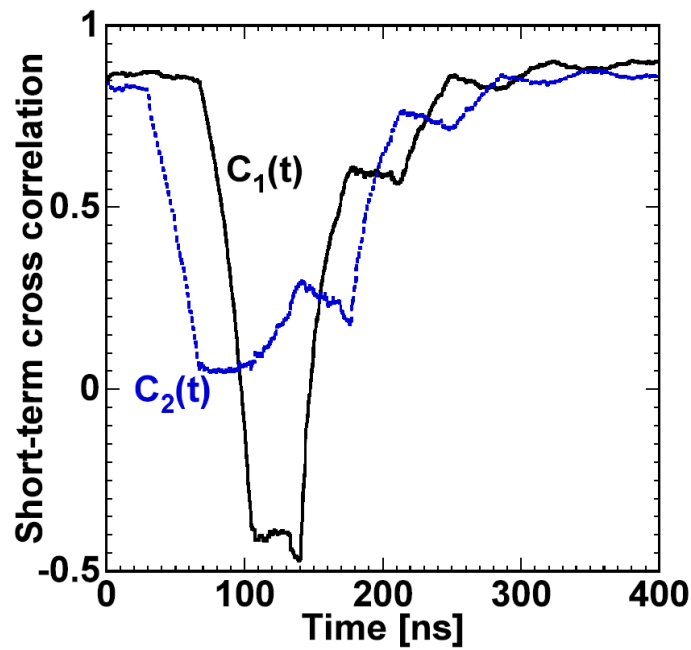
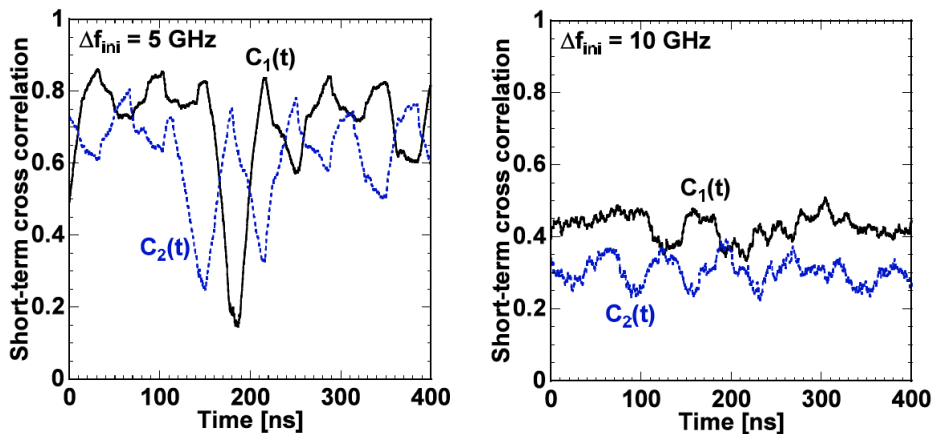


図 2.52: 短時間相互相関値 [61]

ロップアウトだけでなく階段状の回復過程が見られている。この時間波形に対して結合遅延時間分だけ遅延した相関値を計算する。この相関値では相関を計算する時



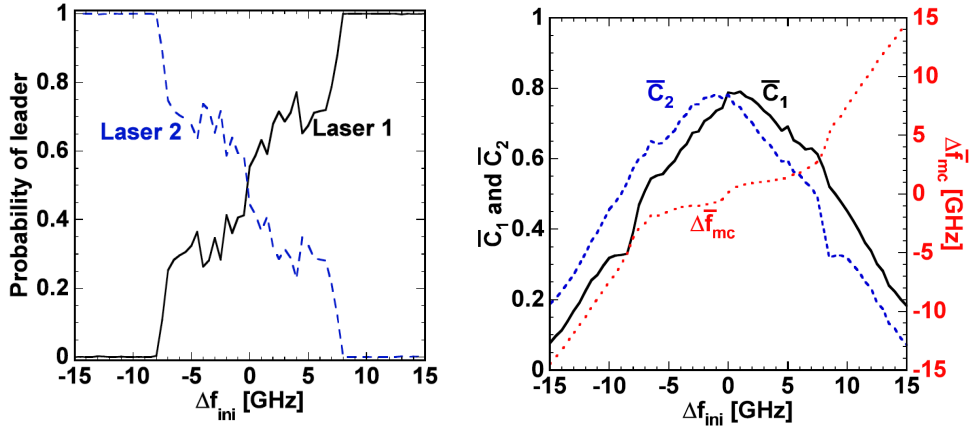
(a) 初期光周波数差が  $\Delta f_{\text{ini}} = 5$  GHz のとき      (b) 初期光周波数差が  $\Delta f_{\text{ini}} = 10$  GHz のとき

図 2.53: 初期光周波数差を有する場合の短時間相互相関値 [61]

間幅も結合遅延時間という短い時間幅に設計されている。図 2.51(a) の時間波形から計算された相関値は図 2.52 のようになる。2つの半導体レーザの片方をリーダと仮定するかにより2つの相関値が算出される。2つの相関値は、結合遅延時間に対応する時間間隔で大小関係の入れ替わりが起きている。また、図 2.51(b) のローパスフィルタを適用した時間波形と相関値を比較すると、ローパスフィルタの時間波形では、50 ns 付近で Laser 1 が先にドロップアウトしており、相関値では Laser 1 がリーダであると仮定する相関値  $C_1$  がもう一方の相関値よりも大きいことが分かる。したがって、相関値の大小関係を見ることでどちらのレーザがリーダであるかを判定することができる。この判定基準に従うと、2つの半導体レーザはリーダの自発的なスイッチングを結合遅延時間ごとに行っていることが分かる。

また、レーザパラメータを変えることで、自発的スイッチングを変えることができる。図 2.53 には、初期光周波数差を有する場合の相関値を示している。初期光周波数差が正の場合には単体発振させた場合に Laser 1 が高周波にいることを示している。図 2.53(a) には初期光周波数差が  $\Delta f_{\text{ini}} = 5$  GHz のときの相関値を示している。Laser 2 がリーダとなる相関値  $C_2$  が増加しても、 $C_1$  の値に届かず大小関係が入れ替わらなくなり、Laser 2 がリーダになりにくい状態となっている。更に、図 2.53(b) に示す初期光周波数差が  $\Delta f_{\text{ini}} = 10$  GHz の場合には、相関のスイッチングが起こらず、Laser 1 が常にリーダになることが分かる。

このように、初期光周波数差を変化させることで、相関値の大小関係のスイッチ



(a) 短時間相互相関値によるリーダー確率

(b) 相互相関値と実効光周波数差

図 2.54: 初期光周波数差によるリーダー確率と実効光周波数差の変化 [61]

ングの起こりやすさが変わる．したがって，相関値の大小関係をカウントすることで，各初期光周波数差における確率であるリーダー確率を算出することができる．図 2.54(a) に初期光周波数差に対するリーダー確率を算出している．図 2.51 に示す初期光周波数差が  $\Delta f_{ini} = 2$  GHz と非常に小さい場合には 2 つのレーザのリーダー確率は等しくなる．また，初期光周波数差が正方向に大きくなると，Laser 1 がリーダーになる確率が高くなるのが分かる．一方で，初期光周波数差が負方向に小さくなると，Laser 2 がリーダーになる確率が高くなるのが分かる．さらに，図 2.54(b) では相互相関値と実効光周波数差を表している．相互相関値では 10000 ns 分の時間波形から算出したものである．相互相関値では正の初期光周波数差の場合には，Laser 1 をリーダーとする相関値の方が常に大きいことが分かる．一方で，負の初期光周波数差では Laser 2 をリーダーとする相関値の方が常に大きい．また，実効光周波数差  $\Delta \bar{f}_{mc}$  は以下の式により算出される．

$$\Delta \bar{f}_{mc} = \Delta f_{ini} + \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta \Phi(t) - \Delta \Phi(t - T)}{T} \quad (2.105)$$

$$\Delta \Phi(t) = \Phi_1(t) - \Phi_2(t) \quad (2.106)$$

文献 [61] では  $T = 10000$  ns としている．初期光周波数差を有していてもインジェクションロッキングの条件下では発振するレーザの実効光周波数差では周波数差が消失する．このとき，2 つの半導体レーザは同期する．一方で，初期光周波数差が大きすぎる場合にはインジェクションロッキングが起きず，実効光周波数差は初期光周波数差に近い値を示す．図 2.54(b) では， $|\Delta f_{ini}| \leq 7$  GHz の範囲で実効光周波

数差は初期光周波数差よりも小さな値に収束している。したがってこの範囲においては同期していると考えられる。さらに、この範囲では相関値においても 0.6 以上の値を示している。

## 2.8.2 ゼロ遅延同期とクラスタ同期

レーザカオスにおける同期現象では遅延同期だけでなく遅延が生じないゼロ遅延同期やクラスタ同期についても研究されている。これらの同期では、全てのレーザパラメータ、結合強度や結合遅延時間が等しいという仮定のもと研究が行われている。ゼロ遅延同期では、3台のレーザを相互結合で図 2.55 に示すように接続することで観測される [93]。3つの半導体レーザは LD1-LD2 間と LD2-LD3 間を相互結合させたシステムである。図 2.56 では、時間波形と相互相関値を示している。図 2.56 (A) は LD1 と LD3 の時間波形を示しており、2つの時間波形はよく似ていることが分かる。そこで、図 2.56 (B) の LD1 と LD3 の相互相関値を観察すると、遅延時間が 0 の時に一番高いピークを有していることが分かる。このことから、LD1 と LD3 はゼロ遅延で同期していることが分かる。一方で、LD1 と LD2 や LD2 と LD3 では図 2.56(B),(C) に示すように、2つの波形は似ていない。また、図 2.56 (E), (F) に示す LD1-LD2 間と LD2-LD3 間の相互相関値では、遅延時間が 0 の時にピークを有しておらず、結合遅延時間の 1 倍にピークを有していることが分かる。したがって

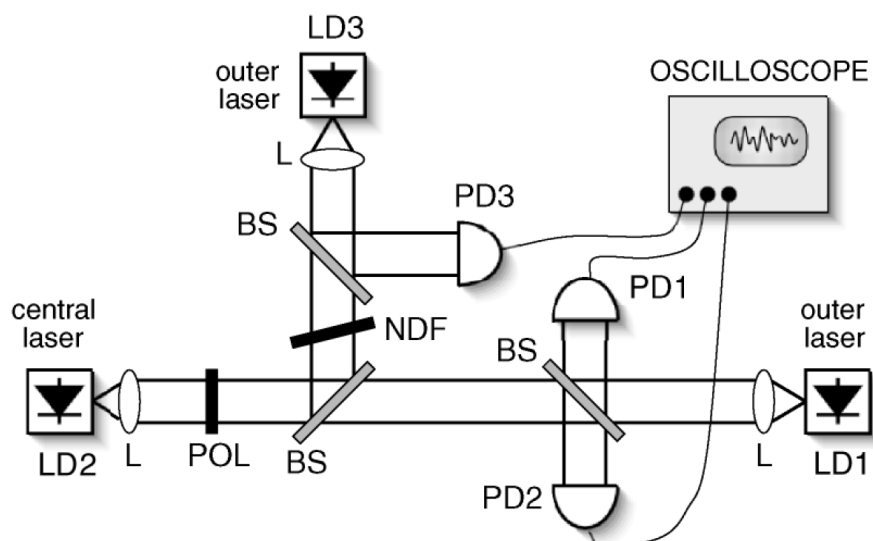


図 2.55: 3レーザによるレーザネットワークの実験装置図 [93]

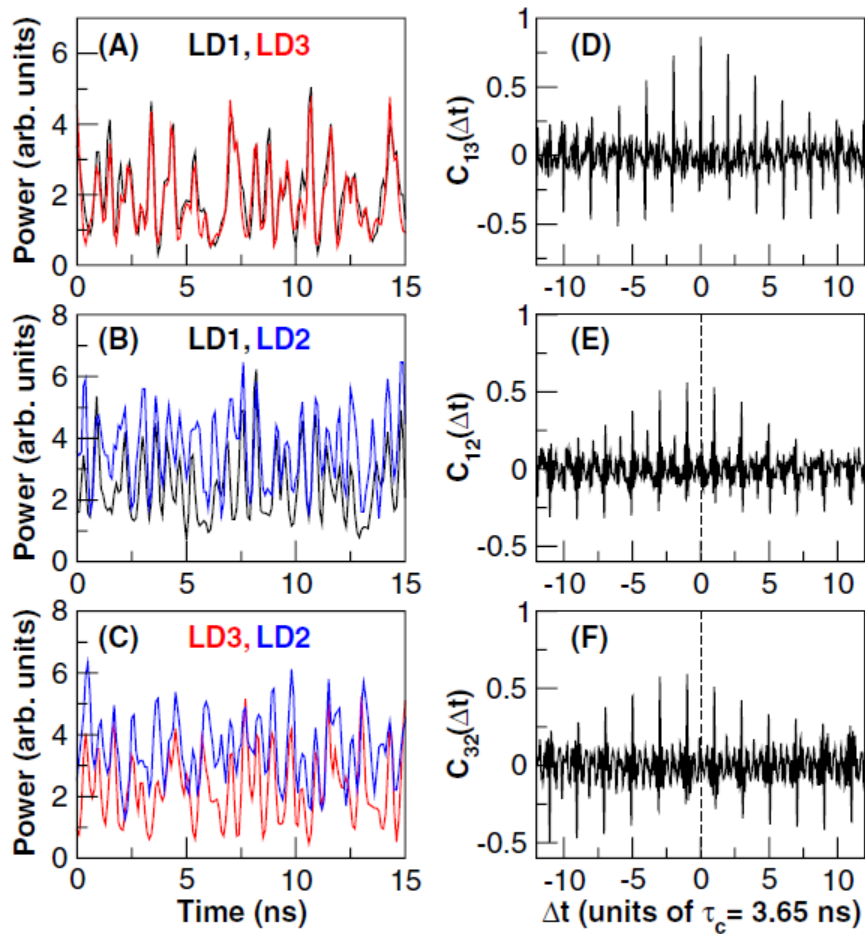


図 2.56: レーザネットワークによる時間波形と相互相関値 [93]

この構成では、直接結合されている LD1-LD2 間と LD2-LD3 間の間では遅延同期を行い、結合されていない LD1-LD3 間ではゼロ遅延同期することが分かった。このように、レーザネットワークの一部のレーザ同士がゼロ遅延で同期する現象をクラスタ同期と呼ぶ。

他にも 3 台のレーザは図 2.57(a) に示すように様々な接続方法がある [97]。これらについての同期状態については、同じ色同士のレーザが同期することが知られている [98]。同様に 4 台のレーザにおける同期状態は図 2.57(b) に示す [97]。一方向結合でリング状に結合したレーザネットワークでは 3 台と 4 台の半導体レーザに対して、全ての半導体レーザが異なるクラスタになるという構造を持っている。一方で、一方向結合が相互結合に全て置き換わると、3 台と 4 台では異なるクラスタ同期を行う。また、クラスタ同期が生じるレーザの判定は簡易的に最大公約数から計算で



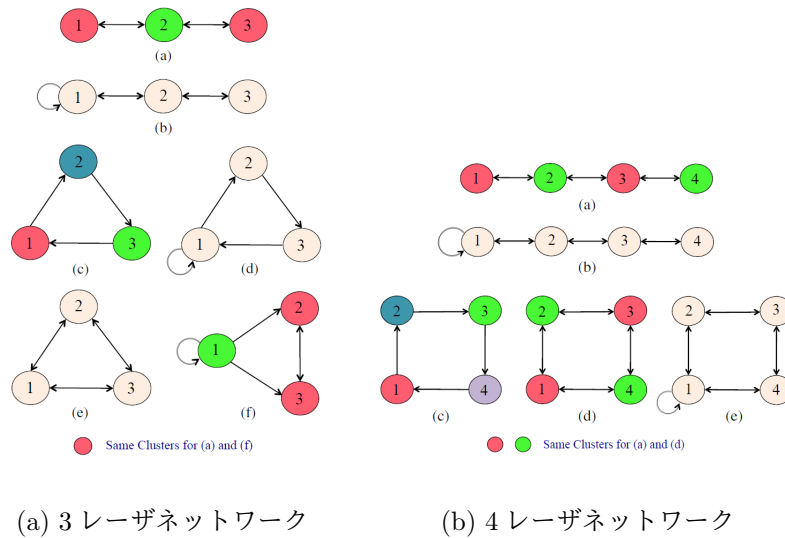


図 2.57: 3,4 台の半導体レーザにおけるレーザネットワークの種類 [97]

きることが知られている。図 2.58 では 5 つの半導体レーザネットワークの同期状態を示している。リング状の結合だけでなるネットワークにおいては、最大公約数からネットワークのクラスタ数を判別することができる。この方法では、ネットワークに存在するループのレーザの個数を書き出し、これらの数字の最大公約数がネットワーク全体のクラスタ数と判定することができる。図 2.58(a) では全ての 8 台のレーザからなる 1 つのループしかない。したがって、最大公約数は 8 となり、全てのレーザはゼロ遅延同期が生じない。しかしながら、図 2.58(b) のように 2 番目の半導体レーザに自己フィードバックを加えると、1 台のレーザからなるループが存在し、1 と 8 の最大公約数が 1 となり、全てのレーザがゼロ遅延同期する。

また、結合遅延時間の長さが異なる場合について考える。図 2.59(a) には、一部の結合遅延時間が他の結合遅延時間の整数倍となるネットワークを示している。結合遅延時間が他の結合遅延時間の 2 倍となる Laser 2-3 間及び 4-5 間は、結合遅延時間が揃うように仮想的なレーザを追加したような同期状態を示す。従って、Laser 2, 3, 4, 5 からなるループでは、4 台ではなく 6 台からなるループとみなす。また同様に、Laser 1, 2, 3, 4, 5, 6 からなるループでは、6 台ではなく 8 台からなるループとみなす。これにより、最大公約数が 2 となり、2 つのクラスタからなるクラスタ同期が生じる。また、図 2.59(b) に示すように整数倍でない場合においても、最小となる結合遅延時間に合わせて仮想的な半導体レーザを追加することで同期を判定できる。

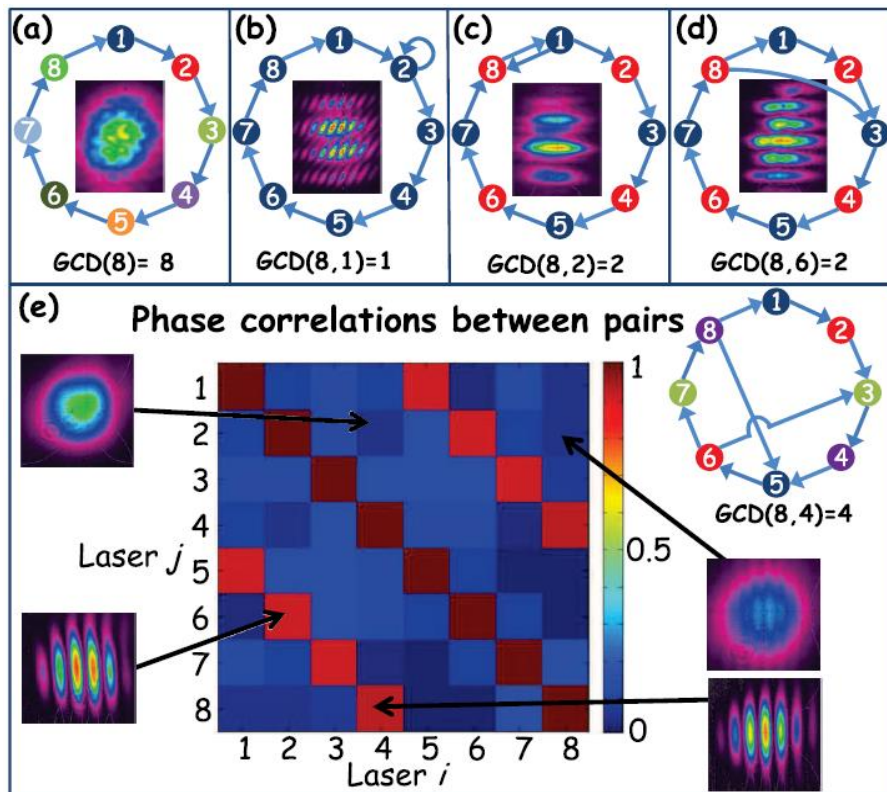


図 2.58: クラスタ同期とループを構成するレーザーの数の最大公約数 [98]

最大公約数による判定方法では、クラスタ同期のクラスタ数を判定することができたが、具体的にどのレーザーが同じクラスタに属するかまではわからない。また、判定はループのみを有するレーザーネットワークに限られている。実際に、図 2.60(a),(b) に示すレーザーネットワークは最大公約数から判定することができるが、図 2.60(c),(d) に示すレーザーネットワークでは判定することができない。そこでレーザーネットワークの隣接行列を用いることで正確に判定することができる [99]。隣接行列のべき乗  $A^n$  は要素  $(i, j)$  の  $i$  から  $j$  への長さ  $n$  のパスの数を示す。したがって、行列に対して  $\text{sign}$  関数を定義することで同期状態を判定できる。ここで  $\text{sign}$  関数は行列の要素ごとに作用する符号関数 (正ならば 1 を返し、0 ならば 0 を返し、負ならば  $-1$  を返す関数) である。例えば図 2.60(c) について考える。このレーザーネットワークの隣

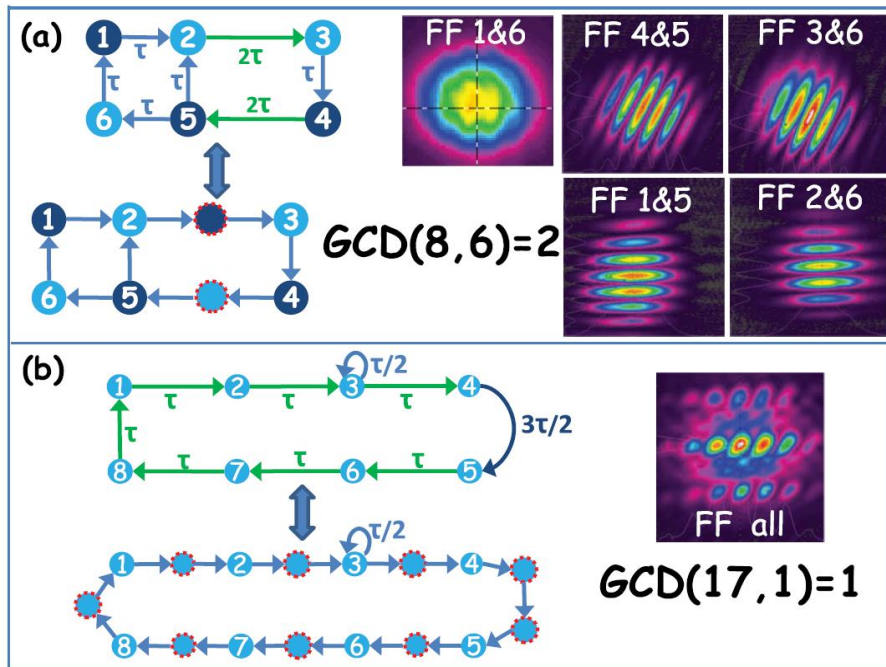


図 2.59: 結合遅延時間が異なるレーザネットワークとクラスタ同期 [98]

接行列は以下ようになる.

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.107)$$

ここで  $\text{sign}(G^n)$  を考えると,  $n \geq 10$  のとき以下ようになる.

$$\text{sign}(G^n) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.108)$$

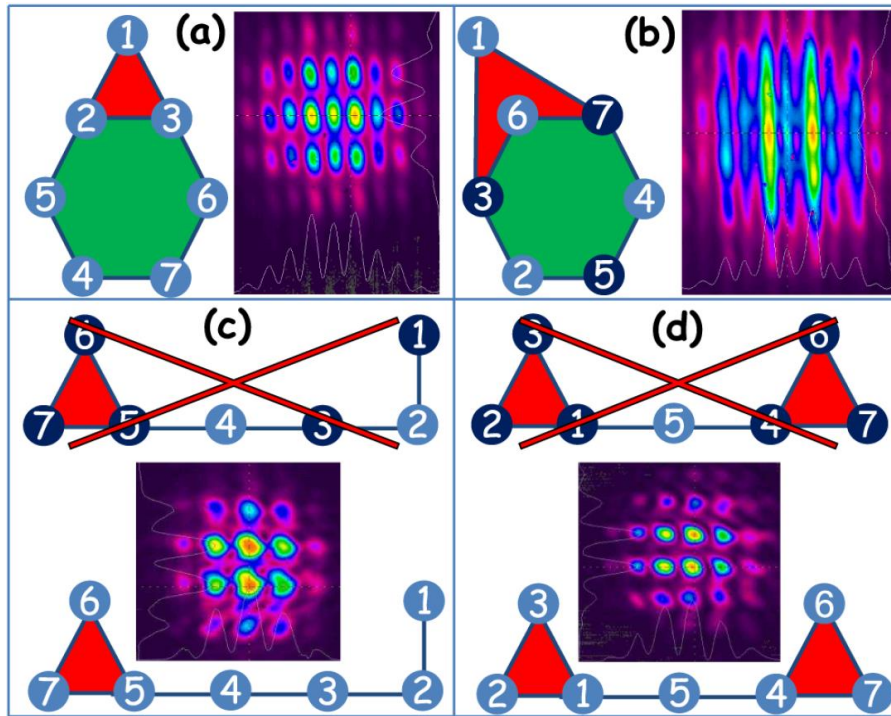


図 2.60: ループ形状を持たないレーザーネットワークとクラスタ同期 [99]

このことから全てのレーザーはゼロ遅延で同期することが分かる．一方で，図 2.60(b) の場合には，隣接行列は以下の通りである．

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.109)$$

この隣接行列では  $\text{sign}(G^n)$  を考えると,  $n = 2$  のときに以下のようなになる.

$$\text{sign}(G^2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.110)$$

このとき, 1, 2, 4, 6 行目 (列目) は同じ要素列からなっていることが分かる. 一方で, 3, 5, 7 行目も同じ要素列から構成されている. また,  $n \geq 2$  でさらに計算を行っても, この関係は変わらない. したがって, 図 2.60(b) 上の Laser 1, 2, 4, 6 は同じクラスタに属し, Laser 3, 5, 7 は別のクラスタに属す. このような隣接行列によるクラスタ判定は図 2.61 により説明できる. まず, 初期状態として, それぞれのレーザを個別の色で塗り分ける. また, 時間を結合遅延時間ごとにスケーリングし, ステップと名付ける. 1 ステップ後には, それぞれのレーザは他のレーザとの結合により, 情報を混合させる. 例えば, 図 2.61(a) のネットワークの 1 ステップ目において, Laser 1 は Laser 2, 5 と結合しているため, 黄色と青色の情報を混合させる. 次に, Laser 2, 5 がそれぞれ Laser 1, 3 と Laser 1, 4 に結合されているため, Laser 1 の 2 ステップ目は, Laser 1, 3, 4 の情報を混合させる. 情報混合させるレーザと隣接行列のべき乗におけるパスが対応していることが分かる. このように, 情報混合を繰り返していくと 4 ステップ目において, 全てのレーザの混合状態が等しくなる. このことから, 全てのレーザはゼロ遅延で同期する. 一方で, 図 2.61(b) ではステップを進めていくと, ステップ 3 と 4 の状態を繰り返す. したがって, 2 つのクラスタからなるクラスタ同期をすることが分かる.

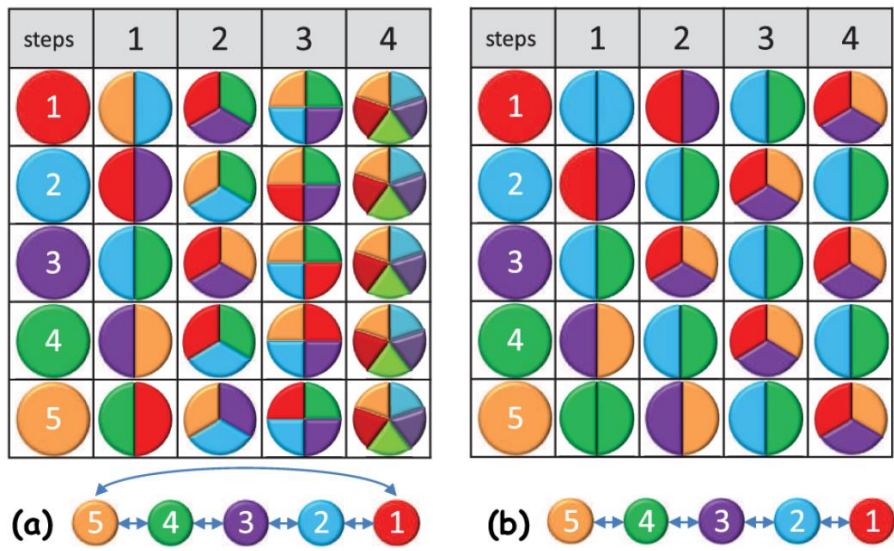


図 2.61: レーザネットワークと情報混合 [99]

# 第3章 レーザネットワークの数値計算モデルと定常解

本章では、本論文において用いるリング状に一方向結合された半導体レーザのモデルとレート方程式について説明する。また、定常解を仮定し、レート方程式から、定常解を求める式を導出する。

## 3.1 リング状に一方向結合された半導体レーザのモデルとレート方程式

本節ではリング状に一方向結合された半導体レーザのモデルとレート方程式について説明する。本研究では任意のサイズのレーザネットワークで遅延カオス同期を生じさせる。しかしながら、レーザネットワークにおいては遅延同期とゼロ遅延同期が生じる可能性があり、ゼロ遅延同期が生じないレーザネットワークを構築することが重要となる。そこで隣接行列を用いることでネットワークにゼロ遅延同期が生じるかを判定する [98, 99]。隣接行列  $A$  の要素  $a_{ij}$  に対して以下の関数  $Y = \text{sign}(A)$  を考える。

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & (a_{ij} > 0) \\ 0 & (a_{ij} = 0) \end{cases} \quad (3.1)$$

隣接行列の要素は0以上の値となるため、 $a_{ij} < 0$  の場合は定義しない。この関数を用いて以下の式を満たす最小の自然数  $k, l$  を求める。

$$F(A^{k+l}) = F(A^k) \quad (3.2)$$

このとき、 $l$  がゼロ遅延同期で生じるクラスタの数になる [98]。したがって、 $l = 1$  のとき、レーザネットワークは全てのレーザがゼロ遅延同期する。一方で  $l$  がレーザの数と等しいとき、全てのレーザはゼロ遅延同期しない。また、行列  $F(A^k)$  によ

り、レーザに対応する列と同じ要素を持つレーザ同士が同じクラスタになる。この方式を用いて、ゼロ遅延同期しないレーザネットワークは以下の行列となる。

$$A_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

この隣接行列となるレーザネットワークのモデル図を図 3.1 に示す。  $n = 2$  のとき、このレーザネットワークは相互結合されたレーザネットワークになる。また、  $n$  が 3 以上のときにはリング状に一方向結合した半導体レーザネットワークとなる。このレーザネットワークにおけるレート方程式である Lang-Kobayashi 方程式 [87] を以下に示す。ただし、レーザ間には結合遅延時間  $\tau$  が存在し全ての結合遅延時間は等しいとする。

$$\frac{dA_i(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_i(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_i(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_i(t) + \kappa A_{i-1}(t - \tau) \cos \theta_i(t) \quad (3.4)$$

$$\frac{d\phi_i(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_i(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_i(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_{i-1}(t - \tau)}{A_i(t)} \sin \theta_i(t) \quad (3.5)$$

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = J - \frac{N_i(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_i(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_i(t)|^2} |A_i(t)|^2 \quad (3.6)$$

$$\theta_i(t) = (\omega_{i-1} - \omega_i)t + \omega_{i-1}\tau \quad (3.7)$$

本レート方程式は複素電界を振幅  $A_i(t)$  と位相  $\phi_i(t)$  で与えており、  $N_i(t)$  はキャリア密度を示す。また、添え字は自然数とするため、  $i = 1$  のとき、  $i - 1$  は  $n$  とみなす。時間波形として観測される光強度  $I_i(t)$  は振幅を 2 乗することで求められる  $I_i(t) = A_i^2(t)$ 。他のパラメータの説明は表 3.1 に示す。半導体レーザでは発振しきい値電流  $J_{th}$  が決められており、この値で規格化するため、規格化係数  $j$  を用いて、注入電流を  $J = jJ_{th}$  で表す。また、発振しきい値電流  $J_{th}$  は以下の式を用いて決定される [85]。

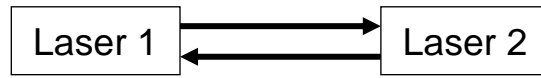
$$J_{th} = \frac{N_{th}}{\tau_s} \quad (3.8)$$

$$N_{th} = N_0 + \frac{1}{G_N\tau_p} \quad (3.9)$$

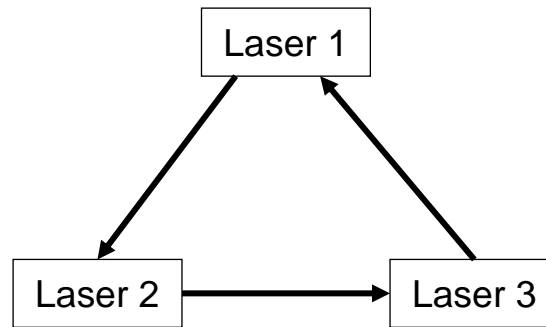
また、半導体レーザでは波長  $\lambda$  がパラメータとなるため、光速  $c$  を用いて光角周波数を求める。

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad (3.10)$$

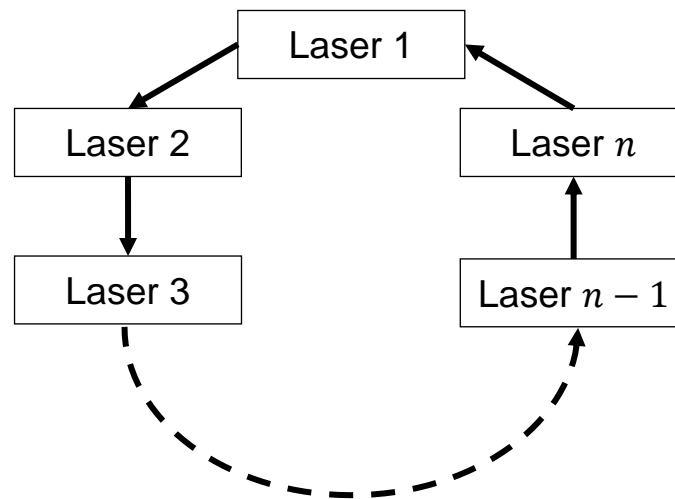




(a)  $n = 2$  の場合



(b)  $n = 3$  の場合



(c) 任意のレーザ数の場合

図 3.1: 式 (3.3) の隣接行列のレーザネットワークのモデル図

表 3.1: レーザのレート方程式の記号とパラメータ

記号	パラメータ	一般的に用いられる値
$G_N$	利得係数	$8.40 \times 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
$N_0$	透過キャリア密度	$1.40 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\varepsilon$	利得飽和係数	$2.0 \times 10^{-23}$
$\tau_p$	光子寿命	$1.927 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau_s$	キャリア寿命	$2.04 \times 10^{-9} \text{ s}$
$\alpha$	線幅増大係数	3.0
$\tau$	結合遅延時間	42.72 ns
$\kappa_i$	結合強度	30.0 ns <sup>-1</sup>
$N_{th} = N_0 + 1/G_N\tau_p$	しきい値キャリア密度	$2.018 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$J_{th} = N_{th}/\tau_s$	しきい値注入電流	$9.892 \times 10^{32} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$
$j = J/J_{th}$	規格化注入電流	0.8~3.0
$\lambda$	レーザの波長	1547.1 nm

## 3.2 リング状に一方方向結合された半導体レーザの定常解

### 3.2.1 定常解の導出

レート方程式から同期条件下における定常解を求める [61, 86]. したがって, 以下のような定常解を仮定する.

- 複素電界振幅  $A_i(t) = A_i(t - \tau) = A_{si}$
- 複素電界位相  $\phi_i(t) = (\omega_s - \omega_i)t$
- キャリア密度  $N_i(t) = N_{si}$

同期条件下では各レーザの光角周波数の定常解は一致するため, 1つの定常解  $\omega_s$  で表している. はじめに式 (3.7) に定常解を代入する.

$$\theta_i(t) = (\omega_s - \omega_s)t + \omega_s\tau = \omega_s\tau \quad (3.11)$$

したがって,  $\theta_i(t)$  は定数となる. レート方程式に定常解と式 (3.11) を代入する.

$$0 = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_{si} - N_0]}{1 + \varepsilon|A_{si}|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_{si} + \kappa A_{s(i-1)} \cos \omega_s \tau \quad (3.12)$$

$$\omega_s - \omega_i = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_{si} - N_0]}{1 + \varepsilon|A_{si}|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \sin \omega_s \tau \quad (3.13)$$

$$0 = J - \frac{N_{si}}{\tau_s} - \frac{G_N[N_{si} - N_0]}{1 + \varepsilon|A_{si}|^2} |A_{si}|^2 \quad (3.14)$$

式 (3.12) を変形する.

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_{si} - N_0]}{1 + \varepsilon|A_{si}|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] = -\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau \quad (3.15)$$

これを式 (3.13) に代入する.

$$\begin{aligned} \omega_s - \omega_i &= -\kappa \alpha \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau - \kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \sin \omega_s \tau \\ &= -\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} (\alpha \cos \omega_s \tau + \sin \omega_s \tau) \\ &= -\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\omega_s \tau + \tan^{-1} \alpha) \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで,  $i = 1$  のとき,  $A_{s(i-1)} = A_{sn}$  であるから, 全ての  $i$  に対して掛け合わせると以下のようなになる.

$$\prod_{k=1}^n (\omega_s - \omega_k) = (-\kappa)^n \left( \sqrt{1 + \alpha^2} \right)^n \sin^n(\omega_s \tau + \tan^{-1} \alpha) \quad (3.17)$$

また, 式 (3.14) の第 3 項を変形する.

$$\begin{aligned} \frac{G_N[N_{si} - N_0]}{1 + \varepsilon|A_{si}|^2} |A_{si}|^2 &= \frac{G_N[N_{si} - N_0] \varepsilon |A_{si}|^2}{1 + \varepsilon|A_{si}|^2} \\ &= \frac{G_N[N_{si} - N_0] (1 + \varepsilon|A_{si}|^2) - G_N[N_{si} - N_0]}{\varepsilon (1 + \varepsilon|A_{si}|^2)} \\ &= \frac{G_N}{\varepsilon} [N_{si} - N_0] - \frac{G_N[N_{si} - N_0]}{\varepsilon (1 + \varepsilon|A_{si}|^2)} \end{aligned} \quad (3.18)$$

これを式 (3.14) に代入すると以下のようなになる.

$$0 = J - \frac{N_{si}}{\tau_s} - \frac{G_N}{\varepsilon} [N_{si} - N_0] + \frac{G_N[N_{si} - N_0]}{\varepsilon (1 + \varepsilon|A_{si}|^2)} \quad (3.19)$$

$$\frac{G_N[N_{si} - N_0]}{1 + \varepsilon|A_{si}|^2} = \frac{\varepsilon N_{si}}{\tau_s} + G_N [N_{si} - N_0] - J \varepsilon \quad (3.20)$$

式 (3.20) を式 (3.15) に代入する.

$$\frac{\varepsilon N_{si}}{\tau_s} + G_N [N_{si} - N_0] - J\varepsilon - \frac{1}{\tau_p} = -2\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau \quad (3.21)$$

$$\frac{\varepsilon N_{si}}{\tau_s} + G_N [N_{si} - N_0] - J\varepsilon - \frac{1}{\tau_p} + 2\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau = 0 \quad (3.22)$$

また, 式 (3.8),(3.9) と  $J = jJ_{th}$  を用いて変形を行い, 代入する.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\varepsilon N_{si}}{\tau_s} + G_N \left[ N_{si} - N_{th} + \frac{1}{G_N \tau_p} \right] - \frac{jN_{th}}{\tau_s} \varepsilon - \frac{1}{\tau_p} + 2\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau \\ &= G_N \tau_s [N_{si} - N_{th}] + \varepsilon N_{si} - j\varepsilon N_{th} + 2\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau \\ &= G_N \tau_s [N_{si} - N_{th}] + \varepsilon [N_{si} - N_{th}] - (j-1)\varepsilon N_{th} + 2\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau \\ &= [G_N + \varepsilon] [N_{si} - N_{th}] = (j-1)\varepsilon N_{th} - 2\kappa \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \cos \omega_s \tau \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$N_{si} - N_{th} = \frac{(j-1)\varepsilon N_{th}}{G_N + \varepsilon} - \frac{2\kappa \cos \omega_s \tau}{G_N + \varepsilon} \frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} \quad (3.24)$$

ここで式 (3.17) を以下のように変形する.

$$\frac{A_{s(i-1)}}{A_{si}} = \frac{\omega_s - \omega_i}{-\kappa \sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\omega_s \tau + \tan^{-1} \alpha)} \quad (3.25)$$

これを式 (3.24) に代入する.

$$N_{si} - N_{th} = \frac{(j-1)\varepsilon N_{th}}{G_N + \varepsilon} + \frac{2(\omega_s - \omega_i) \cos \omega_s \tau}{(G_N + \varepsilon) \sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\omega_s \tau + \tan^{-1} \alpha)} \quad (3.26)$$

式 (3.26) がキャリア密度の定常解  $N_{si}$  を求める式となる. さらに, 式 (3.14) から変形を行う.

$$0 = J\tau_s (1 + \varepsilon |A_{si}|^2) - N_{si} (1 + \varepsilon |A_{si}|^2) - G_N \tau_s [N_{si} - N_0] |A_{si}|^2 \quad (3.27)$$

$$(-J\tau_s \varepsilon + \varepsilon N_{si} + G_N \tau_s [N_{si} - N_0]) |A_{si}|^2 = J\tau_s - N_{si} \quad (3.28)$$

式 (3.8),(3.9) と  $J = jJ_{th}$  を用いることで,  $J\tau_s = jN_{th}$  となり, これを式 (3.28) に代入する.

$$|A_{si}|^2 = \frac{jN_{th} - N_{si}}{\varepsilon (N_{si} - jN_{th}) + G_N \tau_s (N_{si} - N_0)} \quad (3.29)$$

式 (3.29) が複素電界振幅の定常解  $A_{si}$  を求める式となる．以下に定常解を求める式をまとめる．

$$|A_{si}|^2 = \frac{jN_{th} - N_{si}}{\varepsilon(N_{si} - jN_{th}) + G_N\tau_s(N_{si} - N_0)} \quad (3.30)$$

$$\prod_{k=1}^n (\omega_s - \omega_k) = (-\kappa)^n \left(\sqrt{1 + \alpha}\right)^n \sin^n(\omega_s\tau + \tan^{-1} \alpha) \quad (3.31)$$

$$N_{si} - N_{th} = \frac{(j-1)\varepsilon N_{th}}{G_N + \varepsilon} + \frac{2(\omega_s - \omega_i) \cos \omega_s\tau}{(G_N + \varepsilon)\sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\omega_s\tau + \tan^{-1} \alpha)} \quad (3.32)$$

式 (3.30), (3.31), (3.32) から定常解を求めることができる．

### 3.2.2 定常解の数値計算

文献 [61] では既に相互結合された半導体レーザにおける定常解を求め、定常解を遍歴する低周波不規則振動を観測していた．ここでは同様に、3レーザの場合における定常解を示し、低周波不規則振動が定常解を遍歴する様子を観測する．レート方程式及び、定常解の式 (3.30), (3.31), (3.32) に対して  $n = 3$  として、計算を行う．その他のパラメータは表 3.2 に示す．まず定常解の式 (3.30), (3.31), (3.32) から求めた解を図 3.2 に示す．ここで周波数シフトとキャリア密度は規格化を行っている [61]．周波数シフトは Laser 1 との周波数差であり、 $f_s = (\omega_s - \omega_1)/(2\pi)$  で規格化している．また、規格化キャリア密度は  $100N_{sn}/N_{th}$  で規格化している．定常解平均は楕円状に分布しており、Laser 1 との周波数が近い部分が急激に変化していることが分かる．次に、別に計算を行った低周波不規則振動下のアトラクタと重ね合わせた結果を図 3.3 に示す．ここで別に計算した時間波形は平均した周波数  $f_A(t)$  とキャリア密度  $N_A(t)$  を以下の式を用いて計算し、プロットした [61]．

$$f_A(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i(t) \quad (3.33)$$

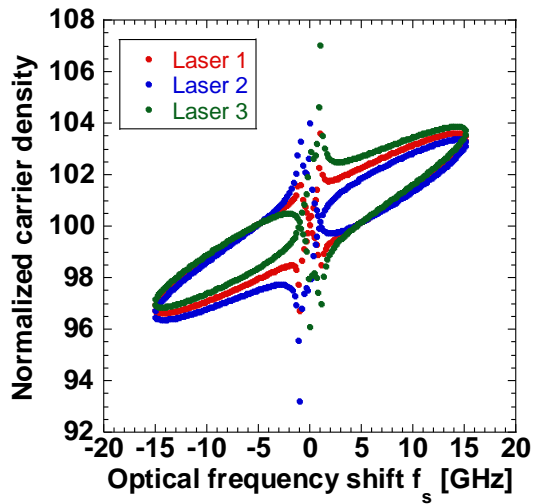
$$f_i(t) = \frac{\phi_i(t) - \phi_i(t - \tau)}{2\pi\tau} - \Delta f_i \quad (3.34)$$

$$\Delta f_i = \frac{c}{\lambda_i} - \frac{c}{\lambda_1} \quad (3.35)$$

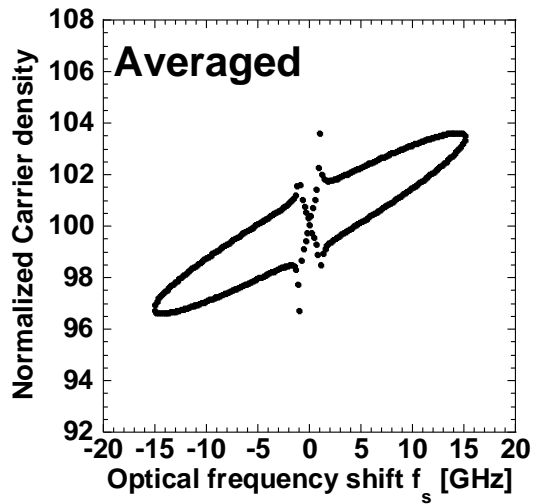
ここで  $f_i$  は各レーザにおける波長  $\lambda$  と光速  $c$  から計算される周波数  $f = c/\lambda$  である．レーザの平均値の軌跡は、定常解の分布の下側を周波数負方向へ進み、上側を周波数正方向へ進んで一周する．特に、楕円状の定常解の下側の部分では、軌跡は

表 3.2: レーザの記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$G_N$	利得係数	$8.40 \times 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
$N_0$	透過キャリア密度	$1.40 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\varepsilon$	利得飽和係数	$2.0 \times 10^{-23}$
$\tau_p$	光子寿命	$1.927 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau_s$	キャリア寿命	$2.04 \times 10^{-9} \text{ s}$
$a$	線幅増大係数	3.0
$c$	光速	$2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
$\tau$	結合遅延時間	42.72 ns
$\kappa_1$	結合強度 (Laser 3→Laser 1)	$31.06 \text{ ns}^{-1}$
$\kappa_2$	結合強度 (Laser 1→Laser 2)	$31.06 \text{ ns}^{-1}$
$\kappa_3$	結合強度 (Laser 2→Laser 3)	$31.06 \text{ ns}^{-1}$
$N_{th} = N_0 + 1/G_N\tau_p$	しきい値キャリア密度	$2.018 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$J_{th} = N_{th}/\tau_s$	しきい値注入電流	$9.892 \times 10^{32} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$
$j = J/J_{th}$	規格化注入電流	1.1
$\lambda_1$	Laser 1 の波長	1537 nm
$\Delta f_{ini12}$	Laser 1-2 間の初期光周波数差	1 GHz
$\Delta f_{ini23}$	Laser 2-3 間の初期光周波数差	-2 GHz
$\Delta f_{ini31}$	Laser 3-1 間の初期光周波数差	1 GHz

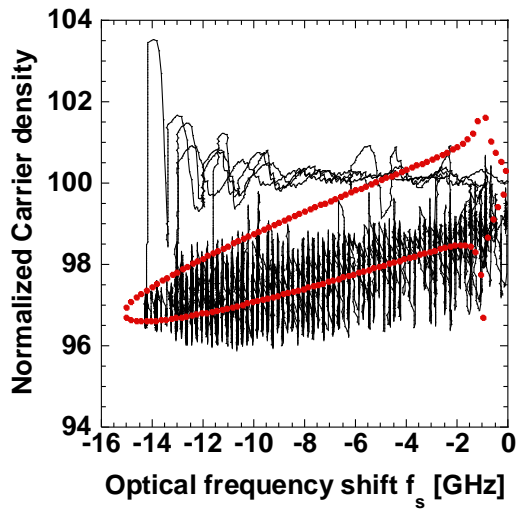


(a) 各レーザにおける定常解の分布

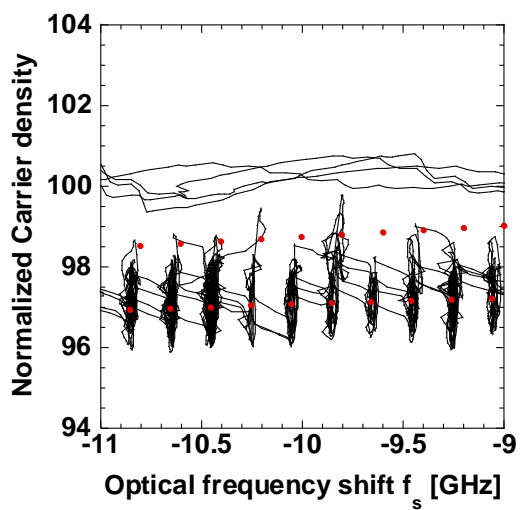


(b) 定常解の平均

図 3.2: 3レーザのレーザネットワークにおける定常解



(a) 定常解と低周波不規則振動のアトラクタ



(b) 拡大図

図 3.3: 3レーザのレーザネットワークの定常解と低周波不規則振動のアトラクタ

定常解を遍歴する。これは、下側の定常解が安定なモードであることを示している。一方で、定常解の上側の部分では、下側と異なり遍歴しない。これは、上側の定常

解が不安定なアンチモードであることを示している。相互結合された半導体レーザ [61] と同様に、3レーザにおけるレーザネットワークにおいても定常解を示し、低周波不規則振動の遍歴を確認することができた。

### 3.3 ローパスフィルタの設計

レート方程式により得られた光強度  $I_i(t)$  では、高速な振動が生じているため、低周波不規則振動や遅延カオス同期が生じているかを判定するのが難しいことが知られている [61]。そこで、本節ではローパスフィルタを設計する。本研究では、低周波部分を抜き取り、低周波不規則振動や遅延カオス同期が生じているかを確認するため、高速に計算できる無限インパルス応答 (IIR) フィルタで設計した。無限インパルス応答のローパスフィルタは入力信号  $x(t)$ 、出力信号  $y(t)$  を用いて次の式で計算される [100]。

$$y(t) = \frac{1-b}{2(a+1)}x(t) + \frac{1-b}{a+1}x(t-1) + \frac{1-b}{2(a+1)}x(t-2) - \frac{-2b}{a+1}y(t-1) - \frac{1-a}{a+1}y(t-2) \quad (3.36)$$

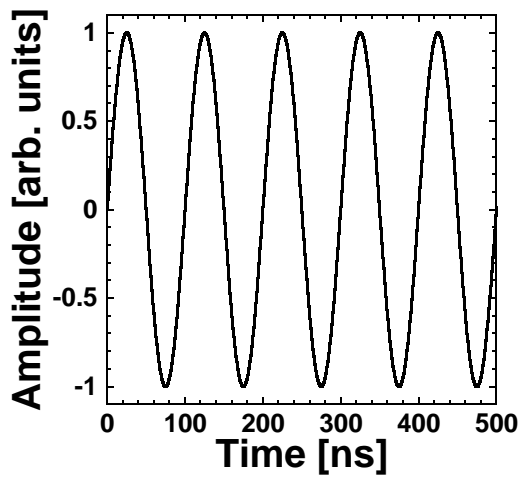
$$a = \frac{\sin 2\pi f_c h}{2Q} \quad (3.37)$$

$$b = \cos 2\pi f_c h \quad (3.38)$$

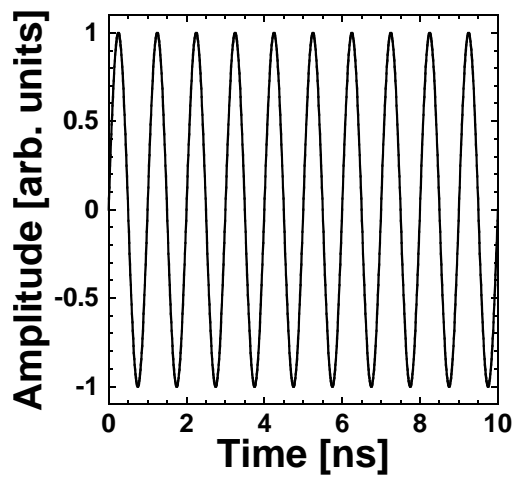
ここで  $f_c$  をカットオフ周波数、 $Q$  を  $Q$  値、 $h$  を信号のサンプリング間隔とする。カットオフ周波数  $f_c$  が 100 MHz、 $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 、 $h = 1 \times 10^{-12}$  のローパスフィルタを設計し、10 MHz と 1 GHz の正弦波に対して適用した結果を図 3.4 に示す。図 3.4(a) と図 3.4(b) はそれぞれ 10 MHz と 1 GHz の正弦波を示している。10 MHz と 1 GHz の正弦波を作成したローパスフィルタに適用した図をそれぞれ図 3.4(c) と図 3.4(d) に示す。10 MHz の正弦波は減衰せずにフィルタを通過していることが分かる。一方で、1 GHz の正弦波はフィルタにより減衰していることが分かる。また、フィルタの周波数特性を図 3.5 に示す。周波数スペクトルは拡大図から 100 MHz で -3 dB 減衰していることが分かる。

本節で設計したローパスフィルタを実際の波形に適用する。図 3.6 には適用する前の時間波形と適用した後の時間波形を示している。ローパスフィルタのカットオフ周波数は、60 MHz とした。適用する前の時間波形である図 3.6(a) では高速な不規則振動が検出されている。一方でローパスフィルタを適用することで図 3.6(b) に

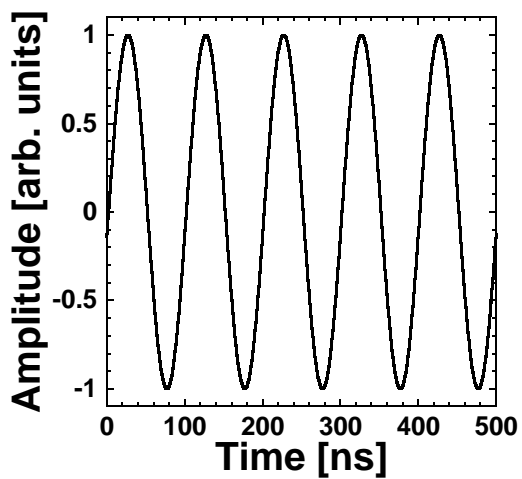




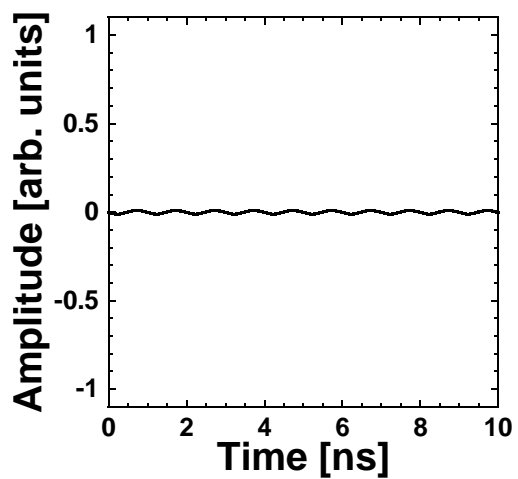
(a) 適用前の 10 MHz の正弦波



(b) 適用前の 1 GHz の正弦波



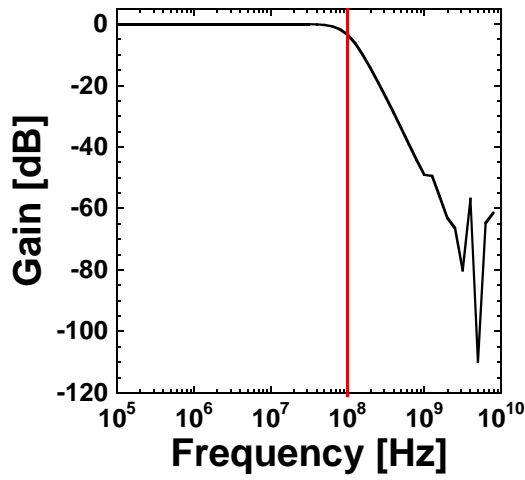
(c) 適用後の 10 MHz の正弦波



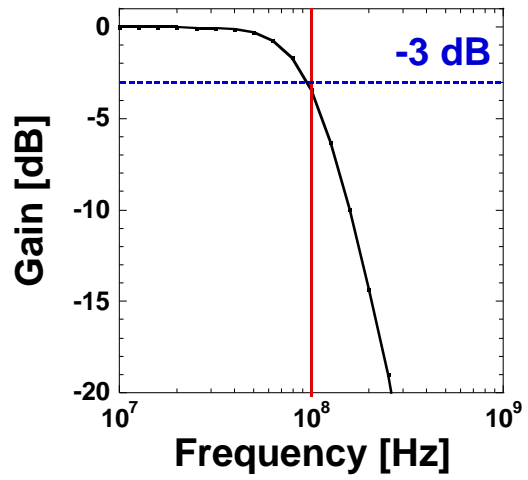
(d) 適用後の 1 GHz の正弦波

図 3.4: 正弦波とローパスフィルタを適用した結果

示すように、低周波不規則振動の特徴である急激な強度低下と階段状の回復過程が観察される。

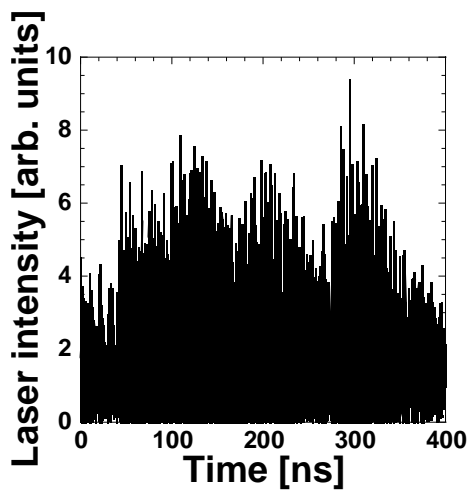


(a) 周波数特性

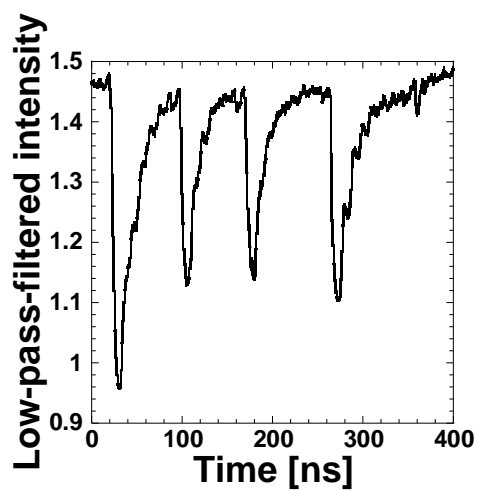


(b) 周波数特性 (拡大図)

図 3.5: 無限インパルス応答のローパスフィルタの周波数特性



(a) ローパスフィルタ適用前の時間波形



(b) ローパスフィルタ適用後の時間波形

図 3.6: 低周波不規則振動におけるレーザの光強度時間波形とローパスフィルタ

### 3.4 まとめ

本章では，隣接行列の累乗を用いることでレーザネットワークがゼロ遅延同期が発生する条件を示した．この条件を用いて，ゼロ遅延同期が発生しない任意の台数のレーザネットワークの隣接行列を示した．隣接行列から，このレーザネットワークはリング状に一方向結合されたネットワークであることが分かった．次に，このレーザネットワークのレート方程式を Lang-Kobayashi 方程式を用いて示した．また，レート方程式から，同期条件下の定常解を定義し，定常解を求める方程式を算出した．最後に光強度時間波形は非常に高速なダイナミクスであることから，ローパスフィルタを設計した．



## 第4章 レーザネットワークのダイナミクスの数値計算

本章では戻り光を有する半導体レーザ，相互結合された半導体レーザ，リング状一方向結合による3レーザの半導体レーザネットワークの時間波形，及びFFTによる周波数スペクトルを観測する．また，時間波形及び周波数スペクトルからダイナミクス判定を行い，リング状一方向結合レーザネットワークの性質を調査する．

### 4.1 戻り光を有する半導体レーザのダイナミクス調査

本節ではレート方程式の式 (3.4), (3.5), (3.6) において図 4.1 に示す  $n = 1$  にあたる戻り光を有する半導体レーザのダイナミクスを調査する． $n = 1$  で展開したレート方程式を以下に示す．

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_1(t) + \kappa A_1(t - \tau) \cos \theta_1(t) \quad (4.1)$$

$$\frac{d\phi_1(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_1(t - \tau)}{A_1(t)} \sin \theta_1(t) \quad (4.2)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = J - \frac{N_1(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} |A_1(t)|^2 \quad (4.3)$$

$$\theta_1(t) = \omega_1 \tau \quad (4.4)$$

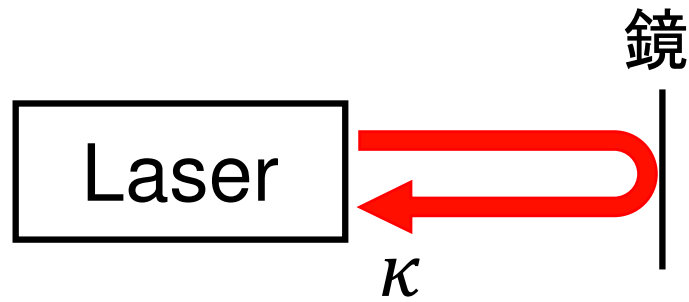


図 4.1: 戻り光を有する半導体レーザーのモデル

本章では，変化させるパラメータとして規格化注入電流  $j$  と戻り光量比率  $r_3$  を用いる [101, 102]. 戻り光量比率  $r_3$  は戻り光量  $\kappa$  と以下の関係にある.

$$\kappa = \frac{(1 - r_2^2)r_3}{r_2} \frac{1}{\tau_{in}} \quad (4.5)$$

ここで  $r_2$  はレーザー出力端面の電界振幅の反射率を表し， $\tau_{in}$  はレーザーの内部共振器の光の往復時間を表す. その他のレーザー出力パラメータの値を表 4.1 に示す. はじめに，規格化注入電流  $j$  が 1.1 と 2.0 の場合の戻り光量比率  $r_3$  による時間波形及び FFT を行ったスペクトル変化について述べる.

表 4.1: レーザの記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$G_N$	利得係数	$8.40 \times 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
$N_0$	透過キャリア密度	$1.40 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\varepsilon$	利得飽和係数	$2.0 \times 10^{-23}$
$\tau_p$	光子寿命	$1.927 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau_s$	キャリア寿命	$2.04 \times 10^{-9} \text{ s}$
$\alpha$	線幅増大係数	3.0
$c$	光速	$2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
$r_2$	レーザ出力端面の電界振幅の反射率	0.556
$\tau_{in}$	レーザの内部共振器の光の往復時間	$8.0 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau$	結合遅延時間	42.72 ns
$\kappa$	戻り光量	$0 \sim 62.12 \text{ ns}^{-1}$
$r_3$	戻り光量比率	0.0~0.40
$N_{th} = N_0 + 1/G_N\tau_p$	しきい値キャリア密度	$2.018 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$J_{th} = N_{th}/\tau_s$	しきい値注入電流	$9.892 \times 10^{32} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$
$j = J/J_{th}$	規格化注入電流	0.8~3.0
$\lambda$	レーザの波長	1547.1 nm

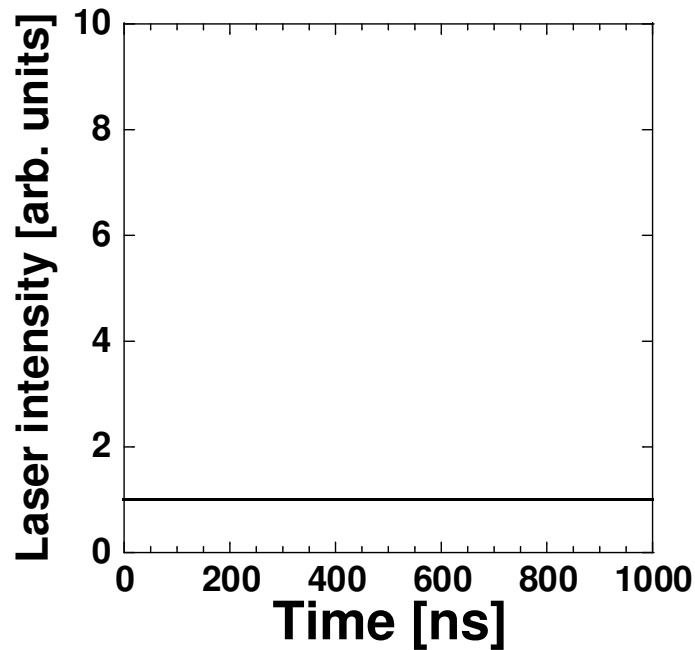


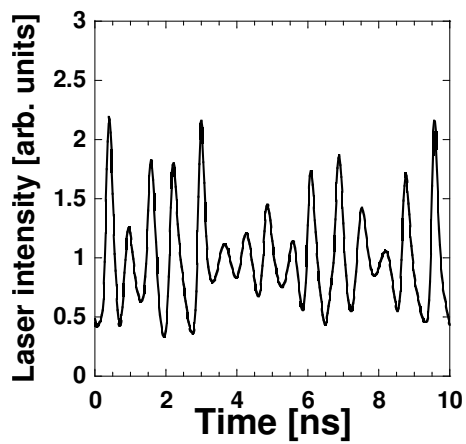
図 4.2: 戻り光量比率が 0.0 のときの戻り光半導体レーザの時間波形

#### 4.1.1 規格化注入電流が 1.1 の場合

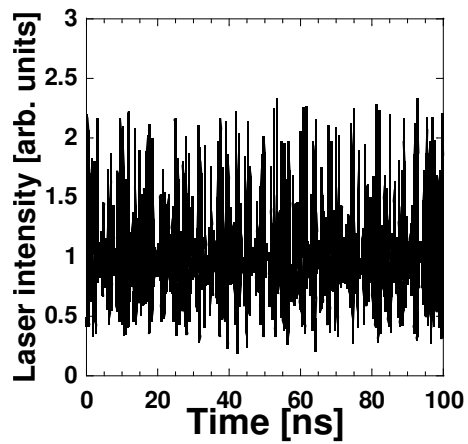
はじめに，規格化注入電流を 1.1 に設定し戻り光量比率を変化させた．戻り光量比率が 0.0 のときの時間波形を図 4.2 に示す．このとき戻り光がないことから，半導体レーザの単体発振となるため，時間変化しない定常発振が観測される．

次に，戻り光量比率が 0.01 のときの時間波形を図 4.3 に示す．このとき，時間波形はカオスを示している．また，FFT による RF スペクトルを図 4.4 に示す．RF スペクトルでは 1.39 GHz に最大ピークを有するスペクトルとなった．最大ピーク以下の周波数についてはピークが観測されていないことが分かる．





(a) 10 ns までの時間波形



(b) 100 ns までの時間波形

図 4.3: 戻り光量比率が0.01 のときの戻り光半導体レーザの時間波形

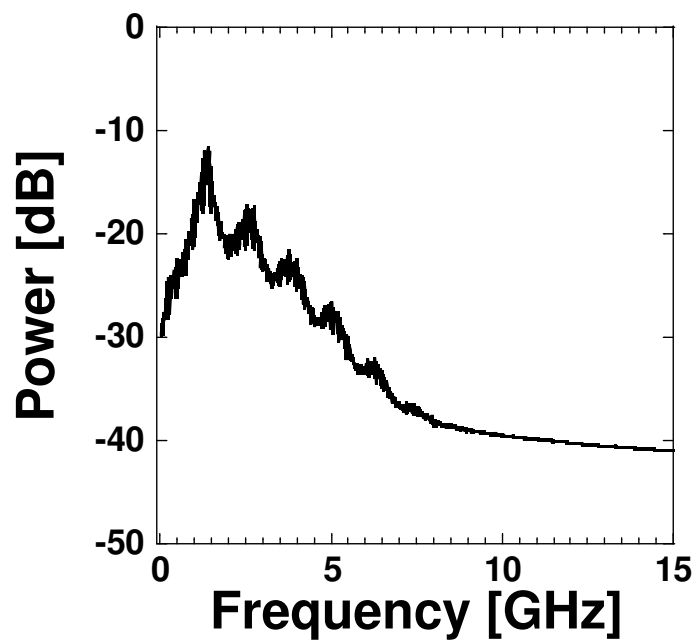


図 4.4: 戻り光量比率が0.01 のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル

戻り光量比率が0.15のときの時間波形を図4.5に示す。戻り光量比率が0.01の時間波形と比較して振動が高速化していることが分かる。また、時間波形の観測を200 nsまで長くすると、40 nsごとに強度の振幅が小さくなる部分が観測される。さらに、時間波形に対して60 MHzのローパスフィルタを適用した時間波形を図4.6に示す。ローパスフィルタを適用した時間波形では500 nsごとの不規則な波形が観測されており、低周波不規則振動 (Low Frequency Fluctuation, LFF) が観測されている。時間波形に対するRFスペクトルを図4.7に示す。最大ピークは1.71 GHzに存在している。さらに最大ピーク以下の周波数の中で240 MHzにピークを有していることが分かる。これは、時間波形で観測された40 nsごとの周期に対応している。

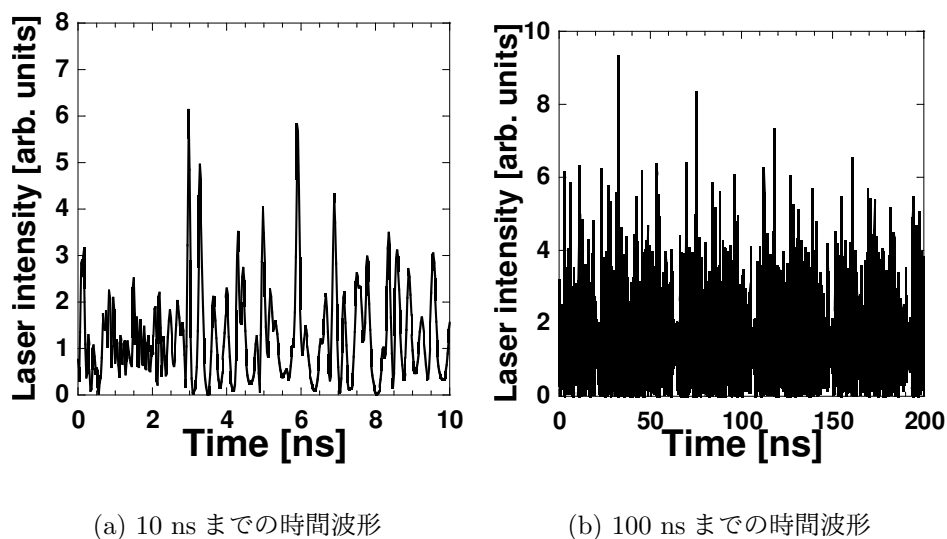


図 4.5: 戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザの時間波形

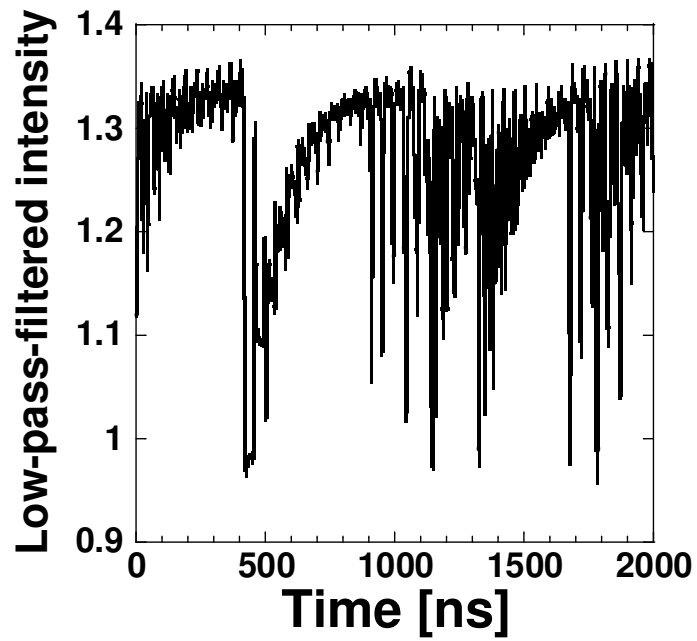


図 4.6: 戻り光量比率が 0.15 のときの戻り光半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形

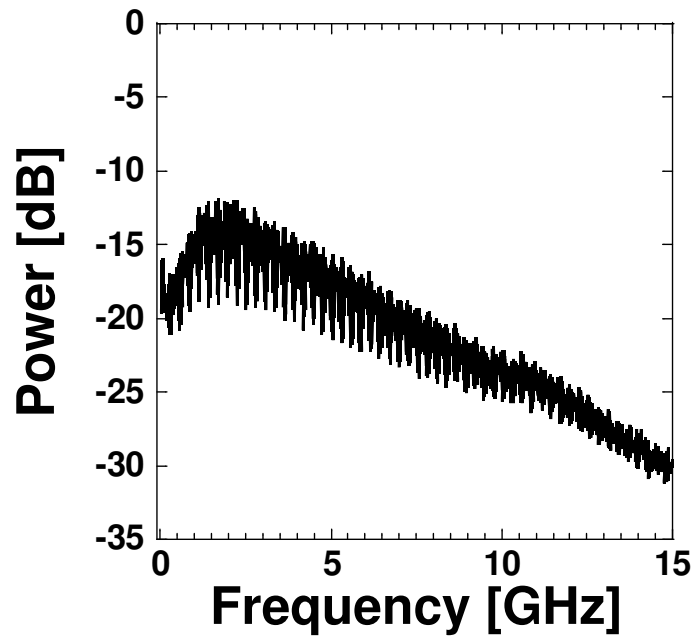
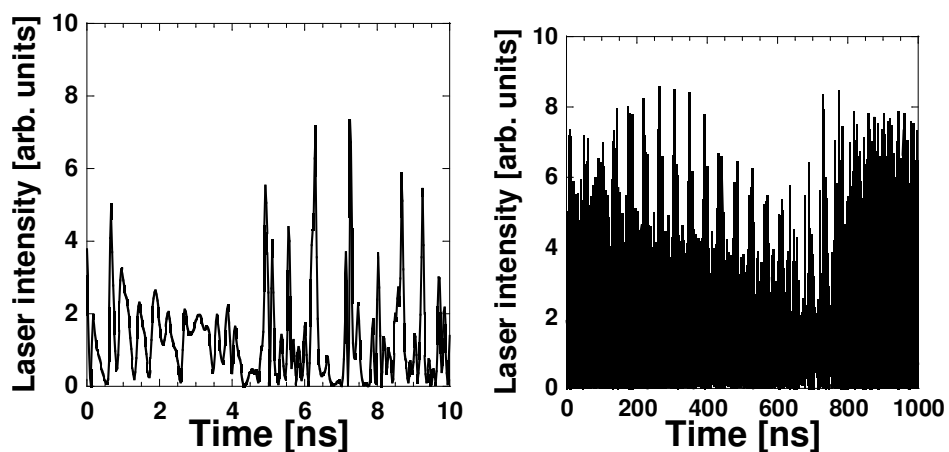


図 4.7: 戻り光量比率が 0.15 のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル

戻り光量比率が0.30のときの時間波形を図4.8に示す。0.15のときと同じ高速な振動を有している一方で、低周波部分では0.15のときよりも長い周期の振動を有していることが分かる。また、ローパスフィルタを適用した波形を図4.9に示す。ローパスフィルタを適用した波形でも1000 nsごとに不規則な出力低下が観測されている。図4.10の周波数スペクトルにおいても時間波形に見られた周期の部分のピークが観測されている。



(a) 10 ns までの時間波形

(b) 1000 ns までの時間波形

図 4.8: 戻り光量比率が0.30のときの戻り光半導体レーザの時間波形

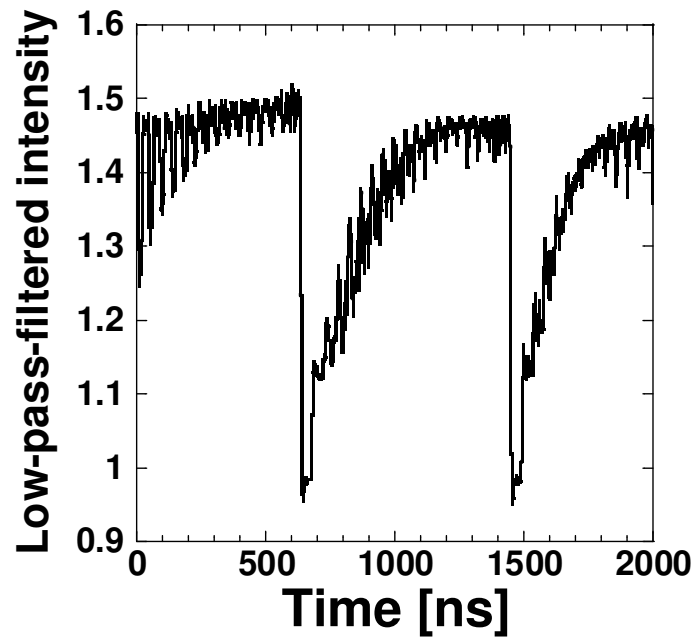


図 4.9: 戻り光量比率が 0.30 のときの戻り光半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形

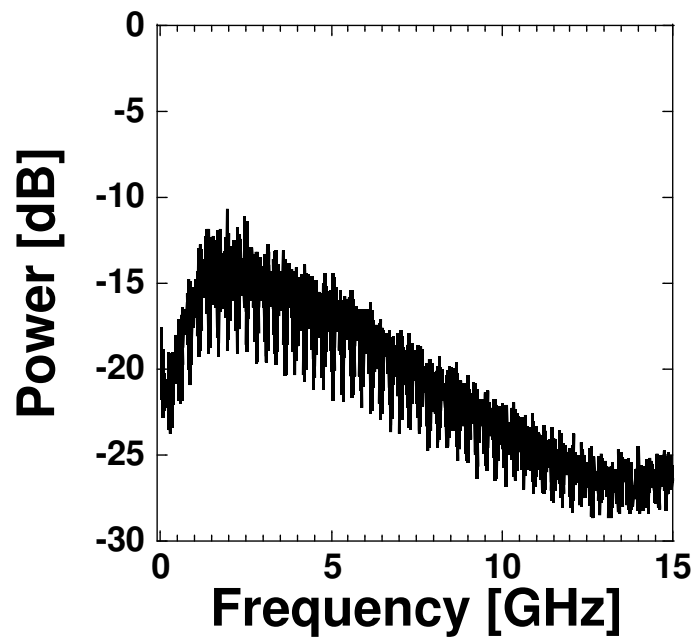


図 4.10: 戻り光量比率が 0.30 のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル

戻り光量比率が0.39のときの時間波形を図4.11に示す。この時間波形では0.15や0.30で見られた低周波不規則振動ではなく定常発振が観測されている。また、周波数スペクトルにおいても低周波不規則振動と比較して小さい数GHz程度のスペクトルを観測している。さらに、戻り光量比率が0.40のときの時間波形を図4.12に、周波数スペクトルを図4.13に示す。このとき、時間波形と周波数スペクトルから再びからカオスを観測しているといえる。

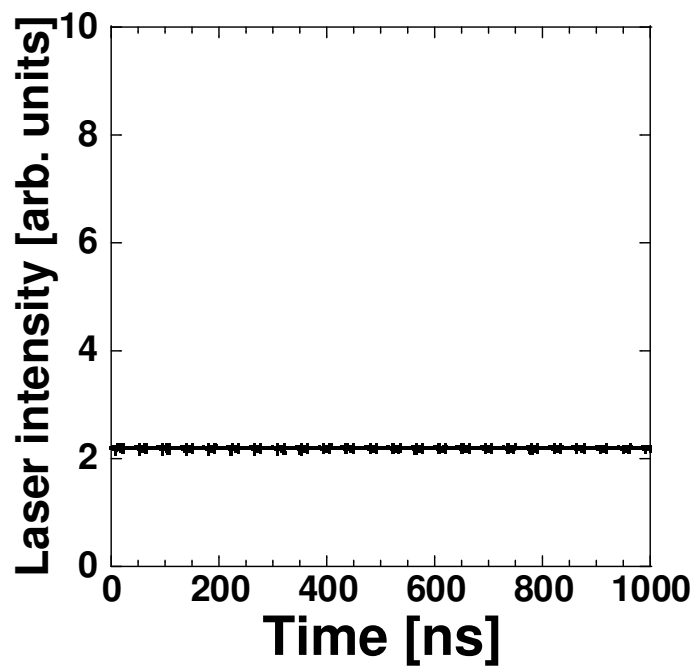
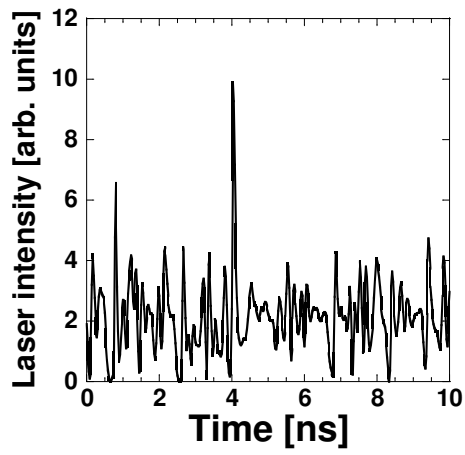
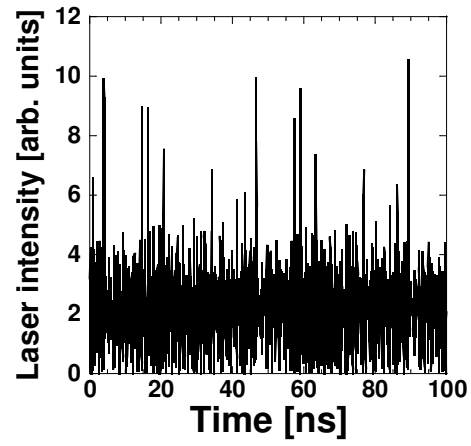


図 4.11: 戻り光量比率が0.39のときの戻り光半導体レーザの時間波形



(a) 10 ns までの時間波形



(b) 100 ns までの時間波形

図 4.12: 戻り光量比率が 0.40 のときの戻り光半導体レーザの時間波形

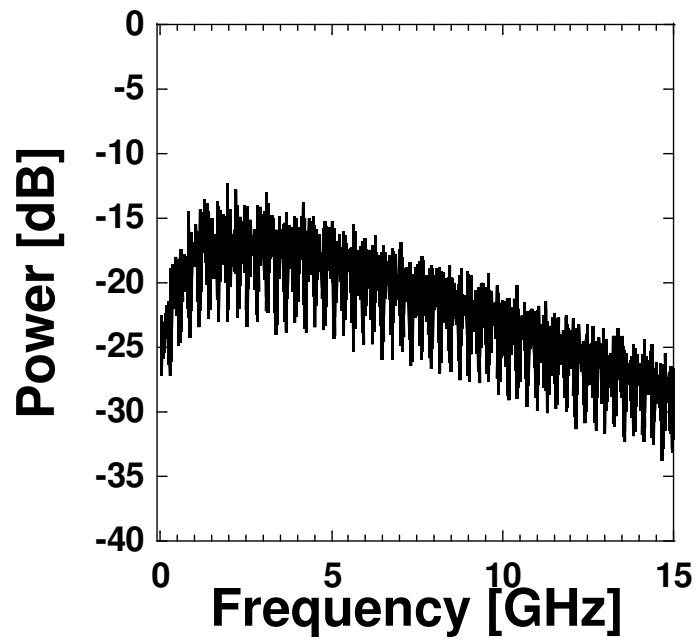


図 4.13: 戻り光量比率が 0.40 のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル

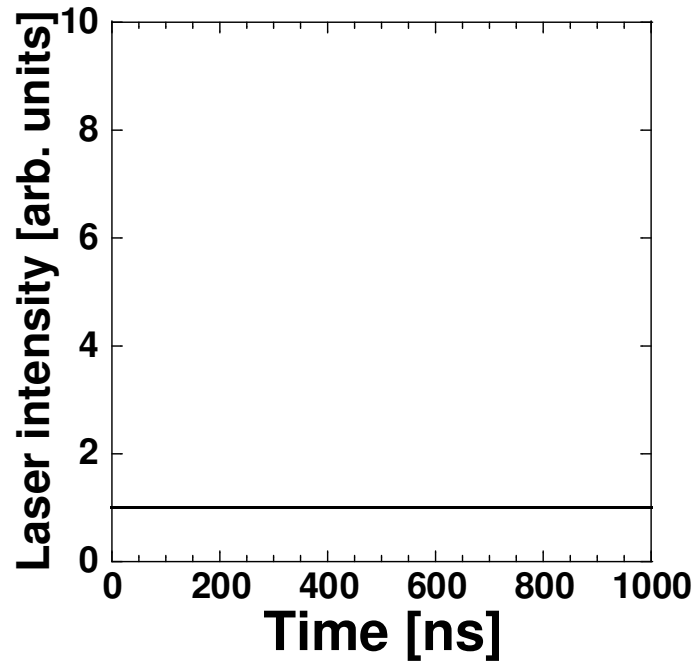


図 4.14: 戻り光量比率が 0.00 のときの戻り光半導体レーザーの時間波形

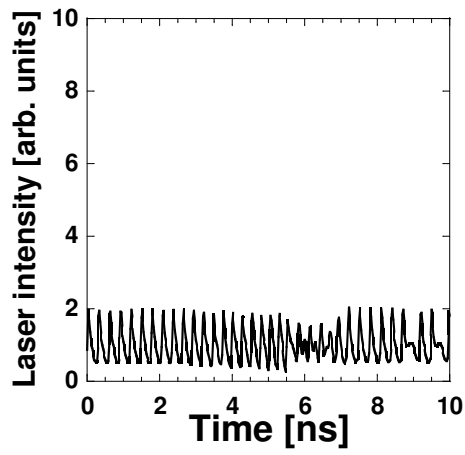
以上より，規格化注入電流が 1.1 のときには定常発振からカオス，低周波不規則振動へとダイナミクスが変わることが分かった．また，さらに結合強度を強くしていくと，低周波不規則振動の周期が次第に長くなっていくことが分かった．そして 0.36 付近の高い戻り光量比率では不連続なダイナミクス変化が観測された．

#### 4.1.2 規格化注入電流が 2.0 の場合

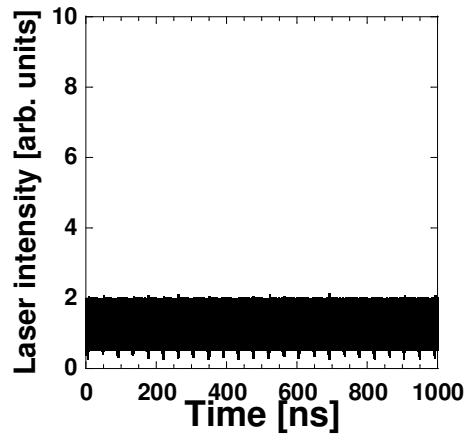
次に規格化注入電流  $j$  を 2.0 に設定し，戻り光量比率を変化させた．戻り光量比率が 0.0 のときの時間波形を図 4.14 に示す．1.1 と同様に定常発振が観測された．

次に戻り光量比率が 0.05 のときの時間波形を図 4.15 に示す．時間波形から高速な振動成分を持ちながら，50 ns ごとに強度低下を有していることが分かる．図 4.16 に示す周波数スペクトルでは高速な振動成分は観測されており，20 MHz ごとの小さなピークも存在していることから，準周期振動が観測されている．





(a) 10 ns までの時間波形



(b) 1000 ns までの時間波形

図 4.15: 戻り光量比率が 0.05 のときの戻り光半導体レーザの時間波形

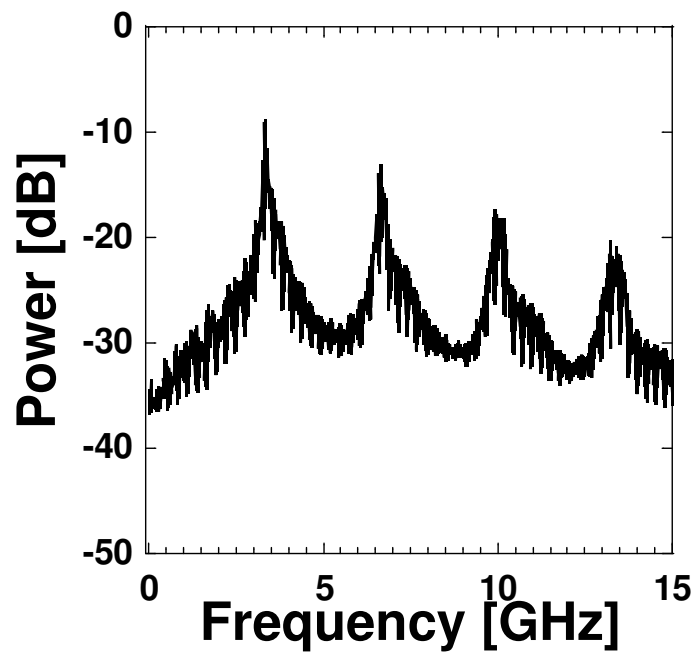
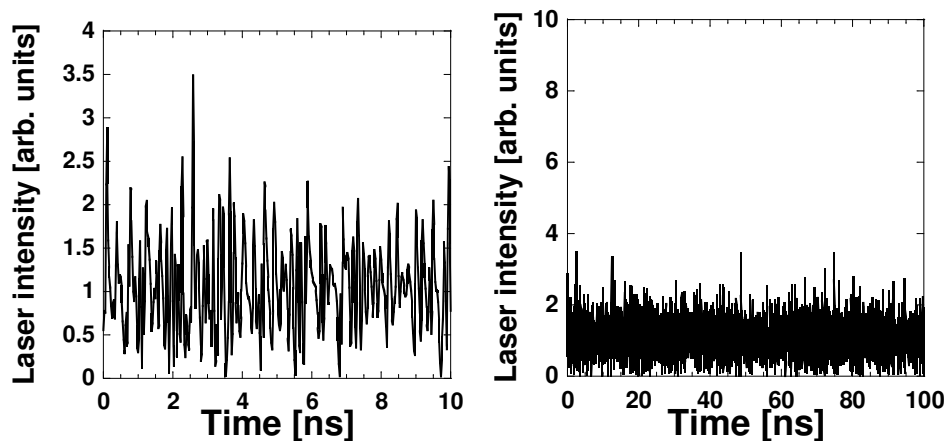


図 4.16: 戻り光量比率が 0.05 のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル

戻り光量比率が0.15のときの時間波形を図4.17に示す。時間波形から、高速な振動成分を有し、長い周期を有していないことからカオスで発振している。また、図4.18におけるRFスペクトルでは4.5 GHz付近に最大ピークを有している。



(a) 10 ns までの時間波形

(b) 100 ns までの時間波形

図 4.17: 戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザの時間波形

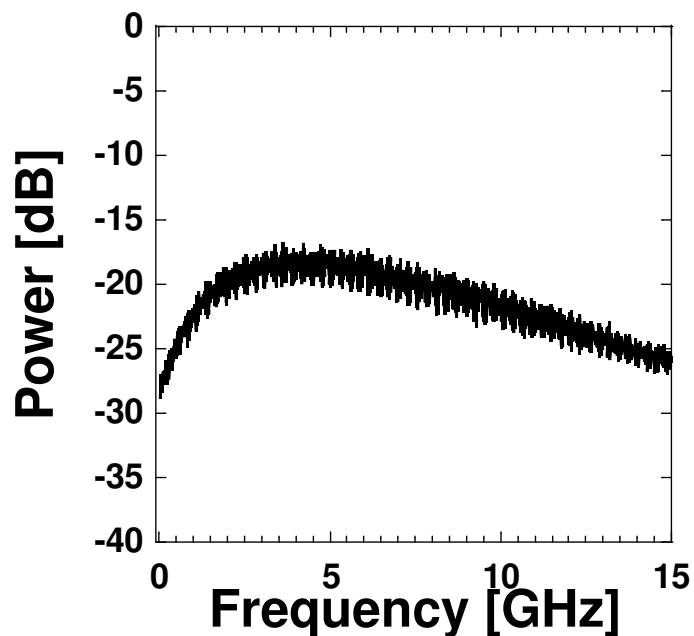
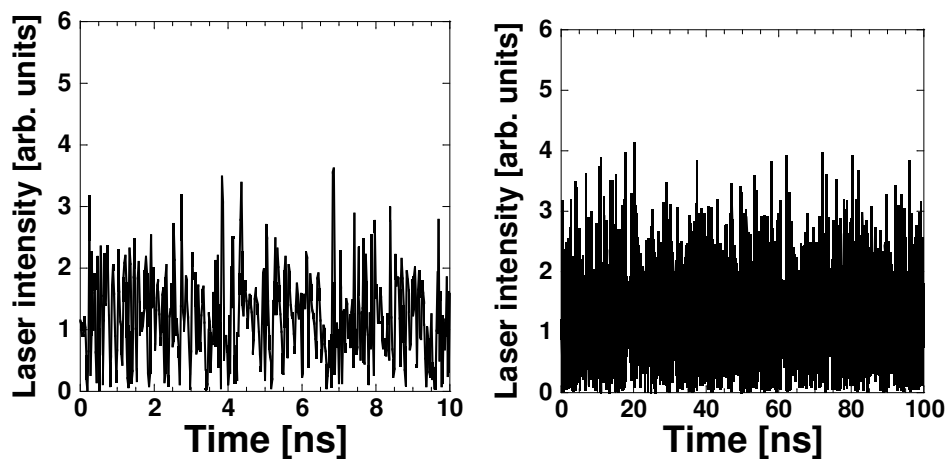


図 4.18: 戻り光量比率が0.15のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル

最後に戻り光量比率が0.35のときの時間波形を図4.19に示す。時間波形では0.15の場合と変化しない。しかしながら、図4.20に示すローパスフィルタを適用した時間波形では400~500 nsの周期が確認できる。これは図4.21の周波数スペクトルでも確認できる。戻り光量比率が0.15のスペクトルと比較して低周波成分のパワーが上昇している。このことからカオスから低周波不規則振動への移行ダイナミクスであると考えられる。



(a) 10 ns までの時間波形

(b) 100 ns までの時間波形

図 4.19: 戻り光量比率が0.35のときの戻り光半導体レーザの時間波形

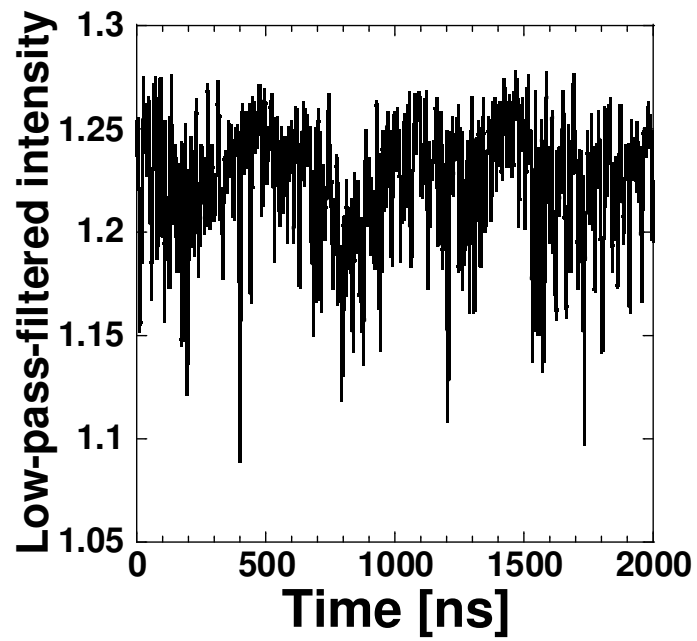


図 4.20: 戻り光量比率が0.35のときの戻り光半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形

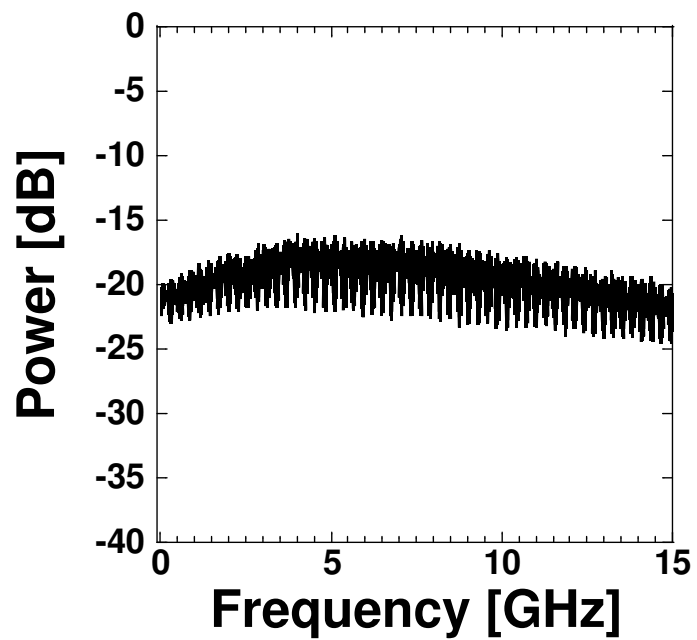


図 4.21: 戻り光量比率が0.35のときの戻り光半導体レーザの周波数スペクトル

以上より規格化注入電流が2.0のときには、定常発振から準周期振動を経てカオスへと至り、低周波不規則振動への移行を確認できた。また、規格化注入電流が1.1のときと比較して、準周期振動が観測されており、分岐が生じることが分かった。

## 4.2 相互結合された半導体レーザのダイナミクス調査

本節ではレート方程式の式(3.4), (3.5), (3.6)において図4.22に示す $n = 2$ にあたる相互結合された半導体レーザのダイナミクスを調査する。

### Laser 1

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_1(t) + \kappa A_2(t - \tau) \cos \theta_1(t) \quad (4.6)$$

$$\frac{d\phi_1(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_2(t - \tau)}{A_2(t)} \sin \theta_1(t) \quad (4.7)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = J - \frac{N_1(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} |A_1(t)|^2 \quad (4.8)$$

$$\theta_1(t) = (\omega_2 - \omega_1)t + \omega_2\tau \quad (4.9)$$

### Laser 2

$$\frac{dA_2(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_2(t) + \kappa A_1(t - \tau) \cos \theta_2(t) \quad (4.10)$$

$$\frac{d\phi_2(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_1(t - \tau)}{A_1(t)} \sin \theta_2(t) \quad (4.11)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = J - \frac{N_2(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} |A_2(t)|^2 \quad (4.12)$$

$$\theta_2(t) = (\omega_1 - \omega_2)t + \omega_1\tau \quad (4.13)$$

パラメータについては比較を行うため、戻り光を有する半導体レーザと同じパラメータを設定する。表4.2にパラメータを示す。ここで、相互結合された2つの半導体レーザと戻り光を有する半導体レーザのパラメータを合わせるため、結合強度を結合強度比率を用いて以下の式で計算する。

$$\kappa = 155.3r_3 \text{ [ns}^{-1}\text{]} \quad (4.14)$$

表 4.2: レーザの記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$G_N$	利得係数	$8.40 \times 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
$N_0$	透過キャリア密度	$1.40 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\varepsilon$	利得飽和係数	$2.0 \times 10^{-23}$
$\tau_p$	光子寿命	$1.927 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau_s$	キャリア寿命	$2.04 \times 10^{-9} \text{ s}$
$a$	線幅増大係数	3.0
$c$	光速	$2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
$\tau$	結合遅延時間	42.72 ns
$\kappa$	結合強度	0~62.12 ns <sup>-1</sup>
$r_3$	結合強度比率	0.0~0.40
$N_{th} = N_0 + 1/G_N\tau_p$	しきい値キャリア密度	$2.018 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$J_{th} = N_{th}/\tau_s$	しきい値注入電流	$9.892 \times 10^{32} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$
$j = J/J_{th}$	規格化注入電流	0.8~3.0
$\lambda$	レーザの波長	1547.1 nm

この比例定数は式 (4.5) で用いられていた，出力端面の反射率  $r_2$  とレーザ内部共振器の光の往復時間  $\tau_{in}$  を表 4.1 の値を用いて計算したものである．また，結合強度比率  $r_3$  と規格化注入電流  $j$  に関しては 2 つのレーザで一致させて同時に変化させる．前節と同じく，規格化注入電流  $j$  が 1.1 と 2.0 のときのダイナミクス変化を観測する．

#### 4.2.1 規格化注入電流 $j$ が 1.1 の場合

はじめに，規格化注入電流  $j$  が 1.1 のときのダイナミクスを調査する．結合強度比率  $r_3$  が 0.00 のときの時間波形を図 4.23 に示す．このとき時間波形は定常発振を示した．

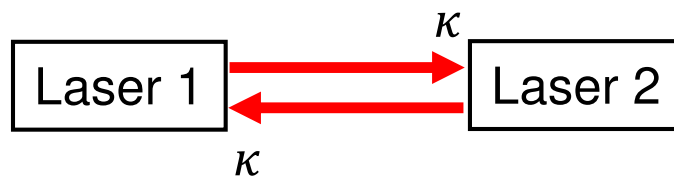


図 4.22: 相互結合された 2 台の半導体レーザのモデル

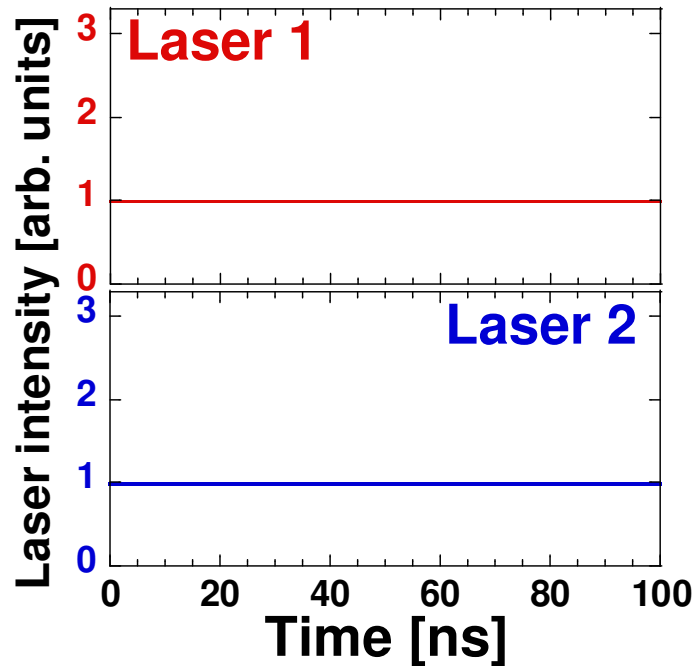
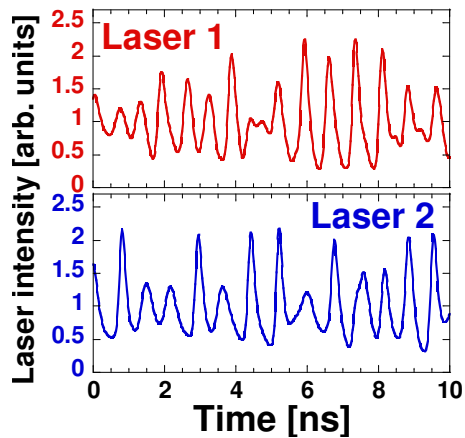
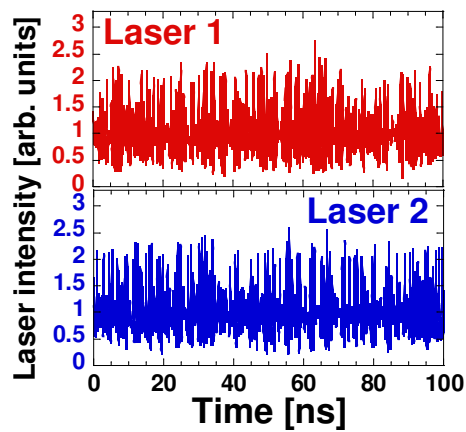


図 4.23: 結合強度比率  $r_3$  が 0.00 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形

次に、結合強度比率  $r_3$  が 0.01 のときの時間波形を図 4.24 に示す。2つの波形は不規則な振動が生じているが、この 10 ns と 100 ns の時間間隔では両レーザの波形は類似していない。また、周波数スペクトルを図 4.25 に示す。両方の周波数スペクトルは同じスペクトルが得られた。時間波形と周波数スペクトルからカオスであることが分かる。

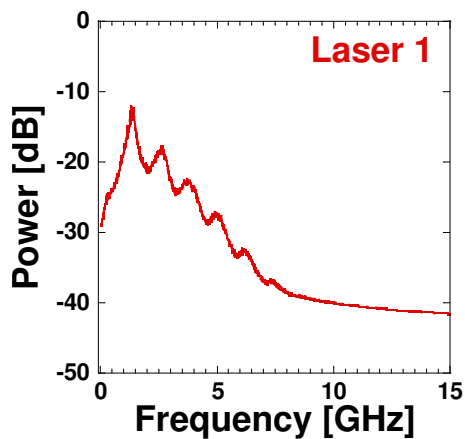


(a) 10 ns までの時間波形

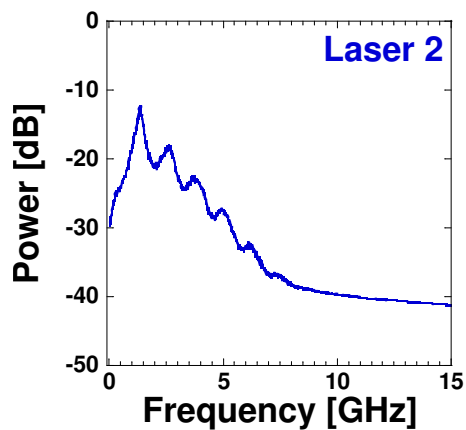


(b) 100 ns までの時間波形

図 4.24: 結合強度比率  $r_3$  が 0.01 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル



(b) Laser 2 の周波数スペクトル

図 4.25: 結合強度比率  $r_3$  が 0.01 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル

また、結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの時間波形を図 4.26 に示す。10 ns の時間波形では高速な不規則振動が見えている。一方で 100 ns の時間波形では Laser 2 の 20~40 ns 付近の波形と Laser 1 の 65~85 ns 付近の波形が似ている。これは結合遅延時間分だけ遅延して同期していると考えられる。図 4.27 に示す周波数スペクトル



では最大のピークが 1.92 GHz で観測されているが、それ以外に、低周波部分にも大きなピークが観測されている。これらの状態から、低周波不規則振動が発生していると考えられる。

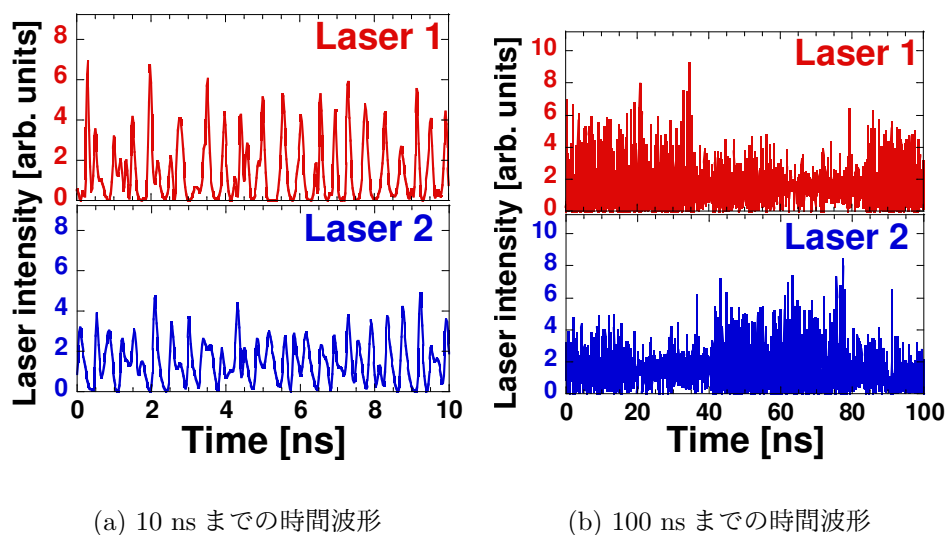


図 4.26: 結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形

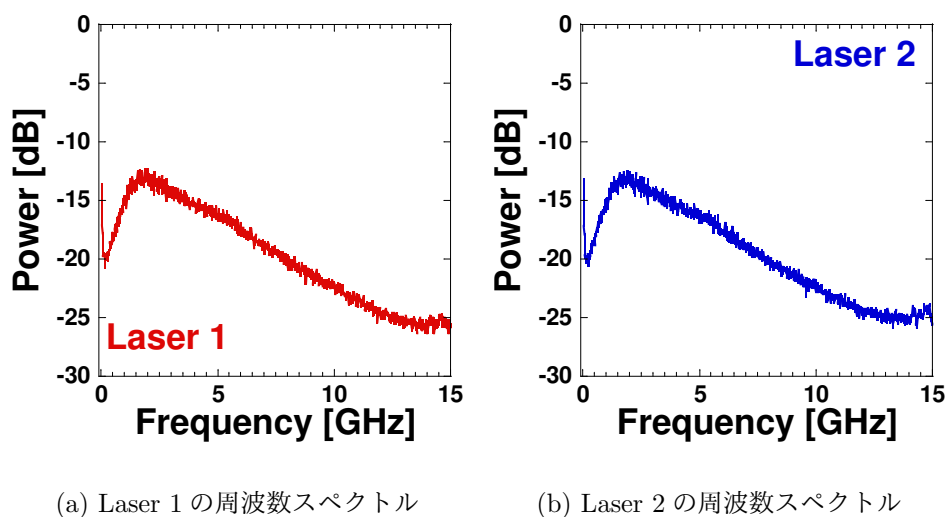


図 4.27: 結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル

さらに結合強度比率  $r_3$  を大きくして 0.30 のときの時間波形を図 4.28 に示す．時間波形は結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときと比較して変化していないが，図 4.29 に示すローパスフィルタを適用した時間波形ではドロップアウトと回復過程からなる低周波不規則振動が観測されている．また図 4.30 から周波数スペクトルからも低周波部分が観測されていることが分かる．

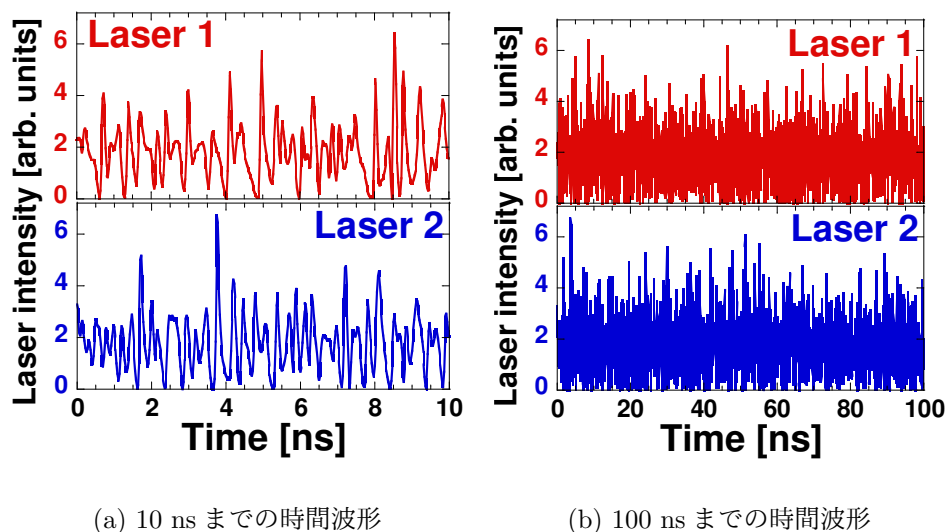


図 4.28: 結合強度比率  $r_3$  が 0.30 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形

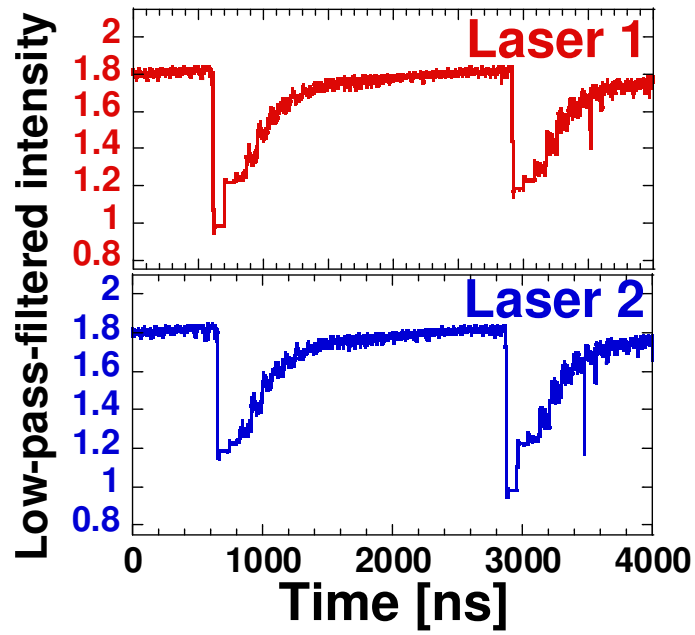
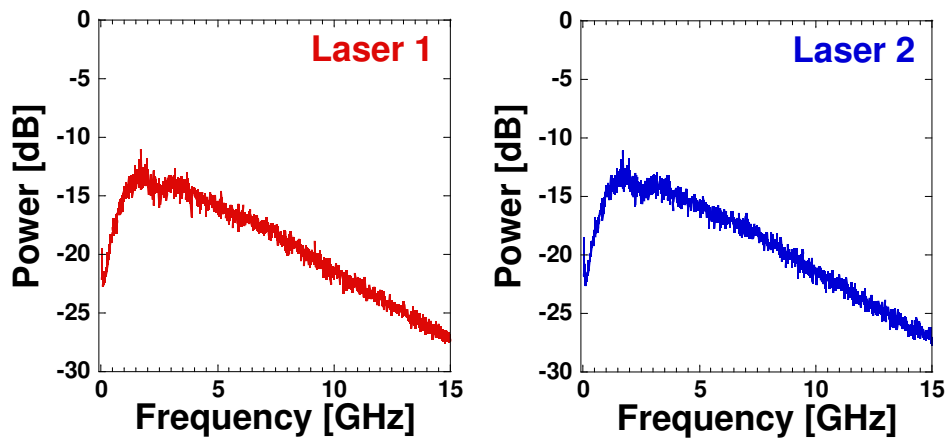


図 4.29: 結合強度比率  $r_3$  が 0.30 のときの相互結合された半導体レーザのローパスフィルタを適用した時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル

(b) Laser 2 の周波数スペクトル

図 4.30: 結合強度比率  $r_3$  が 0.30 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル

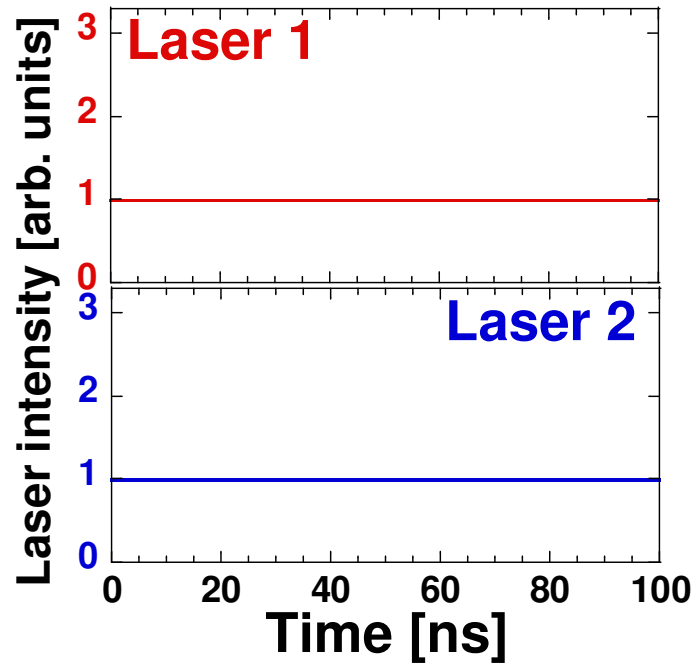
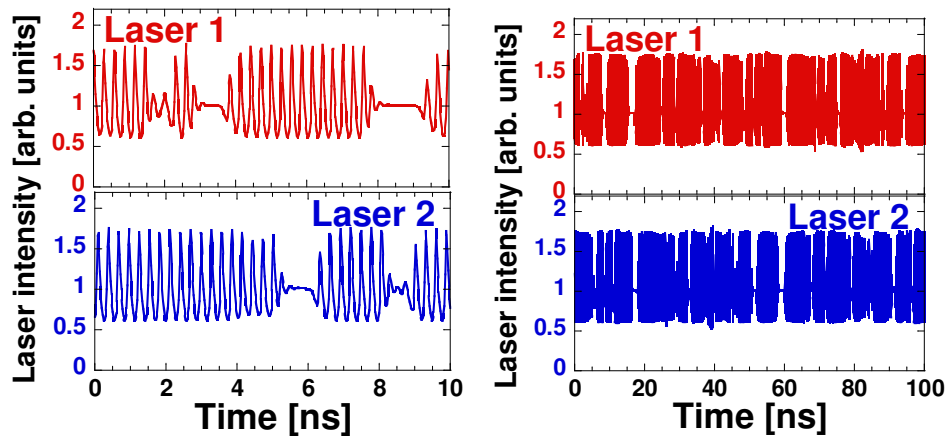


図 4.31: 結合強度比率  $r_3$  が 0.00 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形

#### 4.2.2 規格化注入電流 $j$ が 2.0 の場合

次に規格化注入電流  $j$  を 2.0 に設定して結合強度比率  $r_3$  を変化させた場合のダイナミクスを調査する．結合強度比率  $r_3$  が 0.0 のときは図 4.31 に示す時間波形から定常発振であることが分かる．

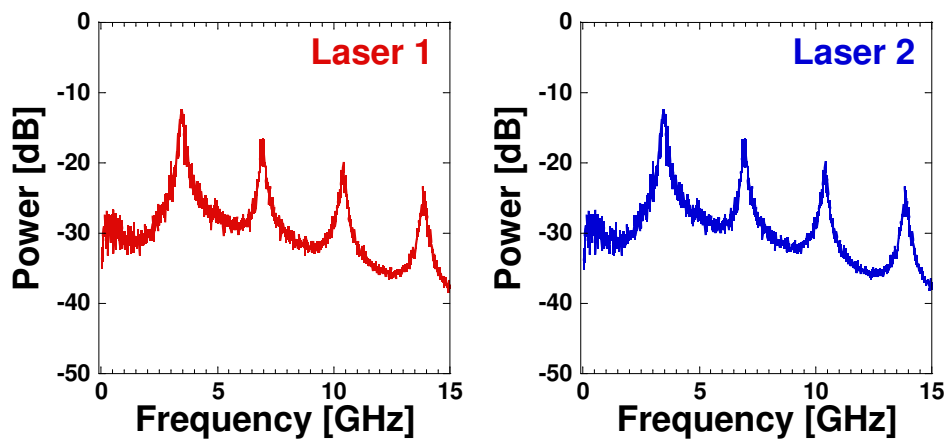
次に結合強度比率  $r_3$  が 0.04 のときの時間波形を図 4.32 に示す．図 4.32(b) の時間波形から，準周期であることが分かる．図 4.33 に示す周波数スペクトルでは 3.48 GHz にピークを有しており，これは時間波形の振動部分の周期に対応している．



(a) 10 ns までの時間波形

(b) 100 ns までの時間波形

図 4.32: 結合強度比率  $r_3$  が 0.04 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形



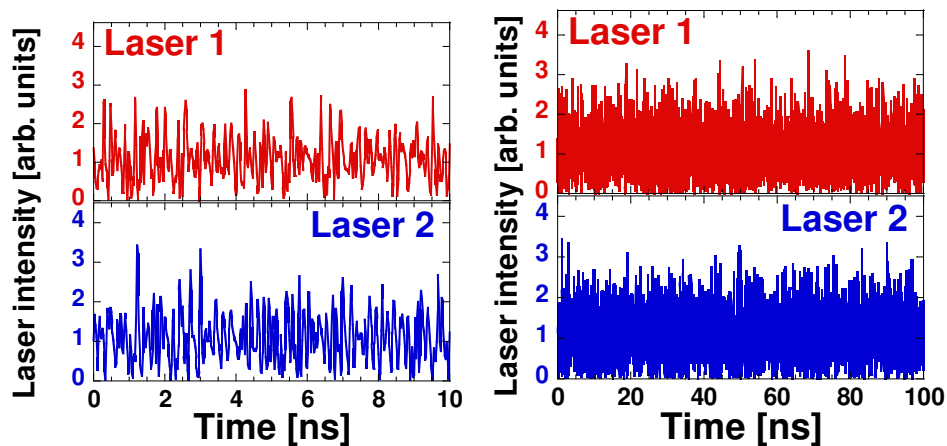
(a) Laser 1 の周波数スペクトル

(b) Laser 2 の周波数スペクトル

図 4.33: 結合強度比率  $r_3$  が 0.04 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル

最後に結合強度比率が 0.20 のときの時間波形を図 4.34 に示す．時間波形からは高速な不規則振動が得られていることから，カオスであると言える．また，規格化注入電流  $j$  が 1.1 のときのカオスと比較して，振動が高速になっている．さらに，結合強度比率が 0.20 のときの周波数スペクトルを図 4.35 に示す．周波数スペクトル

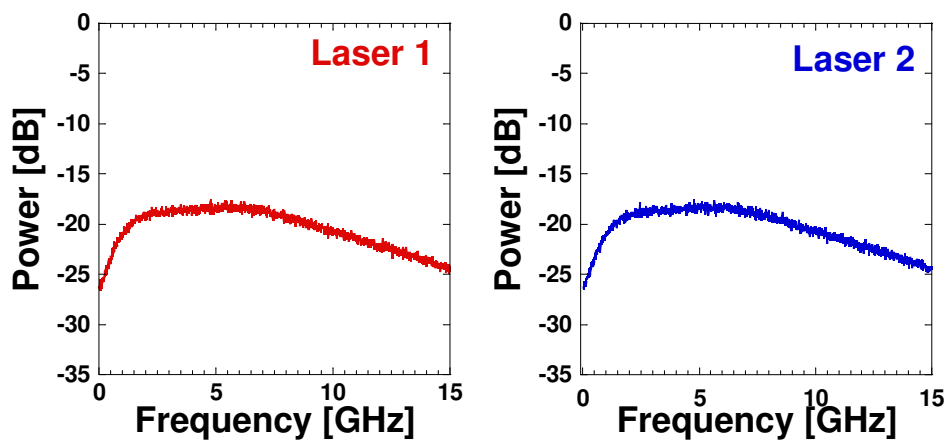
では 2.5~6.0 GHz の広範囲で同じ程度のパワーを有していることが分かる．規格化注入電流  $j$  が 1.1 の場合には見られなかった広範囲でスペクトルが平坦な部分が存在している．



(a) 10 ns までの時間波形

(b) 100 ns までの時間波形

図 4.34: 結合強度比率が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル

(b) Laser 2 の周波数スペクトル

図 4.35: 結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの相互結合された半導体レーザの周波数スペクトル

### 4.3 リング状一方向結合された3台の半導体レーザネットワークのダイナミクス調査

本節ではレート方程式の式 (3.4), (3.5), (3.6) において図 4.36 のように  $n = 3$  にあたるリング状一方向結合された3台の半導体レーザネットワークにおけるダイナミクス調査を行う。レート方程式を以下に示す。

#### Laser 1

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_1(t) + \kappa A_3(t - \tau) \cos \theta_1(t) \quad (4.15)$$

$$\frac{d\phi_1(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_3(t - \tau)}{A_3(t)} \sin \theta_1(t) \quad (4.16)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = J - \frac{N_1(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} |A_1(t)|^2 \quad (4.17)$$

$$\theta_1(t) = (\omega_3 - \omega_1)t + \omega_3\tau \quad (4.18)$$

#### Laser 2

$$\frac{dA_2(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_2(t) + \kappa A_1(t - \tau) \cos \theta_2(t) \quad (4.19)$$

$$\frac{d\phi_2(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_1(t - \tau)}{A_1(t)} \sin \theta_2(t) \quad (4.20)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = J - \frac{N_2(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} |A_2(t)|^2 \quad (4.21)$$

$$\theta_2(t) = (\omega_1 - \omega_2)t + \omega_1\tau \quad (4.22)$$

#### Laser 3

$$\frac{dA_3(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_3(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_3(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_3(t) + \kappa A_2(t - \tau) \cos \theta_3(t) \quad (4.23)$$

$$\frac{d\phi_3(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_3(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_3(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{A_2(t - \tau)}{A_2(t)} \sin \theta_3(t) \quad (4.24)$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = J - \frac{N_3(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_3(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_3(t)|^2} |A_3(t)|^2 \quad (4.25)$$

$$\theta_3(t) = (\omega_2 - \omega_3)t + \omega_2\tau \quad (4.26)$$

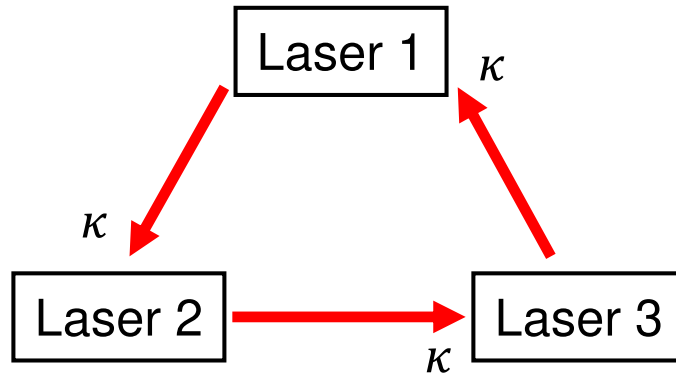


図 4.36: リング状に一方方向結合された3台の半導体レーザネットワークのモデル

表 4.3: レーザの記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$G_N$	利得係数	$8.40 \times 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
$N_0$	透過キャリア密度	$1.40 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\varepsilon$	利得飽和係数	$2.0 \times 10^{-23}$
$\tau_p$	光子寿命	$1.927 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau_s$	キャリア寿命	$2.04 \times 10^{-9} \text{ s}$
$a$	線幅増大係数	3.0
$c$	光速	$2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
$\tau$	結合遅延時間	42.72 ns
$\kappa$	結合強度	0~62.12 ns <sup>-1</sup>
$r_3$	結合強度比率	0.0~0.40
$N_{th} = N_0 + 1/G_N\tau_p$	しきい値キャリア密度	$2.018 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$J_{th} = N_{th}/\tau_s$	しきい値注入電流	$9.892 \times 10^{32} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$
$j = J/J_{th}$	規格化注入電流	0.8~3.0
$\lambda$	レーザの波長	1547.1 nm

パラメータについては比較を行うため，表 4.3 に示す同じパラメータを設定する．また結合強度比率  $r_3$  と規格化注入電流  $j$  に関しては3つのレーザとも同時に変化させる．表 4.3 にパラメータを示す．



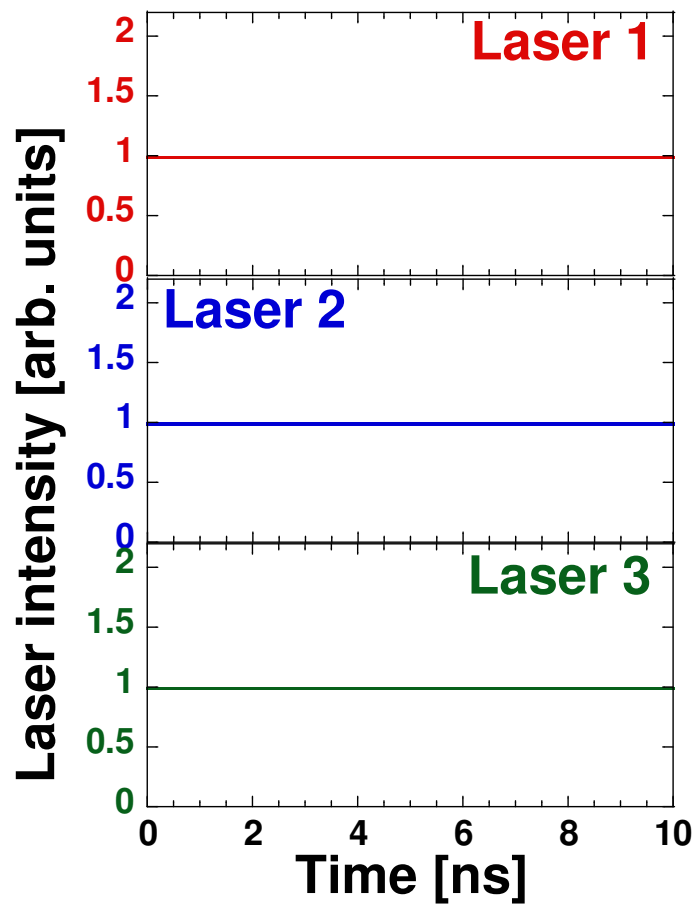
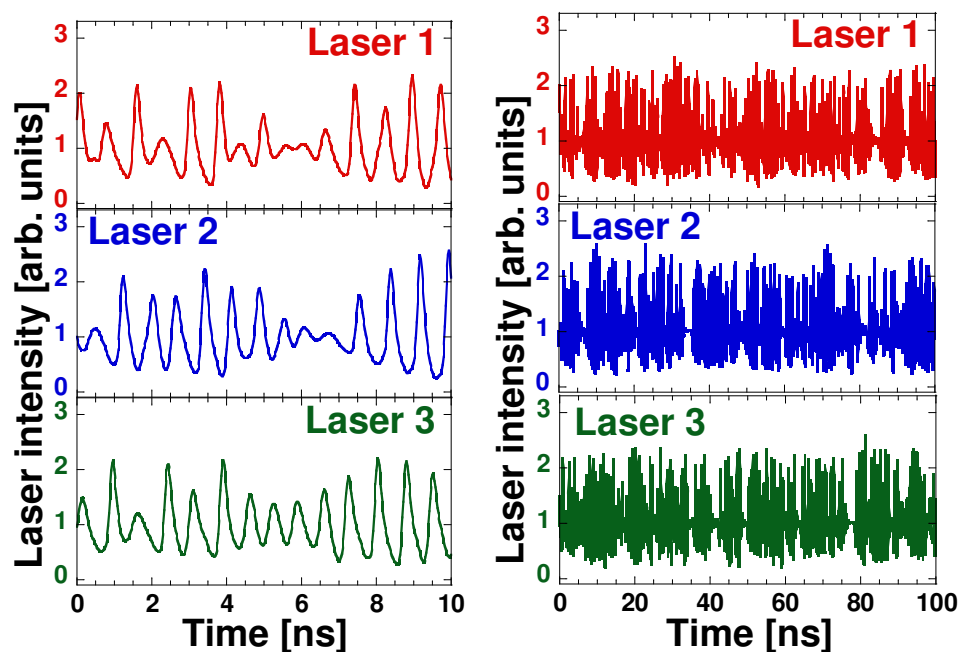


図 4.37: 結合強度比率  $r_3$  が 0.00 のときの半導体レーザネットワークの時間波形

### 4.3.1 規格化注入電流 $j$ が 1.1 の場合

はじめに，規格化注入電流  $j$  が 1.1 のときのダイナミクスを調査する．結合強度比率  $r_3$  が 0.0 の場合は図 4.37 に示すとおり，時間波形から定常発振が観測される．

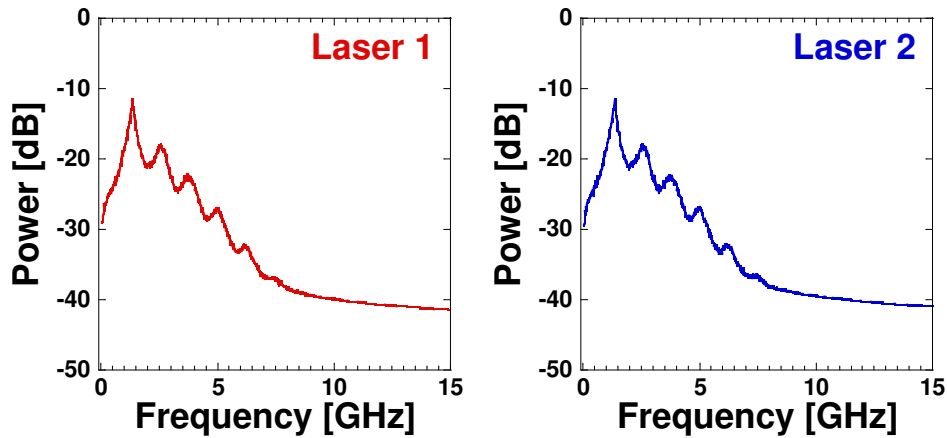
次に，結合強度比率  $r_3$  が 0.01 のときは，図 4.38 の時間波形に示すとおり，カオスが観測されている．図 4.39 の周波数スペクトルでは 3 レーザ共に同じスペクトルを有していることが分かる．



(a) 10 ns までの時間波形

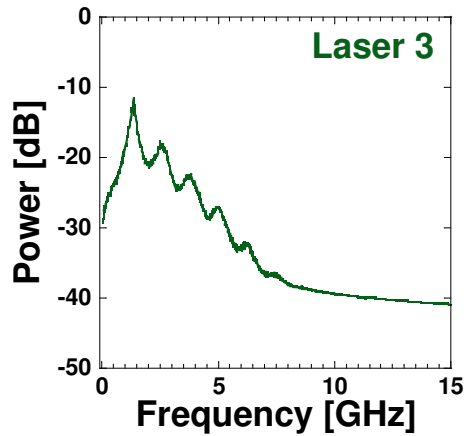
(b) 100 ns までの時間波形

図 4.38: 結合強度比率  $r_3$  が 0.01 のときの半導体レーザーネットワークの時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル

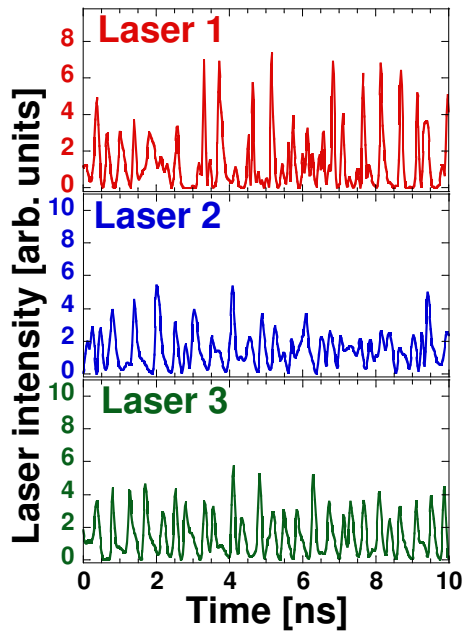
(b) Laser 2 の周波数スペクトル



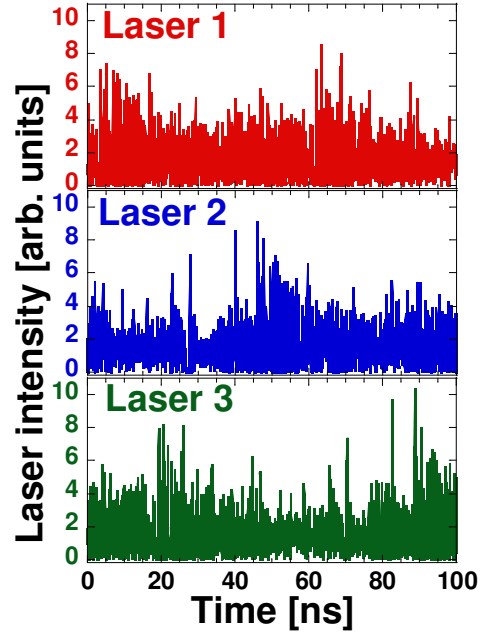
(c) Laser 3 の周波数スペクトル

図 4.39: 結合強度比率  $r_3$  が 0.01 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル

また、結合強度比率  $r_3$  を 0.20 まで上げると、図 4.40 に示す時間波形が観測される。一方向結合しているため、Laser 1 で 5 ns 付近で観測された波形が、Laser 2 では 45 ns 付近で、Laser 3 では 85 ns 付近で観測されている。このため、各レーザは遅延カオス同期していると考えられる。このときの周波数スペクトルを図 4.41 に示す。

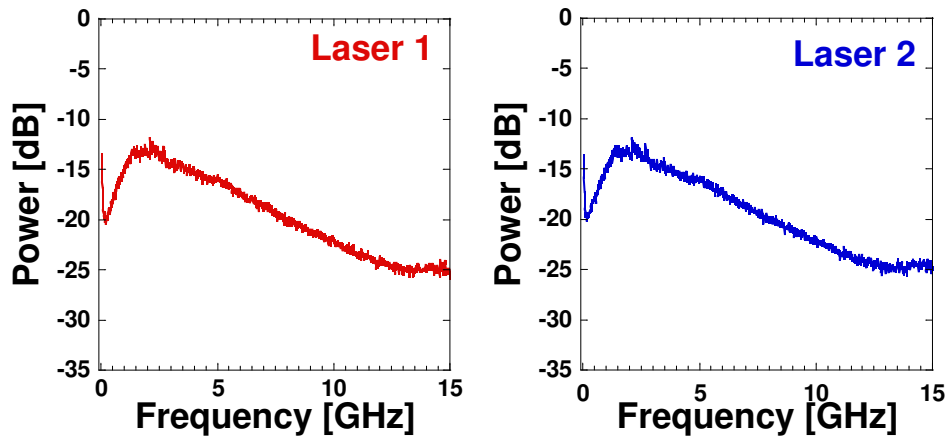


(a) 10 ns までの時間波形



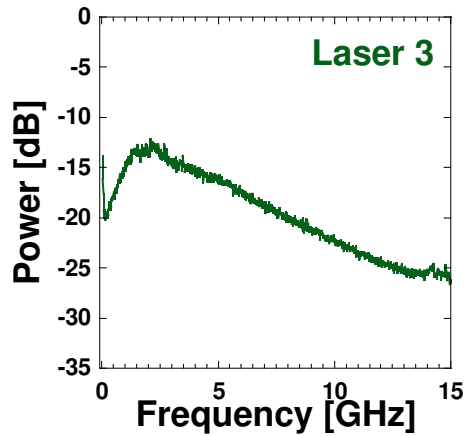
(b) 100 ns までの時間波形

図 4.40: 結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの半導体レーザネットワークの時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル

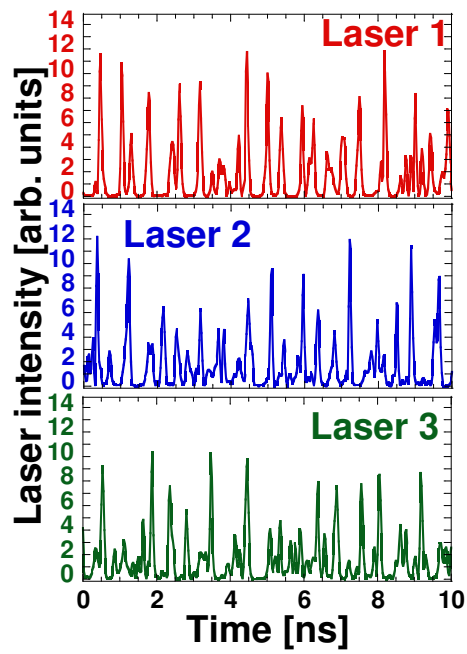
(b) Laser 2 の周波数スペクトル



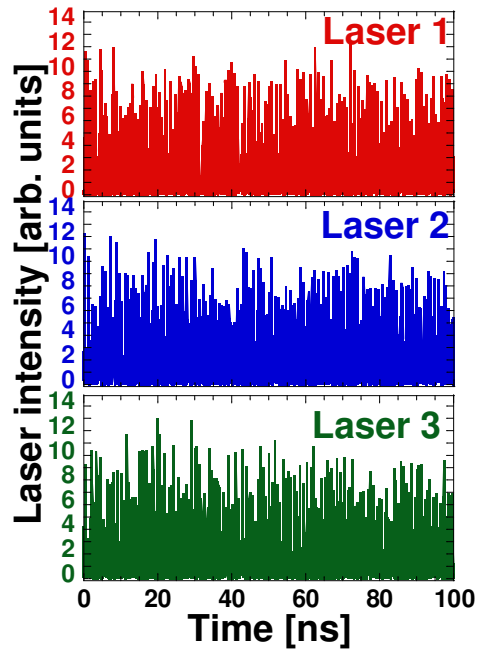
(c) Laser 3 の周波数スペクトル

図 4.41: 結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル

さらに、結合強度比率  $r_3$  を 0.30 まで上げると、図 4.43 に示されるドロップアウトと回復過程からなる時間波形が見られるため、低周波不規則振動で振動していると考えられる。



(a) 10 ns までの時間波形



(b) 100 ns までの時間波形

図 4.42: 結合強度比率  $r_3$  が 0.30 のときの半導体レーザネットワークの時間波形

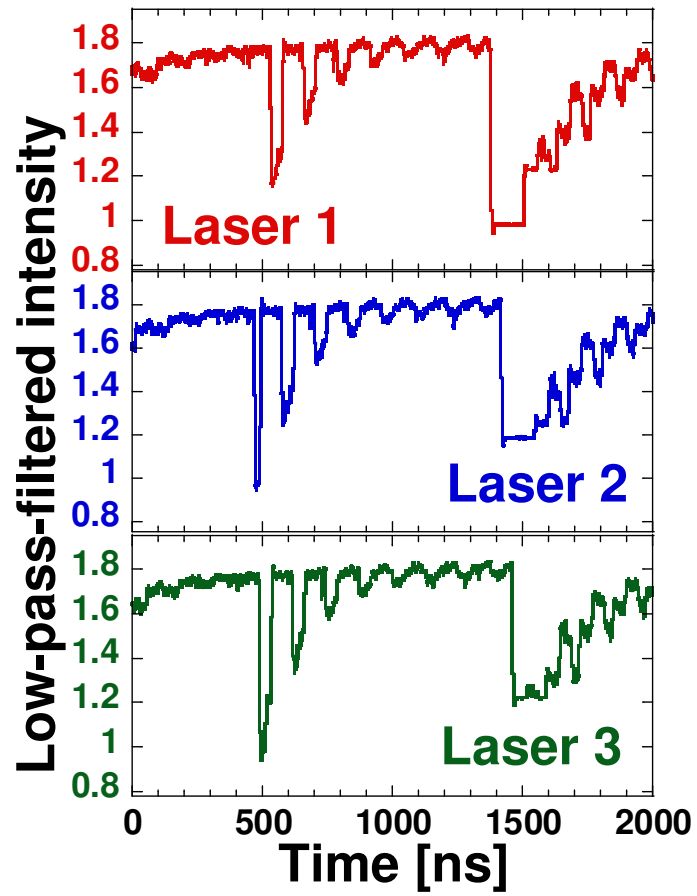
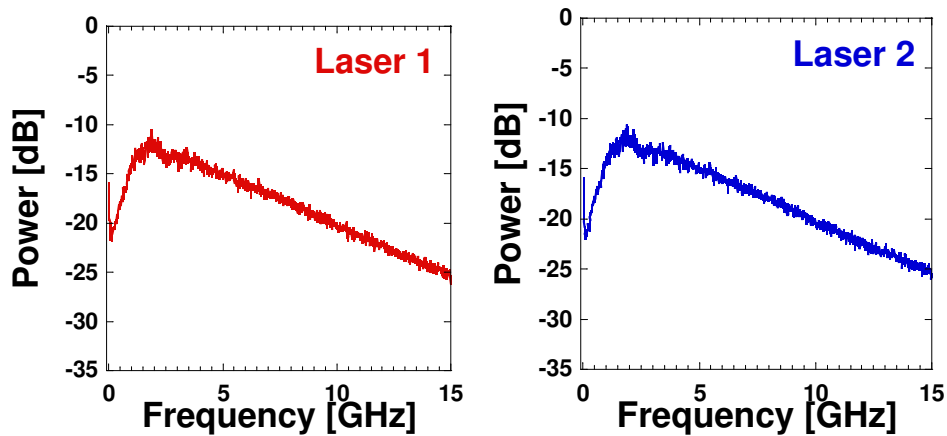
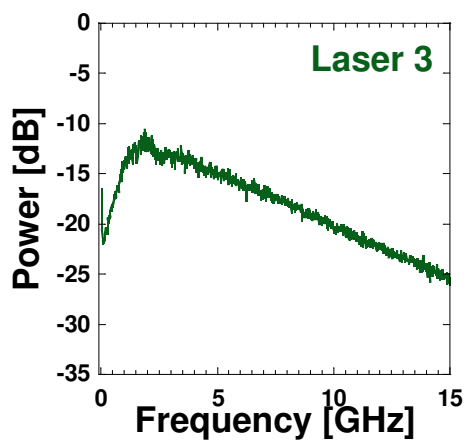


図 4.43: 結合強度比率  $r_3$  が 0.30 のときの半導体レーザネットワークのローパスフィルタを適用した時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル

(b) Laser 2 の周波数スペクトル



(c) Laser 3 の周波数スペクトル

図 4.44: 結合強度比率  $r_3$  が 0.30 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル

### 4.3.2 規格化注入電流が 2.0 の場合

次に、規格化注入電流  $j$  が 2.0 のときのダイナミクスを調査する。結合強度比率  $r_3$  が 0.0 のときは図 4.45 に示す時間波形から定常発振であることが分かる。



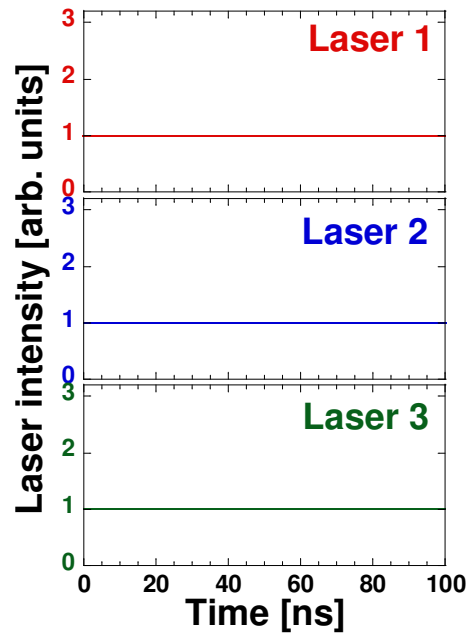
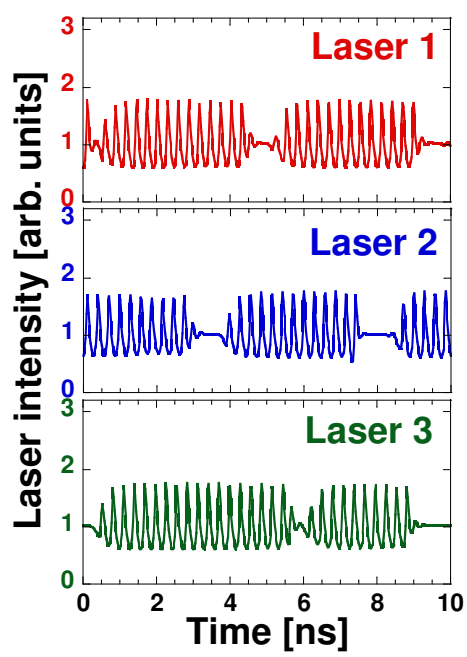
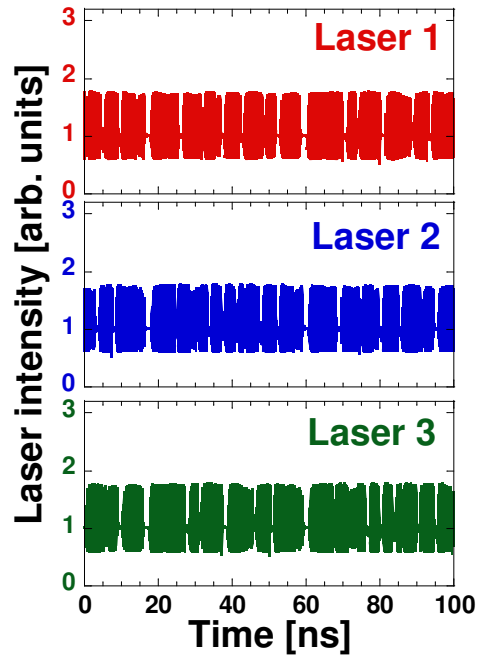


図 4.45: 結合強度比率  $r_3$  が 0.00 のときの半導体レーザネットワークの時間波形

また，結合強度比率  $r_3$  が 0.04 のときには図 4.46 に示す時間波形，図 4.47 に示す周波数スペクトルが相互結合の場合と同じく準周期振動が観測されている．時間波形では Laser 2 における 0 ～ 20 ns 付近の部分と Laser 3 の 45 ～ 65 ns 付近の部分で類似した波形が観測されている．

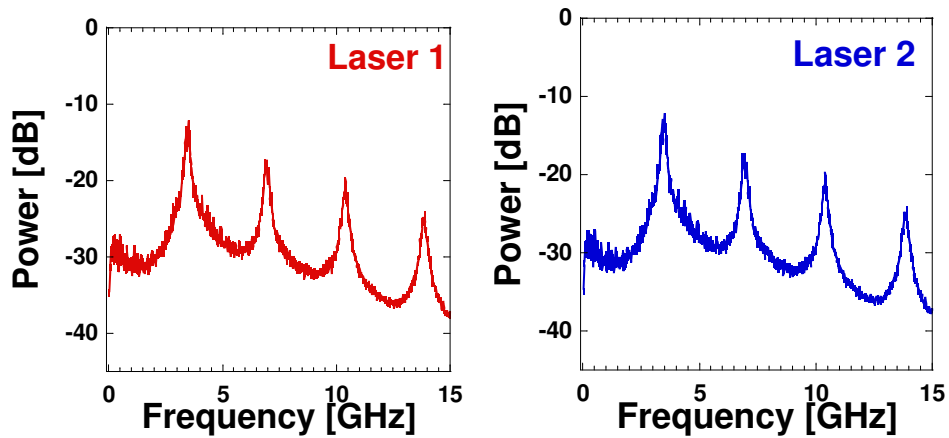


(a) 10 ns までの時間波形



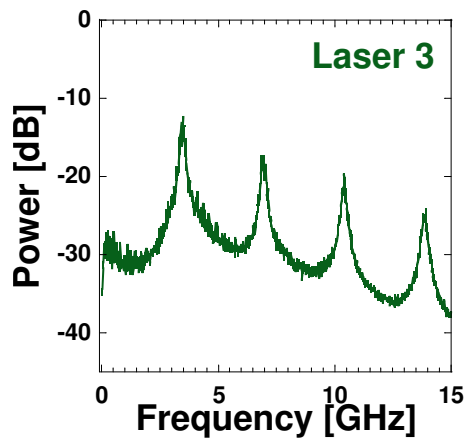
(b) 100 ns までの時間波形

図 4.46: 結合強度比率  $r_3$  が 0.04 のときの半導体レーザネットワークの時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル

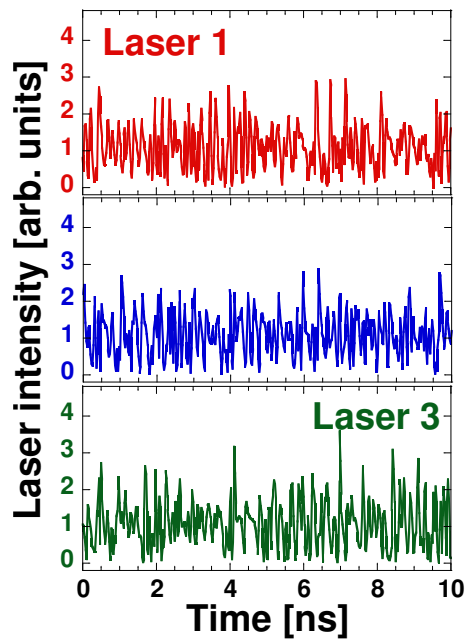
(b) Laser 2 の周波数スペクトル



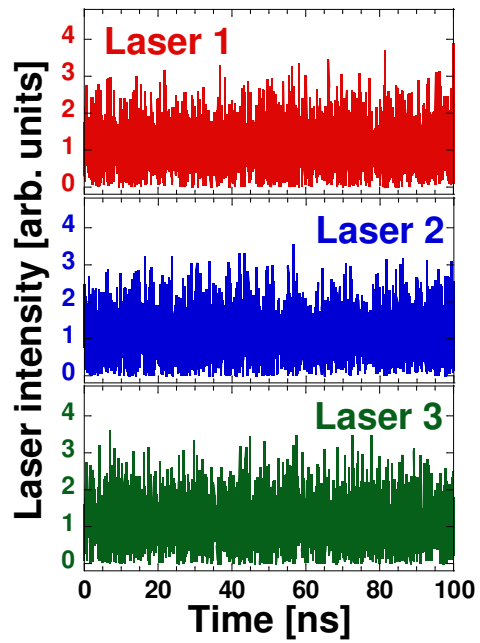
(c) Laser 3 の周波数スペクトル

図 4.47: 結合強度比率  $r_3$  が 0.04 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル

最後に、結合強度比率  $r_3$  を 0.20 まで上げると図 4.48 に示す時間波形及び図 4.49 に示す周波数スペクトルからカオスが観測されていることが分かる。結合強度比率  $r_3$  が 0.04 のときと比較して、時間波形から類似している波形は見られなかった。

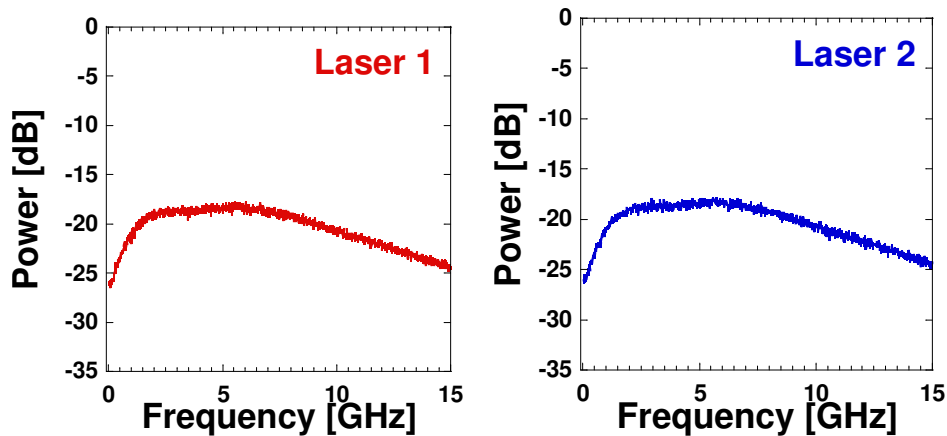


(a) 10 ns までの時間波形



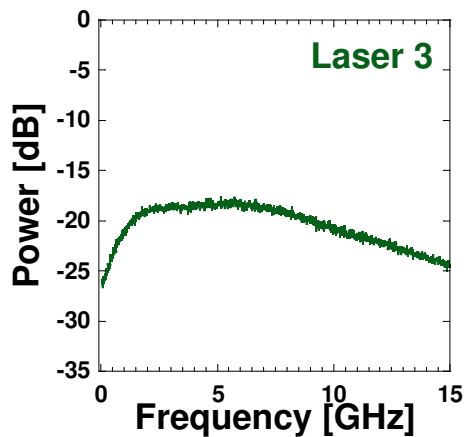
(b) 100 ns までの時間波形

図 4.48: 結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの半導体レーザーネットワークの時間波形



(a) Laser 1 の周波数スペクトル

(b) Laser 2 の周波数スペクトル



(c) Laser 3 の周波数スペクトル

図 4.49: 結合強度比率  $r_3$  が 0.20 のときの半導体レーザネットワークの周波数スペクトル

#### 4.4 レーザネットワークによる 2 次元分岐図の比較

前述の結果を踏まえ、定量的にダイナミクスを評価して 2 次元分岐図にまとめる。ダイナミクスの定量的評価方法として文献 [103] を用いてダイナミクス分類を行った。また、変更点として、低周波不規則振動が観測されるため、低周波不規則振動の定義を追加した。本研究では以下の条件を満たした場合に低周波不規則振動と判定

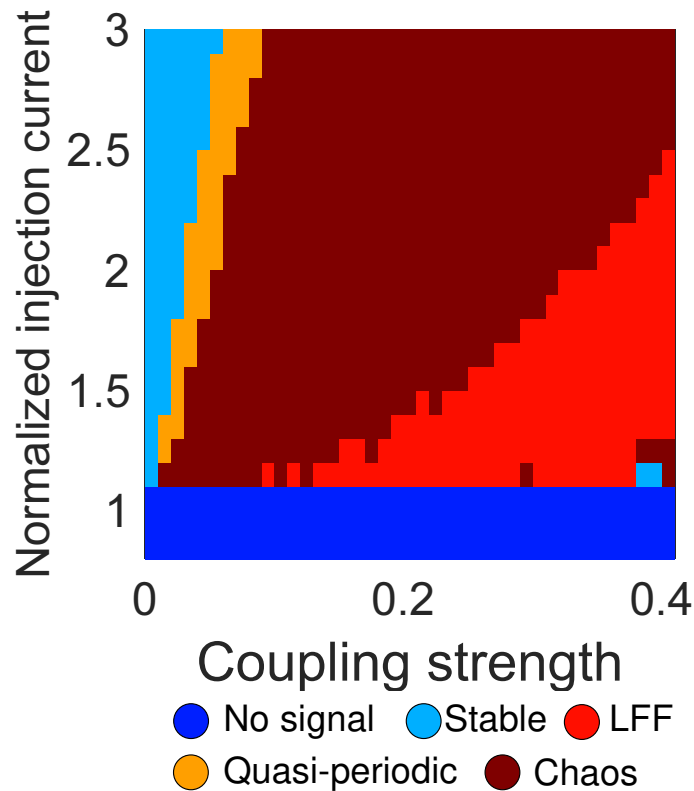
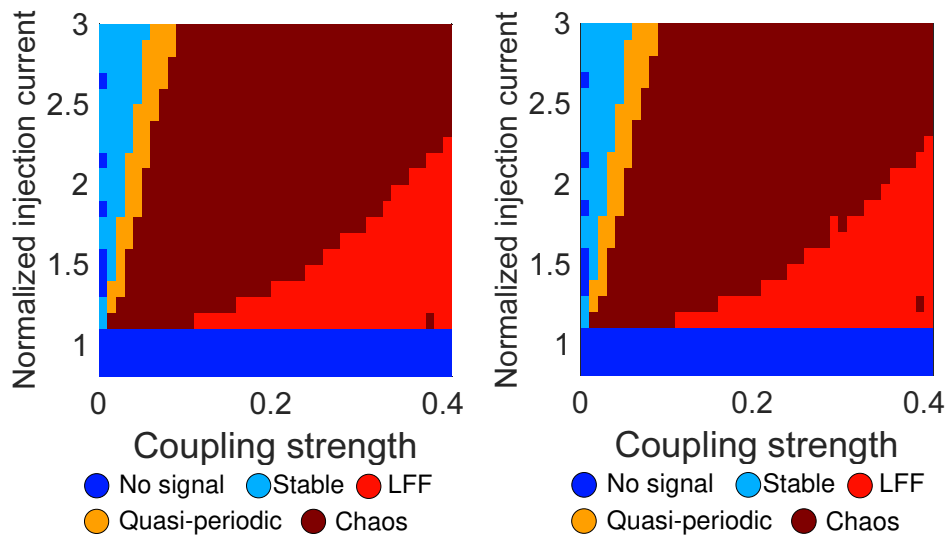


図 4.50: 戻り光半導体レーザの 2次元分岐図

した。周波数スペクトルにおいて、1 GHz 以上の最大値の周波数を  $f_H$  とするまた、1 GHz 以下の領域で高周波側に最小値を有する極大値の周波数を  $f_L$  とする。さらに、それぞれのパワーを  $P_H$  と  $P_L$  とする。この 2つの周波数を用いて、 $f_L \leq 20$  MHz かつ  $P_H - P_L \leq 10$  dB のときに低周波不規則振動とする。このダイナミクス分類を用いて、規格化注入電流と結合強度を同時に変化させた場合のによる 2次元分岐図を作成した。

はじめに、戻り光半導体レーザの 2次元分岐図を図 4.50 に示す。規格化注入電流  $j$  が 1.0 以下の領域ではレート方程式から、出力が得られなかった。また、規格化注入電流  $j$  が 1.1 の場合には、定常発振、カオス、低周波不規則振動のダイナミクスが観測された。さらに、規格化注入電流を上げることで定常発振や準周期振動の領域が広がり、低周波不規則振動が観測されなくなることが分かった。

次に、相互結合された半導体レーザの 2次元分岐図を図 4.51 に示す。相互結合された半導体レーザでは、双方のレーザともに同じ形状となる分岐図が得られた。これは遅延カオス同期が生じているためだと考えられる。また、戻り光半導体レーザの 2次元分岐図とも非常に似ている分岐図が得られた。



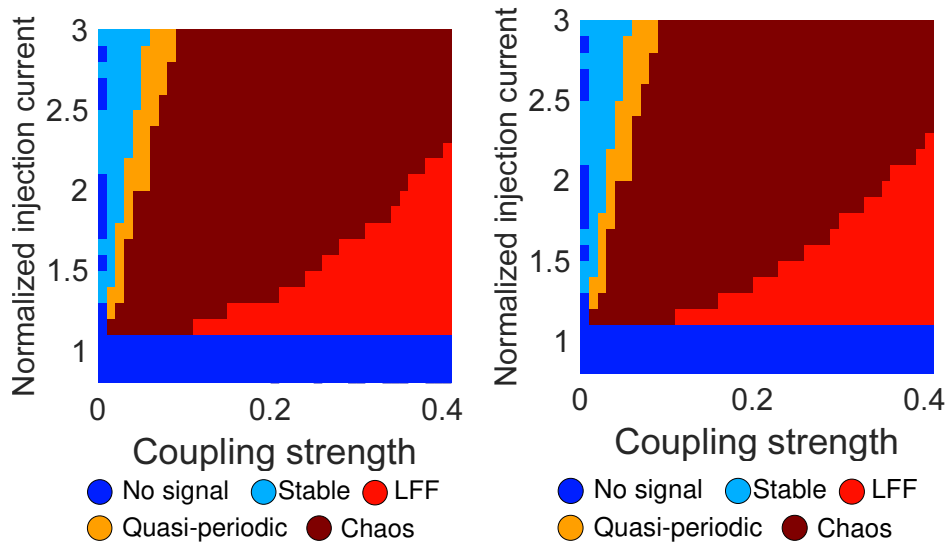
(a) Laser 1 の 2 次元分岐図

(b) Laser 2 の 2 次元分岐図

図 4.51: 相互結合された半導体レーザーによる 2 次元分岐図

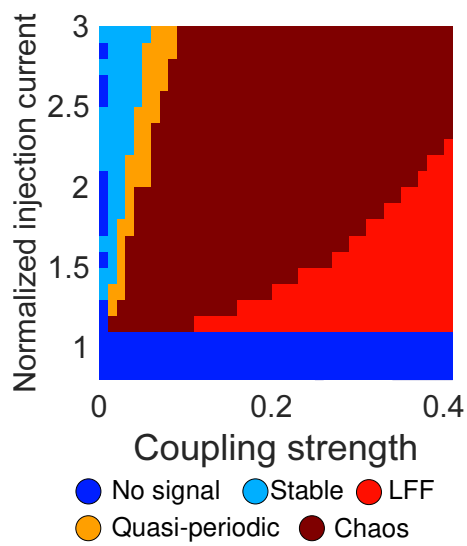
最後に、3 レーザの半導体レーザーネットワークの 2 次元分岐図を図 4.52 に示す。3 レーザの場合でもどのレーザーでも同じダイナミクス分類が得られた。

このように、レーザーの個数によらず、定常状態から準周期振動を経てカオス振動となる準周期崩壊ルートと呼ばれる分岐現象を観測した。さらに、低周波不規則振動も全ての構成において広い範囲で観測された。どの構成においても同じような分岐図が得られるのは、一般化された Lang-Kobayashi 方程式が同じ形式で書くことができることに起因していると考えられる。一方で、ダイナミクス分類において文献 [103] では戻り光半導体レーザーで確認される一般的なダイナミクス (安定状態・準周期・カオス・低周波不規則振動) の典型的な波形をもとに定義をしている。したがって、分類するダイナミクスの種類が少ないために、分岐図が同じになる可能性も考えられる。また、典型的な波形から定義を行っているため、カオスから低周波不規則振動への変遷領域では曖昧な状態が存在する。例えば、時間波形において低周波不規則振動のドロップアウトが観測されていても、周波数スペクトルでは低周波不規則振動と判定されない可能性もある。このように、ダイナミクス分類には新たな指標が必要であると考えられる。



(a) Laser 1 の 2 次元分岐図

(b) Laser 2 の 2 次元分岐図



(c) Laser 3 の 2 次元分岐図

図 4.52: 半導体レーザネットワークによる 2 次元分岐図



## 4.5 まとめ

本章では，戻り光半導体レーザ，相互結合された半導体レーザ，3台のリング状一方向結合のレーザネットワークのダイナミクス調査を行った．どの構成においても，結合強度変化に対して，規格化注入電流 1.1 では定常発振から，カオスへと至り，低周波不規則振動で発振していることが分かった．また，規格化注入電流 2.0 では，定常発振から準周期振動を経てカオスが観測された．最後に 2次元分岐図を用いて定量的にダイナミクスを評価したところ，分岐の変化がよく似ていることが分かった．これは，一般化された Lang-Kobayashi 方程式が同じであるために，似ているダイナミクスが観測されると考えられる．



## 第5章 相互結合された半導体レーザーを用いた多腕バンディット問題における意思決定

本章では相互結合された半導体レーザーを用いて2台のスロットマシンに対する意思決定を行う。まず、短時間相互相関値とリーダの定義について述べる。次に、相互結合された半導体レーザーを用いた多腕バンディット問題に対する意思決定手法について説明する。そして、評価指標である平均正答率と平均当たり確率を定義し、本方式を評価する。また、パラメータ変化に対して、これらの評価指標の評価を調査する。

### 5.1 相互結合された半導体レーザーのレート方程式

はじめに、相互結合された半導体レーザーのモデルを図5.1示す。相互結合された半導体レーザーは同じ結合遅延時間を有する。また、結合強度に関しては、Laser 1から2への結合強度を $\kappa_1$ とし、Laser 2から1への結合強度を $\kappa_2$ とする。さらに、結合強度差 $\Delta\kappa = \kappa_1 - \kappa_2$ を定義する。ここで第3章で求められた一般化されたレーザーネットワークの方程式に対して $n = 2$ として展開するとモデルと同じ以下のレート方程式が得られる。

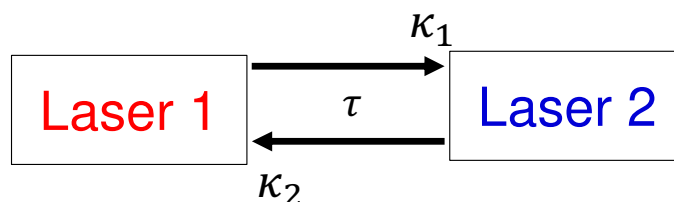


図 5.1: 相互結合された半導体レーザーのモデル

## Laser 1

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_1(t) + \kappa_2 A_2(t - \tau) \cos \theta_1(t) \quad (5.1)$$

$$\frac{d\phi_1(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa_2 \frac{A_2(t - \tau)}{A_1(t)} \sin \theta_1(t) \quad (5.2)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = J - \frac{N_1(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} |A_1(t)|^2 \quad (5.3)$$

$$\theta_1(t) = (\omega_2 - \omega_1)t + \omega_2\tau \quad (5.4)$$

## Laser 2

$$\frac{dA_2(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_2(t) + \kappa_1 A_1(t - \tau) \cos \theta_2(t) \quad (5.5)$$

$$\frac{d\phi_2(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa_1 \frac{A_1(t - \tau)}{A_2(t)} \sin \theta_2(t) \quad (5.6)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = J - \frac{N_2(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} |A_2(t)|^2 \quad (5.7)$$

$$\theta_2(t) = (\omega_1 - \omega_2)t + \omega_1\tau \quad (5.8)$$

ここで  $A_{1,2}(t)$ ,  $\phi_{1,2}(t)$  は各レーザの複素電界の振幅と位相を示す。また,  $N_{1,2}(t)$  は各レーザのキャリア密度を示す。また, 本章で用いる各パラメータの値を表 5.1 に示す。

## 5.2 相互結合された半導体レーザにおける短時間相互相関値とリーダの定義

相互結合された半導体レーザではリーダ・ラガード関係と呼ばれる結合遅延時間ごとにリーダが入れ替わる現象が知られている [61]。そこで結合遅延時間に合わせた短い時間における相関値である短時間相互相関値でリーダ・ラガード関係を観測する。Laser 1 がリーダであると仮定した短時間相互相関値  $C_1(t)$  は以下の式で計算できる [61]。

$$C_1(t) = \frac{\langle [I_1(t - \tau) - \bar{I}_{1,\tau}] [I_2(t) - \bar{I}_2] \rangle_\tau}{\sigma_{1,\tau} \sigma_2} \quad (5.9)$$

表 5.1: 相互結合されたレーザの記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$G_N$	利得係数	$8.40 \times 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
$N_0$	透過キャリア密度	$1.40 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\varepsilon$	利得飽和係数	$2.0 \times 10^{-23}$
$\tau_p$	光子寿命	$1.927 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau_s$	キャリア寿命	$2.04 \times 10^{-9} \text{ s}$
$\alpha$	線幅増大係数	3.0
$c$	光速	$2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
$\tau$	結合遅延時間	5.0 ns
$\kappa_1$	結合強度 (Laser 1→Laser 2)	$30 \text{ ns}^{-1}$
$\kappa_2$	結合強度 (Laser 2→Laser 1)	$30 \text{ ns}^{-1}$
$N_{th} = N_0 + 1/G_N\tau_p$	しきい値キャリア密度	$2.018 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$J_{th} = N_{th}/\tau_s$	しきい値注入電流	$9.892 \times 10^{32} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$
$j = J/J_{th}$	規格化注入電流	1.1
$\omega_1 = 2\pi c/\lambda_1$	Laser 1 の光角周波数	$1.226 \times 10^{15} \text{ ns}^{-1}$
$\omega_2 = 2\pi c/\lambda_2$	Laser 2 の光角周波数	$1.226 \times 10^{15} \text{ ns}^{-1}$
$\lambda_1$	Laser 1 の波長	1537 nm
$\lambda_2$	Laser 2 の波長	1537 nm
$\Delta f_{12}$	レーザ間の光周波数差	0 Hz

ここで  $\bar{I}_{1,\tau}$  は  $\tau$  だけ遅延した区間  $\tau$  の光強度  $I_1(t-\tau)$  の平均値を示し、 $\bar{I}_2$  は区間  $\tau$  の光強度  $I_2(t)$  の平均値を示す。また、 $\sigma_{1,\tau}$  は  $\tau$  だけ遅延した区間  $\tau$  の光強度  $I_1(t-\tau)$  の分散を示し、 $\sigma_2$  は区間  $\tau$  の光強度  $I_2(t)$  の分散を示す。 $\langle \cdot \rangle_\tau$  は区間  $\tau$  における時間平均を示す。一方で、Laser 2 がリーダであると仮定した短時間相互相関値  $C_2(t)$  は以下の式で計算できる。

$$C_2(t) = \frac{\langle [I_1(t) - \bar{I}_1] [I_2(t-\tau) - \bar{I}_{2,\tau}] \rangle_\tau}{\sigma_1 \sigma_{2,\tau}} \quad (5.10)$$

ここで、 $\bar{I}_{2,\tau}$  は  $\tau$  だけ遅延した区間  $\tau$  の光強度  $I_2(t-\tau)$  の平均値を示し、 $\sigma_{2,\tau}$  は  $\tau$  だけ遅延した区間  $\tau$  の光強度  $I_2(t-\tau)$  の分散を示す。相互相関値では、長い時間において相関値を測るのに対し、短時間相互相関値では、短い時間  $\tau$  において相関値を連続的に測る。本研究では  $\tau$  を結合遅延時間と等しい 5.0 ns に設定した。

具体例として、2つの短時間相互相関値を時間波形を用いて説明する。図 5.2(a) に2つのレーザの時間波形を示す。短時間相互相関値  $C_1(t)$  は Laser 1 がリーダであ

ることを仮定しているため、Laser 1 の時間波形のみを  $\tau = 5.0$  ns だけ遅延を行うことにより時間遅延のない Laser 2 の波形と相関が高くなると考えられる。そのため、 $C_1(t)$  は図 5.2(a) の時間波形から区間  $Y_1$  と区間  $X_2$  で相関値を求めている。図 5.2(a) の時間波形から区間  $Y_1$  と区間  $X_2$  での相関図を図 5.2(b) に示す。短時間相互相関値  $C_1(t)$  は相関値 0.816 を示している。一方で、短時間相互相関値  $C_2(t)$  では Laser 2 がリーダであることを仮定しているため、Laser 2 の時間波形を  $\tau$  だけ遅延を行うことにより時間遅延のない Laser 1 の波形と相関が高くなると考えられる。そのため、 $C_2(t)$  は図 5.2(a) の時間波形から区間  $X_1$  と区間  $Y_2$  で相関値を求めている。図 5.2(a) の時間波形から区間  $X_1$  と区間  $Y_2$  での相関図を図 5.2(c) に示す。短時間相互相関値  $C_2(t)$  は相関値 0.899 を示している。リーダの決定にはこの 2 つの短時間相互相関値  $C_1(t), C_2(t)$  を大小比較することにより決定する。 $C_1(t)$  の方が大きい場合には Laser 1 がリーダとなる。一方で  $C_2(t)$  の方が大きい場合には Laser 2 がリーダとなる。図 5.2(a) の場合には、 $C_2(t)$  の方が大きいため Laser 2 がリーダとなる。

設定したパラメータでレート方程式から得られた時間波形を図 5.3 に示す。相互結合された半導体レーザの時間波形は振動が高速であることが分かる。また、結合強度が大きいため、Laser 1 と Laser 2 で似ている波形が得られていることが分かる。図 5.3(a) の時間波形に対し 60 MHz のローパスフィルタを適用した時間波形を図 5.4 に示す。ローパスフィルタを適用することにより、急激な強度低下と階段状の回復過程が見られる。したがって、このパラメータ設定では低周波不規則振動が得られることが分かった。また、強度低下は両レーザとも生じていることが分かる。

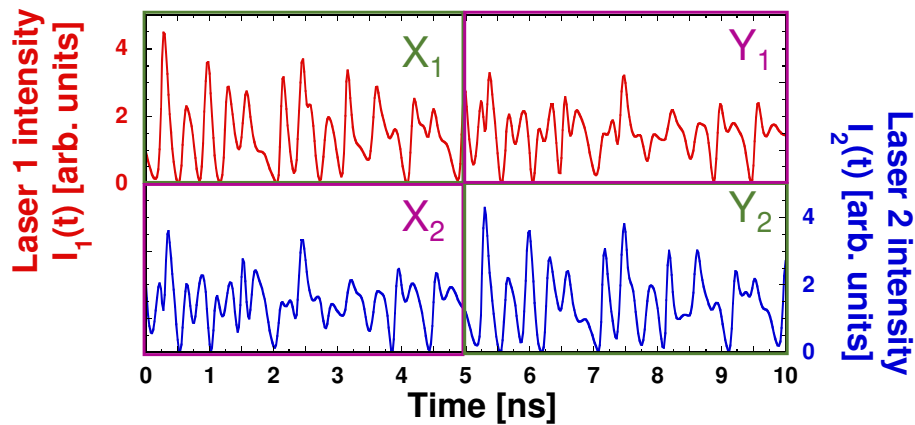
また、図 5.3(a) の時間波形に対して短時間相互相関値を計算した結果を図 5.5 に示す。図 5.4 と比較すると、ローパスフィルタを適用した時間波形では 30 ns に Laser 1 が先行して強度低下していることが分かる。この時、短時間相互相関値では  $C_1$  の相関が高くなっていることから、Laser 1 がリーダであると判定できる。同様に、100 ns 付近や 170 ns 付近の強度低下においても時間波形と短時間相互相関値は対応していることが分かる。また、短時間相互相関値は結合遅延時間  $\tau$  に対応する 5 ns ごとに大小関係が入れ替わる。

ここで、リーダとなる時間に対する確率であるリーダ確率を定義する。Laser 1, 2 に対するリーダ確率  $L_1, L_2$  の定義を以下に示す。

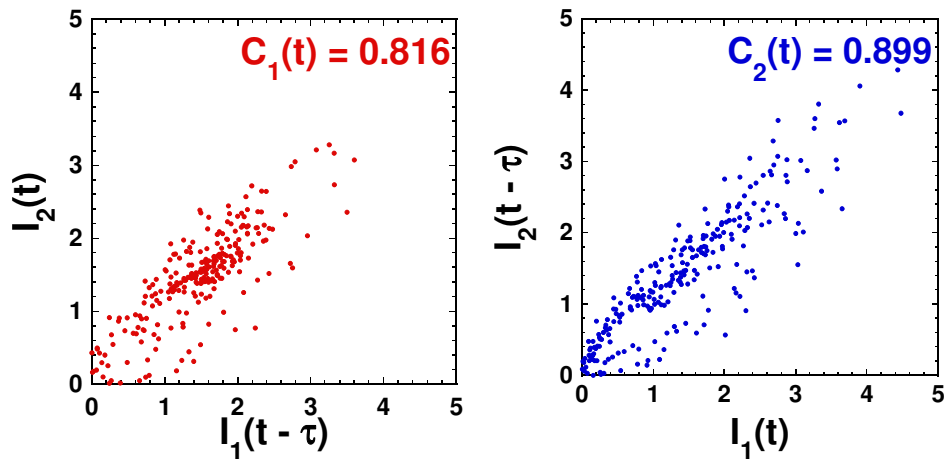
$$L_1 = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \quad (5.11)$$

$$L_2 = \frac{T_2}{T_1 + T_2} \quad (5.12)$$

ここで  $T_1, T_2$  はそれぞれ Laser 1, 2 がリーダとなるデータ数を示している。本研



(a) 2つのレーザの時間波形



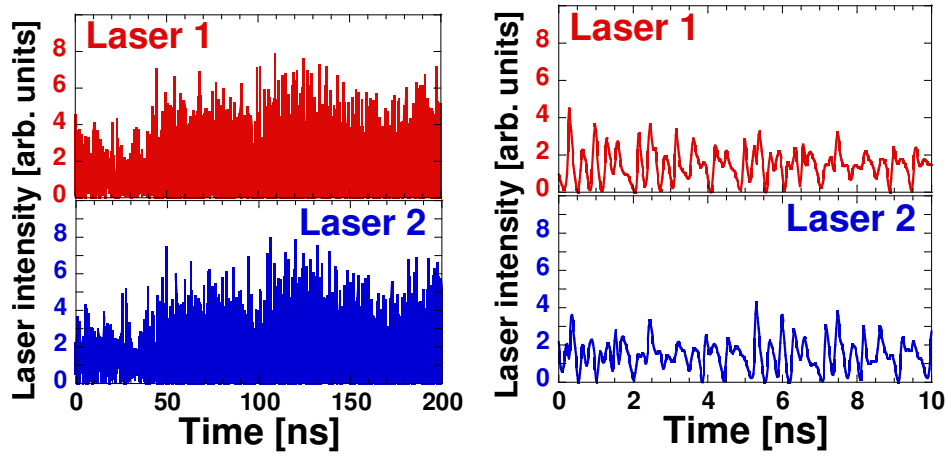
(b) 短時間相互相関値  $C_1(t)$  の相関図

(c) 短時間相互相関値  $C_2(t)$  の相関図

図 5.2: 時間波形と短時間相互相関値による相関図

究では結合強度差  $\Delta\kappa$  を変化することにより、リーダ確率の変化を調査する。リーダ確率の変化について図 5.6 に示す。結合強度差がない場合には2つのレーザがリーダになる確率が等しいことが分かる。また、結合強度差が正の時 ( $\kappa_1 > \kappa_2$ ) には Laser 1 がリーダになりやすく、結合強度差が負の時 ( $\kappa_1 < \kappa_2$ ) には Laser 2 がリーダになりやすいことが分かる。このことから、結合強度差によりリーダ確率を制御できることが分かった。

さらに、リーダとなる時間間隔について調査を行った。あるレーザがリーダに



(a) 200 ns までの時間波形

(b) 10 ns までの時間波形 (拡大図)

図 5.3: 結合強度  $\kappa$  が  $30 \text{ ns}^{-1}$  のときの時間波形

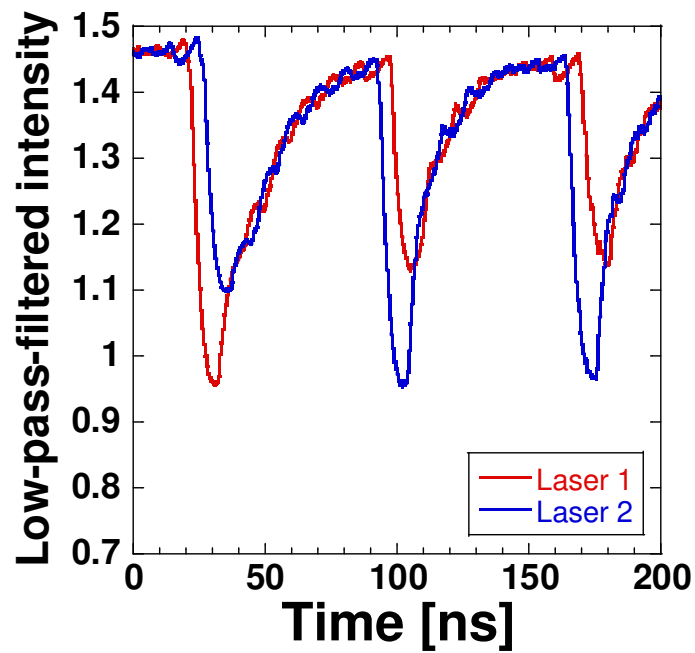


図 5.4: 結合強度  $\kappa$  が  $30 \text{ ns}^{-1}$  のときのローパスフィルタを適用した時間波形

なり, その後他のレーザがリーダになるまで時間を継続時間とし, その継続時間が 10000 ns 中に現れる確率を計算した. 図 5.7 に結合強度差が  $\Delta\kappa = 0 \text{ ns}^{-1}$  のときの時間間隔を示す. 図 5.7(a), (b) には Laser 1 に対して計算を行い, それぞれ両軸線



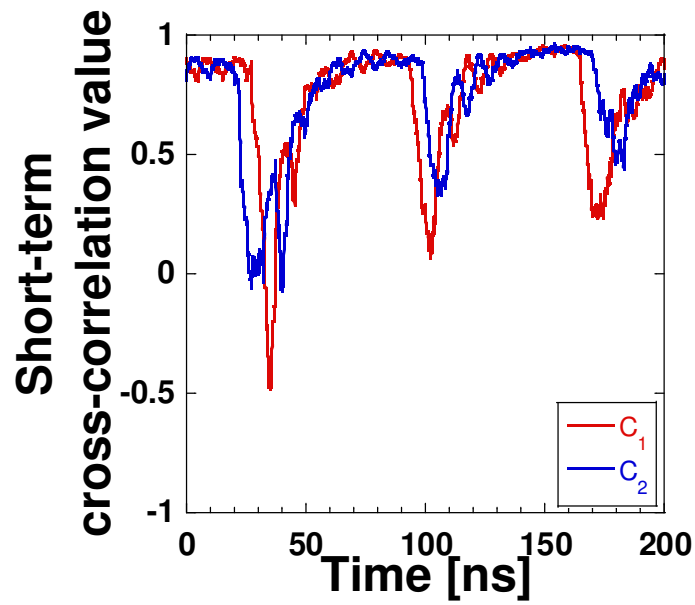


図 5.5: 結合強度  $\kappa$  が  $30 \text{ ns}^{-1}$  のときの短時間相互相関値

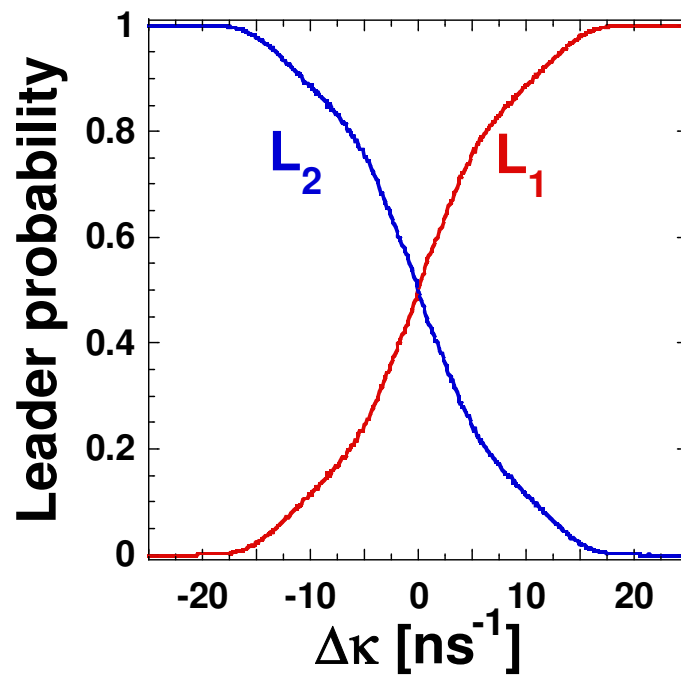
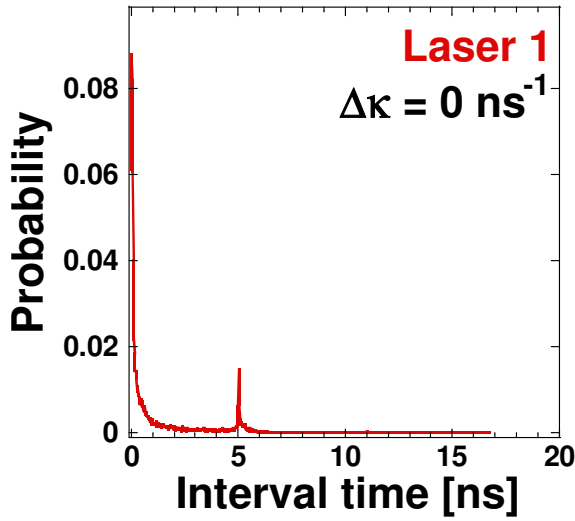


図 5.6: 相互結合された半導体レーザにおけるリーダー確率の変化

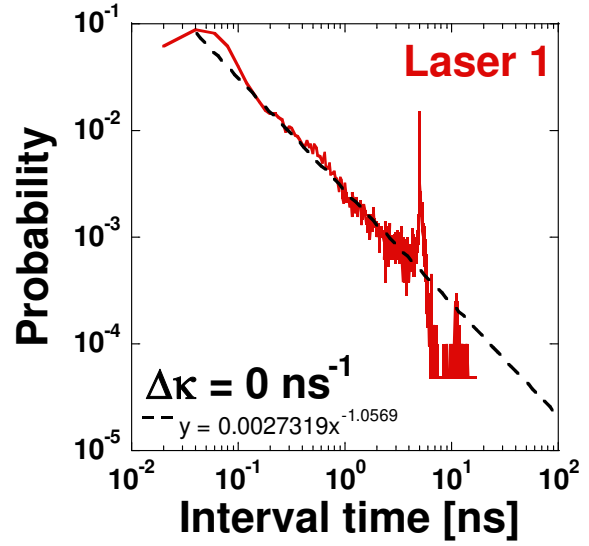
形，両軸対数でプロットしている．一方で，図 5.7(c), (d) には Laser 2 に対して計算を行い，それぞれ両軸線形，両軸対数でプロットしている．両レーザともに，図

5.7(a), (c) から 5 ns にピークを有していることがわかる。一方で、両軸対数プロットの図 5.7(b), (d) では、5 ns 付近まで、直線的なプロットになっている。そこで 0.1 ~ 4.6 ns の部分において回帰曲線をプロットした。両軸対数のグラフに対して直線的なグラフはべき則に従っていると考えられる。強い結合強度と低い注入電流下では、規格化された光強度においても、べき則に従うことが報告されており [104], リーダの継続時間に対しても局所的にべき則に対応していることから、この部分においては自己組織化臨界現象が生じていると考えられる。

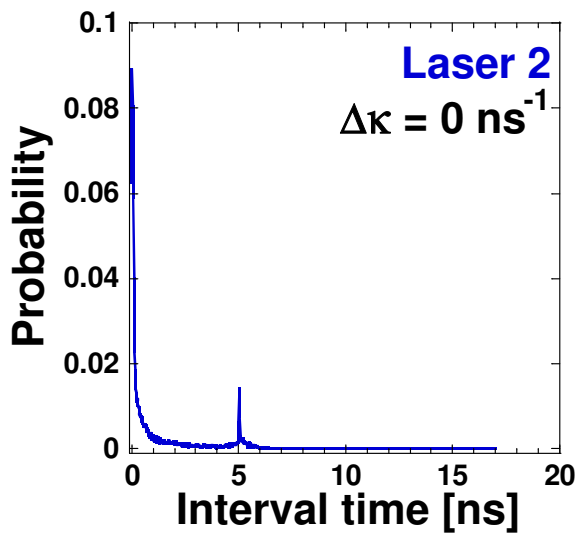
また、図 5.8 に、結合強度差が変化した場合の時間間隔の確率をプロットしている。時間間隔の確率は 0.01 以下の部分をプロットしている。結合強度差の絶対値が  $20 \text{ ns}^{-1}$  以上の部分では、リーダーがほぼ一意に決定されてしまうため、時間間隔の確率が観測されない。一方で、 $20 \text{ ns}^{-1}$  以下の部分で確率の変動が起きている。1 ns 以下の時間間隔が短い部分では、 $\Delta\kappa = 0 \text{ ns}^{-1}$  で示したような分布が観測されている。リーダー確率に影響しているのは、結合遅延時間に対応する付近の時間間隔の確率であると考えられる。結合遅延時間が正のとき、Laser 1 では結合遅延時間の 5 ns よりも長い時間間隔が観測されていることがわかる。また、Laser 2 では結合遅延時間よりも短い時間間隔へと変化している。さらに、結合強度差が負の場合には、Laser 1 と Laser 2 の対応関係が逆になる。また、それぞれの場合において、結合遅延時間の整数倍の部分にも影響を受けていることが分かった。



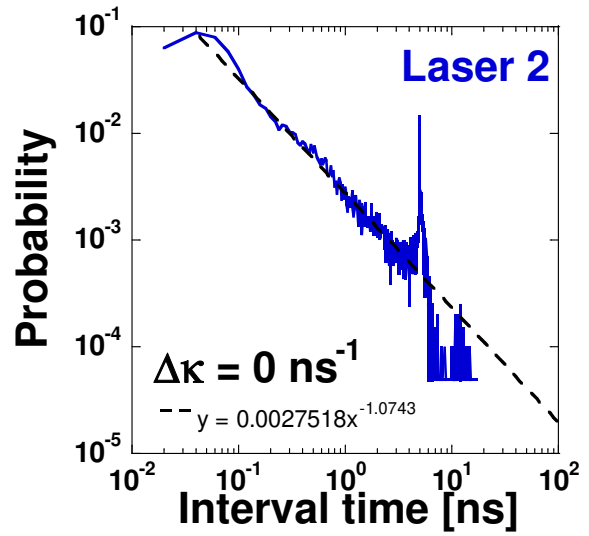
(a) Laser 1 の継続時間



(b) Laser 1 の継続時間 (両軸対数)

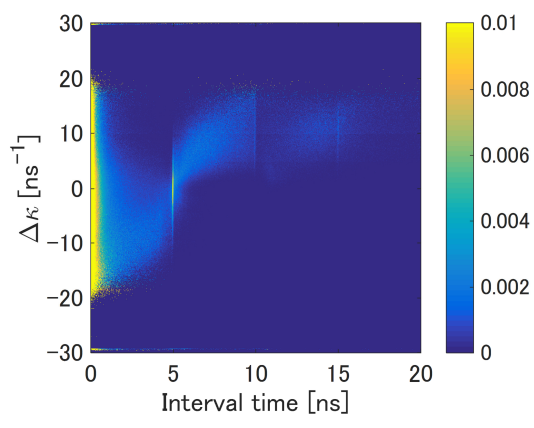


(c) Laser 2 の継続時間

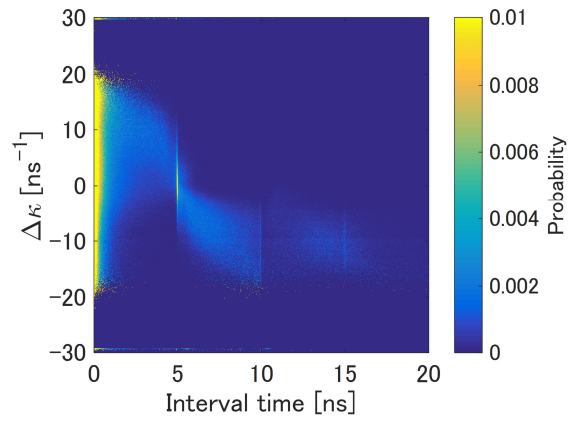


(d) Laser 2 の継続時間 (両軸対数)

図 5.7: 相互結合された半導体レーザーのリーダーの継続時間 ( $\Delta\kappa = 0 \text{ ns}^{-1}$ )



(a) Laser 1 の継続時間



(b) Laser 2 の継続時間

図 5.8: 結合強度差変化と相互結合された半導体レーザにおけるリーダの継続時間

### 5.3 2台のロットマシンにおける意思決定

遅延カオス同期を用いた意思決定のモデルを図5.9に示す。相互結合された半導体レーザに対し、それぞれのレーザに対応するロットマシンを用意する。Laser 1にはロットマシン  $S_1$  を対応させ、Laser 2にはロットマシン  $S_2$  を対応させる。本方式による意思決定は次のように試行される。はじめに、短時間相互相関値を用いてリーダーとなるレーザを判定し、レーザに対応するロットマシンを選択する。次に、選択したロットマシンの「当たり」または「はずれ」の結果から結合強度を変化させる。例えば、ロットマシン  $S_1$  が「当たり」を出した場合、次の意思決定において Laser 1 がよりリーダーになり易くするために、 $\kappa_1$  の結合強度を大きくする。一方でロットマシン  $S_1$  が「はずれ」を出した場合、次の意思決定において Laser 1 がよりリーダーになりにくくするために、 $\kappa_1$  の結合強度を小さくする。ロットマシン  $S_2$  においても同様の操作を行うことにより意思決定を行う。意思決定により結合強度差  $\Delta\kappa$  を変化させる量は、綱引き理論 [26, 67, 68] を用いて変化させる。

$$\Delta\kappa = \begin{cases} -wV & (\text{int})TA(t) < -V \\ w(\text{int})TA(t) & (|(\text{int})TA(t)| \leq V) \\ wV & (\text{int})TA(t) > V \end{cases} \quad (5.13)$$

$$TA(t) = X(t) + \alpha TA(t-1) \quad (5.14)$$

ここで  $\alpha$  は記憶係数、 $w$  はステップ幅、 $V$  はステップ数を示す。また、 $X(t)$  の値は表5.2を用いて決定する。ここで  $\Delta, \Omega$  はそれぞれ当たりの移動量とはずれの移動量

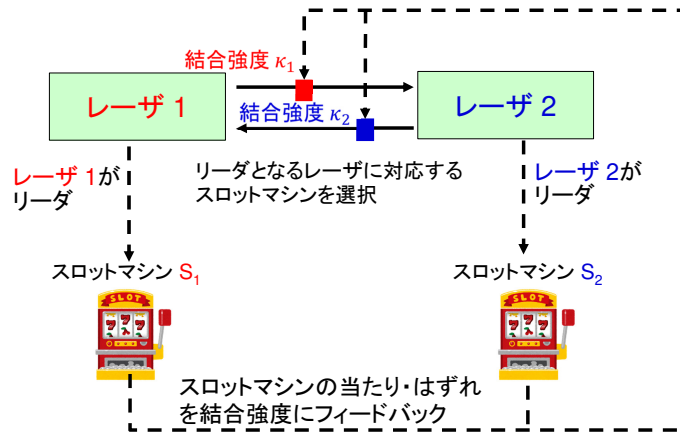


図 5.9: 遅延カオス同期を用いた意思決定の概念図

表 5.2:  $X(t)$  の値

選択したスロットマシン	当たり	はずれ
$S_1$	$\Delta$	$-\Omega$
$S_2$	$-\Delta$	$\Omega$

表 5.3: 意思決定で用いる記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$\tau_{SI}$	意思決定のサンプリング間隔	1.0 ns
$\alpha$	記憶係数	0.999
$\kappa_{ini}$	初期結合強度	$30 \text{ ns}^{-1}$
$w$	しきい値のステップ幅	$1.0 \text{ ns}^{-1}$
$V$	しきい値のステップ数	25
$2V + 1$	しきい値のステップ総数	51
$\{P_1, P_2\}$	スロットマシン $S_1$ と $S_2$ の当たり確率	$\{0.6, 0.4\}$
$m$	1 サイクルの意思決定の回数	500
$n$	評価におけるサイクル数	100

であり，次の式で決定される．

$$\Delta = 2 - (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \quad (5.15)$$

$$\Omega = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 \quad (5.16)$$

ここで  $\bar{P}_1, \bar{P}_2$  はそれぞれスロットマシン  $S_1, S_2$  に対する推定当たり確率であり，スロットマシン  $S_i$  の選択回数  $U_i$  と「当たり」が出た回数  $H_i$  を用いて  $\bar{P}_i = H_i/U_i$  で計算される．また，結合強度  $\kappa_1, \kappa_2$  のそれぞれの値は結合強度差を用いて式 (5.17), (5.18) で決定される．

$$\kappa_1 = \begin{cases} \kappa_{ini} - \Delta\kappa & (\Delta\kappa \leq 0) \\ \kappa_{ini} & (\Delta\kappa > 0) \end{cases} \quad (5.17)$$

$$\kappa_2 = \begin{cases} \kappa_{ini} & (\Delta\kappa \leq 0) \\ \kappa_{ini} - \Delta\kappa & (\Delta\kappa > 0) \end{cases} \quad (5.18)$$

以上のアルゴリズムにより意思決定を行う．また，各パラメータの値については表 5.3 に示す．

## 5.4 平均正答率を用いた意思決定の評価

本研究では意思決定の性能調査において2つの評価指標を用いる。

### 5.4.1 平均正答率

本研究の1つの評価指標として平均正答率 (Correct Decision Rate, CDR) を用いる [26]。強化学習を行う上では探索において最も当たり確率の高いスロットマシンを速く見つける必要がある。そこで最も当たり確率の高いスロットマシンに対する正答率を考える。平均正答率では  $m$  回の意思決定を行い、それを  $n$  サイクル繰り返すことにより選択したスロットマシンに対する平均的な正答率を示している。平均正答率  $CDR(t)$  は次の式で定義される。

$$CDR(t) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M C(l, t) \quad (5.19)$$

ここで関数  $C(l, t)$  は  $l$  サイクル目  $t$  回目の意思決定において最も当たり確率の高いスロットマシンを選択した場合に1を返し、その他の場合には0を返す関数である。この関数を用いて各サイクル各回において評価を行い、各回ごとに平均化した値が平均正答率となる。平均正答率が1を示すとき、その回の意思決定においては最も当たり確率の高いスロットマシンを選択できるということが言える。

### 5.4.2 平均当たり確率

本研究におけるもう一つの評価として平均当たり確率 (Average Hit Rate, AHR) を定義する [28]。強化学習を行う上で総報酬の評価は最も重要である。平均当たり確率は以下の式で定義される。

$$AHR = \frac{1}{MW} \sum_{l=1}^M \sum_{t=1}^W F(l, t) \quad (5.20)$$

ここで関数  $F(l, t)$  は  $l$  サイクル目  $t$  回目の意思決定において選択したスロットマシンが「当たり」ならば1を返し、「はずれ」ならば0を返す関数である。この関数を用いて全体を平均化した値が平均当たり確率である。平均当たり確率は設定されているスロットマシンにおける最も高い当たり確率が上限値となる。また、平均当たり確率が最も高い当たり確率に近いほど良い性能が得られたと言える。

### 5.4.3 本方式による意思決定と評価

表 5.3 のパラメータ値を用い意思決定を行ったときの 1 サイクルにおける短時間相互相関値とスロットマシンの選択系列, 推定当たり確率, 結合強度差の変化を図 5.10 に示す. 結合遅延時間  $\tau$  は 5.0 ns であるから短時間相互相関値のスイッチングは 5.0 ns ごとに発生する. また, 意思決定のサンプリング間隔は 1.0 ns であるから, 平均的には 5 回連続で一方のスロットマシンを選択し, もう一方のスロットマシンを 5 回連続で選択する動作が繰り返される. 実際の選択系列を見てみると, 意思決定を始めた部分においては, 交互に選択していることが分かる. また, 推定当たり確率が, 実際の当たり確率に近づいていくと, 結合強度差は当たり確率の高いスロットマシン  $S_2$  の方に傾いていくことが分かる. 結合強度差が大きくなるに連

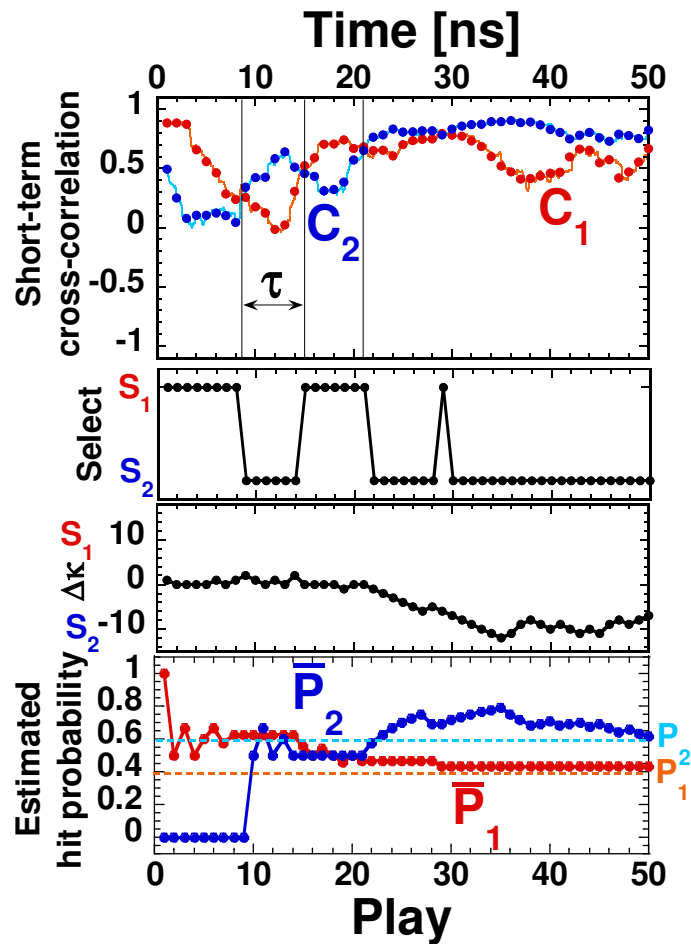


図 5.10: 表 5.3 のパラメータ値における短時間相互相関値, 選択系列, 推定当たり確率, 結合強度差の変化



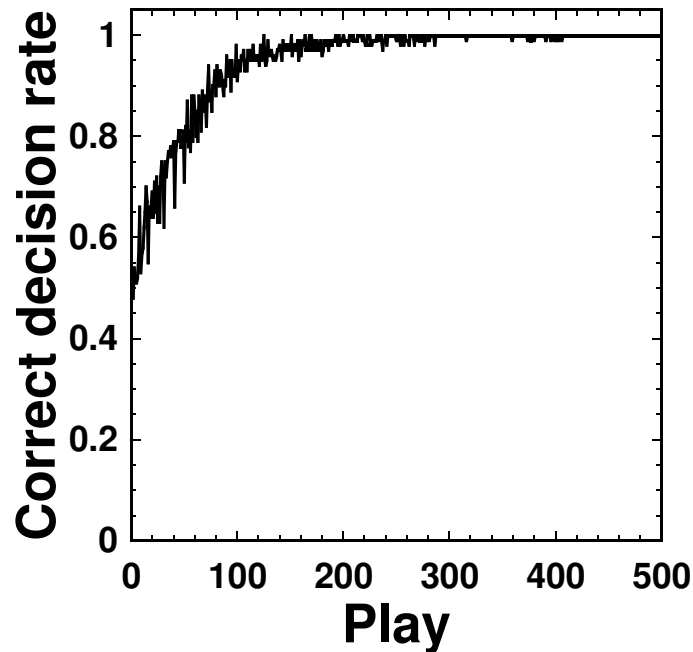
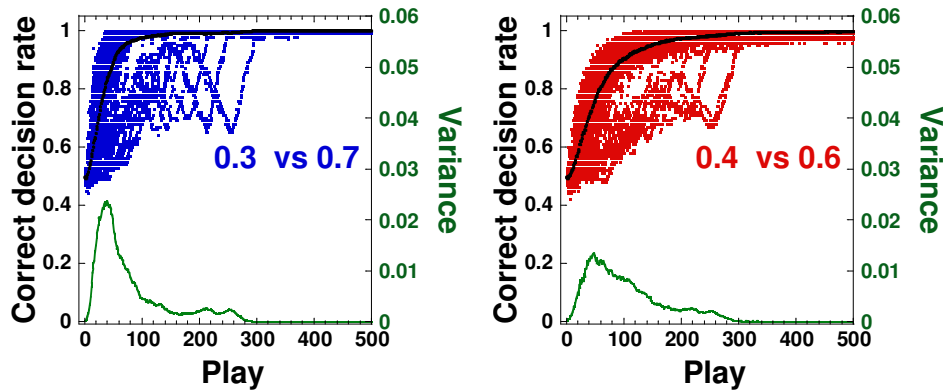


図 5.11: 表 5.3 のパラメータ値における平均正答率

れて、短時間相互相関値はスイッチングをしなくなり、当たり確率の高いスロットマシンに対応する Laser 2 がリーダーになり続けていることが分かる。選択系列においても短時間相互相関値と同様に当たり確率の高いスロットマシンを選択し続けることができていることが分かる。このように、自発的スイッチングは意思決定の開始時に全てのスロットマシンを連続して交互に選択することから探索に効果があると考えられる。

次に、カオス同期による意思決定が平均正答率により正しく行えているかを評価する。平均正答率の結果を図 5.11 に示す。平均正答率は 200 回程度で 1.0 に収束しており、正しく意思決定を行えていると考えられる。200 回以下の領域においては探索が行われつつ、サイクルによっては知識利用が行われているため、グラフが少し振動していると考えられる。

次に、10000 サイクルの平均正答率と同じ結果から算出した 100 サイクルの平均正答率の分散と比較を行った。図 5.12 には、当たり確率が  $\{P_1, P_2\} = \{0.3, 0.7\}$ ,  $\{0.4, 0.6\}$  の 2 つの評価結果を示している。黒線は、10000 サイクルの平均正答率を表しており、赤点及び青点は 100 サイクルで算出した平均正答率を示している。また、緑色の線は赤点と青点のそれぞれの分散を表している。さらに、10000 サイクルの平均正答率と分散から図 5.13 をプロットした。図 5.12(a) では 10000 サイクルの平均正答率の収束速度が速いが、100 サイクルの平均正答率は各プレイにおける平均正答



(a) 当たり確率が  $\{P_1, P_2\} = \{0.3, 0.7\}$  の場合      (b) 当たり確率が  $\{P_1, P_2\} = \{0.4, 0.6\}$  の場合

図 5.12: 異なる当たり確率の組による平均正答率と分散

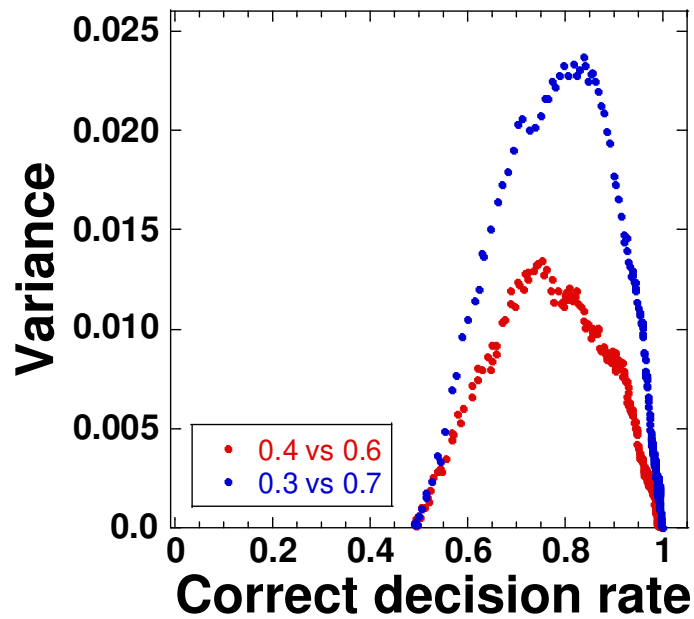
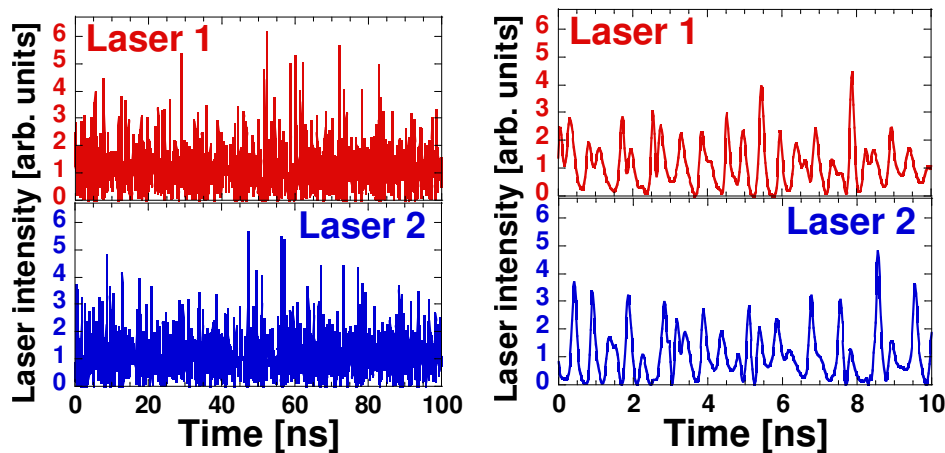


図 5.13: 異なる当たり確率の組による平均正答率と分散の分布図

率の分散が大きくなることが分かる。2つの平均正答率と分散を比較した図 5.13 を見ると、当たり確率の差が小さい  $\{P_1, P_2\} = \{0.4, 0.6\}$  の方が平均正答率の変化が緩やかであったことから、分散が大きくならずに 1 まで収束していることが分かった。



(a) 100 ns までの時間波形

(b) 10 ns までの時間波形 (拡大図)

図 5.14: 結合強度  $\kappa$  が  $10 \text{ ns}^{-1}$  のときの時間波形

## 5.5 パラメータ変化による性能評価

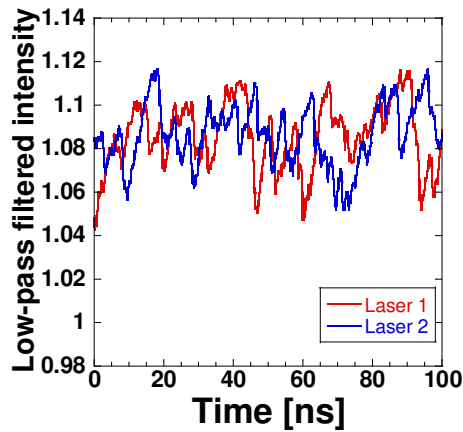
本節では本方式のパラメータを変化させることにより、性能評価を行う。本研究では、3つのパラメータにおいて性能評価を行う。1つ目は異なる結合強度変化により得られるダイナミクスによる評価を行う。2つ目は意思決定のサンプリング間隔による評価を行う。3つ目は結合強度差が変化するステップ数による評価を行う。

### 5.5.1 相互結合された半導体レーザの結合強度による性能評価

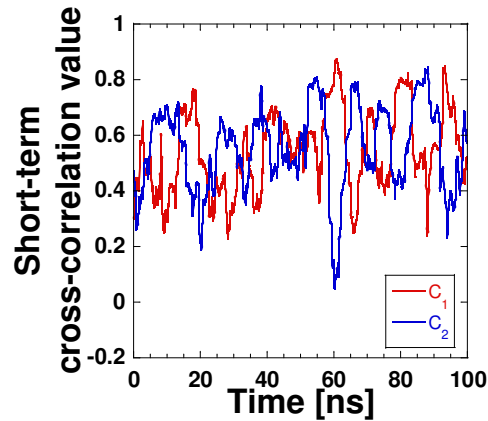
はじめに、初期結合強度  $\kappa_{\text{ini}}$  による意思決定の性能を調査する。カオスのみのダイナミクス変化 ( $\kappa_{\text{ini}} = 10 \text{ ns}^{-1}$ ) と、低周波不規則振動を有するダイナミクス変化 ( $\kappa_{\text{ini}} = 30 \text{ ns}^{-1}$ ) の2つの場合において調査を行う。

はじめに、結合強度  $\kappa_{1,2}$  が  $10 \text{ ns}^{-1}$  のときの時間波形を観測する。図 5.14 に時間波形を示す。時間波形は不規則な振動をしており、多くのピークが発生していることが分かる。

図 5.14(a) の時間波形に対し 60 MHz のローパスフィルタを適用した時間波形を図 5.15(a) に示す。ローパスフィルタを適用した波形においても不規則振動していることから、低周波に周期的なダイナミクスは存在しないことが分かる。また、図



(a) ローパスフィルタを適用した時間波形

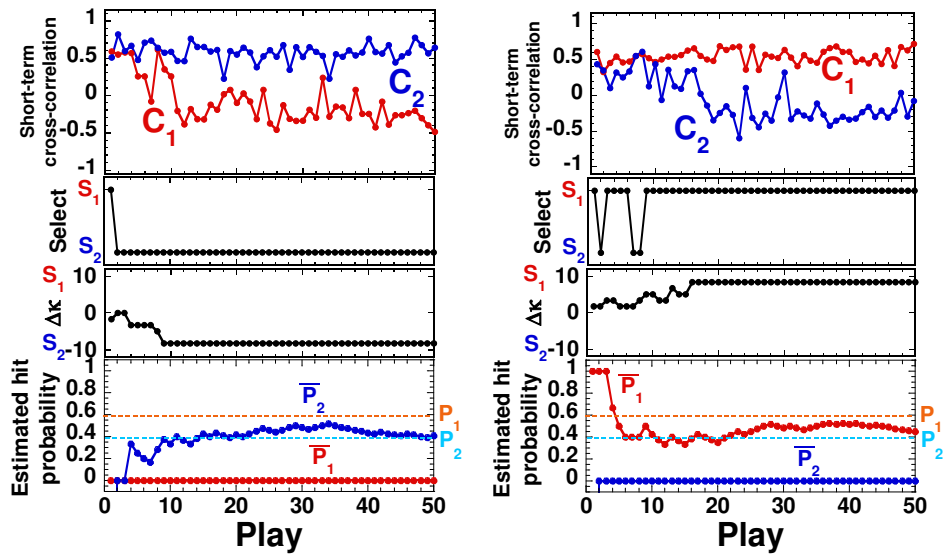


(b) 短時間相互相関値

図 5.15: 結合強度  $\kappa$  が  $10 \text{ ns}^{-1}$  のときのローパスフィルタを適用した時間波形と短時間相互相関値

5.14(a) の時間波形に対して短時間相互相関値を計算した結果を図 5.15(b) に示す。短時間相互相関値は不規則な振動をしており、大小関係は結合遅延時間に関係ないスイッチングが生じている。

次に、それぞれの場合において意思決定を行い、1 サイクルにおける短時間相互相関値、スロットマシンの選択、結合強度差  $\Delta\kappa$ 、推定当たり確率を調査した。カオスのみのダイナミクス変化 ( $\kappa_{\text{ini}} = 10 \text{ ns}^{-1}$ ) の場合を図 5.16 に示す。カオスのみのダイナミクス変化の場合、短時間相互相関値は直ぐに結合強度が大きいレーザの短時間相互相関値に影響していることが分かる。また、スロットマシンの選択においては正しく意思決定を行った場合においても、当たり確率の低いスロットマシンを 3 回しか選択していないことが分かる。一方で低周波不規則振動を有する ( $\kappa_{\text{ini}} = 30 \text{ ns}^{-1}$ ) の場合を図 5.17 に示す。低周波不規則振動を有するダイナミクス変化の場合では、短時間相互相関値のスイッチングにより、スロットマシンを連続して交互に選択している。正しい意思決定を行った場合では、スイッチングにより両方のスロットマシンを選択できている。しかしながら間違った意思決定を行った場合では、正しいスロットマシンを 4 回しか選択できていない。その結果、推定当たり確率や結合強度に影響を及ぼしていることが分かる。このように、探索により得られる情報により意思決定の結果が大きく異なることが分かる。平均正答率を図 5.18 に示す。黒のグラフがカオスのみのダイナミクス変化による平均正答率であり、赤のグラフが低周波不規則振動を有するダイナミクス変化による平均正答率である。2 つの平均



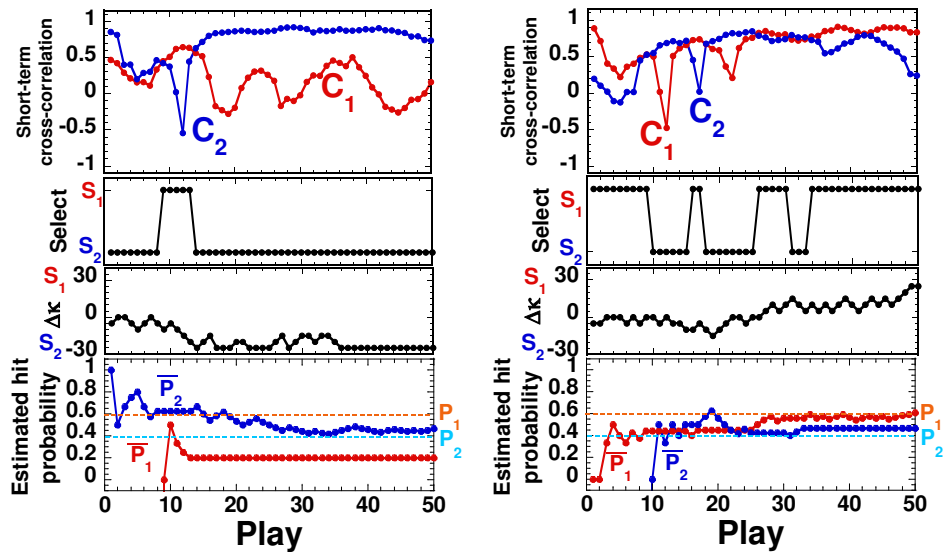
(a) 正しいスロットマシンを選択する場合

(b) 間違ったスロットマシンを選択する場合

図 5.16:  $\kappa_{ini} = 10 \text{ ns}^{-1}$ (カオス)における1サイクルの短時間相互相関値, スロットマシンの選択, 結合強度差  $\Delta\kappa$ , 推定当たり確率

正答率が1.0に到達していないことが分かるが, 低周波不規則振動を有するダイナミクス変化の方が平均正答率の収束値が高いことが分かる. 両方のダイナミクスにおいて1サイクルごとの意思決定で正しいスロットマシンを選択する場合と間違っただスロットマシンを選択してしまう場合の両方が存在していたが, 低周波不規則振動によるダイナミクス変化の方が自発的スイッチングによるスロットマシン選択のスイッチングが長いため, 平均正答率においても収束値が高くなっていると考えられる.

次に, スロットマシン1の当たり確率  $P_1$  の変化に対する1000回目の平均正答率の図を図5.19に示す. ここでスロットマシン2の当たり確率  $P_2$  は  $P_2 = 1 - P_1$  により設定した. 初期結合強度  $\kappa_{ini}$  が  $30 \text{ ns}^{-1}$ (低周波不規則振動) の場合には, 当たり確率が  $P_1 \leq 0.4$ ,  $0.6 \leq P_1$  の区間において平均正答率が1.0で収束している. 一方で  $10 \text{ ns}^{-1}$ (カオス) の場合には, 当たり確率が  $P_1 \leq 0.25$ ,  $0.75 \leq P_1$  の区間において平均正答率が1.0で収束している. このことから, 初期結合強度  $\kappa_{ini}$  が  $30 \text{ ns}^{-1}$  の場合は  $10 \text{ ns}^{-1}$  の場合に対して,  $0.25 \leq P_1 \leq 0.4$  および  $0.6 \leq P_1 \leq 0.75$  の2つの区間に対して良い性能が得られることが分かる. 中心の結合強度がカオスの場合と低周波不規則振動の場合を比較すると, 結合強度差が小さい部分において, カ



(a) 正しいスロットマシンを選択する場合

(b) 間違ったスロットマシンを選択する場合

図 5.17:  $\kappa_{ini} = 30 \text{ ns}^{-1}$  (低周波不規則振動) における 1 サイクルの短時間相互相関値, スロットマシンの選択, 結合強度差  $\Delta\kappa$ , 推定当たり確率

オスでは不規則なスイッチングをしているのに対し, 低周波不規則振動では結合遅延時間の  $5 \text{ ns}$  ごとの規則的なスイッチングをしていることが分かる. この違いが,  $0.25 \leq P_1 \leq 0.4$  および  $0.6 \leq P_1 \leq 0.75$  の 2 つの区間において, 低周波不規則振動を用いると平均正答率の最終値が良くなった原因だと考えられる.

また, スロットマシン 1 の当たり確率  $P_1$  による平均当たり確率の変化を図 5.20 に示す. 黒のグラフは中心の結合強度が  $\kappa_c = 10 \text{ ns}^{-1}$  の場合を示している. また, 赤のグラフは中心の結合強度が  $\kappa_c = 30 \text{ ns}^{-1}$  の場合を示している. 平均当たり確率での評価では 2 つのパラメータに大きな差が見られなかった. 以上の結果より, 平均正答率の結果から言える正しく意思決定を行うという観点で当たり確率の変化による結果から中心の結合強度が  $30 \text{ ns}^{-1}$  の低周波不規則振動の方が性能が良いと考えられる.

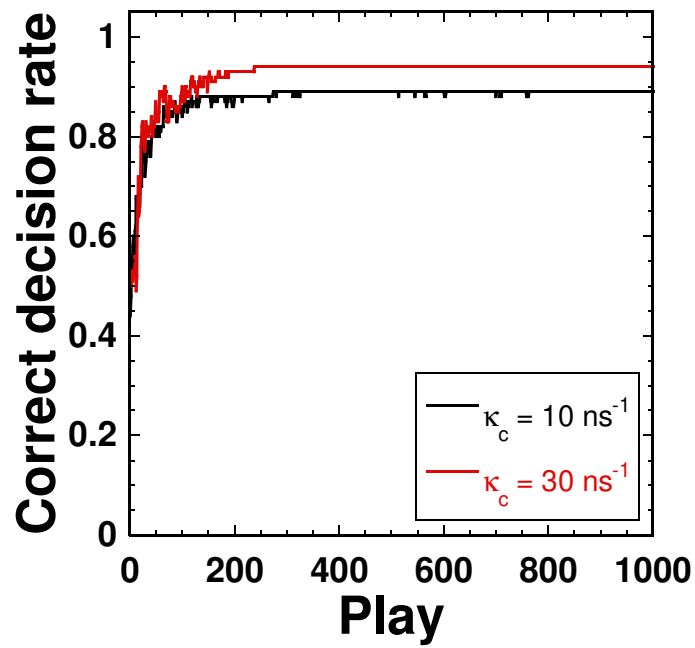


図 5.18: 異なるダイナミクス変化による平均正答率

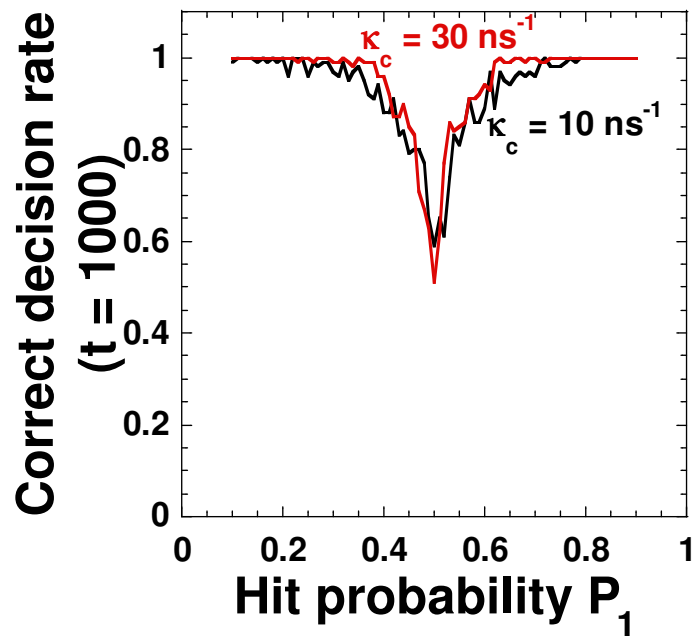


図 5.19: 当たり確率の変化による平均正答率 ( $t = 1000$ )

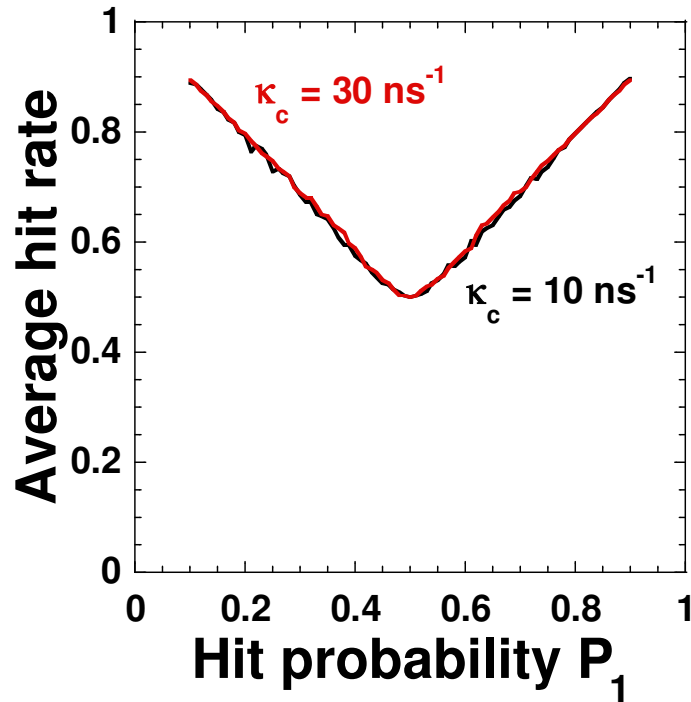


図 5.20: 当たり確率の変化による平均当たり確率

### 5.5.2 意思決定のサンプリング間隔による性能評価

次に、本節では意思決定における短時間相互相関値を算出する時間間隔である意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  を変化させる。意思決定のサンプリング間隔を性能を悪化させずに短くできるならば、意思決定の高速化が期待できる。

はじめにサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  が異なる値で意思決定を行った時の平均正答率と平均当たり確率を図 5.21 に示す。図 5.21(a) から、サンプリング間隔が  $\tau_{SI} = 1, 10$  ns の場合は平均正答率の評価が変わらないことが分かる。この場合にはサンプリング間隔が短い  $\tau_{SI} = 1$  ns の方が高速に意思決定できる。一方で、サンプリング間隔が 1 ns よりも短い  $\tau_{SI} = 0.1$  及び 0.01 ns の場合には、平均正答率が 1 に収束するまでに選択回数が多くかかっていることが分かる。このことから、サンプリング間隔が 1 ns の方が良いことが分かる。また、意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  に対する平均当たり確率の評価結果を図 5.21(b) に示す。黒の点線は平均当たり確率の上限値を示す。サンプリング間隔が 0.5 ns 以上の場合、平均当たり確率の評価は良い。一方で、0.5 ns 以下の場合には評価が悪くなることが分かる。

また、サンプリング間隔を加味し選択回数に対しサンプリング間隔を掛けること



により、意思決定に用いる時間波形の長さ（時間長）に対する平均正答率の変化を求めた。時間長に対する平均正答率の変化を図5.22に示す。グラフにおける点は意思決定を行った時刻を示している。時間長で合わせる事により、1 ns よりも 0.1 ns の方が速く平均正答率 1.0 に収束することが分かる。そこでより細かな調査を行うた

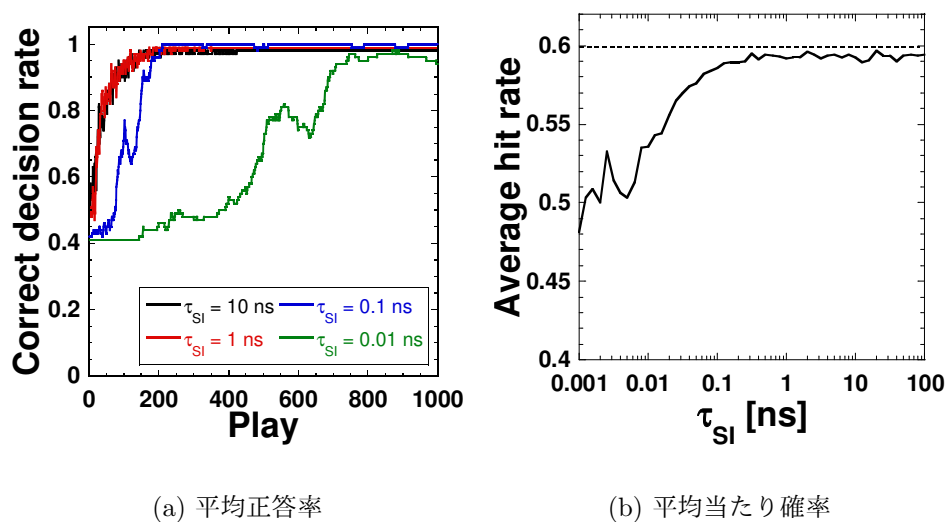


図 5.21: 意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  に対する平均正答率と平均当たり確率

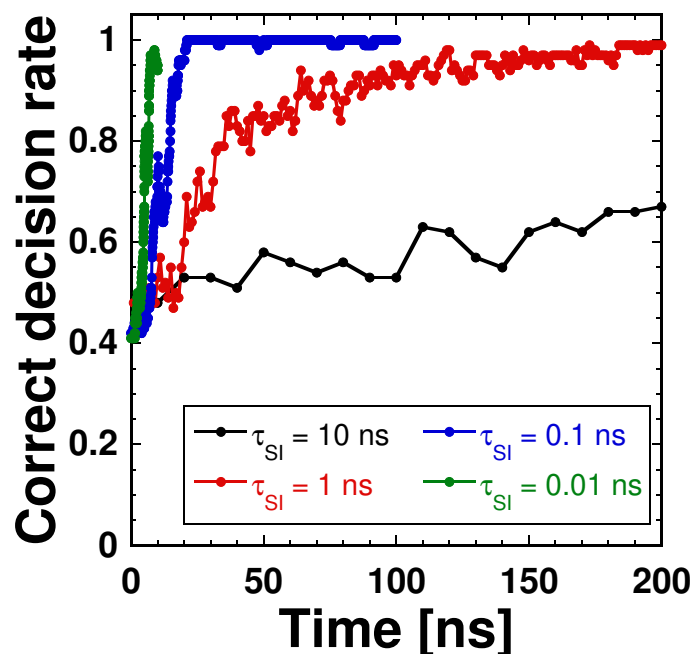


図 5.22: 時間長を合わせた意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  に対する平均正答率

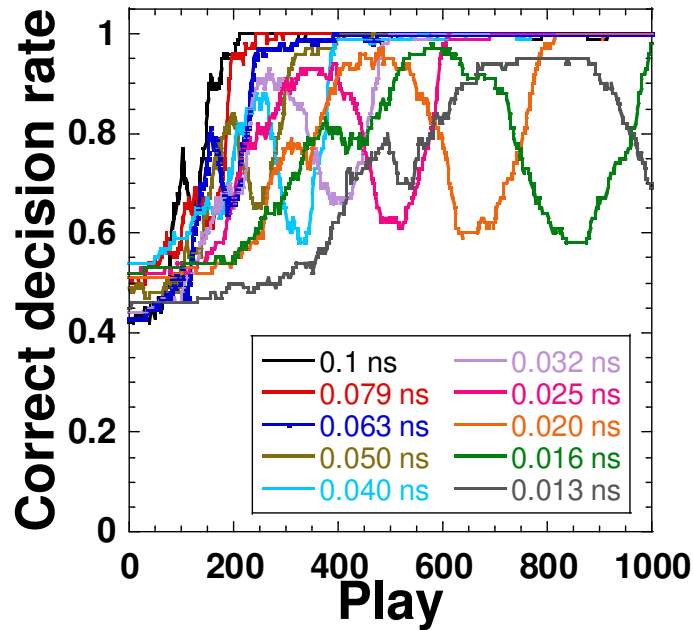


図 5.23: 意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  に対する平均正答率

めに 0.013 ~ 0.1 ns のサンプリング間隔に対する平均正答率を図 5.23 に示す。短いサンプリング間隔においては平均正答率がすぐに 1.0 に収束せず、振動をしてから 1.0 に収束している。同様に時間長に対する平均正答率を図 5.24 に示す。時間波形の長さを合わせることで、どのサンプリング間隔に対しても平均正答率は同じ変化をしていることが分かる。どの平均正答率においても 20 ns 程度で平均正答率は 1.0 に収束していることが分かる。結合強度変化により、ダイナミクスの変化が生じるが、ダイナミクス変化の過渡時間の長さよりも速い意思決定サンプリングでは、結合強度変化前のダイナミクスに対して次の意思決定が行われてしまう可能性が考えられ、この影響により評価結果に差が生じたと考えられる。

### 5.5.3 綱引き理論の結合強度差のステップ数 $V$ による性能評価

本節では結合強度差のステップ数  $V$  を変化させることによる性能評価を行う。本研究では、 $wV$  が一定となるように変化させる。まず、ステップ数の変化によるしきい値の動きの違いを説明する。比較として、ステップ数が  $V = 1$  の場合と  $V = 5$  の場合のしきい値の位置を図 5.25 に示す。ステップ数が  $V = 1$  の場合には、1 回の意思決定でしきい値がリーダ確率の中心から端まで移動する。一方で、ステップ数が  $V = 5$  の場合には、リーダ確率の端まで移動するために最低でも 5 回の意思決定

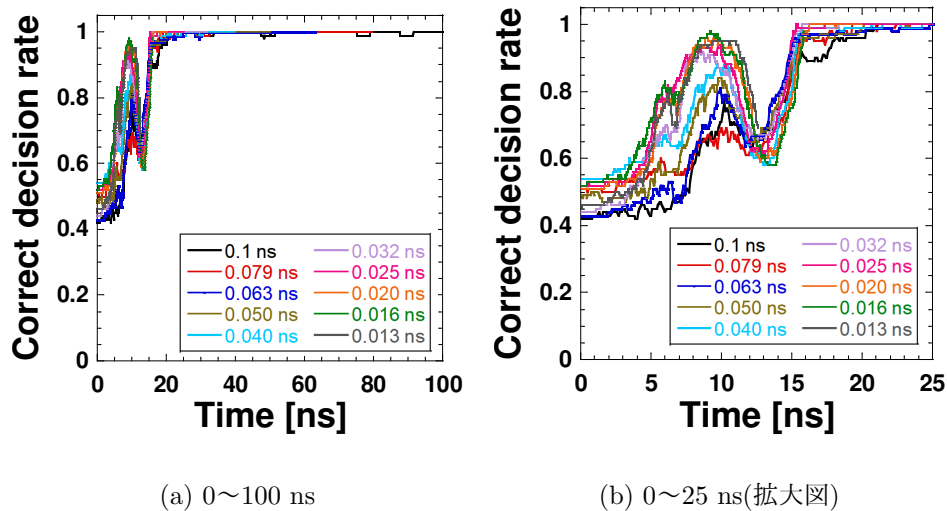
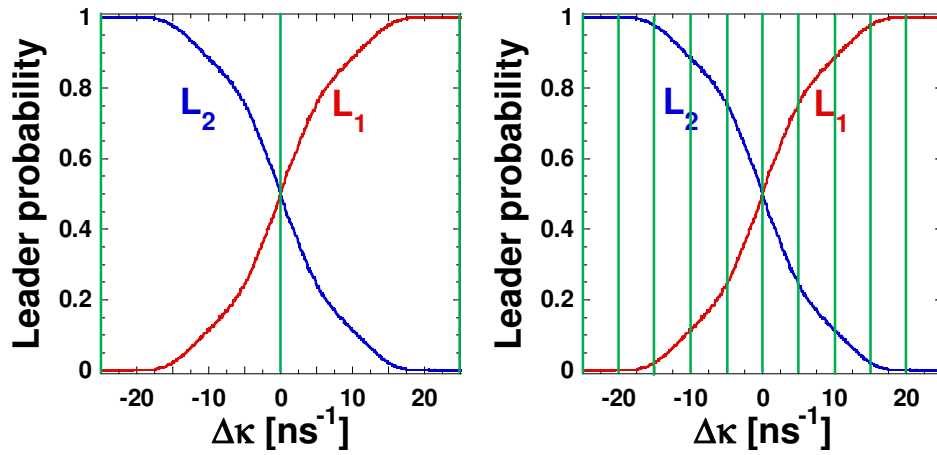


図 5.24: 意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  に対する時間を合わせた平均正答率

を必要とする。ステップ数が少ない場合には片方のスロットマシンのみを選択するまでの回数が短い、間違っただけ意思決定をしやすい。一方でステップ数が多い場合には片方のスロットマシンのみを選択するまでの回数が長い、間違っただけ意思決定をしにくくなる。そこで、ステップ数による意思決定の性能評価を行った。結合強度差のステップ数による平均正答率の比較を図 5.26 に示す。黒のグラフが  $V = 1$ 、赤のグラフが  $V = 30$ 、青のグラフが  $V = 60$  をそれぞれ示す。 $V = 1$  と  $V = 30$  のグラフを比較すると 100 回以降において、ステップ数の多い  $V = 30$  の方が高い値を示していることが分かる。一方で、 $V = 30$  と  $V = 60$  のグラフを比較すると平均正答率が 1.0 付近まで収束する回数がステップ数の少ない  $V = 30$  の方が速い。ステップ数が多い場合には結合強度差が最大になるまでの回数が多くなるため、平均正答率が収束するまでの回数が多くなり収束が遅くなる。ステップ数を連続的に変えて比較を行うため、平均正答率のプレイ回数の 1000 回目の値に着目した。平均正答率の 1000 回目の値は当たり確率の差が大きい場合には収束していると考えられる。そこで平均正答率の 1000 回目の値を比較した図を図 5.27 に示す。結合強度差のステップ数が小さい場合には平均正答率の値が 1 に収束していない。結合強度差のステップ数が小さい場合には数回の意思決定により当たり確率の高いスロットマシンを判定してしまうため、当たり確率が低いスロットマシンを間違っただけ判定してしまった可能性が考えられる。一方で  $V \geq 20$  の場合には平均正答率がほぼ 1 に収束していることが分かる。ステップ数を連続的に動かした時の平均当たり確率の結果を図 5.28 に示す。黒色の点線は平均当たり確率の上限値を示す。結合強度差のステップ数が  $13 \leq V \leq 56$  の範囲で良い性能が得られている。平均正答率の結



(a)  $V = 1$  の場合

(b)  $V = 5$  の場合

図 5.25: ステップ数によるしきい値の位置の違い

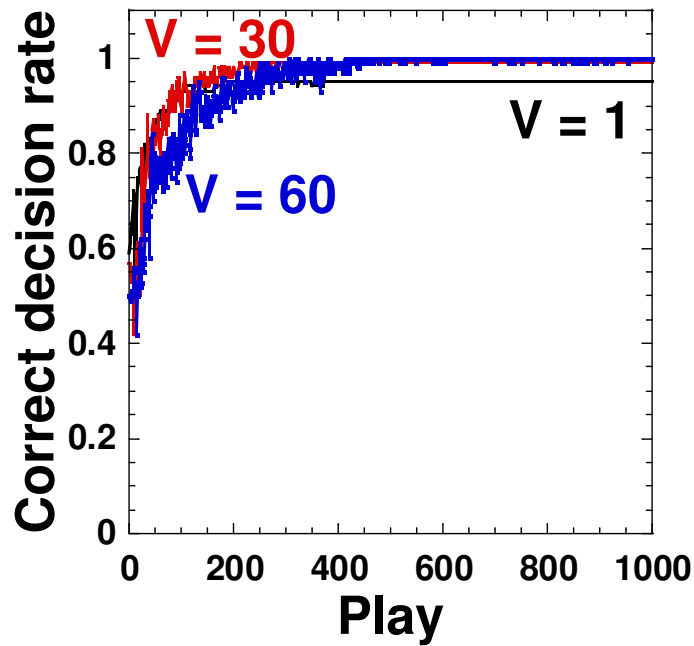
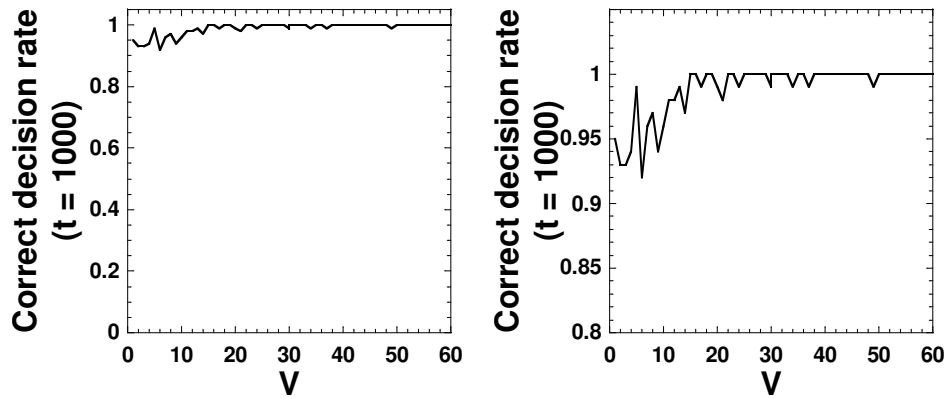


図 5.26: 結合強度差のステップ数による平均正答率

果から，結合強度差のステップ数が13段以下の場合には間違っただけの意思決定を行ったサイクルが多いことが原因であり，50段以上の場合には平均正答率1.0付近への収束の遅さが原因であることが分かる。



(a) 平均正答率の最終値 (b) 平均正答率の最終値 (拡大図)

図 5.27: 結合強度差のステップ数による平均正答率の最終値

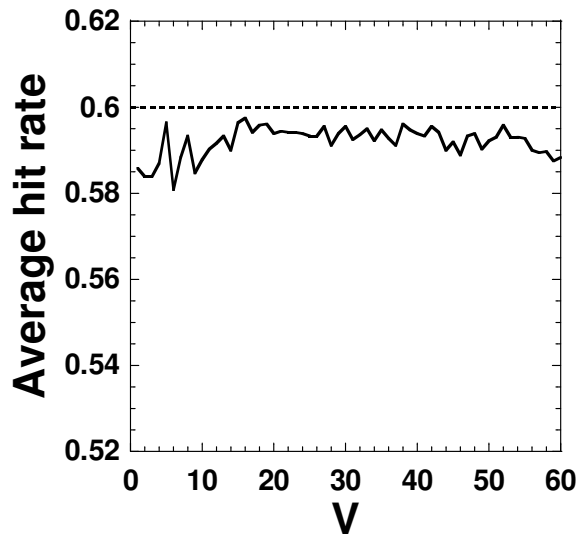
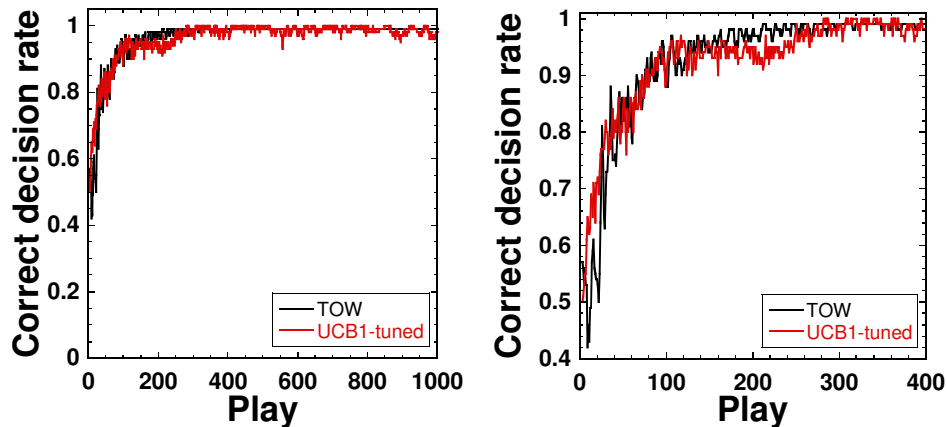


図 5.28: 結合強度差のステップ数による平均当たり確率

## 5.6 UCB1 方策との比較

本節では既存のソフトウェアアルゴリズムである UCB1-tuned 方策と提案した方式による性能評価を行う。UCB1 方策と UCB1-tuned 方策については第 2 章にて説明を行った。2つの方式による平均正答率の結果を図 5.29 に示す。黒のグラフが本研究による方式の平均正答率であり、赤のグラフが UCB1-tuned 方策による平均正答率である。2つの平均正答率はほぼ同じ値を示している。また、図 5.29(b) の拡大



(a) 平均正答率

(b) 平均正答率 (拡大図)

図 5.29: UCB1-tuned 方策と本研究による方式による平均正答率

図を見ると、本研究の方式では平均正答率が300回以降で収束しているのに対し、UCB1-tuned 方策の場合には振動していることが分かる。これは、UCB-tuned 方策では当たり確率の低いスロットマシンの確率(期待値)の収束を確認するために必ずもう一方のスロットマシンを選択する可能性があるためである。

## 5.7 まとめ

本章では、はじめに遅延カオス同期を用いた意思決定を提案した。レーザとスロットマシンを対応させ、リーダーとなるレーザに対応するスロットマシンを選択した。次に、選択したスロットマシンの「当たり」または「はずれ」の結果により、結合強度を変化させた。「当たり」の場合にはそのレーザがよりリーダーになり易いように結合強度を増やし、「はずれ」の場合にはそのレーザがよりリーダーになりにくくなるように結合強度を減らす操作を行った。リーダーとなるレーザに対応するスロットマシンの選択と、スロットマシンの結果による結合強度の変化を繰り返すことにより意思決定を行った。

次に、平均正答率を用いて意思決定が正しく行えるかを調査した。平均正答率が1.0に収束することから、当たり確率の高いスロットマシンを選択できることが分かった。また、1サイクルにおける短時間相互相関値、スロットマシンの選択系列、推定当たり確率、結合強度差の変化を調査することにより、意思決定の探索におい

て自発的スイッチングが効果的であることを示した。

さらにパラメータ変化に対する性能評価を行った。はじめに，異なる初期結合強度を変化させてダイナミクス変化が異なる場合による性能評価を行った。これにより，低周波不規則振動を含む  $\kappa_{ini} = 30 \text{ ns}^{-1}$  の方が性能が良いことが分かった。次に，意思決定のサンプリング間隔においては，0.1 ns よりも大きなサンプリング間隔では性能が変化しないことが分かった。一方で 0.1 ns よりも小さい場合にはダイナミクス変化がサンプリング間隔に対応せず，性能が悪化することが分かった。そして，スロットマシンの当たり確率による評価を行った。当たり確率の差が小さくなると意思決定を正しく行えないことが分かった。そして，結合強度差  $\Delta\kappa$  が変化するステップ数の変化による評価を行った。ステップ数が小さい場合には間違っ意思決定をし易いが，平均正答率の収束が速いことが分かった。一方でステップ数が大きい場合には正しい意思決定をし易いが，平均正答率の収束が遅いことが分かった。最後に既存のソフトウェアアルゴリズムである UCB1-tuned 方策と比較を行ったところ，平均正答率においてはほぼ同じ性能を示すことが分かった。





## 第6章 半導体レーザネットワークを用いた多腕バンディット問題における意思決定

前章では2台のスロットマシンの多腕バンディット問題における意思決定を行った。本章では3台以上 スロットマシンに対する意思決定について考える。はじめに、相互結合された半導体レーザとレーザネットワークにおける短時間相互相関値及びリーダの定義について述べる。次に、レーザネットワークを用いた意思決定方式について述べる。また、平均正答率を用いて意思決定方式の評価を行う。

### 6.1 3つの半導体レーザによるリング状に一方向結合されたレーザネットワークのレート方程式

3つの半導体レーザによるリング状に一方向結合されたレーザネットワークのモデル図を図6.1に示す。第5章と同じく、結合遅延時間 $\tau$ は等しい。一方で結合強度に関しては、注入されるレーザにインデックスが揃うように変更した。つまり Laser  $i-1$  から Laser  $i$  への結合強度を  $\kappa_i$  と定義し、 $i=1$  のときは Laser  $i-1$  を Laser 3 とみなす。例えば、Laser 3 から Laser 1 への結合強度を  $\kappa_1$  としている。

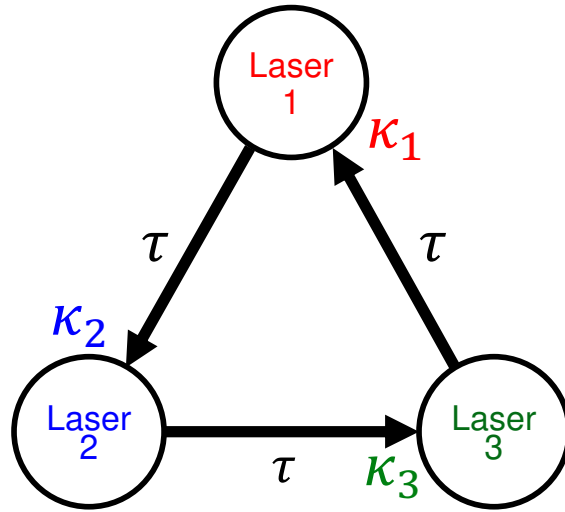


図 6.1: 3つの半導体レーザによるリング状に一方向結合されたレーザネットワークのモデル

図 6.1 に示すレーザネットワークのレート方程式は第 3 章で求められた一般化されたレーザネットワークの方程式に対して  $n = 3$  として展開することで得られる.

### Laser 1

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_1(t) + \kappa_1 A_3(t - \tau) \cos \theta_1(t) \quad (6.1)$$

$$\frac{d\phi_1(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa_1 \frac{A_3(t - \tau)}{A_1(t)} \sin \theta_1(t) \quad (6.2)$$

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = J - \frac{N_1(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_1(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_1(t)|^2} |A_1(t)|^2 \quad (6.3)$$

$$\theta_1(t) = (\omega_3 - \omega_1)t + \omega_3\tau \quad (6.4)$$

## Laser 2

$$\frac{dA_2(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_2(t) + \kappa_2 A_1(t - \tau) \cos \theta_2(t) \quad (6.5)$$

$$\frac{d\phi_2(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa_2 \frac{A_1(t - \tau)}{A_2(t)} \sin \theta_2(t) \quad (6.6)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = J - \frac{N_2(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_2(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_2(t)|^2} |A_2(t)|^2 \quad (6.7)$$

$$\theta_2(t) = (\omega_1 - \omega_2)t + \omega_1\tau \quad (6.8)$$

## Laser 3

$$\frac{dA_3(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_N[N_3(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_3(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] A_3(t) + \kappa_3 A_2(t - \tau) \cos \theta_3(t) \quad (6.9)$$

$$\frac{d\phi_3(t)}{dt} = \frac{\alpha}{2} \left[ \frac{G_N[N_3(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_3(t)|^2} - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa_3 \frac{A_2(t - \tau)}{A_3(t)} \sin \theta_3(t) \quad (6.10)$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = J - \frac{N_3(t)}{\tau_s} - \frac{G_N[N_3(t) - N_0]}{1 + \varepsilon|A_3(t)|^2} |A_3(t)|^2 \quad (6.11)$$

$$\theta_3(t) = (\omega_2 - \omega_3)t + \omega_2\tau \quad (6.12)$$

また，本章で用いる各パラメータの値を表 6.1 に示す．本章では，3つのレーザ間に初期光周波数差を加えている．半導体レーザを同期させる観点では，初期光周波数差がない状態の方が好ましい．しかしながら，実際の実験においてはこの初期光周波数差を 0 Hz にすることは不可能である．また，式 (6.4), (6.8), (6.12) に示す通り，初期光周波数差は  $\theta_i(t)$  の第一項の初期光角周波数差  $\omega_i - \omega_{i-1}$  に影響する．したがって，初期光周波数差を有することにより，モデルにその効果を含めることができる．

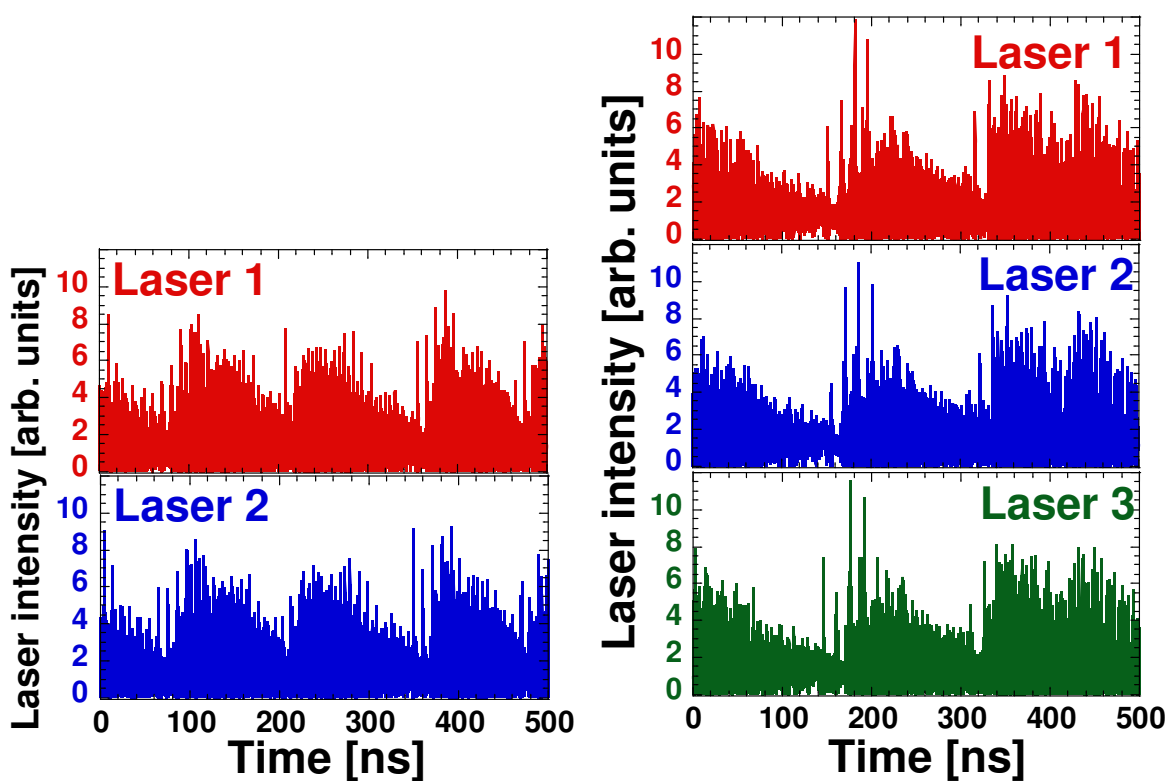
表 6.1: レーザの記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$G_N$	利得係数	$8.40 \times 10^{-13} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$
$N_0$	透過キャリア密度	$1.40 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$\varepsilon$	利得飽和係数	$2.0 \times 10^{-23}$
$\tau_p$	光子寿命	$1.927 \times 10^{-12} \text{ s}$
$\tau_s$	キャリア寿命	$2.04 \times 10^{-9} \text{ s}$
$\alpha$	線幅増大係数	3.0
$c$	光速	$2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
$\tau$	結合遅延時間	42.72 ns
$\kappa_1$	結合強度 (Laser 3→Laser 1)	$40\text{ns}^{-1}$
$\kappa_2$	結合強度 (Laser 1→Laser 2)	$40\text{ns}^{-1}$
$\kappa_3$	結合強度 (Laser 2→Laser 3)	$40\text{ns}^{-1}$
$N_{th} = N_0 + 1/G_N\tau_p$	しきい値キャリア密度	$2.018 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$
$J_{th} = N_{th}/\tau_s$	しきい値注入電流	$9.892 \times 10^{32} \text{ m}^{-3}\text{s}^{-1}$
$j = J/J_{th}$	規格化注入電流	1.1
$\lambda_1$	Laser 1 の波長	1537 nm
$\Delta f_{ini12}$	Laser 1-2 間の初期光周波数差	10 MHz
$\Delta f_{ini23}$	Laser 2-3 間の初期光周波数差	-20 MHz
$\Delta f_{ini31}$	Laser 3-1 間の初期光周波数差	10 MHz

## 6.2 レーザネットワークにおける短時間相互相関値とリーダの定義

はじめに、短時間相互相関値とリーダの定義を再考する。図 6.2 は全ての結合強度が  $\kappa = 31.06 \text{ ns}^{-1}$  で設定された場合の 2 レーザの相互結合された半導体レーザと 3 レーザのレーザネットワークである。また、図 6.3 には図 6.2 に対して 60 MHz のローパスフィルタを適用した波形を示している。ローパスフィルタの波形から、相互結合された半導体レーザの場合には、70 ns でドロップアウトが起きていることが分かる。一方で、3 レーザのレーザネットワークの場合には 150 ns でドロップアウトが起きていることが分かる。この時、第 5 章で定義された短時間相互相関値は、式 (5.9), (5.10) で与えられる。この式では、あるレーザの短時間相互相関値としてそのレーザがリーダであることを仮定して短時間相互相関値が計算される。また、リーダはこの短時間相互相関値を用いて最大の相関値を持つレーザがリーダである

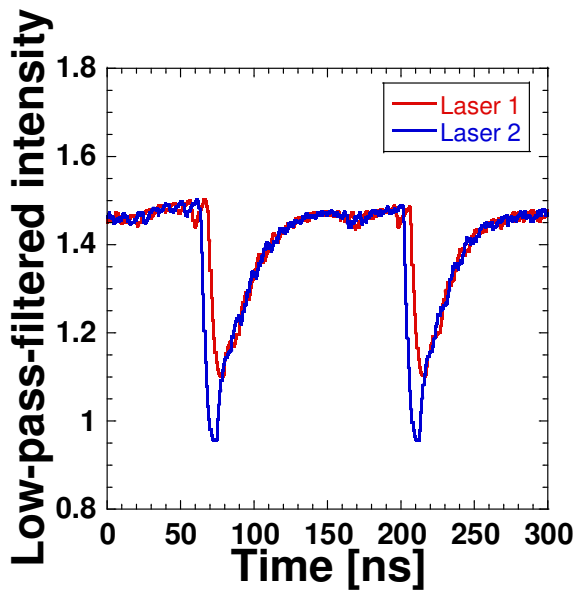
と定義した. この定義における図 6.2 に対する短時間相互相関値は図 6.4 に示すようになる. 相互結合の場合においては, 図 6.3(b) のローパスフィルタの波形におけるドロップアウトにおいて図 6.4(b) における対応する短時間相互相関値  $C_2$  が最大値となり, 短時間相互相関値とドロップアウト部分のリーダが一致していることが分かる. しかしながら, 3 レーザの場合には図 6.3(d) のローパスフィルタの波形のドロップアウト部分において図 6.4(d) における対応する短時間相互相関値  $C_3$  は最大値にならない. 3 レーザでは, リーダとなるレーザと経由するレーザ間と経由するレーザからラガードとなるレーザ間の両方の相関値が高くなるため, この定義ではリーダを判定することができない.



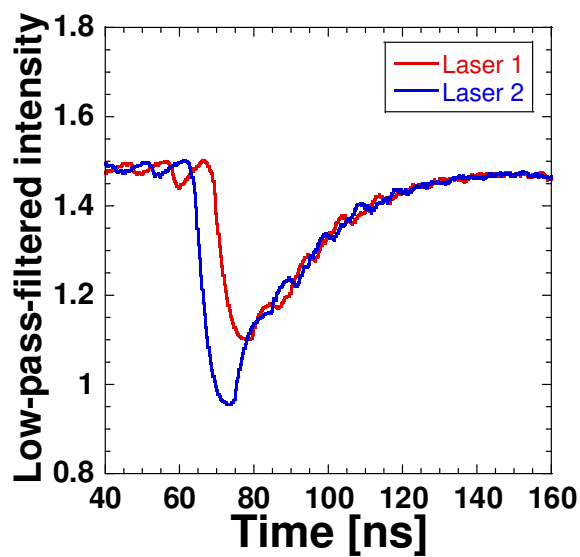
(a) 相互結合された半導体レーザ

(b) 3 レーザにおける半導体レーザネットワーク

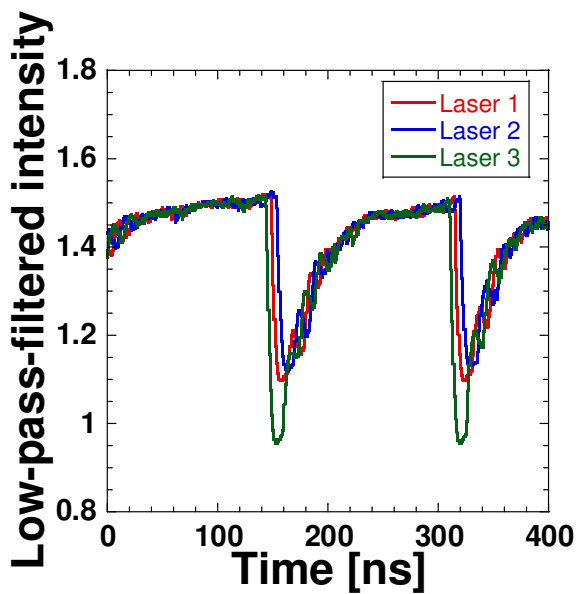
図 6.2: 2 レーザの相互結合と 3 レーザのネットワークにおける光強度の時間波形



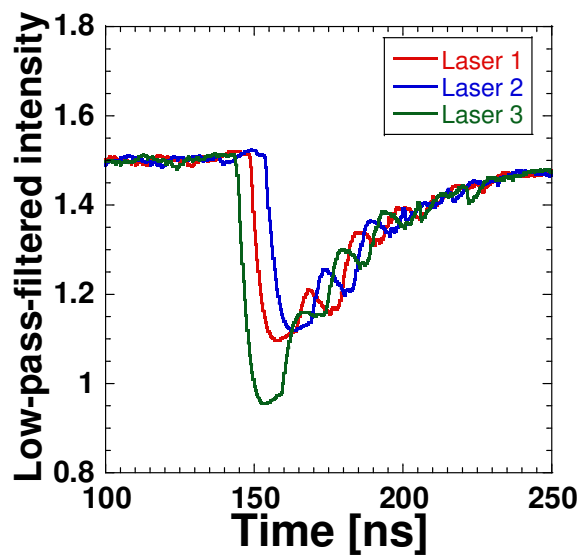
(a) 相互結合された半導体レーザ



(b) 相互結合された半導体レーザ (拡大図)

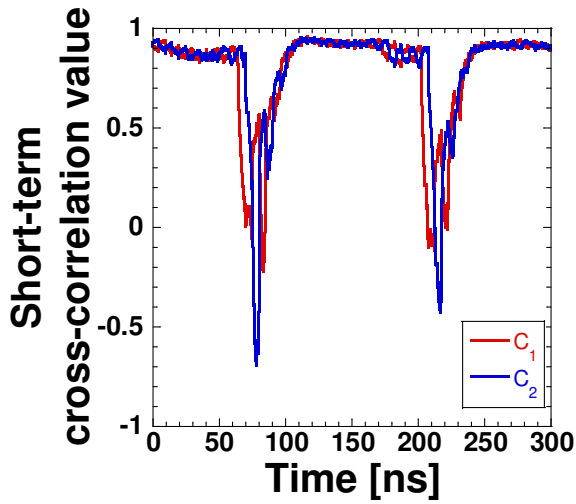


(c) 3レーザにおける半導体レーザネットワーク

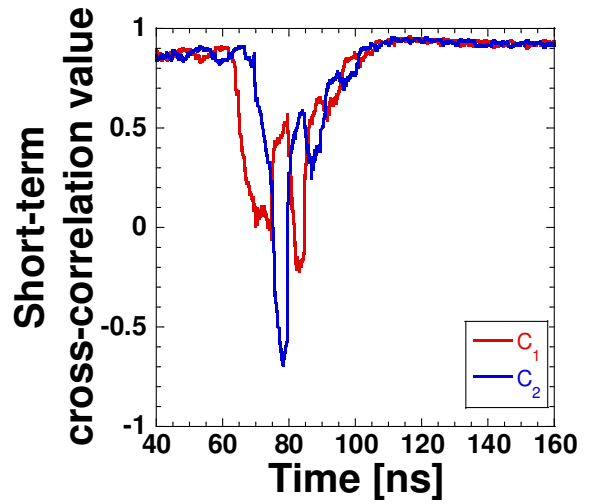


(d) 3レーザにおける半導体レーザネットワーク (拡大図)

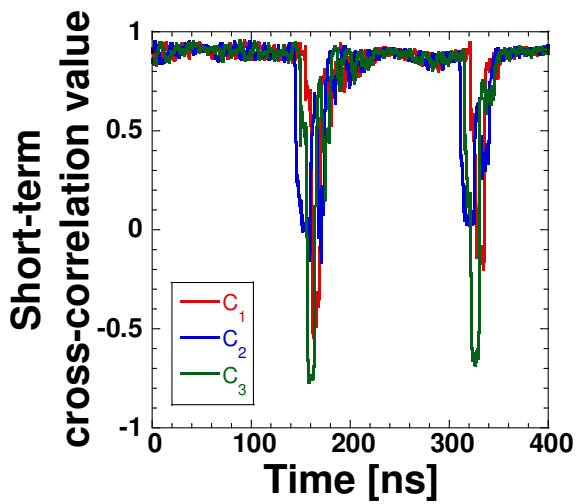
図 6.3: 相互結合と3レーザのネットワークにおけるローパスフィルタを適用した時間波形



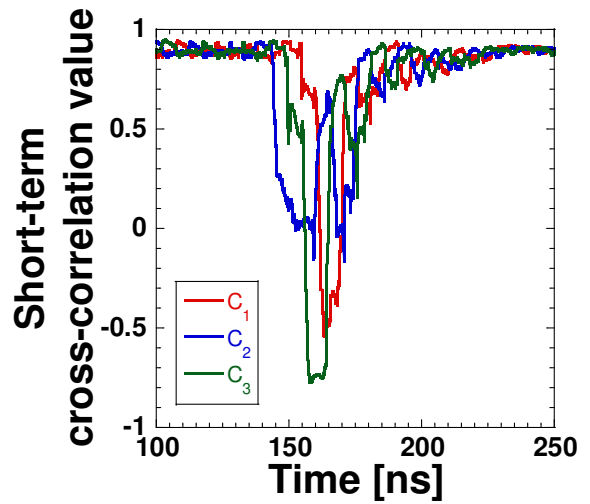
(a) 相互結合された半導体レーザー



(b) 相互結合された半導体レーザー (拡大図)



(c) 3レーザーにおける半導体レーザーネットワーク



(d) 3レーザーにおける半導体レーザーネットワーク (拡大図)

図 6.4: 第 5 章における定義による短時間相互相関値

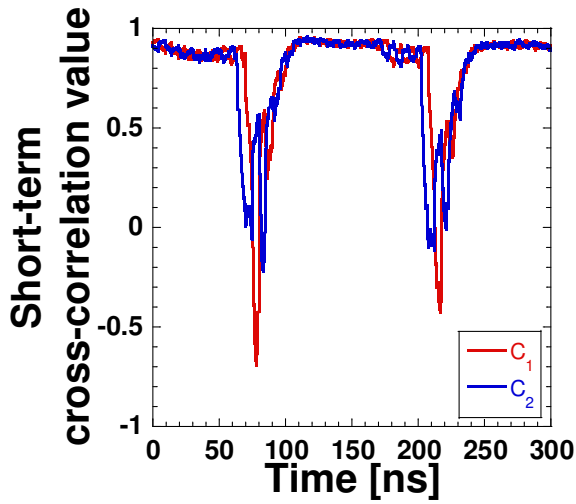
そこで、短時間相互相関値を以下のように変更する。

$$C_i(t) = \frac{\langle [I_i(t) - \bar{I}_i] [I_{i-1}(t - \tau) - \bar{I}_{i-1,\tau}] \rangle_\tau}{\sigma_i \sigma_{i-1,\tau}} \quad (6.13)$$

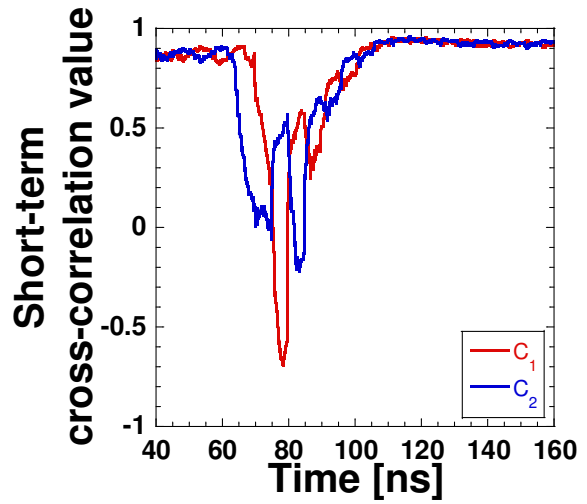
式 (6.13) では、あるレーザーの短時間相互相関値がそのレーザーがラガードであり、そ

のレーザに注入しているレーザをリーダであると仮定した相関値を算出している。つまり、式 (5.9) ではあるレーザの短時間相互相関値としてそのレーザがリーダであることを仮定した短時間相互相関値を定義したのに対し、式 (6.13) ではあるレーザの短時間相互相関値としてそのレーザがラガードであることを仮定した短時間相互相関値を定義している。この短時間相互相関値の定義を用いてリーダの判定をするには、最小の短時間相互相関値  $C_i$  をもつ Laser  $i$  がリーダとなる。図 6.5 に図 6.2 における短時間相互相関値を示す。図 6.3(d) と図 6.5(d) を比較すると、ドロップアウトにおいて対応する短時間相互相関値  $C_3$  が最小値になっている。したがって、この定義を用いることで連続的なリーダの判定が可能となる。

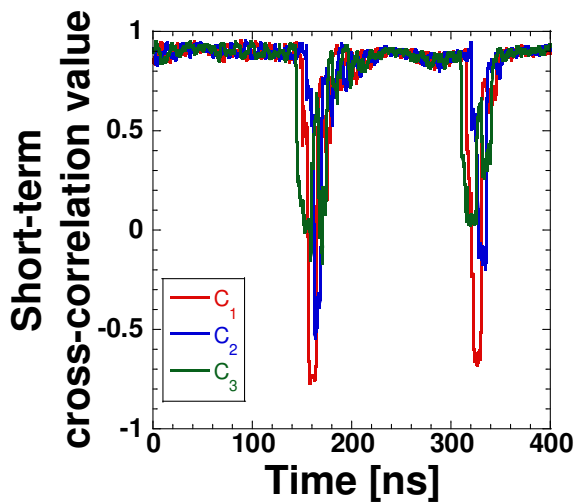




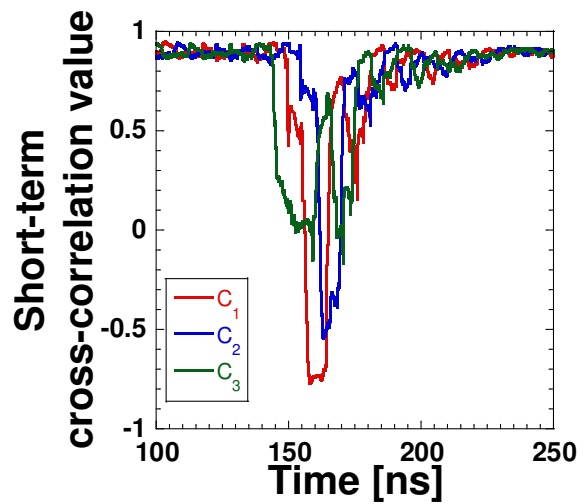
(a) 相互結合された半導体レーザー



(b) 相互結合された半導体レーザー (拡大図)



(c) 3レーザーにおける半導体レーザーネットワーク



(d) 3レーザーにおける半導体レーザーネットワーク (拡大図)

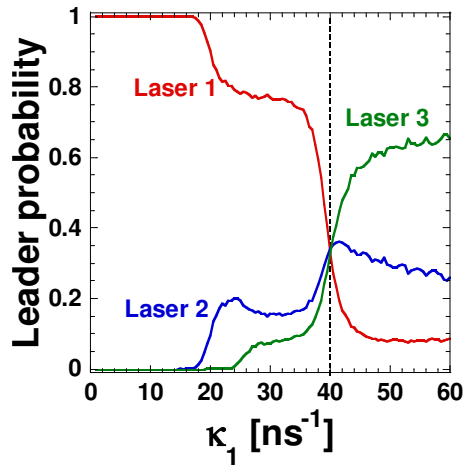
図 6.5: 本章における定義による短時間相互相関値

次に、リーダー確率を測定する。リーダー確率の定義を以下に示す。

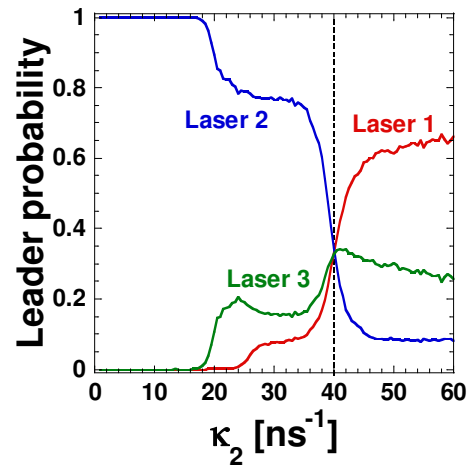
$$L_i = \frac{T_i}{\sum_{j=1}^n T_j} \quad (6.14)$$

ここで  $T_i$  は Laser  $i$  がリーダーとなるデータ数を示している。1つの結合強度を動か

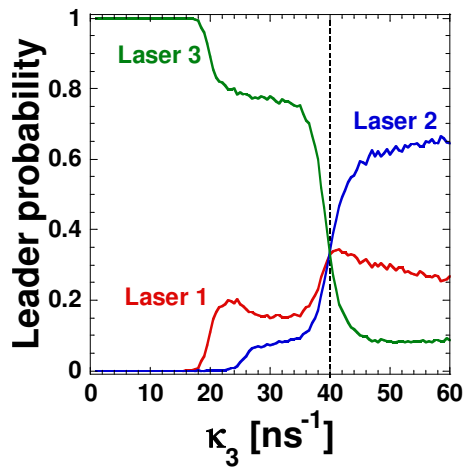
した場合におけるリーダ確率の変化を図 6.6 に示す。図 6.6(a) は Laser 3-1 間の結合強度  $\kappa_1$  を変化させたときのリーダ確率を示している。図 6.6(b) は Laser 1-2 間の結合強度  $\kappa_2$  を変化させたときのリーダ確率を示している。図 6.6(c) は Laser 2-3 間の結合強度  $\kappa_3$  を変化させたときのリーダ確率を示している。ここでそれぞれのグラフにおいて記述のない結合強度は  $40 \text{ ns}^{-1}$  で固定している。変化する結合強度とレーザの位置関係が変わるだけで、リーダ確率のグラフの形状が変わっていないことが分かる。また、変化する結合強度に対して注入されるレーザが結合強度が小さくなると一意にリーダになることが分かる。一方で、その他のレーザに関しては、結合強度に対してリーダ確率が異なるルートを通して 0 に収束していることが分かる。リーダ確率の異なる減少傾向は選択に偏りを生じさせるため意思決定に悪影響を与える可能性がある。



(a) 結合強度  $\kappa_1$  による変化



(b) 結合強度  $\kappa_2$  による変化



(c) 結合強度  $\kappa_3$  による変化

図 6.6: 結合強度とリーダー確率の変化

また、相互結合された半導体レーザと同様に、リーダの時間間隔を測定した。図 6.7 には、全ての結合強度が  $40 \text{ ns}^{-1}$  の場合のグラフを示している。3つのレーザの時間間隔の確率はよく似ており、4.5 ns 以下の場合にはべき分布に従う。また、結合遅延時間である 5 ns にピークが存在していることが分かる。

結合強度に対するリーダの時間間隔の結果を図 6.8, 6.9, 6.10 に示す。図 6.8 は結合強度  $\kappa_1$  に対する確率の変化を示している。結合強度  $\kappa_1$  が小さくなると、Laser 1 の時間間隔が結合遅延時間に関係なく長くなる。また、Laser 2 では、結合遅延時間の2倍~3倍の間の時間間隔の確率が大きくなる。さらに、Laser 3 では、結合遅延時間よりも小さい時間間隔の確率が大きくなる。また、図 6.9, 6.10 を見ると、変化する結合強度に対応するレーザから近い順に同様の変化をしていることが分かる。

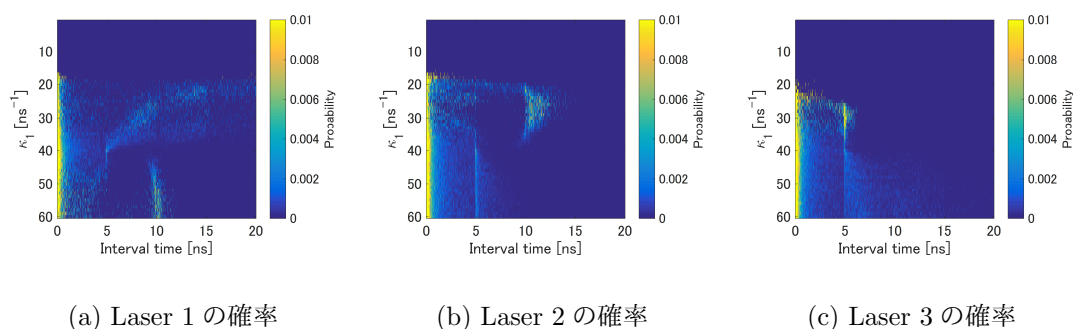


図 6.8: 結合強度  $\kappa_1$  による時間間隔の確率変化

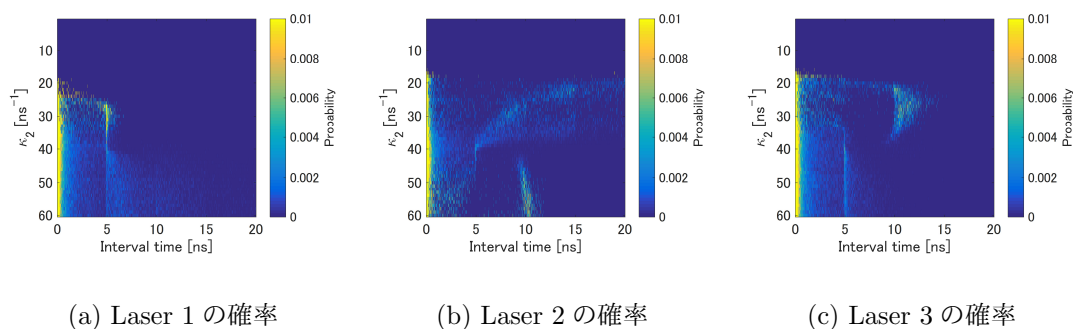


図 6.9: 結合強度  $\kappa_2$  による時間間隔の確率変化

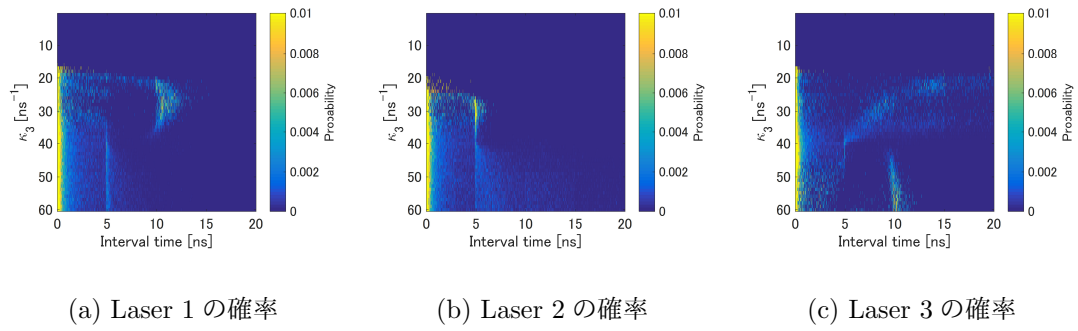
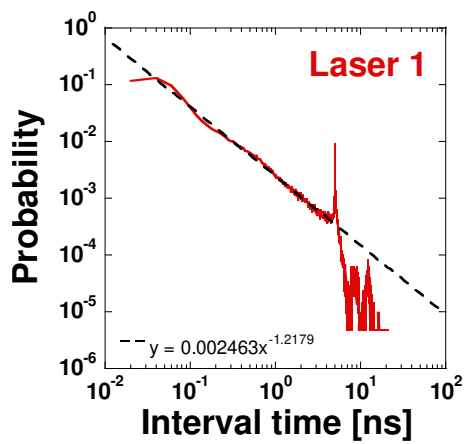
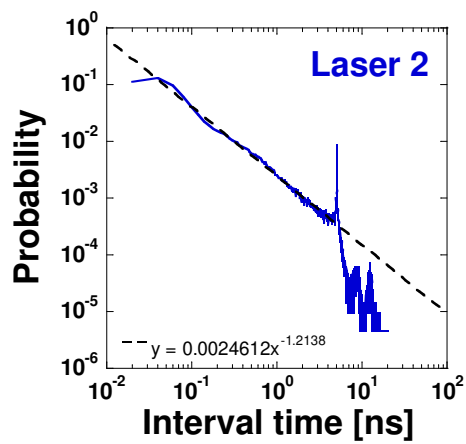


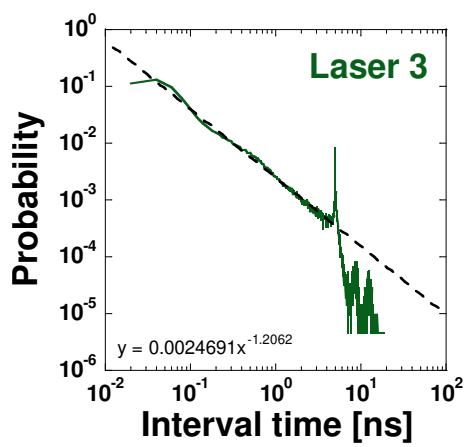
図 6.10: 結合強度  $\kappa_3$  による時間間隔の確率変化



(a) Laser 1 の確率



(b) Laser 2 の確率



(c) Laser 3 の確率

図 6.7: 結合強度が等しい場合  $\kappa_i = 40\text{ns}^{-1}$

## 6.3 3台のロットマシンにおける意思決定

### 6.3.1 遅延カオス同期を用いた意思決定方式

3台のロットマシンによる遅延カオス同期の意思決定方式図 6.11 を示す。ロットマシンの台数に対して同数のレーザを用意し、一方向結合されたリング型のレーザネットワークを形成する。また、ロットマシンのレーザを対応させる。本研究では、Laser  $i$  がロットマシン  $S_i$  に対応する。構成したレーザネットワークに対して遅延カオス同期を発生させる。まず、式 (6.13) を用いてそれぞれの短時間相互相関値を計算し、リーダーを決定する。さらに、リーダーレーザに対応するロットマシンを選択する。次に選択したロットマシンに対して、報酬に応じて結合強度を変化させる。

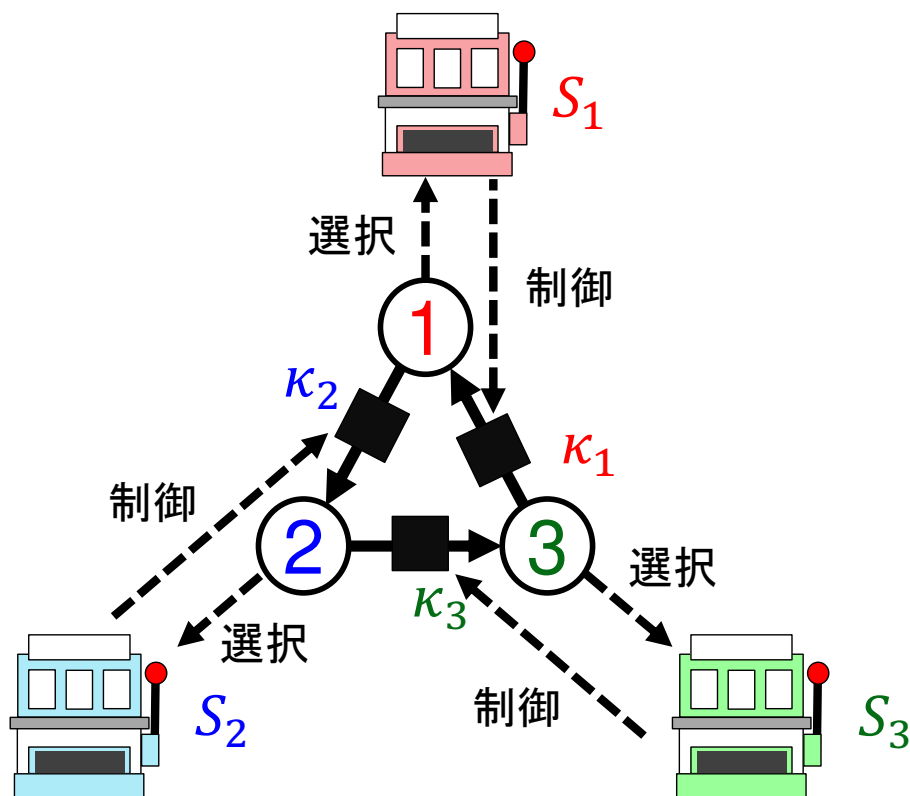


図 6.11: 3つのロットマシンによる意思決定方式の概念図。丸はレーザを表す。

結合強度の変化は綱引き理論 [105] を利用する.

$$X_i(t) = Q_i(t) - \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} Q_j(t) \quad (6.15)$$

$$Q_i(t) = 2H_i(t) - (\bar{P}_{1st} + \bar{P}_{2nd})U_i(t) \quad (6.16)$$

$$\bar{P}_i(t) = \frac{H_i(t)}{U_i(t)} \quad (6.17)$$

ここで,  $H_i(t)$  と  $U_i(t)$  はスロットマシン  $S_i$  が「当たり」を出した回数と選択した回数をそれぞれ示す. また,  $\bar{P}_{1st}$  と  $\bar{P}_{2nd}$  は推定当たり確率  $\bar{P}_i$  のうち最も高い値と2番目に高い値を用いる. また, 結合強度への変換は以下の式を用いて行う.

$$\kappa_i(t) = \begin{cases} \kappa_{\min} & (\kappa_{\text{ini}} - wX_i(t) < \kappa_{\min}) \\ \kappa_{\text{ini}} - wX_i(t) & (\kappa_{\min} \leq \kappa_{\text{ini}} - wX_i(t) \leq \kappa_{\max}) \\ \kappa_{\max} & (\kappa_{\max} < \kappa_{\text{ini}} - wX_i(t)) \end{cases} \quad (6.18)$$

この結合強度に設定することでレーザーネットワークのリーダー確率を制御する. 綱引き理論による結合強度の変化を簡単に説明すると, 選択したスロットマシン  $S_i$  が「当たり」であれば, 結合強度  $\kappa_i$  は小さくなる. この時, 図 6.6 から対応する Laser  $i$  のリーダー確率が増加する. したがって, 次の意思決定では Laser  $i$  がリーダーになりやすくなるため, スロットマシン  $S_i$  はより選択されやすくなる. 一方で, 選択したスロットマシン  $S_i$  が「はずれ」であれば, 結合強度  $\kappa_i$  は大きくなる. したがって, 次の意思決定では Laser  $i$  がリーダーになりにくいため, スロットマシン  $S_i$  はより選択されにくくなる. 以上の短時間相互相関値のリーダー判定を用いたスロットマシンの選択と, 選択したスロットマシンの報酬から決定される結合強度の制御を繰り返すことで意思決定を行う.

### 6.3.2 2台のスロットマシンの綱引き理論との式の等価性

第5章における2台のスロットマシンの綱引き理論(式(5.14)及び表5.2)と本章における一般的な綱引き理論(式(6.15), (6.16))は大きく式が異なっている. そこで本節において2つの式が等価であることを示す. まず, 本節における綱引き理論に



において2台 ( $n = 2$ ) の場合を考える.

$$\begin{aligned} Q_i(t) &= 2H_1(t) - (\bar{P}_1 + \bar{P}_2)U_1(t) \\ &= (\Delta + \Omega)H_1(t) - \Omega U_1(t) \\ &= \Delta H_1(t) - \Omega(U_1(t) - H_1(t)) \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$X_1(t) = Q_1(t) - Q_2(t) \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} Q_2(t) &= 2H_2(t) - (\bar{P}_1 + \bar{P}_2)U_2(t) \\ &= (\Delta + \Omega)H_2(t) - \Omega U_2(t) \\ &= \Delta H_2(t) - \Omega(U_2(t) - H_2(t)) \end{aligned} \quad (6.21)$$

$$X_2(t) = Q_2(t) - Q_1(t) \quad (6.22)$$

ここで  $\Delta = 2 - (\bar{P}_1 + \bar{P}_2)$ ,  $\Omega = \bar{P}_1 + \bar{P}_2$  とする. 次に式 (6.19) を式 (6.20) に代入する.

$$\begin{aligned} X_1(t) &= Q_1(t) - Q_2(t) \\ &= \Delta H_1(t) - \Omega(U_1(t) - H_1(t)) - \{\Delta H_2(t) - \Omega(U_2(t) - H_2(t))\} \\ &= \Delta H_1(t) - \Omega B_1(t) - (\Delta H_2(t) - \Omega B_2(t)) \end{aligned} \quad (6.23)$$

ここで  $B_i(t) = U_i(t) - H_i(t)$  とした. 次に  $H_i(t)$ ,  $B_i(t)$  に対して以下の展開を考える.

$$H_i(t) = \hat{H}_i(t) + H_i(t-1) \quad (6.24)$$

$$B_i(t) = \hat{B}_i(t) + B_i(t-1) \quad (6.25)$$

ここで  $\hat{H}_i(t)$  は  $t$  回目の試行においてスロットマシン  $S_i$  が選択されて当たりだった場合に1を返し, その他の場合には0を返す. 一方で  $\hat{B}_i(t)$  は  $t$  回目の試行においてスロットマシン  $S_i$  が選択されてはずれだった場合に1を返し, その他の場合には0を返す. この変換を用いて式 (6.23) を更に展開する.

$$\begin{aligned} X_1(t) &= \Delta H_1(t) - \Omega B_1(t) - \{\Delta H_2(t) - \Omega B_2(t)\} \\ &= \Delta(\hat{H}_1(t) + H_1(t-1)) - \Omega(\hat{B}_1(t) + B_1(t-1)) \\ &\quad - \left\{ \Delta(\hat{H}_2(t) + H_2(t-1)) - \Omega(\hat{B}_2(t) + B_2(t-1)) \right\} \\ &= \Delta\hat{H}_1(t) - \Omega\hat{B}_1(t) - \Delta\hat{H}_2(t) + \Omega\hat{B}_2(t) \\ &\quad + \{\Delta H_1(t-1) - \Omega B_1(t-1) - (\Delta H_2(t-1) - \Omega B_2(t-1))\} \\ &= \Delta\hat{H}_1(t) - \Omega\hat{B}_1(t) - \Delta\hat{H}_2(t) + \Omega\hat{B}_2(t) + X_1(t-1) \end{aligned} \quad (6.26)$$

ここで  $\hat{H}_1(t)$ ,  $\hat{B}_1(t)$ ,  $\hat{H}_2(t)$ ,  $\hat{B}_2(t)$  の4つの変数は各プレイ  $t$  の中で1つの変数だけが1をとり, 他の変数は0になる. したがってこの部分は第5章の表5.2の  $X$  の値と

等しい。そこで以下のように変換する。

$$X_1(t) = Z(t) + X_1(t-1) \quad (6.27)$$

$$Z(t) = \Delta \hat{H}_1(t) - \Omega \hat{B}_1(t) - \Delta \hat{H}_2(t) + \Omega \hat{B}_2(t) \quad (6.28)$$

これにより式 (6.27) は式 (5.14) の  $\alpha = 1$  の場合と等価であることが分かる。

### 6.3.3 1 サイクルの意思決定と平均正答率を用いた統計的評価

本節ではレーザネットワークを用いた本方式の意思決定の性能評価を行う。まず、1000 プレイまでの意思決定の例を図に 6.12 示す。本方式における各パラメータにおいては表 6.2 に示す。また、スロットマシンの当たり確率は  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{0.4, 0.6, 0.8\}$  に設定した。図 6.12(a) は 3 レーザにおける短時間相互相関値を示している。短時間相互相関値の最小値に対応するスロットマシンの選択を図 6.12(b) に示す。図 6.12(a)(b) より短時間相互相関値が最小となるレーザに対応するスロットマシンを選択していることが分かる。本方式による意思決定では意思決定の最初では全てのスロットマシンを選択しており、意思決定が進むにつれて最も当たり確率の高いスロットマシン  $S_3$  を選択できていることが分かる。図 6.12(c) では、推定当たり確率を示している。図 6.12(b) から、スロットマシン 3 が多く選択されているため、図 6.12(c) の推定当たり確率  $\bar{P}_3$  が正しく推定されていることが分かる。また、スロットマシンの綱引き理論による評価と結合強度の変化を図 6.12(d) に示す。綱引き理論による評価では値が大きいほど当たり確率の高い良いスロットマシンであると言える。一方で、結合強度においては、式 (6.18) に示す通り、良いスロットマシンほど結合強度は小さくなる。したがって、図 6.12(d) では一番良いスロットマシン  $S_3$  に対応する結合強度  $\kappa_3$  が最小となっていることが分かる。また、綱引き理論による評価が進むにつれて結合強度が変化し、短時間相互相関値も一意にスロットマシン  $S_3$  に対応する  $C_3$  が最小値になっていることが分かる。

表 6.2: 意思決定で用いる記号とパラメータと本節で用いる値

記号	パラメータ	用いる値
$\tau_{SI}$	意思決定のサンプリング間隔	1 ns
$w$	1 ステップの結合強度移動量	1 ns <sup>-1</sup>
$\kappa_{\max}$	最大結合強度	60 ns <sup>-1</sup>
$\kappa_{\min}$	最小結合強度	5 ns <sup>-1</sup>
$\kappa_{\text{ini}}$	初期結合強度	40 ns <sup>-1</sup>

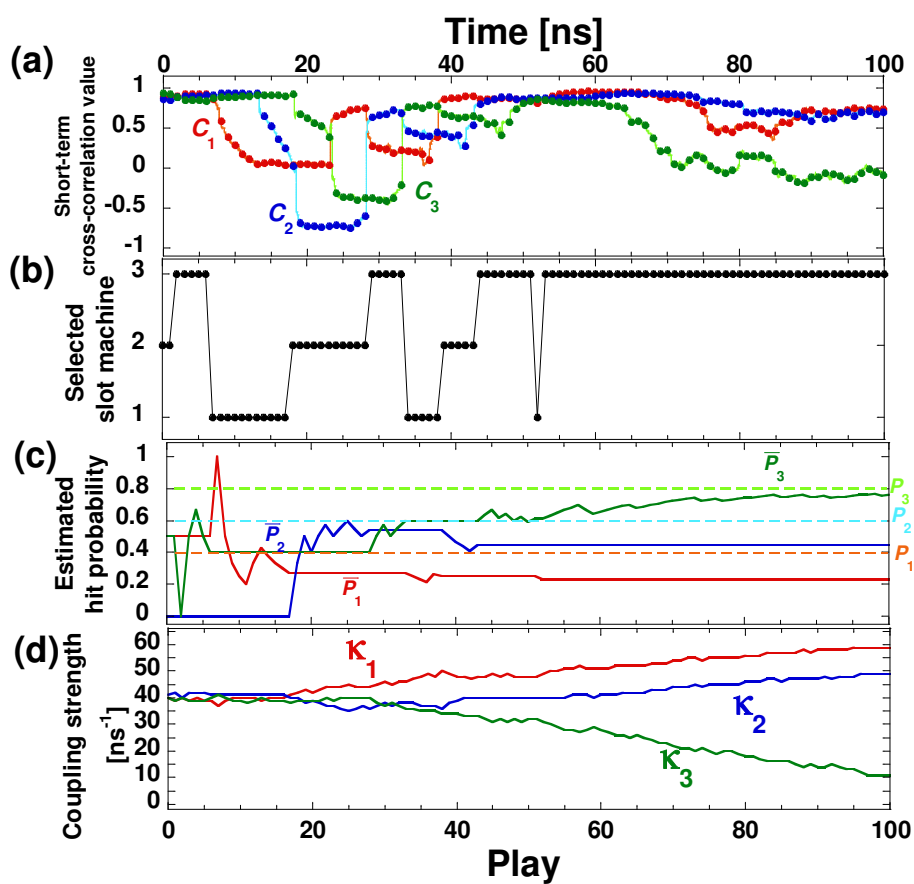


図 6.12: 3つのスロットマシンによる意思決定の1サイクルの変位

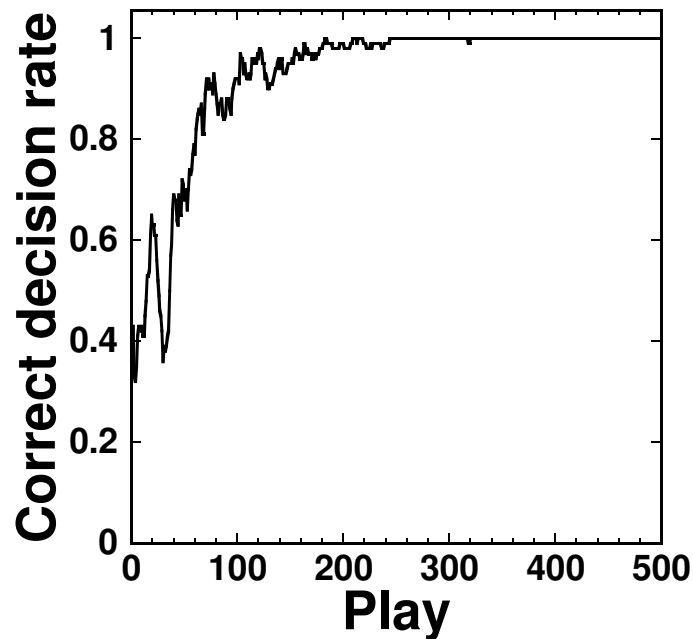


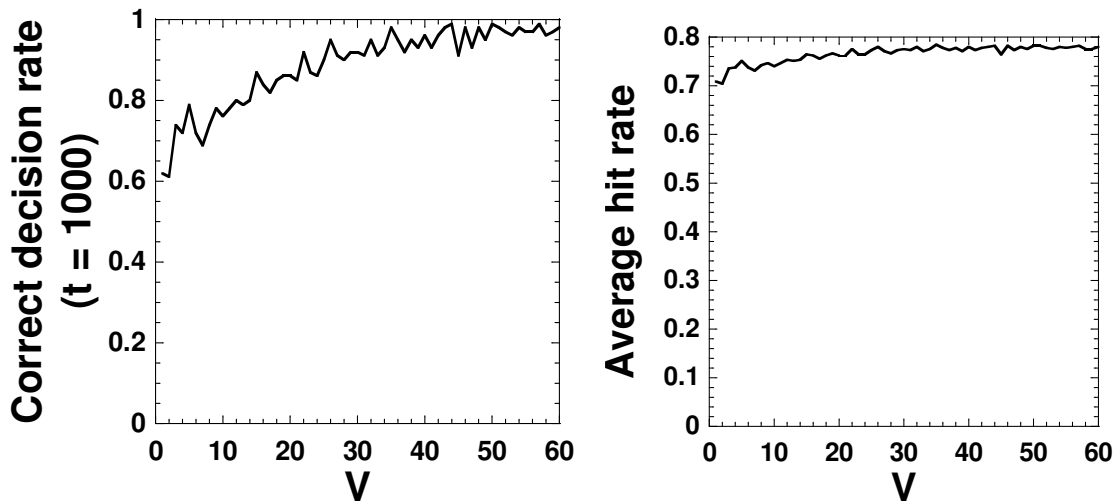
図 6.13: 3つのスロットマシンによる意思決定の平均正答率

次に、平均正答率を用いて評価を行った。平均正答率は式 (5.19) で計算でき、最も当たり確率の高いスロットマシンを探索する速さを統計的に見ることができる。当たり確率が  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{0.4, 0.6, 0.8\}$  における平均正答率の評価結果を図 6.13 に示す。平均正答率は 250 プレイで 1 に収束したことから 3 台のスロットマシンによる意思決定を達成できたと言える。

#### 6.3.4 パラメータによる意思決定の性能変化

前節にてレーザネットワークを用いて意思決定が達成できることは示されたが、パラメータの変化や問題設定により意思決定性能が変化することが予想される。そこで本節では意思決定方式におけるパラメータ変化による性能変化と問題設定による性能変化について述べる。本節では平均正答率の他に式 (5.20) で示される平均当たり確率の評価を用いる。

まず、パラメータ変化として、結合強度の移動量  $w$  による性能変化について調査する。本研究では、結合強度の移動段数  $V$  を定義し、段数の変化による性能変化を調査する。移動段数  $V$  と結合強度の移動量  $w$  は以下の関係を満たすように決定



(a) 1000 プレイ目の平均正答率

(b) 平均当たり確率

図 6.14: 結合強度移動段数  $V$  に対する性能変化

する。

$$wV = \kappa_{\text{ini}} - \kappa_{\text{min}} \quad (6.29)$$

結合強度の移動段数  $V$  が多い時 (結合強度の移動量  $w$  が小さい) 場合, 結合強度が最小値になるまで時間がかかるため, 正しい意思決定がされやすい. 一方で, 結合強度の移動段数  $V$  が少ない時 (結合強度の移動量  $w$  が大きい) 場合には, 結合強度が最小値になるまでの時間が短いため, 報酬の最大化がされやすいという特徴がある. 図 6.14 に当たり確率が  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{0.4, 0.6, 0.8\}$  における 1000 プレイ目の平均正答率と平均当たり確率の評価を示す. 平均正答率の評価では移動段数  $V$  が少なくなる (結合強度の移動量  $w$  が大きくなる) につれて平均正答率が下がることから, 正しい意思決定ができなくなることが分かる. 一方で平均当たり確率の評価では, 最大当たり確率が 0.8 であるため, 平均当たり確率の上限値は 0.8 となり, 平均正答率の評価の変化よりも小さいことが分かる. 以上のことから, 特に結合強度の移動段数  $V$  が少ない (移動量  $w$  が大きい場合) に性能悪化が生じることが分かった. 一方で中程度や小さい場合では, 当たり確率の高いスロットマシンを正しく選択できる確率と知識利用を行うプレイ数のバランスが変わるだけで, 得られる報酬に大きな差は見られなかった.

次に, 意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  による性能変化について調査する. 意思決定のサンプリング間隔は結合遅延時間との比でスロットマシンを連続で選択する

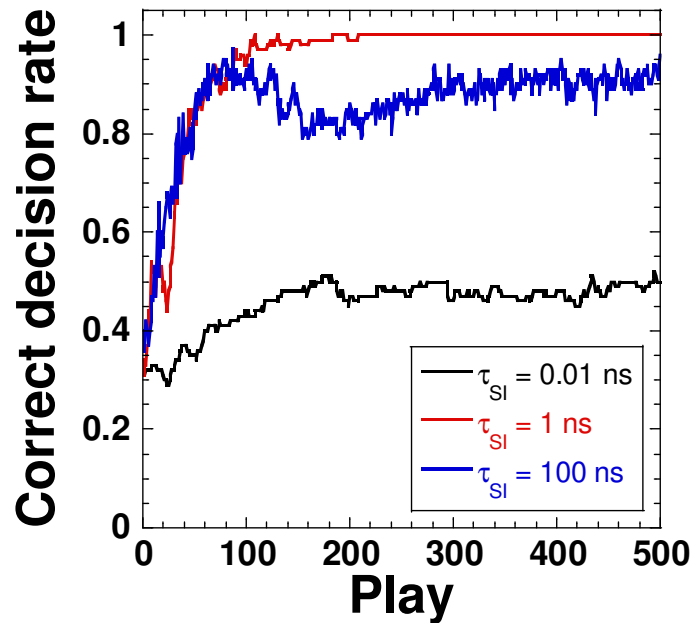
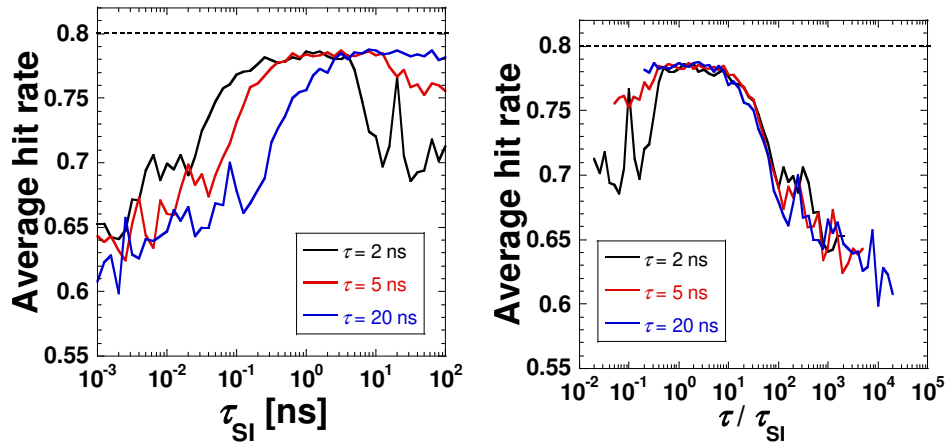


図 6.15: 意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  に対する性能変化

回数が増える。図 6.15 に異なるサンプリング間隔の平均正答率を示す。サンプリング間隔が短い場合には、同じスロットマシンを連続で選択してしまうため、平均正答率は低くなる。一方で、サンプリング間隔が長い場合には、平均正答率は 1 まで収束しないことが分かった。

また、異なる結合遅延時間  $\tau$  に対するサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  による評価を図 6.16 に示す。評価結果は図 6.15 に示したように、最大値を有するグラフとなった。図 6.16(a) に示すように異なる結合遅延時間で意思決定を行うと、平均当たり確率の最大値は異なることが分かる。さらに、サンプリング間隔を結合遅延時間で割った値を横軸とした平均当たり確率を図 6.16(b) に示す。結合遅延時間はリーダの持続時間に等しいためサンプリング間隔で割ることで、意思決定の序盤では同じスロットマシンを連続で選択した回数とみなすことができる。この結果から、異なる遅延時間においても同じスロットマシンを連続で選択した回数と同じオーダであるときに性能が良くなることが分かった。



(a) サンプリング間隔  $\tau_{SI}$  による変化

(b) サンプリング間隔の比率  $\tau/\tau_{SI}$  による変化

図 6.16: 意思決定のサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  に対する性能変化

## 6.4 4台のロットマシンにおける意思決定とロットマシンの配置依存性

さらに、サンプリング間隔においてロットマシンの配置依存性について調査した。レーザカオスを用いた実装 [27] ではロットマシンの配置により、性能が大きく異なることが報告されている。そこで本研究においても図 6.17 に示すように 4 台のロットマシンに対する意思決定を行う。

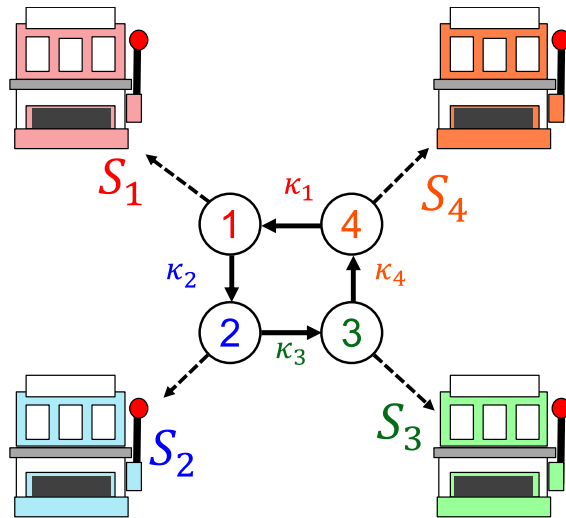


図 6.17: 4 台のロットマシンにおける半導体レーザーネットワークを用いた意思決定方式

そこでレーザーネットワークにおいても同様の調査を行った．問題設定として， $\{0.1, 0.5, 0.7, 0.9\}$  の当たり確率の組み合わせを用いた．また，レーザーネットワークは円順列となるため，表 6.36 パターンの組み合わせを調査した．

表 6.3: 各問題におけるロットマシンの当たり確率

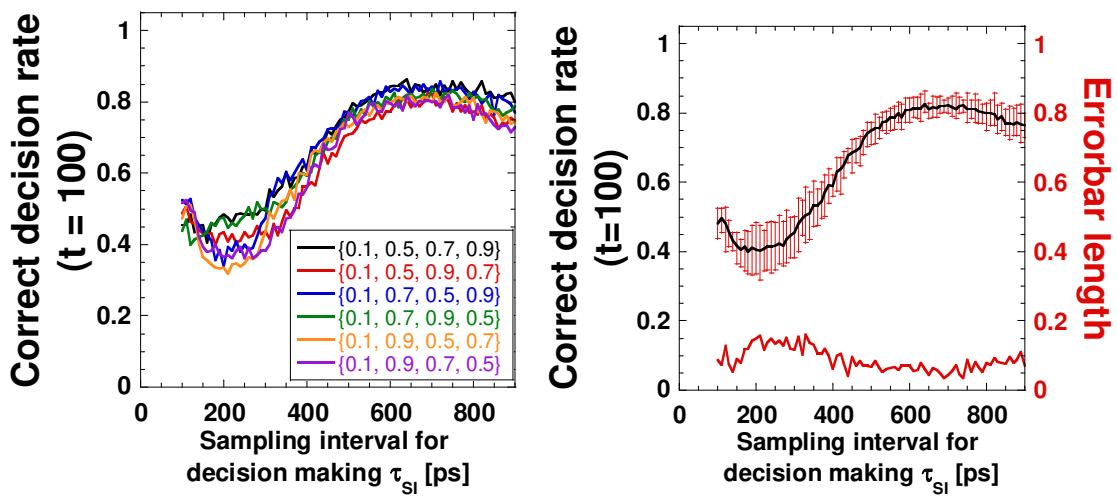
$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
0.1	0.5	0.7	0.9
0.1	0.5	0.9	0.9
0.1	0.7	0.5	0.9
0.1	0.7	0.9	0.5
0.1	0.9	0.5	0.7
0.1	0.9	0.7	0.5

4 つのレーザーネットワークにおけるサンプリング間隔  $\tau_{SI}$  の変化に対する 100 プレイ目の平均正答率を図 6.18 に示す．サンプリング間隔に応じて，平均正答率が変化していることが分かる．一方で，平均正答率による問題依存性に関してはどの問題に関しても同じ傾向を示している．さらに，図 6.18(b) では平均正答率の平均値を黒線に示し，最大値と最小値のエラーバーとその長さを赤線が示している．エラーバーの長さは，レーザーカオスによる実装と比較して短く，問題の依存性は低いと考えられる．また，200 プレイまで意思決定を進めた結果を図 6.19 に示す．サン



プリング間隔が大きい部分では意思決定が進み高い平均正答率が得られていることが分かる。しかしながら、平均正答率が高い部分では問題により平均正答率の値が異なっており、問題依存性があると言える。さらに、500 プレイまで意思決定を進めた結果を図 6.20 に示す。小さなサンプリング間隔では、200 プレイのときの大きなサンプリング間隔で見られたような、問題依存性が観測できる。一方で、大きなサンプリング間隔では平均正答率が 1 に収束することが分かる。

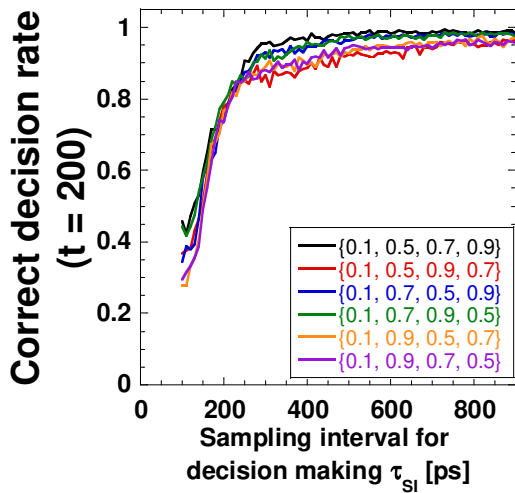
最後に平均当たり確率で比較を行った。評価結果を図 6.21 に示す。平均当たり確率では問題の依存性は非常に小さいことが分かった。



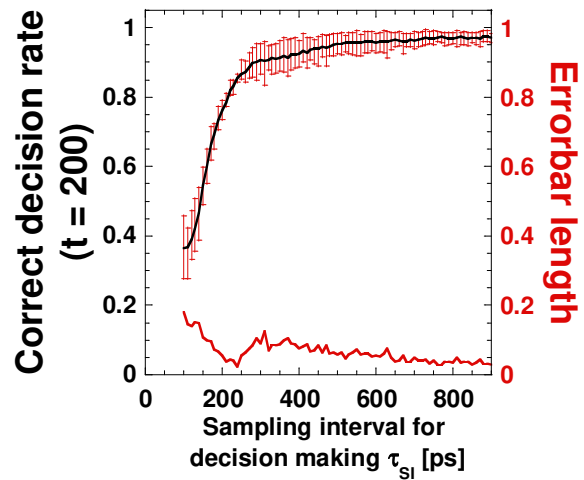
(a) 100 プレイ目の平均正答率

(b) 平均正答率の平均と問題による評価の偏差

図 6.18: 100 プレイ目における平均正答率から見た配置依存性

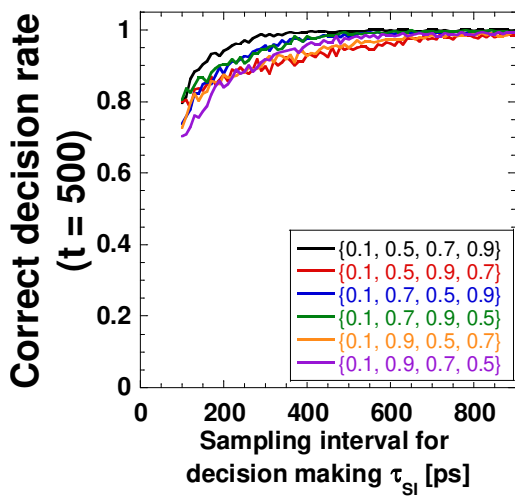


(a) 200 プレイ目の平均正答率

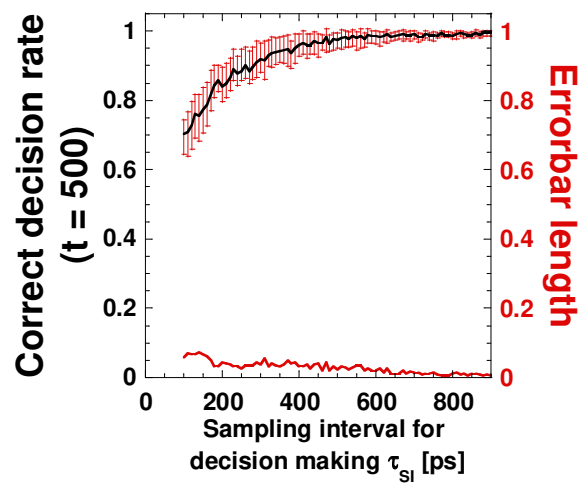


(b) 平均正答率の平均と問題による評価の偏差

図 6.19: 200 プレイ目における平均正答率から見た配置依存性

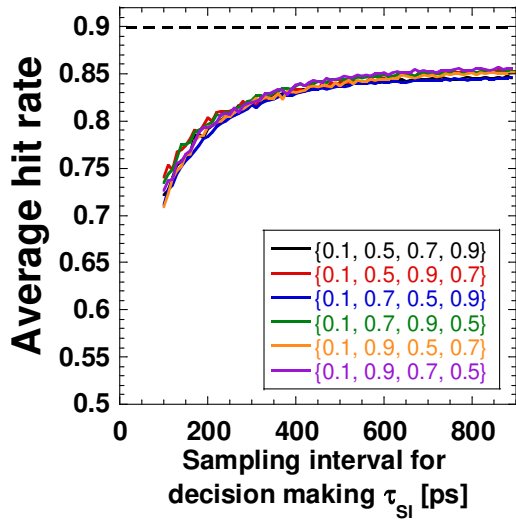


(a) 500 プレイ目の平均正答率

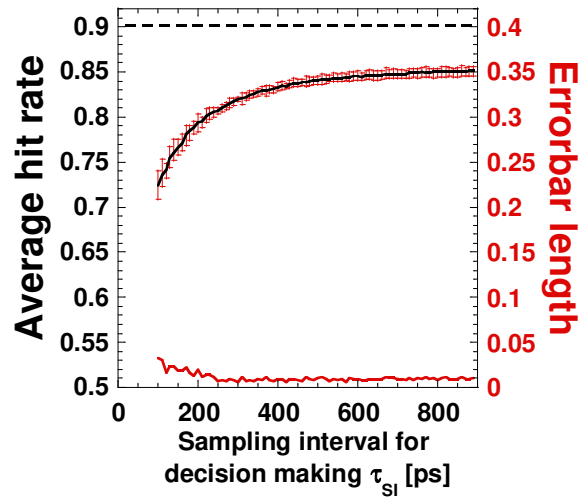


(b) 平均正答率の平均と問題による評価の偏差

図 6.20: 500 プレイ目における平均正答率から見た配置依存性



(a) 平均当たり確率



(b) 平均当たり確率の平均と問題による評価の偏差

図 6.21: 平均当たり確率から見た配置依存性

## 6.5 $n$ 台のロットマシンに対する意思決定とスケラビリティ

最後に、ロットマシンの台数を増加させた意思決定について述べる。本方式ではロットマシンとレーザは一対一対応になっている。したがって、ロットマシンの台数が増えると、その分レーザの数も同数増加する。そこで図 6.22 に示すように、ロットマシンの台数に合わせてレーザネットワークを拡張する。本研究では、3 台から 7 台までのロットマシンに対する意思決定を行った。当たり確率を  $\{P_1, P_2, P_3, \dots\} = \{0.6, 0.4, 0.4, \dots\}$  に設定した。本方式による平均正答率を図 6.23(a) に示す。ロットマシンの台数が増加するにつれて、平均正答率が 1 に到達するまでのプレイ回数が増加していきることが分かる。

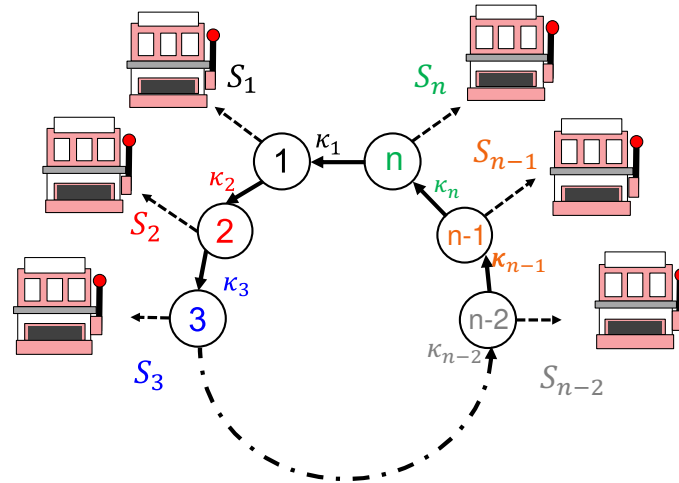
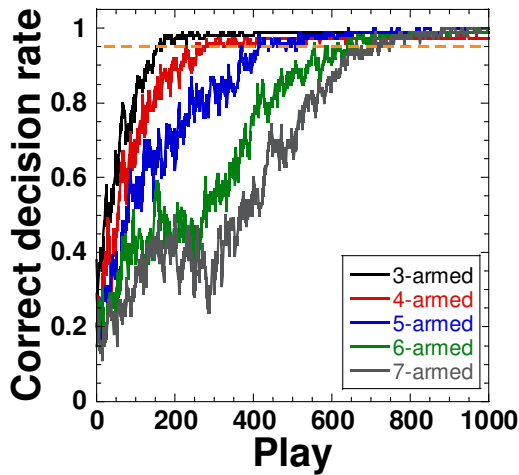
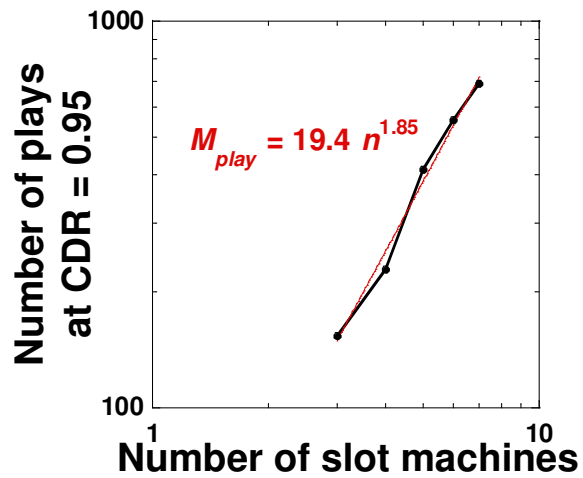


図 6.22:  $n$  台に拡張したレーザネットワークのモデル



(a) 平均正答率



(b) 平均正答率によるスケーリング

図 6.23: スロットマシンの台数による性能変化

そこでスロットマシンの台数ごとに橙色の点線に示す平均正答率が0.95までの回数をプロットしたスケーリングの結果を図6.23(b)に示す。また、近似曲線はプレイ数  $M_{play}$ , 台数  $n$  に対して,  $M_{play} = 19.4n^{1.85}$  となった。このようにスロットマシンの台数が増加するとプレイ回数はオーダー  $O(n^{1.85})$  で増加することが明らかとなった。

## 6.6 まとめ

本章ではレーザネットワークを用いることで任意の台数に拡張ができる意思決定方式を提案した。相互結合された半導体レーザの場合と異なり、対応するレーザがラガードとなるような短時間相互相関値を計算し、相関値が最も低いレーザがリーダーであることを示した。また、平均正答率を用いることで、本方式の意思決定が達成できることを示した。さらにパラメータによる意思決定性能の変化について調査した。特にサンプリング間隔は意思決定の性能を大きく変えるパラメータであることが分かり、結合遅延時間と同じオーダーのサンプリング間隔において性能が向上することが分かった。4台のスロットマシンを用いてスロットマシンの配置による意思決定性能の影響を調査した。スロットマシンの配置に応じて本方式では性能に影響が生じることが分かった。しかしながら、その影響は配置依存性を示したレーザカオス

の時間波形を用いた実装 [27] よりも小さいことが分かった。また，スロットマシンの台数の増加に関しては，スロットマシンの台数  $n$  と同じ台数のレーザを用いることで対応することができ，スケーリングはオーダー  $O(n^{1.85})$  であることが分かった。

## 第7章 半導体レーザネットワークを用いた競合バンディット問題における意思決定

前章まではプレーヤが一人で多くのスロットマシンから報酬を最大化する多腕バンディット問題を取り扱ってきた。そこで本章ではプレーヤが多人数においてスロットマシンから報酬を最大化する競合バンディット問題を取り扱う。まず、競合バンディット問題について説明する。次に複数のアルゴリズムの実装方法について説明し、1サイクルの意思決定における各変数の動作について述べる。最後に、1000サイクルの意思決定を行い、平均正答率、非選択衝突率及び選択確率による統計的評価を行う。

### 7.1 競合バンディット問題

競合バンディット問題では複数人のプレーヤがスロットマシンを選択し、報酬を得ることで総報酬の最大化を目指す [40]。しかしながら、多腕バンディット問題と異なる点として、プレーヤ間の選択の競合がある。競合バンディット問題では選択の競合が起きた場合には、そのスロットマシンを選択したプレーヤで報酬を山分けする。また、競合バンディット問題における総報酬の最大化は全プレーヤの総報酬の和の最大化を目指す協力的な問題や、あるプレーヤだけの報酬を最大化する対立的な問題が存在する。本研究では、全プレーヤの総報酬の和を最大化する協力的な問題を考える。

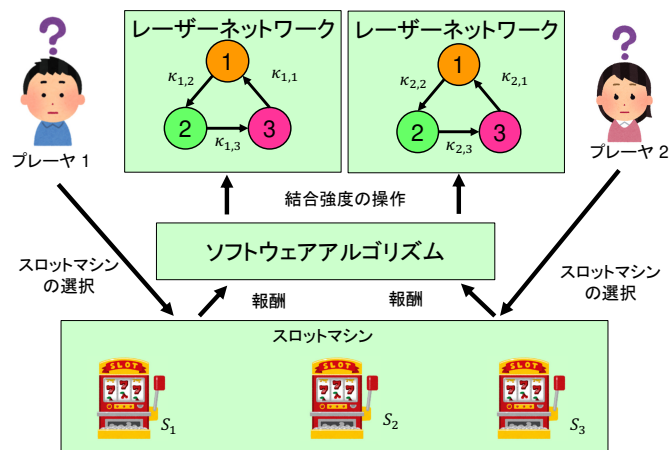


図 7.1: レーザネットワークを用いた競合バンディット問題に対する意思決定方式の概念図

## 7.2 レーザネットワークを用いた競合バンディット問題の意思決定への実装

本節ではレーザーネットワークを用いた競合バンディット問題の意思決定方式について述べる．本研究では，2 プレーヤ，3 台のスロットマシンからなる競合バンディット問題を考える．概念図を図 7.1 に示す．各プレーヤはスロットマシンの台数と同じレーザーの一方方向結合のリング状レーザーネットワークを構成する．レーザーネットワークにおいて遅延カオス同期を生じさせる．スロットマシンの選択は第 6 章と同じ選択方法を用いる．短時間相互相関値を計算し，相関値が最小値となるレーザーに対応するスロットマシンを選択する．また，選択したスロットマシンの得られた報酬から結合強度を変化させる．簡易的には，スロットマシンが「当たり」の場合には，結合強度を減少させ，スロットマシンが「はずれ」の場合には，結合強度を増加させる．短時間相互相関値によるスロットマシンの選択と報酬による結合強度の変化で意思決定を行う．報酬による結合強度の変化は以下のアルゴリズムを適用する．



### 7.2.1 多腕バンディット問題の解法を用いた実装

1つ目のアルゴリズムとして、多腕バンディット問題に用いた綱引き理論を用いる [105]. スロットマシンの報酬と結合強度  $\kappa_{i,k}(t)$  への変換を以下に示す.

$$\kappa_{i,k}(t) = \begin{cases} \kappa_{\max} & (\kappa_{\max} < \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t)) \\ \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) & (\kappa_{\min} \leq \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) \leq \kappa_{\max}) \\ \kappa_{\min} & (\kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) < \kappa_{\min}) \end{cases} \quad (7.1)$$

結合強度は、各スロットマシンの評価値である相対的 Q 値  $X_{i,k}(t)$  を線形的に適用する. 結合強度には、設定限界値 ( $\kappa_{\max}, \kappa_{\min}$ ) が存在するため、この部分においては一定値としている. 次に、相対的 Q 値  $X_{i,k}(t)$  は以下の式となる.

$$X_{i,k}(t) = Q_{i,k}(t) - \frac{1}{n-1} \sum_{s \neq k} Q_{i,s}(t) \quad (7.2)$$

$Q_{i,k}(t)$  は Q 値と呼ばれ、以下の式で計算される.

$$Q_{i,k}(t) = Q_{i,k}(t-1) + Y_{i,k}(t) \quad (7.3)$$

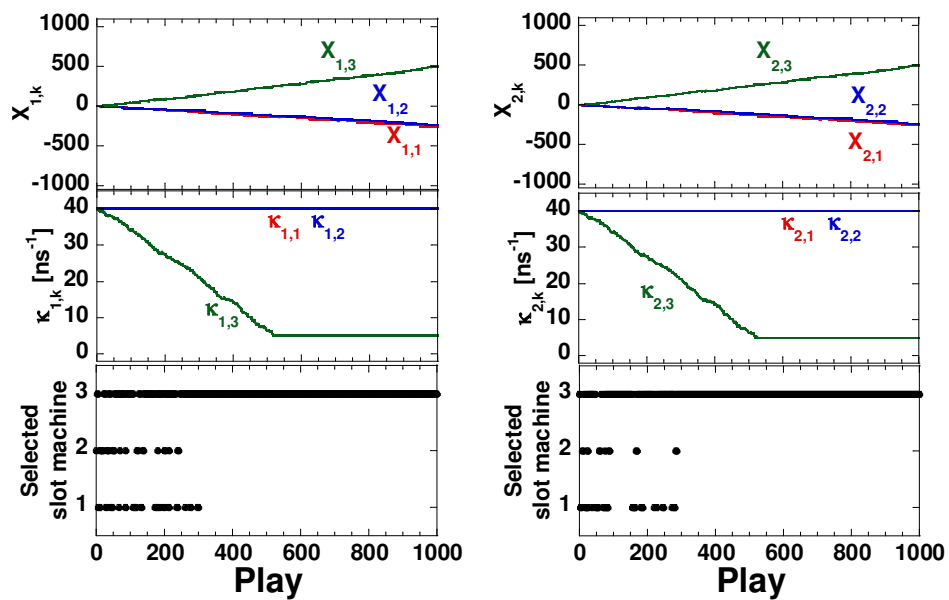
移動量  $Y_{i,k}$  は以下のように決定される.

$$Y_{i,k}(t) = \begin{cases} 2 - (\bar{P}_{1\text{st}} + \bar{P}_{2\text{nd}}) & (\text{Hit}) \\ -(\bar{P}_{1\text{st}} + \bar{P}_{2\text{nd}}) & (\text{Miss}) \\ 0 & (\text{No selection}) \end{cases} \quad (7.4)$$

本アルゴリズムでは各プレーヤが独立にスロットマシンを評価し、意思決定を行う. 第6章の数式と形が異なる. 具体的な相違点として、報酬によるスロットマシンの評価値が異なる. 最大と2番目に大きな推定当たり確率  $\bar{P}_{1\text{st}}, \bar{P}_{2\text{nd}}$  は時刻  $t$  に応じて変化する. また、式 (7.3) より  $Q(t)$  が漸化式となっていることから、本アルゴリズムでは意思決定開始時における間違っただ推定当たり確率における評価も保存される. 一方で、第6章におけるアルゴリズムでは、時刻  $t$  における最大と2番目に大きな推定当たり確率  $\bar{P}_{1\text{st}}, \bar{P}_{2\text{nd}}$  のみで評価する. 本アルゴリズムでは次節の綱引きボンベ理論との比較を行うために、第6章の数式を変更している.

本方式による1サイクルの意思決定を図7.2に示す. スロットマシンの当たり確率は  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{0.1, 0.2, 0.7\}$  とした. 綱引き理論の評価値である  $X(t)$  から、両プレーヤが当たり確率の最も高いスロットマシン3の評価が高いことが分かる. これに応じて、結合強度はそれぞれのレーザ3に注入する結合強度が最も小さくなる.

最終的に、両プレイヤーがスロットマシン3を選択しており、競合が発生していることが分かる。



(a) プレーヤ 1

(b) プレーヤ 2

図 7.2: 綱引き理論を用いた競合バンディット問題の解決

## 7.2.2 綱引きボンベ理論を用いた実装

綱引きボンベ理論 [69] では、綱引き理論で生じている競合を回避することができる。以下に綱引きボンベ理論の数式を示す。

$$\kappa_{i,k}(t) = \begin{cases} \kappa_{\max} & (\kappa_{\max} < \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t)) \\ \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) & (\kappa_{\min} \leq \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) \leq \kappa_{\max}) \\ \kappa_{\min} & (\kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) < \kappa_{\min}) \end{cases} \quad (7.5)$$

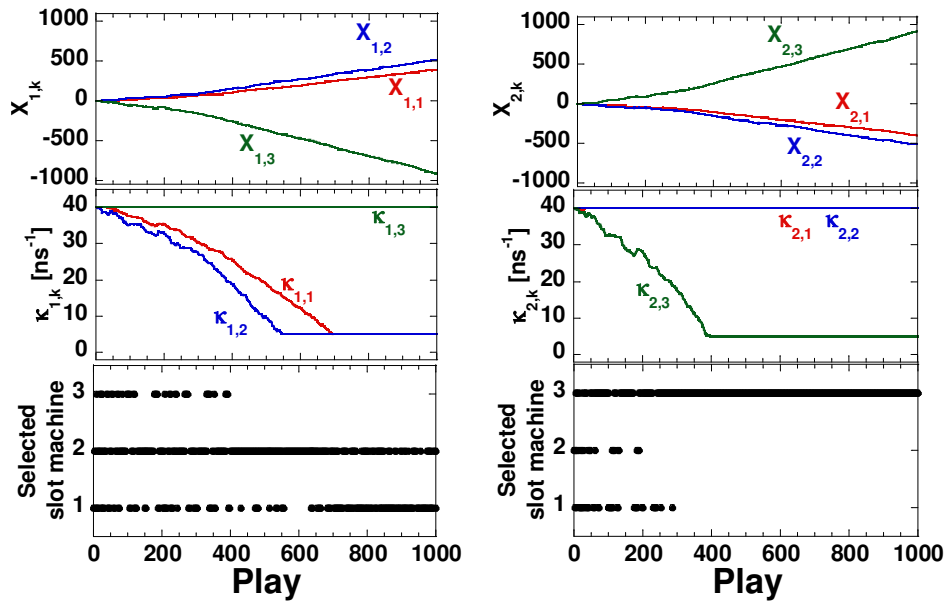
$$X_{i,k}(t) = Q_{i,k}(t) - \frac{1}{n-1} \sum_{s \neq k} Q_{i,s}(t) \quad (7.6)$$

$$Q_{i,k}(t) = Q_{i,k}(t-1) + Y_{i,k}(t) - \frac{1}{m-1} \sum_{s \neq i} Q_{s,k}(t) \quad (7.7)$$

$$Y_{i,k}(t) = \begin{cases} 2 - (\bar{P}_{m \text{ th}} + \bar{P}_{m+1 \text{ th}}) & (\text{Hit}) \\ -(\bar{P}_{m \text{ th}} + \bar{P}_{m+1 \text{ th}}) & (\text{Miss}) \\ 0 & (\text{No selection}) \end{cases} \quad (7.8)$$

綱引き理論と異なる点として、式 (7.7) の第3項目が追加されている。第3項では他プレイヤーにおける選択したスロットマシンの評価が差し引かれる。そのため、競合が起きた場合には本来の評価値よりも小さくなる。また、他プレイヤーが選択したスロットマシンが良い評価をされた場合には、自プレイヤーにおいて評価が悪くなる。さらに、全てのプレイヤーが同じスロットマシンを選択した場合は  $Q = 0$  となり、その回における評価は反映されない。

綱引きボンベ理論を用いた意思決定を図 7.3 に示す。まず、プレイヤー2ではスロットマシン3の評価  $X_{2,3}$  が増加し、対応する結合強度  $\kappa_{2,3}$  が減少しているため、綱引き理論と同じくスロットマシン3を選択している。一方で、プレイヤー2のスロットマシン3の評価  $X_{2,3}$  の増加に対応してプレイヤー1のスロットマシン3の評価  $X_{1,3}$  は減少している。また、プレイヤー1のスロットマシン3の評価  $X_{1,3}$  の減少に対応してスロットマシン1,2の評価  $X_{1,1}, X_{1,2}$  が増加していることが分かる。したがって、対応している2つの結合強度  $\kappa_{1,1}, \kappa_{1,2}$  の両方が減少してしまい、スロットマシン1,2の両方を選択していることが分かる。このように本手法では、2番目に良いスロットマシンを正しく選択できないことが分かった。



(a) プレーヤ 1

(b) プレーヤ 2

図 7.3: 綱引きボンベ理論を用いた競合バンディット問題の解決

### 7.2.3 改良綱引きボンベ理論を用いた実装

綱引きボンベ理論では競合を回避できたものの、正しくスロットマシンを選択することができなかった。そこで、図 7.4 に示す専属的選択を新たに提案する。このアルゴリズムでは意思決定開始時には綱引きボンベ理論を用いて同様に意思決定を行う。

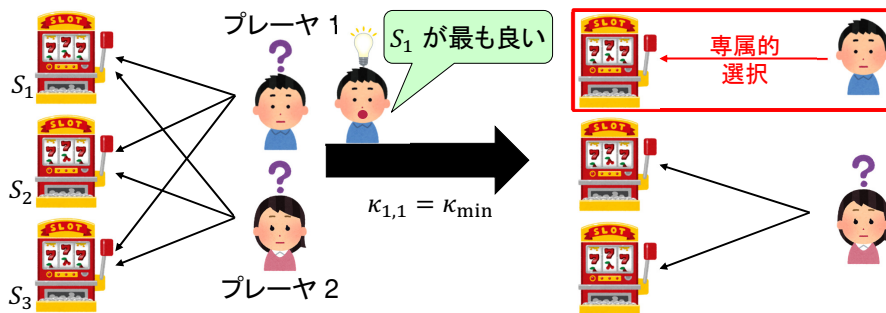


図 7.4: 専属的選択の概念図

そこで、あるプレーヤが一番良いスロットマシンを見つけた時点で、そのプレーヤはそのスロットマシンを選択し、その他のプレーヤはそれ以外のスロットマシンを選択するように意思決定を行う。この方式では、専属的選択が起きることでプレーヤとスロットマシン共に1つサイズの小さい競合バンディット問題に回帰する。専属的選択を行う改良綱引きボンベ理論は以下の数式で計算される。

$$\kappa_{i,k}(t) = \begin{cases} \kappa_{\max} & (\kappa_{\max} < \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t)) \\ \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) & (\kappa_{\min} \leq \kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) \leq \kappa_{\max}) \\ \kappa_{\min} & (\kappa_{\max} - w(\text{int})X_{i,k}(t) < \kappa_{\min}) \end{cases} \quad (7.9)$$

$$X_{i,k}(t) = \frac{mn}{m'n'} \left\{ Q_{i,k}(t) - \frac{1}{n' - 1} \sum_{s \neq k} Q_{i,s}(t) \right\} \quad (7.10)$$

$$Q_{i,k}(t) = \begin{cases} 0 & (\kappa_{j,k} = \kappa_{\min}, j \neq i) \\ Q_{i,k}(t-1) + Y_{i,k}(t) - \frac{1}{m' - 1} \sum_{s \neq i} Q_{s,k}(t) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (7.11)$$

$$Y_{i,k}(t) = \begin{cases} 2 - (\bar{P}_{m \text{ th}} + \bar{P}_{m+1 \text{ th}}) & (\text{Hit}) \\ -(\bar{P}_{m \text{ th}} + \bar{P}_{m+1 \text{ th}}) & (\text{Miss}) \\ 0 & (\text{No selection}) \end{cases} \quad (7.12)$$

専属的選択のより具体的な説明として、プレーヤが良いスロットマシンであると判断する点は結合強度が最小値になった点を用いる。また、専属的選択を行うプレーヤが他のプレーヤから選択されないために、他プレーヤの評価を0に固定している。評価を0にすることで評価の影響量が小さくなってしまうため、 $m', n'$ にそれぞれ実効プレーヤ数と実効スロットマシン数からなる比を式(7.10)に追加した。実効プレーヤ数と実効スロットマシン数は初期値をそれぞれの元の数  $m' = m, n' = n$  として、各プレーヤが初めて結合強度の最小値に到達した時点で両変数にデクリメントを行う。

提案手法である改良綱引きボンベ理論を用いた競合バンディット問題に対する意思決定を図7.5に示す。綱引きボンベ理論と同様に、プレーヤ2ではスロットマシン3を選択していることが分かる。また、専属的選択はプレーヤ2のスロットマシン3に対応する結合強度  $\kappa_{2,3}$  により380プレイ目で引き起こされている。さらに、評価値では380回目付近で専属的選択による不連続な変位をしている。専属的選択を行うプレーヤではこのように不連続な変位が行われるものの、大小関係が維持できることが分かった。一方でプレーヤ1において、意思決定開始時は綱引きボンベ理論と同じであるため、スロットマシン1,2に対する評価  $X_{1,1}, X_{1,2}$  が増加している。ここで専属的選択により、競合バンディット問題が1プレーヤ2台のスロットマシン

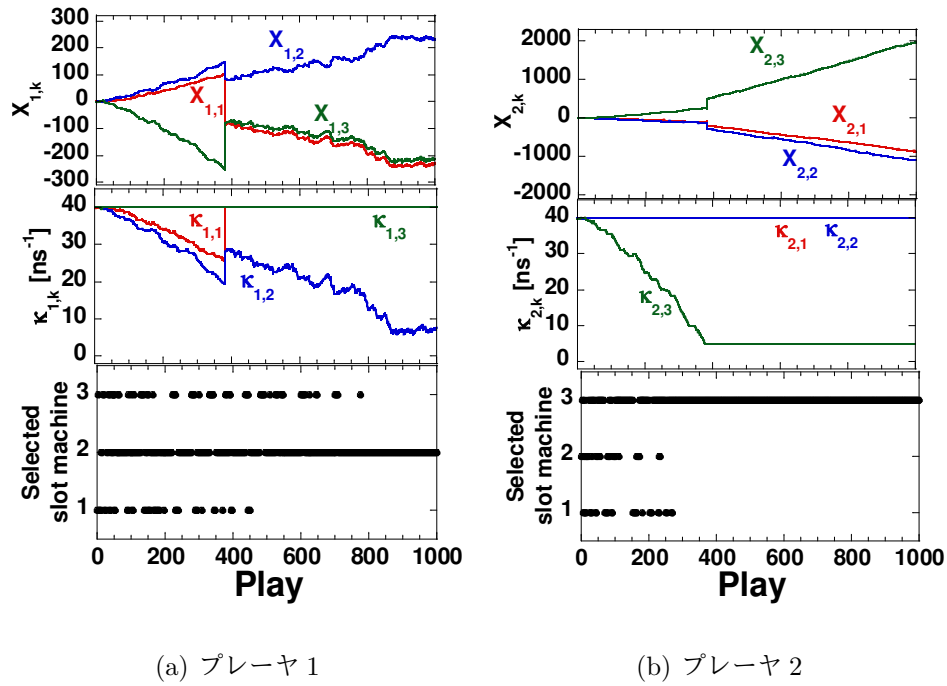


図 7.5: 改良綱引きポンベ理論を用いた競合バンディット問題の解決

からなる多腕バンディット問題に回帰する．また，専属的選択が生じると，プレイヤー1の評価でも不連続な変位が見られ，スロットマシン1の評価値  $X_{1,1}$  は正から負に反転していることが分かる．スロットマシン2の評価値  $X_{1,2}$  は反転せずに，専属的選択前と同じ傾きで増加していることが分かる．これにより，プレイヤー1ではスロットマシン2を選択できることが分かった．

### 7.3 平均正答率と非選択衝突率による意思決定の評価

アルゴリズムの比較では1サイクルだけの意思決定を行っていたが、複数サイクル行うことで統計的な評価を行う。競合バンディット問題では競合をせずに良いスロットマシンを選択する必要があるため、2つの評価指標を用いる。1つは平均正答率である。平均正答率 (Correct Decision Rate, CDR) は以下の式で定義される。

$$CDR(t) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M C(l, t) \quad (7.13)$$

ここで関数  $C(l, t)$  はプレーヤ数  $m$  に対して、 $l$  サイクル目  $t$  回目の意思決定において、全プレーヤが上位  $m$  位までの当たり確率の高いスロットマシンを選択しているとき1を返し、その他の場合で0を返す関数である。関数  $C(l, t)$  では全プレーヤが良いスロットマシンを選択できていることのみを保証するため、競合の有無については考えない。もう1つは非選択衝突率である。非選択衝突率 (Non-Conflict Rate, NCR) は以下の式で定義される。

$$NCR(t) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M D(l, t) \quad (7.14)$$

$$D(l, t) = \frac{m - e(l, t)}{m} \quad (7.15)$$

ここで  $e(l, t)$  は  $l$  サイクル目  $t$  回目の意思決定において、選択が衝突したプレーヤの数を表す。非選択衝突率では良いスロットマシンを選択できたかには関わらず、プレーヤの選択が衝突しているかどうかを評価する。

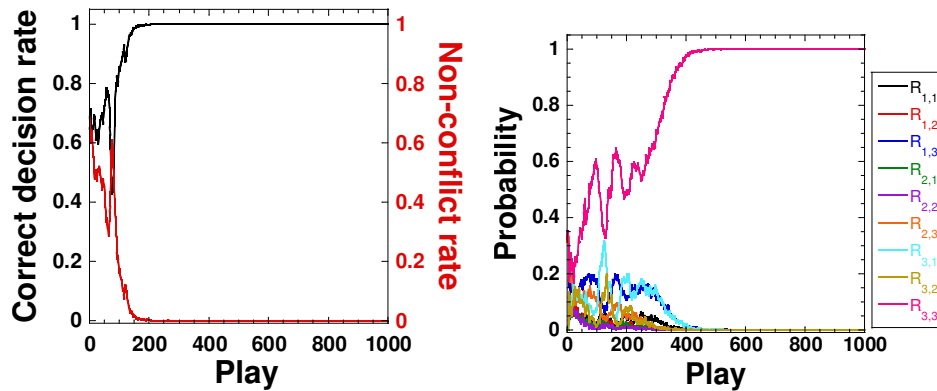
さらに、サイクル平均を行った各プレイのスロットマシンの選択確率も考える。本研究では2プレーヤのため、プレーヤ1がスロットマシン  $i$ 、プレーヤ2がスロットマシン  $j$  を選択したときの確率を  $R_{i,j}$  とする。また、本研究における2プレーヤ3台のスロットマシンからなる競合バンディット問題では平均正答率と非選択衝突率を選択確率を用いて書き換えることができる。以下に  $P_1 < P_2 < P_3$  の場合の例を示す。

$$CDR(t) = R_{2,2}(t) + R_{2,3}(t) + R_{3,2}(t) + R_{3,3}(t) \quad (7.16)$$

$$NCR(t) = R_{1,2}(t) + R_{2,1}(t) + R_{1,3}(t) + R_{3,1}(t) + R_{2,3}(t) + R_{3,2}(t) \quad (7.17)$$

$$= 1 - \{R_{1,1}(t) + R_{2,2}(t) + R_{3,3}(t)\} \quad (7.18)$$

3つの統計的な評価を用いて各アルゴリズムを評価する。



(a) 平均正答率と非選択衝突率

(b) 選択確率

図 7.6: 綱引き理論を用いた意思決定の統計的評価

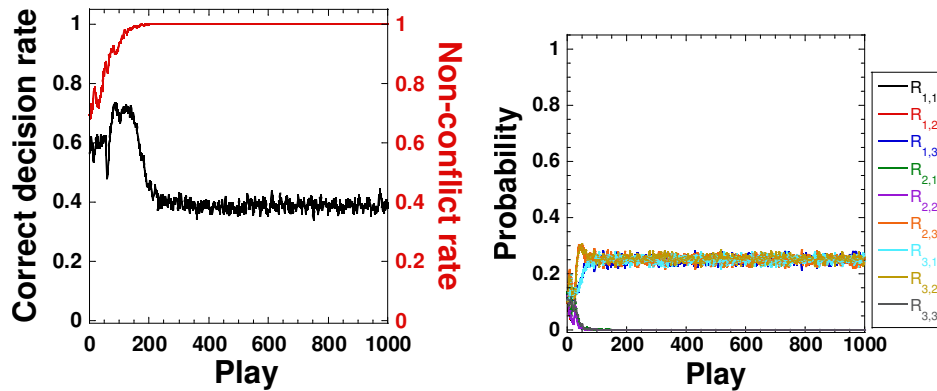
### 7.3.1 綱引き理論における統計的評価

綱引き理論を用いた場合の平均正答率、非選択衝突率及び選択確率を図 7.6 に示す。平均正答率が 1 に収束していることから両プレイヤーが良いスロットマシンを選択できていることが分かる。しかしながら、非選択衝突率が 0 に収束していることから、両プレイヤーが常に選択衝突を起こすことが分かる。意思決定終盤では両プレイヤーがスロットマシン 3 を選択する  $R_{3,3}$  が 1 に収束していることから、競合は常に発生することが分かる。

### 7.3.2 綱引きボンベ理論における統計的評価

次に、綱引きボンベ理論を用いた場合の平均正答率と非選択衝突率を図 7.7 に示す。綱引きボンベ理論ではアルゴリズムの変更により、競合を回避するアルゴリズムになったため、非選択衝突率が 1 に収束する結果が得られている。しかしながら、1 サイクルの意思決定でも述べたとおり、平均正答率から、2 番目以降のスロットマシンの区別をつけることができないことが分かる。また、選択確率では、 $R_{1,3}, R_{3,1}, R_{2,3}, R_{3,2}$  が 0.25 に収束しており、他の選択確率は 0 に収束している。このことから、競合する選択確率  $R_{i,i}$  はどのスロットマシンに対しても 0 に収束しており、競合が生じないことが分かる。さらに、スロットマシンの組を見てみると、 $R_{i,j} = R_{j,i}$  であるため、両プレイヤーがどちらのスロットマシンを選択するかの確率は等しいことが分かる。





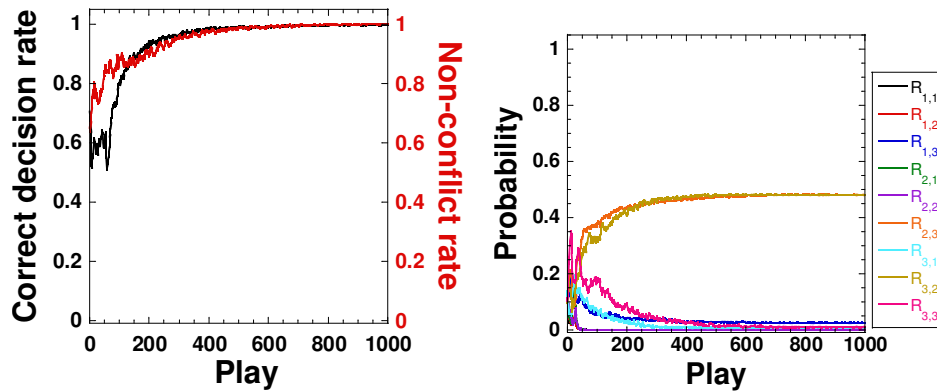
(a) 平均正答率と非選択衝突率

(b) 選択確率

図 7.7: 綱引きボンベ理論を用いた意思決定の統計的評価

### 7.3.3 改良綱引きボンベ理論における統計的評価

改良綱引きボンベ理論の場合の平均正答率と非選択衝突率を図 7.8 に示す．平均正答率と非選択衝突率共に 1 に収束しており，両プレーヤが競合を起こすことなく良いスロットマシンを選択できていることから競合バンディット問題を解決できたと言える．また，選択確率から，最も良いスロットマシンと 2 番目に良いスロットマシンであるスロットマシン 2,3 の組み合わせの選択確率  $R_{2,3}$ ,  $R_{3,2}$  が 0.5 に収束していることから，どちらのプレーヤも当たり確率の最も高いスロットマシンを選択できるという平等性を達成できたと言える．



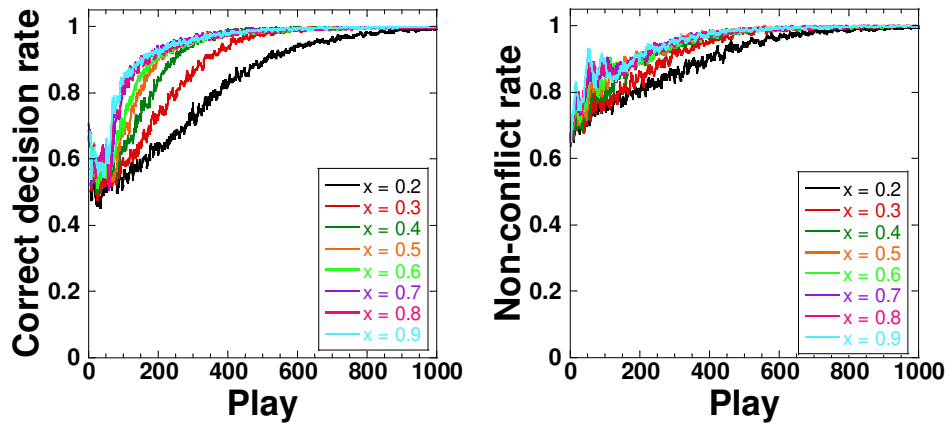
(a) 平均正答率と非選択衝突率

(b) 選択確率

図 7.8: 改良綱引きボンベ理論を用いた意思決定の統計的評価

## 7.4 問題設定による性能変化

本研究では、スロットマシンの当たり確率を変更することで意思決定性能にどのような影響を与えるか調査した。はじめに、最も当たり確率の高いスロットマシンによる影響を調査した。スロットマシンの当たり確率を  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{0.1, 0.2, x\}$  ( $x \geq 0.2$ ) に設定し、平均正答率と非選択衝突率にて評価を行った。評価結果を図 7.9 に示す。平均正答率では各問題で差が生じていることから当たり確率の影響を大きく受けることが分かる。本研究で用いている改良綱引きボンベ理論では、専属的選択により、競合バンディット問題が 1 つサイズが小さな問題へと変化する。特に 2 プレーヤで 3 台のスロットマシンに対する意思決定では、競合バンディット問題が多腕バンディット問題へと回帰する。また、図 7.5 で示した通り、専属的選択が生じた後は、多腕バンディット問題の初期状態ではなく、評価された後の状態に変化している。したがって、一番良いスロットマシンを早く見つけ易い設定のときには平均正答率の収束が早くなったと考えられる。一方で非選択衝突率では、平均正答率と比較して当たり確率の変化に影響をあまり受けなかった。収束速度が異なる原因として、評価値  $X$  が推定当たり確率の大きさにより、差が生じる速度が変わるためであると考えられる。

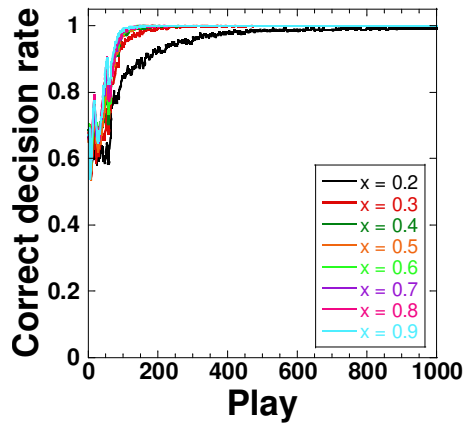


(a) 平均正答率

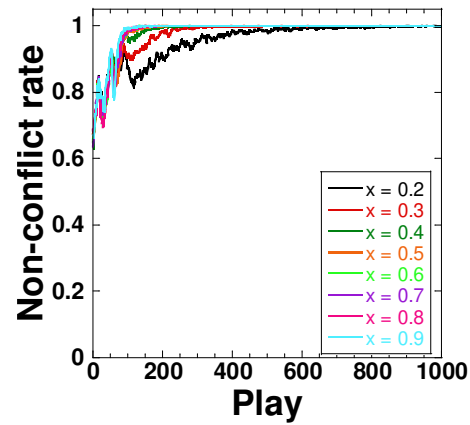
(b) 非選択衝突率

図 7.9: 当たり確率の最も高いスロットマシンによる性能変化

次に、当たり確率が2番目に高いスロットマシンに対する性能変化について調査した。スロットマシンの当たり確率を  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{0.1, x, 0.9\}$  ( $0.2 \leq x \leq 0.9$ ) に設定した。結果を図 7.10 に示す。平均正答率と非選択衝突率ともに大きな影響は見られなかった。これは前述したとおり、一番高い当たり確率の影響が大きいことが原因であると考えられる。また、図 7.10 で見られた評価の差は専属的選択が生じるまでに、2位と3位のスロットマシンの区別がつけられなかったために生じたと考えられる。



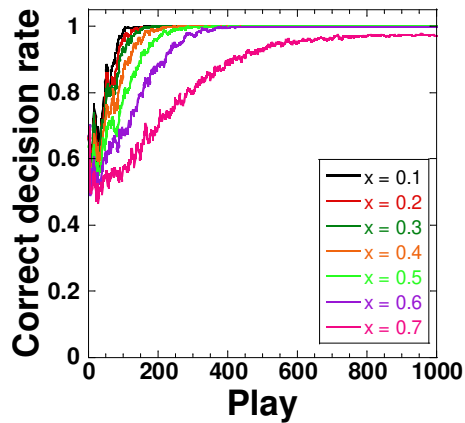
(a) 平均正答率



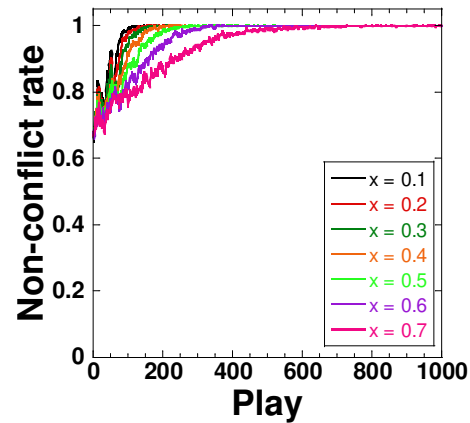
(b) 非選択衝突率

図 7.10: 当たり確率が2番目に高いスロットマシンによる性能変化

さらに、当たり確率が一番低いスロットマシンに対する性能変化について調査した。スロットマシンの当たり確率を  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{x, 0.8, 0.9\}$  ( $0.1 \leq x \leq 0.7$ ) に設定した。平均正答率と非選択衝突率の評価を図 7.11 に示す。当たり確率が一番低いスロットマシンと当たり確率が一番高いスロットマシンとの差が大きくなり、一番高いスロットマシンの専属的選択が速くなると考えられる。



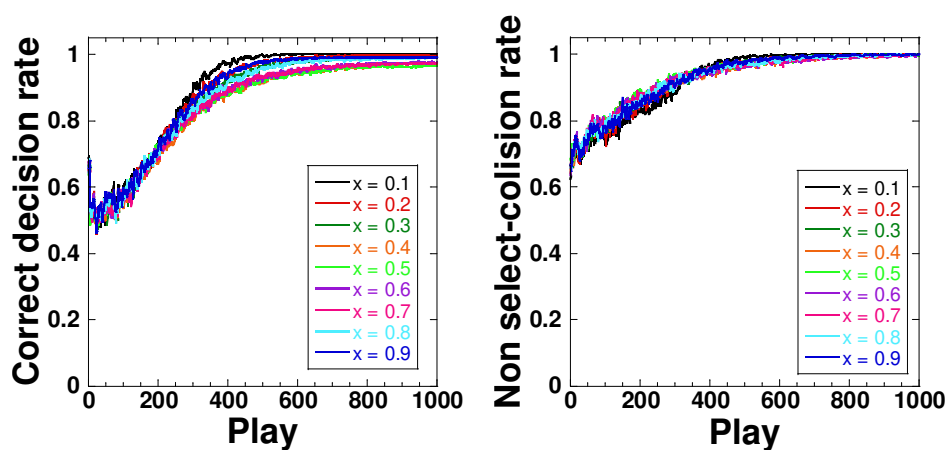
(a) 平均正答率



(b) 非選択衝突率

図 7.11: 当たり確率の最も低いスロットマシンによる性能変化

最後に、スロットマシン同士の当たり確率の差を等しくし、当たり確率の高さに対して性能変化を調査した。スロットマシンの当たり確率を  $\{P_1, P_2, P_3\} = \{x - 0.1, x, x + 0.1\}$  ( $0.1 \leq x \leq 0.9$ ) に設定した。平均正答率と非選択衝突率の評価を図 7.12 に示す。平均正答率と非選択衝突率ともに評価の差があまり見られなかった。これは当たり確率の差が変わらなければほぼ同精度で意思決定が可能であることを示している。また、スロットマシンの当たり確率が 0.5 に近ければ平均正答率は低く値で収束し、遠い場合に平均正答率は高い値で収束している。これは、式 (7.12) における推定当たり確率の和が影響している。推定当たり確率の和が大きいとき、選択したスロットマシンが「当たり」である場合にはアルゴリズムにおける評価増加分 ( $2 - (P_{m-th}P_{m+1-th})$ ) は小さく、「はずれ」である場合のアルゴリズムにおける評価減少分 ( $P_{m-th}P_{m+1-th}$ ) は大きくなる。したがって、選択したスロットマシンの「はずれ」が重要となる意思決定となる。一方で推定当たり確率の和が小さいとき、選択したスロットマシンが「当たり」である場合にはアルゴリズムにおける評価増加分 ( $2 - (P_{m-th}P_{m+1-th})$ ) は大きく、「はずれ」である場合のアルゴリズムにおける評価減少分 ( $P_{m-th}P_{m+1-th}$ ) は小さくなる。したがって、選択したスロットマシンの「当たり」が重要となる意思決定となる。しかしながら、2つの推定当たり確率の和が 1 に近い場合には、選択したスロットマシンが「当たり」の場合でも「はずれ」の場合でもアルゴリズムにおける評価の変化量はあまり変わらない。これにより、正しい意思決定を行うことが難しく、平均正答率の収束値が低くなったと考えられる。



(a) 平均正答率

(b) 非選択衝突率

図 7.12: 当たり確率の高さによる性能変化

## 7.5 まとめ

本章では、複数人のプレーヤがスロットマシンからの報酬を用いて競合を起こすことなく、総報酬の最大化を目指す競合バンディット問題をレーザネットワークを用いて解く手法を提案した。はじめに、競合バンディット問題に対して、第6章で提案した多腕バンディット問題による方式で意思決定を行ったが、両プレーヤが最も良いスロットマシンを選択してしまい、競合バンディット問題を解くことができなかった。次に、競合バンディット問題のアルゴリズムである綱引きボンベ理論を多腕バンディット問題で用いた方式に適用したが、競合は回避できたものの、良いスロットマシンを選択することができなかった。そこで新たな提案として、あるプレーヤが一番良いスロットマシンを決定したときにそのプレーヤが専属的にそのスロットマシンを選択できる専属的選択を行うことで、競合バンディット問題のサイズを小さくするような再帰を繰り返す、問題の解決をすることができた。さらに、問題設定による性能変化では、スロットマシンの当たり確率により競合的意思決定の性能変化について調査した。一番高い当たり確率のスロットマシンが変化すると、他のスロットマシンとの差が大きくなるほど意思決定が達成が速くなった。また、スロットマシンの当たり確率の差は変えずに当たり確率の高さを変えると、意思決定の達成速度はあまり変化しないことが分かった。

## 第8章 結論

本研究では、半導体レーザネットワークにおける遅延カオス同期を用いた多腕バンディット問題における強化学習と意思決定を行った。また、半導体レーザネットワークを用いて競合バンディット問題に対する意思決定を行った。以下に各章の要約を示す。

第1章では本研究の背景、目的、及び本論文の構成を述べた。

第2章では、本論文の序論として、多腕バンディット問題や競合バンディット問題について説明した。また、多腕バンディット問題における代表的な解法として  $\epsilon$ -greedy 法や Softmax 法, UCB 法, UCB-tuned 法について説明した。さらに、本研究で用いるアルゴリズムである綱引き理論や綱引きボンベ理論について説明した。次に、光を用いた意思決定の実装について単一光子とレーザカオス時系列を用いた先行研究について述べた。そして、本研究で用いる Lang-Kobayashi 方程式について戻り光の必要性を Lorenz-Haken 方程式の例を用いて説明した。また、Lang-Kobayashi 方程式の導出を行った。本研究では、カオスの中でも低周波不規則振動について取り扱う。そこで、低周波不規則振動の性質と定常解との関連性について説明した。最後に、レーザカオスにおける同期現象について説明した。特に、相互結合された半導体レーザにおける遅延カオス同期やリーダー・ラガード関係について説明した。また、多くのレーザを用いたゼロ遅延同期やクラスタ同期についても説明した。

第3章では、遅延カオス同期が生じるための条件について隣接行列から考察を行い、モデルを示した。さらに、Lang-Kobayashi 方程式を用いてこのレーザネットワークの一般式を記述した。また、波長の異なる半導体レーザが同期することを仮定した定常解について Lang-Kobayashi 方程式から算出するための方程式を導出した。最後に、半導体レーザの時間波形は非常に高速な振動をするため、低周波数領域のダイナミクスが見えない可能性があるためにローパスフィルタの設計を行った。

第4章では、戻り光を有する半導体レーザ、相互結合された半導体レーザ、及び3つのレーザのレーザネットワークを用いてダイナミクスの調査を行った。各規格化注入電流において結合強度を変化させていくと、それぞれのシステムにおいて時

間波形や周波数スペクトルの変化が類似していた。そこで、ダイナミクスを定量的に評価して、規格化注入電流と結合強度の2次元分岐図を作成した。作成した2次元分岐図からも、ダイナミクスは定常状態から準周期振動、カオス振動へと分岐し、準周期崩壊ルートが観測され、同様の分岐であることが分かった。

第5章では、相互結合された半導体レーザを用いて意思決定を行った。はじめに、相互結合された半導体レーザのレート方程式を示し、短時間相互相関値とリーダの判定方法について述べた。そして、相互結合された半導体レーザを用いた意思決定方法について述べた。本方式ではスロットマシンとレーザを対応させ、短時間相互相関値からリーダとなるレーザを判定し、対応するスロットマシンを選択する。選択したスロットマシンの結果から、結合強度を変化させると、リーダとなる確率が変化する。この2つの操作を繰り返すことで意思決定を行う。本研究では平均正答率を用いて意思決定が達成できたことを確認した。さらに、意思決定のパラメータ変化により意思決定性能にどのような影響があるかを調査した。特に、意思決定のサンプリング間隔を変化すると、性能に大きな影響を与え、結合遅延時間と同等のオーダに設定したときに良い性能が得られた。この結果は結合遅延時間を変化させたときにも同様にサンプリング間隔のオーダが同等であるときに良い性能となった。これが性能への影響を与えていることを示した。

第6章では、半導体レーザネットワークを用いた意思決定を行った。本研究では主に3台のスロットマシンに対する意思決定を示した。そのため、3つのレーザにおける半導体レーザネットワークのレート方程式を示した。そして、短時間相互相関値とリーダの判定方法の新たに提案した。第5章では、それぞれのレーザがリーダである短時間相互相関値を計算し、最大となる相関を有するレーザがリーダであると判定していたが、レーザネットワークにおいてはこの定義では正しい判定が行えないことが分かった。そこで、第6章では各のレーザのラグドである短時間相互相関値を計算し、最小となる相関を有するレーザがリーダであると判定した。さらに意思決定方式では第5章と同様に、リーダとなるレーザのスロットマシンを選択し、スロットマシンの報酬から結合強度を調整する方式を用いて意思決定を行った。そして、平均正答率を用いて意思決定が達成されることを確認した。4台のスロットマシンを用いて意思決定を行い、その中でスロットマシンの配置を移動させることによる影響を調査した。スロットマシンの配置を変化させることで平均正答率に対して性能差が見られたが、レーザカオスを利用した場合に比べて小さな性能差を達成することができた。また、スロットマシンの台数を増やし、台数に対するスケーラビリティを調査した。スロットマシンの台数が増加すると、平均正答率の上昇が遅くなることが分かった。そこで、平均正答率が0.95以上になる回数と台数をプロットすると、スロットマシンの台数  $N$  に対して  $N^{1.85}$  のスケーラビリティが



あることが分かった。

第7章では、半導体レーザネットワークを用いて競合バンディット問題に対する意思決定を行った。本章ではレーザネットワークによる多腕バンディット問題の意思決定を拡張して実装を行った。各プレーヤがそれぞれ同じレーザネットワークを持ち、スロットマシンを選択して得られた報酬から結合強度を変化させる。ここで、あるプレーヤが最も良いスロットマシンを決定できた場合に、そのプレーヤのみが最も良いスロットマシンを選択し、他のプレーヤは別のスロットマシンから選択するアルゴリズムを新たに提案した。競合バンディット問題においては、平均正答率だけでなく競合が回避できたかを確認するために非選択衝突率を用いて評価を行い、半導体レーザネットワークを用いた競合バンディット問題における意思決定を達成した。

本研究で得られた知見は、一方向結合された半導体レーザネットワークが遅延カオス同期を用いた多腕バンディット問題における意思決定を実現しており、強化学習のための光アクセラレータの向上が強く期待できる。特に、キャリア波長が動的に変化する光通信ネットワークのための強化学習デバイスへの応用が考えられ、今後の発展が重要である。



# 謝辞

本研究は埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報系専攻 情報システム工学コース 内田研究室において、内田淳史 教授のご指導の下に行われたものであります。テーマの選定・研究方針をはじめ、プレゼンテーションの方法や予稿の執筆など、様々な面において熱心に指導して頂き、非常に充実した研究が行えました。埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報部門 教授 内田淳史 博士に対して、心から感謝致します。

研究に関する議論をはじめ、様々な面において熱心に指導して頂きました、埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報部門 助教 菅野円隆 博士に対して、心から感謝致します。

本論文を審査して下さいました埼玉大学 大学院 理工学研究科 数理電子情報部門 小室孝 教授、大久保潤 准教授及び松永康佑 准教授に深く感謝致します。

また、本研究において、研究に関する議論をして頂きました、東京大学 大学院情報理工学系研究科 システム情報学専攻 成瀬誠 教授、金沢大学 大学院自然科学研究科 機械科学専攻 砂田哲 教授、及び木更津工業高等専門学校 電気電子工学科 小原翔馬 助教に対して、心から感謝致します。

また、本研究において多くのサポートをして下さいました埼玉大学 大学院 理工学研究科 数理電子情報系専攻 情報システム工学コース 内田研究室 博士課程 1 年 岩見龍吾 修士，修士課程 2 年 森尻健正 学士，埼玉大学 工学部 情報工学科 学部 4 年 佐々木圭悟 氏，藤島千凡 氏，武埴賢人 氏，また、内田研究室の卒業生である寺島悠太 修士，三井湧方 修士，小田章裕 修士，高林瑞穂 修士，藤井聖広 学士，廣田和幹 学士に対して深く感謝いたします。

そして、本研究から日常生活において様々な面で手助けをして頂いた埼玉大学 大学院 理工学研究科 数理電子情報系専攻 情報工学コース 内田研究室 修士課程 2 年 大熊智彦 学士，修士課程 1 年 土田朝陽 学士，井上聡太 学士，酒巻里衣 学士，工藤翔大 学士，そして、埼玉大学 工学部 情報システム工学科 内田研究室 学部 4 年 野上倫 氏，川上敦也 氏，沼田新 氏，澤山太一 氏に深く感謝致します。

最後に、全ての面で私を支援してくださった家族をはじめとする皆様に心より感謝いたします。

# 公表論文

## 公刊論文

- T. Mihana, Y. Terashima, M. Naruse, S.-J. Kim, A. Uchida, “Memory effect on adaptive decision making with a chaotic semiconductor laser,” *Complexity*, Vol. 2018, Article ID 4318127, pp. 1–8 (2018).
- T. Mihana, Y. Mitsui, M. Takabayashi, K. Kanno, S. Sunada, M. Naruse, A. Uchida, “Decision making for the multi-armed bandit problem using lag synchronization of chaos in mutually coupled semiconductor lasers,” *Optics Express*, Vol. 27, No. 19, pp. 26989–27008 (2019).
- T. Mihana, K. Fujii, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Laser network decision making by lag synchronization of chaos in a ring configuration,” *Optics Express*, Vol. 28, No. 26, pp. 40112–40130 (2020).
- M. Naruse, T. Mihana, H. Hori, H. Saigo, K. Okamura, M. Hasegawa, A. Uchida, “Scalable photonic reinforcement learning by time-division multiplexing of laser chaos,” *Scientific Reports*, Vol. 8, Article No. 10890, pp. 1–16 (2018).
- R. Homma, S. Kochi, T. Niiyama, T. Mihana, Y. Mitsui, K. Kanno, A. Uchida, M. Naruse, S. Sunada, “On-chip photonic decision maker using spontaneous mode switching in a ring laser,” *Scientific Reports*, Vol. 9, Article No. 9429, pp. 1–9 (2019).
- A. Oda, T. Mihana, K. Kanno, M. Naruse, and A. Uchida, “Adaptive decision making using a chaotic semiconductor laser for multi-armed bandit problem with time-varying hit probabilities,” *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, Vol. 13, No. 1, pp. 112–122 (2022).

## 国際会議 (Proceeding あり, 査読付き)

- T. Mihana, Y. Terashima, M. Naruse, S.-J. Kim, A. Uchida, “Adaptation

of decision making with chaotic semiconductor laser,” Proceedings of 2017 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2017), Vol. 1, pp. 275–278 (2017), Cancun, Mexico, December 4-7, 2017.

- T. Mihana, Y. Mitsui, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Decision making using lag synchronization of chaos mutually-coupled semiconductor lasers,” Proceedings of 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2018), Vol. 1, pp. 215–218 (2018), Tarragona, Spain, September 2-6, 2018.
- T. Mihana, Y. Mitsui, M. Takabayashi, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Decision making using lag synchronization of chaos in mutually-coupled semiconductor lasers,” Frontiers in Optics (FiO 2019), Washington DC, USA, September 16-20, 2019.
- T. Mihana, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Laser network for lag synchronization of chaos and scalable decision making,” Proceedings of 2019 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2019), Vol. 1, pp. 481–484 (2019), Kuala Lumpur, Malaysia, December 2-6, 2019.
- T. Mihana, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Decision making for solving competing bandit problem using scalable laser network,” Proceedings of 2020 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2020), Vol. 1, pp. 298–301 (2020), Virtual online conference, November 16-19, 2020.
- T. Mihana, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Photonic decision making for competitive multi-armed bandit problem using synchronized laser network,” Proceedings of International Symposium on Physics and Applications of Laser Dynamics 2021 (IS-PALD 2021), Vol. 1, pp. 73–74 (2021), Virtual online conference, November 16-18, 2021.
- Y. Mitsui, T. Mihana, K. Kanno, A. Uchida, “Experiment on leader-laggard relationship in mutually-coupled semiconductor lasers with time delay,” Proceedings of 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2018), Vol. 1, pp. 219–222 (2018), Tarragona, Spain, September 2-6, 2018.
- A. Oda, T. Mihana, K. Kanno, M. Naruse A. Uchida, “Decision making for multi-armed bandit problem in dynamically changing environments using chaotic laser signals,” Proceedings of 2019 International Sympo-

sium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2019), Vol. 1, pp. 473–476 (2019), Kuala Lumpur, Malaysia, December 2-6, 2019.

- M. Takabayashi, Y. Mitsui, T. Mihana, K. Kanno, A. Uchida, “Experiment on decision making using lag synchronization of chaos in mutually-coupled semiconductor lasers with time delay,” Proceedings of 2019 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2019), Vol. 1, pp. 477–480 (2019), Kuala Lumpur, Malaysia, December 2-6, 2019.
- M. Takabayashi, T. Mihana, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Experiment on spontaneous switching of leader-laggard relationship in coupled three semiconductor lasers for decision making,” Proceedings of 2020 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2020), Vol. 1, pp. 294–297 (2020), Virtual online conference, November 16-19, 2020.
- K. Morijiri, T. Mihana, K. Kanno, M. Naruse, A. Uchida, “Decision making in the multi-armed bandit problem using chaotic temporal waveforms,” Proceedings of International Symposium on Physics and Applications of Laser Dynamics 2021 (IS-PALD 2021), Vol. 1, pp. 71–72 (2021), Virtual online conference, November 16-18, 2021.
- S. Inoue, T. Mihana, S. Ohara, K. Kanno, A. Uchida, “Prediction of intermittent chaos in a semiconductor laser with short external cavity,” Proceedings of International Symposium on Physics and Applications of Laser Dynamics 2021 (IS-PALD 2021), Vol. 1, pp. 3–4 (2021), Virtual online conference, November 16-18, 2021.

#### 国内会議

- 巳鼻 孝朋, 寺島 悠太, 成瀬 誠, 金 成主, 内田 淳史, “半導体レーザカオスを用いた超高速意思決定における適応性の調査,” 2017年 第64回春季応用物理学会学術講演会, パシフィコ横浜, 横浜, 2017年3月14~17日.
- 巳鼻 孝朋, 寺島 悠太, 成瀬 誠, 金 成主, 内田 淳史, “半導体レーザカオスを用いた意思決定における記憶係数による適応性と収束性,” 2017年 電子情報通信学会 非線形問題研究会, 宮古島マリンターミナル, 宮古, 2017年7月13~14日.
- 巳鼻 孝朋, 寺島 悠太, 成瀬 誠, 金 成主, 内田 淳史, “綱引き理論に基づく半導体レーザカオスを用いた意思決定の性能分析,” 2017年 第78回秋

季応用物理学学会学術講演会, 福岡国際会議場, 博多, 2017年9月5~8日.

- 巳鼻 孝朋, 三井 湧方, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “相互結合された半導体レーザーにおける遅延カオス同期を用いた意思決定の数値解析,” 2018年 第79回秋季応用物理学学会学術講演会, 名古屋国際会議場, 名古屋, 2018年9月18~21日.
- 巳鼻 孝朋, 三井 湧方, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “レーザーカオス同期の自発的スイッチング現象を用いた意思決定の数値計算,” 2019年 電子情報通信学会 非線形問題研究会, 北海道大学, 札幌, 2019年1月23~24日.
- 巳鼻 孝朋, 三井 湧方, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “レーザーの遅延カオス同期を用いた強化学習と意思決定の性能評価,” 2019年 第66回春季応用物理学学会学術講演会, 東京工業大学, 東京, 2019年3月9~12日.
- 巳鼻 孝朋, 藤井 聖広, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “綱引き理論に基づく半導体レーザーネットワークを用いた意思決定,” 2020年レーザー学会第541回研究会「レーザーのカオス・ノイズダイナミクスとその応用」, 山本光学株式会社 東京支店, 東京, 2020年2月28日.
- 巳鼻 孝朋, 藤井 聖広, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “一方向リングレーザーネットワークにおける遅延カオス同期と意思決定,” 2020年 第67回春季応用物理学学会学術講演会, 上智大学, 東京, 2020年3月12~15日.
- 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “レーザーネットワークの遅延カオス同期を用いた意思決定,” 2020年 第81回応用物理学学会秋季学術講演会, オンライン会議, 2020年9月8~11日.
- 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “半導体レーザーを用いた一方向結合リング状ネットワークによる意思決定,” 2021年 レーザー学会学術講演会第41回年次大会, オンライン会議, 2021年1月18~20日.
- 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “半導体レーザーネットワークを用いた競合バンディット問題における意思決定,” 2021年レーザー学会第550回研究会「レーザーのカオス・ノイズダイナミクスとその応用」, オンライン会議, 2021年2月26日.
- 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “レーザーネットワークの同期現象を用いた競合バンディット問題における意思決定,” 2021年 第82回応用物理学学会秋季学術講演会, オンライン会議, 2021年9月10~13日.
- 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “半導体レーザーネットワークの



遅延カオス同期を用いた競合的意思決定,” 日本光学会年次学術講演会 Optics & Photonics Japan 2021 (OPJ 2021), オンライン会議, 2021 年 10 月 26~29 日.

- 三井 湧方, 巳鼻 孝朋, 小原 翔馬, 内田 淳史, “相互結合された 2 つの半導体レーザを用いた遅延カオス同期実験におけるリーダー-ラガード関係,” 2017 年 第 78 回秋季応用物理学会学術講演会, 福岡国際会議場, 博多, 2017 年 9 月 5~8 日.
- 三井 湧方, 巳鼻 孝朋, 小原 翔馬, 内田 淳史, “相互結合型半導体レーザにおけるリーダー-ラガード同期,” 2017 年 日本光学会年次学術講演会, 筑波大学, 東京, 2017 年 10 月 30 日~11 月 2 日.
- 小田 章裕, 巳鼻 孝朋, 成瀬 誠, 内田 淳史, “半導体レーザカオスを用いた事前知識なしにおける意思決定の調査,” 2018 年 第 65 回春季応用物理学会学術講演会, 早稲田大学, 東京, 2018 年 3 月 17~20 日.
- 成瀬 誠, 巳鼻 孝朋, 堀 裕和, 西郷 甲矢人, 岡村 和弥, 内田 淳史, “レーザカオスの時分割多重によるスケーラブルな強化学習,” 2018 年 第 65 回春季応用物理学会学術講演会, 早稲田大学, 東京, 2018 年 3 月 17~20 日.
- 三井 湧方, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 内田 淳史, “相互結合された半導体レーザの遅延カオス同期における自発的スイッチング実験,” 2018 年 第 79 回秋季応用物理学会学術講演会, 名古屋国際会議場, 名古屋, 2018 年 9 月 18~21 日.
- 小田 章裕, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “当たり確率が変化する多本腕バンディット問題におけるレーザカオスを用いた強化学習と意思決定,” 2019 年 第 66 回春季応用物理学会学術講演会, 東京工業大学, 東京, 2019 年 3 月 9~12 日.
- 成瀬 誠, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 内田 淳史, “カオス時系列を用いた敵対的生成ネットワーク (CHAOS GAN),” 2019 年 第 66 回春季応用物理学会学術講演会, 東京工業大学, 東京, 2019 年 3 月 9~12 日.
- 三井 湧方, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 内田 淳史, “結合半導体レーザの遅延カオス同期を用いた意思決定実験,” 2019 年 電子情報通信学会総合大会, 早稲田大学, 東京, 2019 年 3 月 19~22 日.
- 高林 瑞穂, 三井 湧方, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “相互結合された半導体レーザの遅延カオス同期を用いた意思決定実験,” 2019 年 第 80 回応用物理学会秋季学術講演会, 北海道大学, 北海道, 2019 年 9 月 18~21 日.

- 小田 章裕, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “非定常な報酬確率のバンディット問題における半導体レーザカオスを用いた意思決定,” 2020 年 第 67 回応用物理学会春季学術講演会, 上智大学, 東京, 2020 年 3 月 12~15 日.
- 高林 瑞穂, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “一方向結合された 3 つの半導体レーザにおける遅延カオス同期実験,” 2020 年 第 81 回応用物理学会秋季学術講演会, オンライン会議, 2020 年 9 月 8~11 日.
- 高林 瑞穂, 廣田 和幹, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “3 つの半導体レーザにおける遅延カオス同期を用いた意思決定実験,” 2021 年 第 68 回応用物理学会春季学術講演会, オンライン会議, 2021 年 3 月 16~19 日.
- 森尻 健正, 巳鼻 孝朋, 菅野 円隆, 成瀬 誠, 内田 淳史, “複数の半導体レーザカオス波形比較による意思決定手法の性能調査,” 2021 年 第 82 回応用物理学会秋季学術講演会, オンライン会議, 2021 年 9 月 10~13 日.
- 井上 聡太, 巳鼻 孝朋, 小原 翔馬, 菅野 円隆, 内田 淳史, “短い外部共振器を有する半導体レーザにおける間欠性カオスの検知と予測,” 2021 年 第 82 回応用物理学会秋季学術講演会, オンライン会議, 2021 年 9 月 10~13 日.
- 井上 聡太, 巳鼻 孝朋, 小原 翔馬, 菅野 円隆, 内田 淳史, “戻り光半導体レーザで生じる間欠性カオスの制御,” 日本光学会年次学術講演会 Optics & Photonics Japan 2021 (OPJ 2021), オンライン会議, 2021 年 10 月 26~29 日.

#### 研究助成

- 公益財団法人 NEC C&C 財団 2017 年度後期国際会議論文発表者助成

## 参考文献

- [1] G. E. Moore, “Cramming more components onto integrated circuits,” Proceedings of the IEEE, Vol. 86, No. 1, pp. 82–85 (1998).
- [2] 稲葉 文男, 一岡 芳樹, “光コンピューティングの事典 普及版,” 朝倉書店 (1997).
- [3] K. Kitayama, M. Notomi, M. Naruse, K. Inoue, S. Kawakami, and A. Uchida, “Novel frontier of photonics for data processing—photonic accelerator,” APL Photonics, Vol. 4, No. 9, pp. 090901 (2019).
- [4] S. Cartwright, “New optical matrix–vector multiplier,” Applied Optics, Vol. 23, No. 11, pp. 1683–1684 (1984).
- [5] M. Reck, A. Zeilinger, H. J. Bernstein, and P. Bertani, “Experimental realization of any discrete unitary operator,” Physical review letters, Vol. 73, No. 1, pp. 58 (1994).
- [6] M. Gruber, J. Jahns, and S. Sinzinger, “Planar-integrated optical vector-matrix multiplier,” Applied Optics, Vol. 39, No. 29, pp. 5367–5373 (2000).
- [7] W. R. Clements, P. C. Humphreys, B. J. Metcalf, W. S. Kolthammer, and I. A. Walmsley, “Optimal design for universal multiport interferometers,” Optica, Vol. 3, No. 12, pp. 1460–1465 (2016).
- [8] Y. Shen, N. C. Harris, S. Skirlo, M. Prabhu, T. Baehr-Jones, M. Hochberg, X. Sun, S. Zhao, H. Larochelle, D. Englund, et al., “Deep learning with coherent nanophotonic circuits,” Nature Photonics, Vol. 11, No. 7, pp. 441–446 (2017).
- [9] A. N. Tait, T. F. De Lima, E. Zhou, A. X. Wu, M. A. Nahmias, B. J. Shastri, and P. R. Prucnal, “Neuromorphic photonic networks using silicon photonic weight banks,” Scientific Reports, Vol. 7, Article No. 7430, pp. 1–10 (2017).

- [10] M. Bahadori, M. Nikdast, S. Rumley, L. Y. Dai, N. Janosik, T. Van Vaerenbergh, A. Gazman, Q. Cheng, R. Polster, and K. Bergman, “Design space exploration of microring resonators in silicon photonic interconnects: Impact of the ring curvature,” *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 36, No. 13, pp. 2767–2782 (2018).
- [11] K. Nozaki, S. Matsuo, T. Fujii, K. Takeda, M. Ono, A. Shakoor, E. Kuramochi, and M. Notomi, “Photonic-crystal nano-photodetector with ultra-small capacitance for on-chip light-to-voltage conversion without an amplifier,” *Optica*, Vol. 3, No. 5, pp. 483–492 (2016).
- [12] K. Nozaki, S. Matsuo, T. Fujii, K. Takeda, A. Shinya, E. Kuramochi, and M. Notomi, “Forward-biased nanophotonic detector for ultralow-energy dissipation receiver,” *APL Photonics*, Vol. 3, No. 4, pp. 046101 (2018).
- [13] L. Appeltant, M. C. Soriano, G. J. Danckaert, S. Massar, J. Dambre, B. Schrauwen, C. R. Mirasso, and I. Fischer, “Information processing using a single dynamical node as complex system,” *Nature Communications*, Vol. 2, No. 468, pp. 1–6 (2011).
- [14] L. Larger, M. C. Soriano, D. Brunner, L. Appeltant, J. M. Gutierrez, L. Pesquera, C. R. Mirasso, and I. Fischer, “Photonic information processing beyond turing: an optoelectronic implementation of reservoir computing,” *Optics Express*, Vol. 20, No. 3, pp. 3241–3249 (2012).
- [15] Y. Paquot, F. Duport, A. Smerieri, J. Dambre, B. Schrauwen, M. Haelterman, and S. Massar, “Optoelectronic reservoir computing,” *Scientific Reports*, Vol. 2, Article No. 287, pp. 1–6 (2012).
- [16] F. Duport, B. Schneider, A. Smerieri, M. Haelterman, and S. Massar, “All-optical reservoir computing,” *Optics Express*, Vol. 20, No. 20, pp. 22783 (2012).
- [17] D. Brunner, M. C. Soriano, C. R. Mirasso, and I. Fischer, “Parallel photonic information processing at gigabyte per second data rates using transient states,” *Nature communications*, Vol. 4, No. 1, pp. 1–7 (2013).
- [18] J. Bueno, D. Brunner, M. C. Soriano, and I. Fischer, “Conditions for reservoir computing performance using semiconductor lasers with delayed optical feedback,” *Optics Express*, Vol. 25, No. 3, pp. 2401–2412 (2017).

- [19] J. Nakayama, K. Kanno, and A. Uchida, “Laser dynamical reservoir computing with consistency: an approach of a chaos mask signal,” *Optics express*, Vol. 24, No. 8, pp. 8679–8692 (2016).
- [20] J. Bueno, S. Maktoobi, L. Froehly, I. Fischer, M. Jacquot, L. Larger, and D. Brunner, “Reinforcement learning in a large-scale photonic recurrent neural network,” *Optica*, Vol. 5, No. 6, pp. 756–760 (2018).
- [21] C. Sugano, K. Kanno, and A. Uchida, “Reservoir computing using multiple lasers with feedback on a photonic integrated circuit,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, Vol. 26, No. 1, pp. 1–9 (2019).
- [22] M. Naruse, M. Berthel, A. Drezet, S. Huant, M. Aono, H. Hori, and S.-J. Kim, “Single-photon decision maker,” *Scientific Reports*, Vol. 5, Article No. 13253, pp. 1–9 (2015).
- [23] M. Naruse, M. Berthel, A. Drezet, S. Huant, H. Hori, and S.-J. Kim, “Single photon in hierarchical architecture for physical decision making: Photon intelligence,” *ACS Photonics*, Vol. 3, No. 12, pp. 2505–2514 (2016).
- [24] S.-J. Kim, M. Naruse, M. Aono, M. Ohtsu, and M. Hara, “Decision maker based on nanoscale photo-excitation transfer,” *Scientific Reports*, Vol. 3, Article No. 2370, pp. 1–7 (2013).
- [25] M. Naruse, W. Nomura, M. Aono, M. Ohtsu, Y. Sonnefraud, A. Drezet, S. Huant, and S.-J. Kim, “Decision making based on optical excitation transfer via near-field interactions between quantum dots,” *Journal of Applied Physics*, Vol. 116, No. 15, pp. 1–8 (2014).
- [26] M. Naruse, Y. Terashima, A. Uchida, and S.-J. Kim, “Ultrafast photonic reinforcement learning based on laser chaos,” *Scientific Reports*, Vol. 7, Article No. 8772, pp. 1–10 (2017).
- [27] M. Naruse, T. Mihana, H. Hori, H. Saigo, K. Okamura, M. Hasegawa, and A. Uchida, “Scalable photonic reinforcement learning by time-division multiplexing of laser chaos,” *Scientific Reports*, Vol. 8, Article No. 10890, pp. 1–16 (2018).
- [28] T. Mihana, Y. Terashima, M. Naruse, S.-J. Kim, and A. Uchida, “Memory effect on adaptive decision making with a chaotic semiconductor laser,” *Complexity*, Vol. 2018, Article ID 4318127, pp. 1–8 (2018).

- [29] R. Homma, S. Kochi, T. Niiyama, T. Mihana, Y. Mitsui, K. Kanno, A. Uchida, M. Naruse, and S. Sunada, “On-chip photonic decision maker using spontaneous mode switching in a ring laser,” *Scientific Reports*, Vol. 9, Article No. 9429, pp. 1–9 (2019).
- [30] Y. Ma, S. Xiang, X. Guo, Z. Song, A. Wen, and Y. Hao, “Time-delay signature concealment of chaos and ultrafast decision making in mutually coupled semiconductor lasers with a phase-modulated sagnac loop,” *Optics Express*, Vol. 28, No. 2, pp. 1665–1678 (2020).
- [31] Y. Han, S. Xiang, Y. Wang, Y. Ma, B. Wang, A. Wen, and Y. Hao, “Generation of multi-channel chaotic signals with time delay signature concealment and ultrafast photonic decision making based on a globally-coupled semiconductor laser network,” *Photonics Research*, Vol. 8, No. 11, pp. 1792–1799 (2020).
- [32] N. Chauvet, D. Jegouso, B. Boulanger, H. Saigo, K. Okamura, H. Hori, A. Drezet, S. Huant, G. Bachelier, and M. Naruse, “Entangled-photon decision maker,” *Scientific Reports*, Vol. 9, Article No. 12229, pp. 1–14 (2019).
- [33] N. Chauvet, G. Bachelier, S. Huant, H. Saigo, H. Hori, and M. Naruse, “Entangled n-photon states for fair and optimal social decision making,” *Scientific Reports*, Vol. 10, Article No. 20420, pp. 1–12 (2020).
- [34] T. Amakasu, N. Chauvet, G. Bachelier, S. Huant, R. Horisaki, and M. Naruse, “Conflict-free collective stochastic decision making by orbital angular momentum of photons through quantum interference,” *Scientific Reports*, Vol. 11, Article No. 21117, pp. 1–13 (2021).
- [35] R. S. Sutton and A. G. Barto, *Reinforcement learning: An introduction*, MIT Press (1998).
- [36] H. Robbins, “Some aspects of the sequential design of experiments,” *Bulletin of the American Mathematical Society*, Vol. 58, No. 5, pp. 527–536 (1952).
- [37] D. Silver, A. Huang, C. J. Maddison, A. Guez, L. Sifre, George, J. Schrittwieser, I. Antonoglou, V. Panneershelvam, M. Lanctot, S. Dieleman, D. Grewe, J. Nham, N. Kalchbrenner, I. Sutskever, T. Lillicrap, M. Leach, K. Kavukcuoglu, T. Graepel, and D. Hassabis, “Mastering the game of go

- with deep neural networks and tree search,” *Nature*, Vol. 529, No. 7587, pp. 484–489 (2016).
- [38] D. Silver, J. Schrittwieser, K. Simonyan, I. Antonoglou, A. Huang, A. Guez, T. Hubert, L. Baker, M. Lai, A. Bolton, Y. Chen, T. Lillicrap, F. Hui, L. Sifre, G. Van Den Driessche, T. Graepel, and D. Hassabis, “Mastering the game of go without human knowledge,” *Nature*, Vol. 550, No. 7676, pp. 354–359 (2017).
- [39] O. B. Kroemer, R. Detry, J. Piater, and J. Peters, “Combining active learning and reactive control for robot grasping,” *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 58, No. 9, pp. 1105–1116 (2010).
- [40] L. Lai, H. El Gamal, H. Jiang, and H. V. Poor, “Cognitive medium access: Exploration, exploitation, and competition,” *IEEE transactions on mobile computing*, Vol. 10, No. 2, pp. 239–253 (2010).
- [41] L. Besson and E. Kaufmann. “Multi-Player Bandits Revisited,” (2018). <http://proceedings.mlr.press/v83/besson18a/besson18a.pdf>.
- [42] A. Uchida, K. Amano, M. Inoue, K. Hirano, S. Naito, H. Someya, I. Oowada, T. Kurashige, M. Shiki, S. Yoshimori, et al., “Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers,” *Nature Photonics*, Vol. 2, No. 12, pp. 728–732 (2008).
- [43] R. Sakuraba, K. Iwakawa, K. Kanno, and A. Uchida, “Tb/s physical random bit generation with bandwidth-enhanced chaos in three-cascaded semiconductor lasers,” *Optics express*, Vol. 23, No. 2, pp. 1470–1490 (2015).
- [44] K. Ugajin, Y. Terashima, K. Iwakawa, A. Uchida, T. Harayama, K. Yoshimura, and M. Inubushi, “Real-time fast physical random number generator with a photonic integrated circuit,” *Optics express*, Vol. 25, No. 6, pp. 6511–6523 (2017).
- [45] N. Okada, M. Hasegawa, N. Chauvet, A. Li, and M. Naruse, “Analysis on effectiveness of surrogate data-based laser chaos decision maker,” *Complexity*, Vol. 2021, Article ID 8877660, pp. 1–9 (2021).
- [46] S. Takeuchi, M. Hasegawa, K. Kanno, A. Uchida, N. Chauvet, and M. Naruse, “Dynamic channel selection in wireless communications via a multi-armed

- bandit algorithm using laser chaos time series,” *Scientific Reports*, Vol. 10, Article No. 1574, pp. 1–7 (2020).
- [47] 802.11 WG - Wireless LAN Working Group, “IEEE standard for information technology–telecommunications and information exchange between systems - local and metropolitan area networks–specific requirements - part 11: Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications,” *IEEE Std 802.11-2020 (Revision of IEEE Std 802.11-2016)*, pp. 1–4379 (2016).
- [48] D. Soma, Y. Wakayama, S. Beppu, S. Sumita, T. Tsuritani, T. Hayashi, T. Nagashima, M. Suzuki, H. Takahashi, K. Igarashi, et al. “10.16 peta-bit/s dense sdm/wdm transmission over low-dmd 6-mode 19-core fibre across c+ l band,” . In *2017 European Conference on Optical Communication (ECOC)*, pp. 1–3 (2017).
- [49] K. Katayama, K. Takano, S. Amakawa, S. Hara, A. Kasamatsu, K. Mizuno, K. Takahashi, T. Yoshida, and M. Fujishima. “20.1 a 300ghz 40nm cmos transmitter with 32-qam 17.5gb/s/ch capability over 6 channels,” . In *2016 IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC)*, pp. 342–343 (2016). doi: 10.1109/ISSCC.2016.7418047.
- [50] K. Yoshimura, J. Muramatsu, P. Davis, T. Harayama, H. Okumura, S. Morikatsu, H. Aida, and A. Uchida, “Secure key distribution using correlated randomness in lasers driven by common random light,” *Physical review letters*, Vol. 108, No. 7, pp. 070602 (2012).
- [51] H. Koizumi, S. Morikatsu, H. Aida, T. Nozawa, I. Kakesu, A. Uchida, K. Yoshimura, J. Muramatsu, and P. Davis, “Information-theoretic secure key distribution based on common random-signal induced synchronization in unidirectionally-coupled cascades of semiconductor lasers,” *Optics Express*, Vol. 21, No. 15, pp. 17869–17893 (2013).
- [52] T. Sasaki, I. Kakesu, Y. Mitsui, D. Rontani, A. Uchida, S. Sunada, K. Yoshimura, and M. Inubushi, “Common-signal-induced synchronization in photonic integrated circuits and its application to secure key distribution,” *Optics Express*, Vol. 25, No. 21, pp. 26029–26044 (2017).
- [53] T. Heil, I. Fischer, W. Elsässer, J. Mulet, and C. R. Mirasso, “Chaos synchronization and spontaneous symmetry-breaking in symmetrically delay-coupled



- semiconductor lasers,” *Physical Review Letters*, Vol. 86, No. 5, pp. 795–798 (2001).
- [54] E. A. Rogers-Dakin, J. García-Ojalvo, D. J. DeShazer, and R. Roy, “Synchronization and symmetry breaking in mutually coupled fiber lasers,” *Physical Review E*, Vol. 73, No. 4, pp. 045201 (2006).
- [55] R. Vicente, C. R. Mirasso, and I. Fischer, “Simultaneous bidirectional message transmission in a chaos-based communication scheme,” *Optics Letters*, Vol. 32, No. 4, pp. 403–405 (2007).
- [56] E. Klein, N. Gross, M. Rosenbluh, W. Kinzel, L. Khaykovich, and I. Kanter, “Stable isochronal synchronization of mutually coupled chaotic lasers,” *Physical Review E*, Vol. 73, No. 6, pp. 006214 (2006).
- [57] J. F. M. Avila and J. R. R. Leite, “Time delays in the synchronization of chaotic coupled lasers with feedback,” *Optics Express*, Vol. 17, No. 24, pp. 21442–21451 (2009).
- [58] M. Peil, L. Larger, and I. Fischer, “Versatile and robust chaos synchronization phenomena imposed by delayed shared feedback coupling,” *Physical Review E*, Vol. 76, No. 4, pp. 045201 (2007).
- [59] J. M. Buldú, M. C. Torrent, and J. García-Ojalvo, “Synchronization in semiconductor laser rings,” *Journal Light. Technol.*, Vol. 25, No. 6, pp. 1549–1554 (2007).
- [60] I. Fischer, R. Vicente, J. M. Buldu, M. Peil, C. R. Mirasso, M. C. Torrent, and J. Garcia-Ojalvo, “Zero-lag long-range synchronization via dynamical relaying,” *Physical Review Letters*, Vol. 97, No. 12, pp. 123902 (2006).
- [61] K. Kanno, T. Hida, A. Uchida, and M. Bunsen, “Spontaneous exchange of leader-laggard relationship in mutually coupled synchronized semiconductor lasers,” *Physical Review E*, Vol. 95, No. 5, pp. 052212 (2017).
- [62] 本多 淳也, 中村 篤祥, “バンディット問題の理論とアルゴリズム,” 講談社 (2016).
- [63] L. Lai, H. El Gamal, H. Jiang, and H. V. Poor, “Cognitive medium access: Exploration, exploitation, and competition,” *IEEE Transactions on Mobile Computing*, Vol. 10, No. 2, pp. 239–253 (2010).

- [64] P. Auer, N. Cesa-Bianchi, and P. Fischer, “Finite-time analysis of the multiarmed bandit problem,” *Machine Learning*, Vol. 47, No. 2, pp. 235–256 (2002).
- [65] J.-Y. Audibert, R. Munos, and C. Szepesvári, “Exploration–exploitation tradeoff using variance estimates in multi-armed bandits,” *Theoretical Computer Science*, Vol. 410, No. 19, pp. 1876–1902 (2009).
- [66] A. Garivier and O. Cappé. “The kl-ucb algorithm for bounded stochastic bandits and beyond,” . In *Proceedings of the 24th Annual Conference on Learning theory*, pp. 359–376 (2011).
- [67] S.-J. Kim, M. Aono, and M. Hara, “Tug-of-war model for the two-bandit problem: Nonlocally-correlated parallel exploration via resource conservation,” *BioSystems*, Vol. 101, No. 1, pp. 29–36 (2010).
- [68] S.-J. Kim, M. Aono, and E. Nameda, “Efficient decision-making by volume-conserving physical object,” *New Journal of Physics*, Vol. 17, No. 8, pp. 083023 (2015).
- [69] S.-J. Kim, M. Naruse, and M. Aono, “Harnessing the computational power of fluids for optimization of collective decision making,” *Philosophies*, Vol. 1, No. 3, pp. 245–260 (2016).
- [70] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. Spreeuw, and J. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes,” *Physical review A*, Vol. 45, No. 11, pp. 8185 (1992).
- [71] A. Pinheiro, C. Souza, D. Caetano, J. Huguenin, A. Schmidt, and A. Khoury, “Vector vortex implementation of a quantum game,” *Journal of the Optical Society of America B*, Vol. 30, No. 12, pp. 3210–3214 (2013).
- [72] W. F. Balthazar, M. H. M. Passos, A. G. M. Schmidt, D. P. Caetano, and J. A. O. Huguenin, “Experimental realization of the quantum duel game using linear optical circuits,” *Journal of Physics B*, Vol. 48, No. 16, pp. 165505 (2015).
- [73] J. Wang, J.-Y. Yang, I. M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur, et al., “Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing,” *Nature Photonics*, Vol. 6, No. 7, pp. 488–496 (2012).

- [74] Z. Duan, A. Li, N. Okada, Y. Ito, N. Chauvet, M. Naruse, and M. Hasegawa, “User pairing using laser chaos decision maker for noma systems,” *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, Vol. 13, No. 1, pp. 72–83 (2022).
- [75] K. Kanno, M. Naruse, and A. Uchida, “Adaptive model selection in photonic reservoir computing by reinforcement learning,” *Scientific Reports*, Vol. 10, Article No. 10062, pp. 1–12 (2020).
- [76] 水戸 遼平, “電気光遅延システムにおけるリザーバコンピューティングと強化学習を用いた適応的モデル選択,” 令和2年度埼玉大学大学院理工学研究科数理電子情報系専攻情報システム工学コース修士論文, 2021年2月.
- [77] R. Mito, K. Kanno, M. Naruse, and A. Uchida, “Experimental demonstration of adaptive model selection based on reinforcement learning in photonic reservoir computing,” *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, Vol. 13, No. 1, pp. 123–138 (2022).
- [78] H. Haken, “*Laser Light Dynamics*,” Volume 2, North-Holland Amsterdam (1985).
- [79] J. Ohtsubo, “*Semiconductor Lasers: Stability, Instability and Chaos Fourth Edition*,” Volume 111, Springer (2017).
- [80] F. Arecchi and R. Bonifacio, “Theory of optical maser amplifiers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 1, No. 4, pp. 169–178 (1965).
- [81] E. N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow,” *Journal of atmospheric sciences*, Vol. 20, No. 2, pp. 130–141 (1963).
- [82] H. Haken, “Analogy between higher instabilities in fluids and lasers,” *Physics Letters A*, Vol. 53, No. 1, pp. 77–78 (1975).
- [83] F. Arecchi, G. Lippi, G. Puccioni, and J. Tredicce, “Deterministic chaos in laser with injected signal,” *Optics communications*, Vol. 51, No. 5, pp. 308–314 (1984).
- [84] J. R. Tredicce, F. T. Arecchi, G. L. Lippi, and G. P. Puccioni, “Instabilities in lasers with an injected signal,” *Journal of the Optical Society of America B*, Vol. 2, No. 1, pp. 173–183 (1985).

- [85] A. Uchida, “*Optical Communication with Chaotic Lasers: Applications of Nonlinear Dynamics and Synchronization*,” Wiley-VCH (2012).
- [86] 菅野 円隆, “時間遅延フィードバック光を有する半導体レーザカオスにおける複雑性解析,” 平成 25 年度埼玉大学大学院理工学研究科理工学専攻数理電子情報コース博士論文, 2014 年 2 月.
- [87] R. Lang and K. Kobayashi, “External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 16, No. 3, pp. 347–355 (1980).
- [88] A. Yariv and P. Yeh, “*Photonics: Optical Electronics in Modern Communications 6th Edition*,” Oxford University Press (2007).
- [89] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, “*Semiconductor Lasers*,” Springer (1993).
- [90] T. Sano, “Antimode dynamics and chaotic itinerancy in the coherence collapse of semiconductor lasers with optical feedback,” *Physical Review A*, Vol. 50, No. 3, pp. 2719 (1994).
- [91] I. Fischer, G. Van Tartwijk, A. Levine, W. Elsässer, E. Göbel, and D. Lenstra, “Fast pulsing and chaotic itinerancy with a drift in the coherence collapse of semiconductor lasers,” *Physical review letters*, Vol. 76, No. 2, pp. 220 (1996).
- [92] Y. Takiguchi, H. Fujino, and J. Ohtsubo, “Experimental synchronization of chaotic oscillations in externally injected semiconductor lasers in a low-frequency fluctuation regime.,” *Optics Letters*, Vol. 24, No. 22, pp. 1570–2 (1999).
- [93] I. Fischer, R. Vicente, J. M. Buldú, M. Peil, C. R. Mirasso, M. Torrent, and J. García-Ojalvo, “Zero-lag long-range synchronization via dynamical relaying,” *Physical review letters*, Vol. 97, No. 12, pp. 123902 (2006).
- [94] A. K. Dal Bosco, S. Ohara, N. Sato, Y. Akizawa, A. Uchida, T. Harayama, and M. Inubushi, “Dynamics versus feedback delay time in photonic integrated circuits: Mapping the short cavity regime,” *IEEE Photonics Journal*, Vol. 9, No. 2, pp. 1–12 (2017).
- [95] D. Brunner, M. C. Soriano, X. Porte, and I. Fischer, “Experimental phase-space tomography of semiconductor laser dynamics,” *Physical Review Letters*, Vol. 115, pp. 053901 (2015).

- [96] H. G. Winful and L. Rahman, “Synchronized chaos and spatiotemporal chaos in arrays of coupled lasers,” *Physical Review Letters*, Vol. 65, No. 13, pp. 1575 (1990).
- [97] J. Ohtsubo, R. Ozawa, and M. Nanbu, “Synchrony of small nonlinear networks in chaotic semiconductor lasers,” *Japanese Journal Applied Physical*, No. 54, pp. 072702 (2015).
- [98] M. Nixon, M. Fridman, E. Ronen, A. A. Friesem, N. Davidson, and I. Kanter, “Controlling synchronization in large laser networks,” *Physical review letters*, Vol. 108, No. 21, pp. 214101 (2012).
- [99] M. Nixon, M. Friedman, E. Ronen, A. A. Friesem, N. Davidson, and I. Kanter, “Synchronized cluster formation in coupled laser networks,” *Physical review letters*, Vol. 106, No. 22, pp. 223901 (2011).
- [100] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, “*Digital Signal Processing*,” Englewood Cliffs, New York (1983).
- [101] T. Heil, I. Fischer, and W. Elsässer, “Coexistence of low-frequency fluctuations and stable emission on a single high-gain mode in semiconductor lasers with external optical feedback,” *Physical Review A*, Vol. 58, No. 4, pp. R2672–R2675 (1998).
- [102] 内田 淳史, “複雑系フォトリクス レーザカオスの同期と光情報通信への応用,” 共立出版 (2016).
- [103] 秋澤 康裕, “高速カオス発生用光集積回路の非線形ダイナミクス,” 平成 24 年度埼玉大学大学院理工学研究科数理電子情報系専攻情報システム工学コース修士論文, 2013 年 2 月.
- [104] T. Niiyama and S. Sunada, “Power-law fluctuations near critical point in semiconductor lasers with delayed feedback,” *arXiv:2111.05667*, pp. 1–10 (2021).
- [105] S.-J. Kim and M. Aono, “Amoeba-inspired algorithm for cognitive medium access,” *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, Vol. 5, No. 2, pp. 198–209 (2014).