氏　　　　名	長谷川　大
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記号番号	博理工甲第 866 号
学位授与年月日	平成 24 年 3 月 22 日
学位授与の条件	学位規則第 4 条第 1 項該当
学位論文題目	An application of singularity theory to differential geometry - singularities of parallel surfaces, differential geometry of Whitney umbrellas (特異点論の微分幾何への応用 - 平行曲面の特異点, ホイットニーの傘の微分幾何)
論文審査委員	委員長　教　授　福井　敏純 委　員　教　授　小嶋　久祉 委　員　教　授　酒井　文雄 委　員　教　授　阪本　邦夫 委　員　名誉教授　水谷　忠良

論文の内容の要旨

特異点論は 20 世紀はじめの Morse や Whitney の研究にはじまり，その後 Thom，Mather，Arnol'd, Wall らを中心に研究されてきた．特異点論の応用は，さまざまな分野に及ぶ．

本学位論文では，特に可微分関数の特異点論を古典的な微分幾何に応用して得られた以下の二つの内容について扱っている．

1. ユークリッド空間内の正則曲面の各点を単位法ベクトル方向へある距離だけ平行移動した曲面を，平行曲面と呼ぶ．平行曲面は，初期曲面が正則であっても特異点を持つことが知られている．ジェネリックには，平行曲面に現れる特異点は分類されているが，初期曲面の微分幾何学的情報による明示的な判定法は知られていない．

   正則曲面 M 上の距離 2 乗関数の開折の判別集合は，その正則曲面 M を初期曲面とする単位法ベクトル正方向と負方向にある距離だけ平行移動した平行曲面を与える．従って，正則曲面 M 上の距離 2 乗関数の開折が 3- パラメータ普遍開折であるときは，正則曲面 M の平行曲面はカスプ状曲面か，ツバメの尾と局所微分同相である．しかし，初期曲面 M のある点が峰点かつ劣放物点であるとき，高次の峰点であるとき，または，臍点であるときは 3- パラメータ普遍開折にはならない．それらの場合は，波面の特異点の判定を適応することで，初期曲面上のある点の微分幾何学的情報による，平行曲面のカスプ状嘴，カスプ状唇，カスプ状蝶々，3 次元 D_4 特異点の判定法を示した．

   また，初期曲面の主曲率一定曲線は平行曲面の特異点集合であることから，初期曲面の主曲率一定曲線と峰線，劣放物線との接触関係による平行曲面の特異点の判定も示した．

2. Whitney は平面から空間への写像に現れる，安定な特異点を発見した．その特異点は Whintey の傘，または交差帽子と呼ばれている．この Whintey の傘は平面から空間への写像に現れる，唯一の安定な特

異点であることから，重要な特異点であるが，その点で単位法ベクトルが定義できないために，微分幾何学的な立場からの研究はあまりされていない．

ここでは，ブローアップという手法を用いて特異点でも単位法ベクトルを定義し，主曲率や主方向の漸近的な振る舞いを調べ，特異点上まで，峰点，劣放物点を拡張した．この応用として，Whintey の傘の波面（1 での波面とは異なる）に現れる特異点の判定を，特異点上に拡張した微分幾何学的な情報で与えた．

波面はホイヘンスの原理に由来し，数学的には，波面はある初期曲面上の各点を中心とする同半径の球に接する曲面，すなわち初期曲面の各点を中心とする同半径の球の包絡面である．これにより，波面は単位法ベクトルを必要としないために，初期曲面で単位法ベクトルが定義できない点があっても波面が定義できる．また，波面はその定義から初期曲面上の距離 2 乗関数の開折の判別集合と一致することから，1 と同様に可微分関数芽の開折理論が適応できる．したがって，ブローアップによって拡張された Whitney の傘上の微分幾何学的情報による，Whitney の傘の波面の特異点の判定が得られる．

これらの研究は，福井敏純氏との共同研究である．

論文の審査結果の要旨

本論文では特異点論の手法である普遍開折の理論を微分幾何学に応用し、３次元ユークリッド空間内の曲面の平行曲面の特異点の判定法、および、安定写像の特異点として知られるホイットニーの傘の平行曲面（フロント）の特異点の判定法を与えている。審査の結果、博士（理学）の学位にふさわしいと判定する。

なお本論文の前半は東北数学雑誌（Tohoku Mathmatical Journal）に出版予定であり、後半は Journal of Singularities に出版されている。以下、本論文の内容の概略を述べる。

特異点論は 20 世紀はじめの Morse や Whitney の研究にはじまり，その後 Thom，Mather，Arnol'd，Wall らを中心に研究されてきた．特異点論の応用は，さまざまな分野に及ぶ．本学位論文では，特に可微分関数の特異点論を古典的な微分幾何に応用して得られた以下の二つの内容について扱っている．

1. ユークリッド空間内の正則曲面の各点を単位法ベクトル方向へある距離だけ平行移動した曲面を，平行曲面と呼ぶ．平行曲面は，初期曲面が正則であっても特異点を持つことが知られている．ジェネリックには，平行曲面に現れる特異点は分類されているが，初期曲面の微分幾何学的情報による明示的な判定法は知られていない．

   正則曲面 M 上の距離 2 乗関数の開折の判別集合は，その正則曲面 M を初期曲面とする単位法ベクトル正方向と負方向にある距離だけ平行移動した平行曲面を与える．従って，正則曲面 M 上の距離 2 乗関数の開折が 3- パラメータ普遍開折であるときは，正則曲面 M の平行曲面はカスプ状曲面か，ツバメの尾と局所微分同相である．しかし，初期曲面 M のある点が峰点かつ劣放物点であるとき，高次の峰点であるとき，または，臍点であるときは 3- パラメータ普遍開折にはならない．それらの場合は，波面の特異点の判定を適用することで，初期曲面上のある点の微分幾何学的情報による，平行曲面のカスプ状嘴，カスプ状唇，カスプ状蝶々，3 次元 D_4 特異点の判定法を示した．

   また，平行曲面の特異点集合は初期曲面の主曲率一定曲線であることから，初期曲面の主曲率一定曲線と峰線，劣放物線との接触関係による平行曲面の特異点の判定も示した．

2. Whitney は平面から空間への写像に現れる，安定な特異点を発見した．その特異点は Whintey の傘，または交差帽子と呼ばれている．この Whintey の傘は平面から空間への写像に現れる，唯一の安定な特異点であることから，重要な特異点であるが，その点で単位法ベクトルが定義できないために，微分幾何学的な立場からの研究はあまりされていない．

   ここでは，ブローアップという手法を用いて特異点でも単位法ベクトルを定義し，主曲率や主方向の漸近的な振る舞いを調べ，特異点上まで，峰点，劣法物点を拡張した．この応用として，Whintey の傘の波面（1 での波面とは異なる）に現れる特異点の判定を，特異点上に拡張した微分幾何学的な情報で与えた．波面はホイヘンスの原理で記述されるので，数学的には，波面はある初期曲面上の各点を中心とする同半径の球に接する曲面，すなわち初期曲面の各点を中心とする同半径の球の包絡面である．これにより，波面は単位法ベクトルを必要としないために，初期曲面で単位法ベクトルが定義できない点があっても波面が定義できる．また，波面はその定義から初期曲面上の距離 2 乗関数の開折の判別集合と一致することから，1 と同様に可微分関数芽の開折理論が適応できる．したがって，ブローアップによって拡張された Whitney の傘上の微分幾何学的情報による，Whitney の傘の波面の特異点の判定が得られる .